Luca Antonio Scolletta

ADS: Homework 1

October 28, 2023

Exercise 1.1. Notazione asintotica e crescita delle funzioni

Solution: Per risolvere l'esercizio basta ricordare la gerarchia dei limiti

$$2^n \gg n^3 \gg n^2 \gg nlog(n) \gg n \gg log(n) \gg 1$$

e applicare limiti nei casi più ambigui

1) In ordine decrescente

$$1.000001^n \gg n^2 \gg 10000000n \gg n^{0.999999} logn$$

Il caso più ambiguo è tra gli ultimi due, per trovare quale fosse la funzione che crescesse asintoticamente più lentamente ho risolto il seguente limite

$$\lim_{n\to\infty} \frac{n^{0.999999} log(n)}{10000000n} = 0$$

2)

$$2^{10000n} \gg \binom{n}{2} \gg n\sqrt{n} \gg 2^{2^{1000000}}$$

Per quanto riguarda il coefficiente binomiale, diventa un semplice $O(n^2)$ in questo modo:

$$\begin{aligned}
\binom{n}{2} &= = \left(\frac{n!}{(n-2)!2!}\right) \\
&= \frac{n(n-1)(n-2)!}{(n-2)!2!} \\
&= \frac{n^2 - n}{2!} && = O(n^2)
\end{aligned}$$

3)

$$2^n \gg n^{10} 2^{\frac{n}{2}} \gg n^{\sqrt{n}} \gg \sum_{i=1}^{n} (i+1)$$

Per quanto riguarda la soluzione della sommatoria, è la somma dei primi n numeri naturali, il cui risultato è

$$\sum_{i=1}^{n} (i+1) = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right) \qquad = \big(O(n^2)\big)$$

Qui ho applicato un limite avendo alcuni dubbi sulla gerarchia. In particolare:

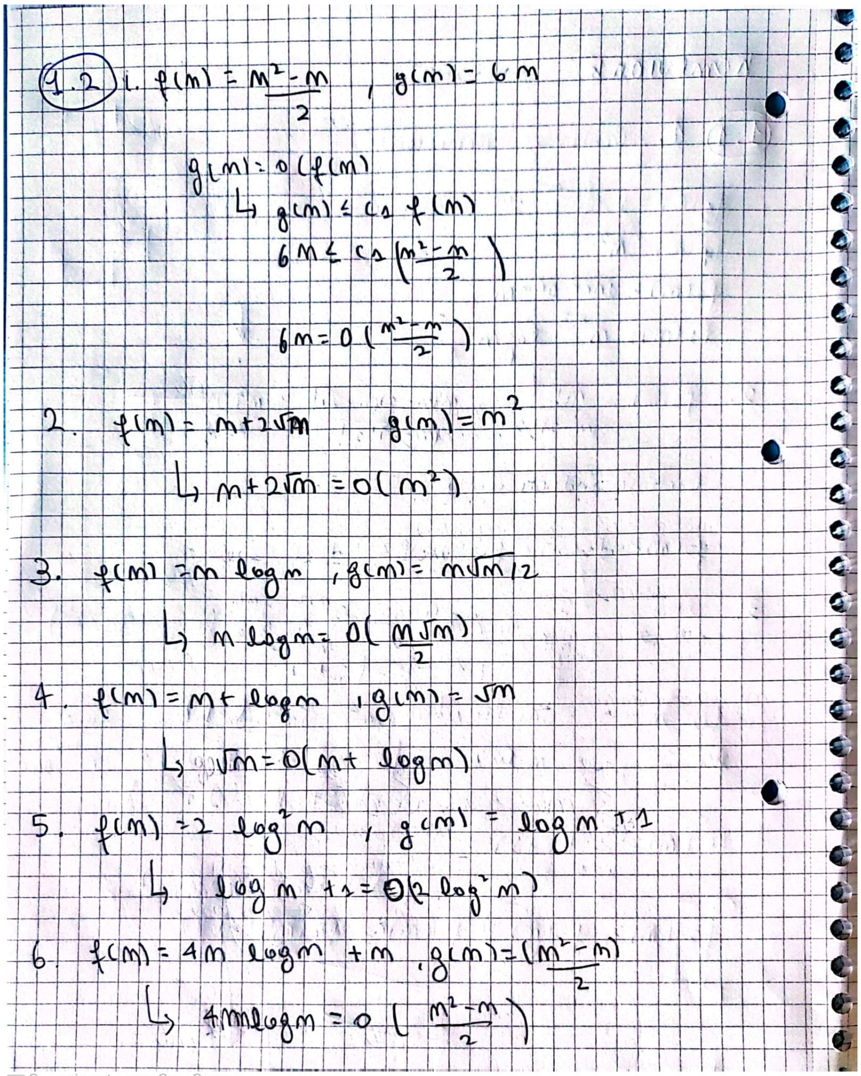
$$\lim_{n\to\infty} \frac{2^n}{n^{10} 2^{\frac{n}{2}}} = \lim_{n\to\infty} \frac{2^{\frac{n}{2}} 2^{\frac{n}{2}}}{n^{10} 2^{\frac{n}{2}}} = \lim_{n\to\infty} \frac{2^{\frac{n}{2}}}{n^{10}} = \infty$$

Exercise 1.2. Notazione asintotica e crescita delle funzioni

Solution:

Exercise 1.3. Notazione asintotica e crescita delle funzioni

Solution:



1.2 1. $f(n) = \frac{n^2 - n}{2}$, $g(n) = 6n$

$g(n) = O(f(n))$

$\rightarrow g(n) \leq c_1 f(n)$

$6n \leq c_1 \left(\frac{n^2 - n}{2}\right)$

$6n = O\left(\frac{n^2 - n}{2}\right)$

2. $f(n) = n + 2\sqrt{n}$ $g(n) = n^2$

$\rightarrow n + 2\sqrt{n} = O(n^2)$

3. $f(n) = n \log n$, $g(n) = n\sqrt{n}/2$

$\rightarrow n \log n = O\left(\frac{n\sqrt{n}}{2}\right)$

4. $f(n) = n + \log n$, $g(n) = \sqrt{n}$

$\rightarrow \sqrt{n} = O(n + \log n)$

5. $f(n) = 2 \log^2 n$, $g(n) = \log n + 1$

$\rightarrow \log n + 1 = \Theta(2 \log^2 n)$

6. $f(n) = 4n \log n + n$, $g(n) = \frac{(n^2 - n)}{2}$

$\rightarrow 4n\log n = O\left(\frac{n^2 - n}{2}\right)$

Figure 1: Descrizione dell'immagine 1.2

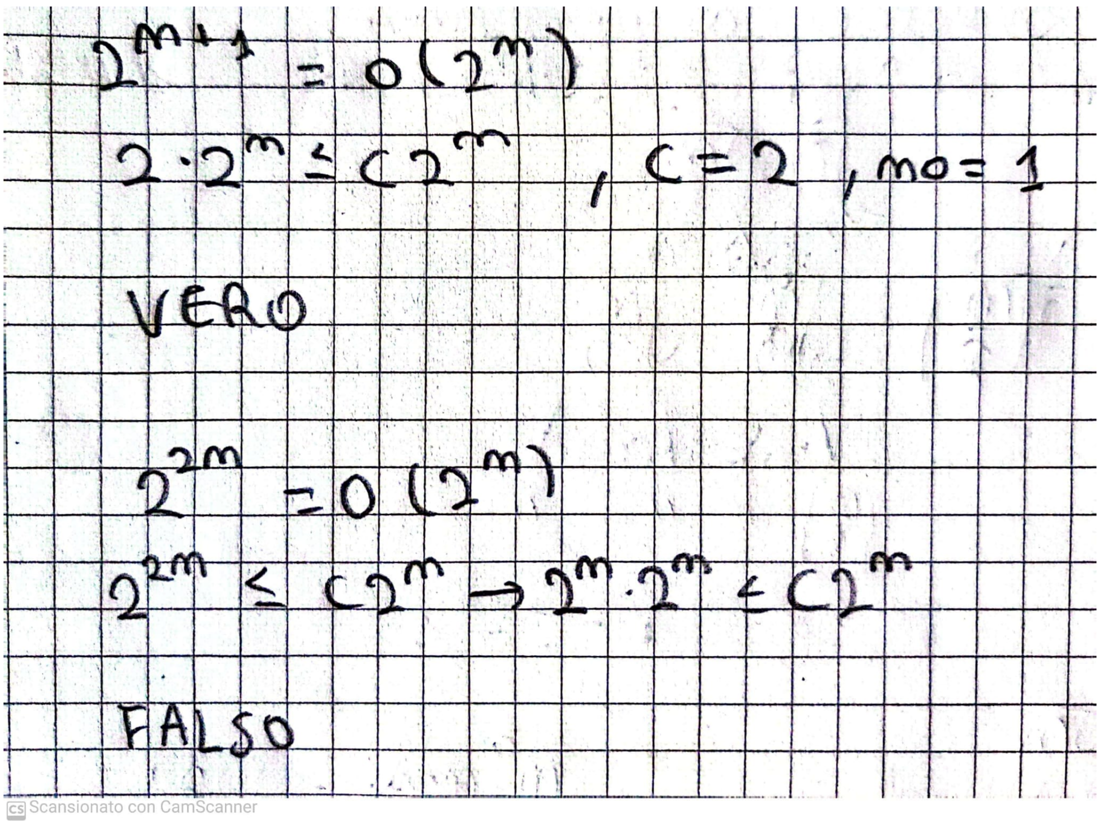


Figure 2: Descrizione dell'immagine 1.3