# 第一讲 概述

## 本讲内容:

一、逻辑代数（布尔代数、开关代数）

二、几种常用的数制

三、二进制算术运算

四、二进制代码

1 1 1

# 第一讲 概 述

## 一、逻辑代数（布尔代数、开关代数）

逻辑： 事物因果关系的规律

逻辑函数：逻辑自变量和逻辑结果的关系

$$Z = f(A, B, C \cdots)$$

逻辑变量取值：0、1 分别代表两种对立的状态

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 一种状态 | 高电平 | 真 | 是 | 有 | … | 1 | 0 |
| 另一状态 | 低电平 | 假 | 非 | 无 | … | 0 | 1 |

## 二、几种常用的数制

### 数制的相关概念

- 数制：多位数码每一位的构成以及从低位到高位的进位规则称为进位计数制，简称数制。
- 基 数：进位制的基数，就是在该进位制中可能用到的数码个数。
- 位 权（位的权数）：在某一进位制的数中，每一位的大小都对应着该位上的数码乘上一个固定的数，这个固定的数就是这一位的权数。权数是一个幂。

## 二、几种常用的数制

### 1. 十进制（Decimal）

数码：0～9；　　　位权：$10^i$

基数是10。用字母D表示

运算规律：逢十进一，即：9＋1＝10。

十进制数的权展开式：$D = \sum k_i \times 10^i$

通用权展开式：$D = \sum k_i \times N^i$

$$(12345)_{10} = 1\times10^4 + 2\times10^3 + 3\times10^2 + 4\times10^1 + 5\times10^0$$

$$(143.75)_{10} = 1\times10^2 + 4\times10^1 + 3\times10^0 + 7\times10^{-1} + 5\times10^{-2}$$

## 2. 二进制（Binary）

数码为：0、1；　　位权：$2^i$

基数是2。用字母B表示

运算规律：逢二进一，即：1＋1＝10。

二进制数的权展开式：$D=\sum k_i \times 2^i$

$$(101.11)_B = 1\times2^2+0\times2^1+1\times2^0+1\times2^{-1}+1\times2^{-2}$$
$$=(5.75)_D$$

各数位的权是 2 的幂

$$(1011)_2 = 1\times2^3+0\times2^2+1\times2^1+1\times2^0$$

## 3. 八进制（Octal）

数码为：0～7；　　位权：$8^i$

基数是8。用字母O表示

运算规律：逢八进一，即：7＋1＝10。

八进制数的权展开式：$D=\sum k_i \times 8^i$

$(207.04)_O = 2\times 8^2 + 0\times 8^1 + 7\times 8^0 + 0\times 8^{-1} + 4\times 8^{-2}$

$= (135.0625)_D$

各数位的权是8的幂

$$(37.41)_8 = 3\times 8^1 + 7\times 8^0 + 4\times 8^{-1} + 1\times 8^{-2}$$

## 4. 十六进制 (Hexadecimal) --逢十六进一

数码为：0～9、A～F；位权：$16^i$

基数是16。用字母H来表示

运算规律：逢十六进一，即：F＋1＝10。

十六进制数的权展开式：$D = \sum k_i \times 16^i$

$$(2A.7F)_H = 2\times16^1 + 10\times16^0 + 7\times16^{-1} + 15\times16^{-2}$$

$$= (42.4960937)_D$$

各数位的权是16的幂

## 几种进制数之间的对应关系

| 十进制数 D | 二进制数 B | 八进制数 O | 十六进制数 H |
|---|---|---|---|
| 0 | 0000 | 0 | 0 |
| 1 | 0001 | 1 | 1 |
| 2 | 0010 | 2 | 2 |
| 3 | 0011 | 3 | 3 |
| 4 | 0100 | 4 | 4 |
| 5 | 0101 | 5 | 5 |
| 6 | 0110 | 6 | 6 |
| 7 | 0111 | 7 | 7 |
| 8 | 1000 | 10 | 8 |
| 9 | 1001 | 11 | 9 |
| 10 | 1010 | 12 | A |
| 11 | 1011 | 13 | B |
| 12 | 1100 | 14 | C |
| 13 | 1101 | 15 | D |
| 14 | 1110 | 16 | E |
| 15 | 1111 | 17 | F |

## 5. 几种常用进制数之间的转换

**(1) 二-十转换：** 将二进制数按位权展开后相加

$$(101.11)_2 = 1\times 2^2 + 0\times 2^1 + 1\times 2^0 + 1\times 2^{-1} + 1\times 2^{-2}$$

$$= 4 + 1 + 0.5 + 0.25 = (5.75)_{10}$$

**(2) 十-二转换：**

整数的转换--连除法

$$(26)_{10} = (11010)_2$$

| | | 余数 |
|---|---|---|
| 2 | 26 | |
| 2 | 13 | 0 |
| 2 | 6 | 1 |
| 2 | 3 | 0 |
| 2 | 1 | 1 |
| | 0 | 1 |

除基数
得余数
作系数
从低位
到高位

## 小数的转换--连乘法

$$(0.8125)_{10} = (0.1101)_2$$

| | 取整 |
|---|---|
| 0.8125 × 2 = 1.6250 | 1 |
| 0.6250 × 2 = 1.2500 | 1 |
| 0.2500 × 2 = 0.5000 | 0 |
| 0.5000 × 2 = 1.0000 | 1 |

乘基数取整数作系数从高位到低位

若小数在连乘多次后不为 0，一般按照精确度要求(如小数点后保留 $n$ 位)得到 $n$ 个对应位的系数即可。

## 快速转换法：拆分法

16 8 4 2 1

$$(26)_{10} = 16 + 8 + 2 = 2^4 + 2^3 + 2^1 = (1\,1\,0\,1\,0)_2$$

**(3) 二-八转换：每 3 位二进制数相当一位 8 进制数**

$$(\underbrace{010}_{\boxed{2}}\ \underbrace{101}_{\boxed{5}}\ \underbrace{111}_{\boxed{7}})_2 = (257)_8$$

$$(010\ 011\ 100\ 001.\ 000\ 110)_2 = (2341.06)_8$$

**(4) 八-二转换：每位 8 进制数转换为相应 3 位二进制数**

$$(31.47)_8 = (011\ 001.\ 100\ 111)_2$$

$$(375.64)_8 = (011\ 111\ 101.\ 110\ 100)_2$$

(5) 二-十六转换:

每 4 位二进制数相当一位 16 进制数

$$(26)_{10} = (\underbrace{0001}_{1}\ \underbrace{1010}_{A})_2 = (1A)_{16}$$

$$(\underline{0001}\ \underline{1011}\ \underline{0110}.\underline{0010})_2 = (1B6.2)_{16}$$

(6) 十六-二转换:

每位 16 进制数换为相应的 4 位二进制数

$$(8FA.C6)_{16} = (1000\ 1111\ 1010.1100\ 0110)_2$$

$$(ED8.2F)_{16} = (1110\ 1101\ 1000.0010\ 1111)_2$$

# 三、二进制算术运算

## 1. 二进制算术运算的特点

二进制算术运算和十进制算术运算规则基本相同，区别是“逢二进一”。

加法运算

$$\begin{array}{r} 1\ 0\ 0\ 1 \\ +\ 0\ 1\ 0\ 1 \\ \hline 1\ 1\ 1\ 0 \end{array}$$

减法运算

$$\begin{array}{r} 1\ 0\ 0\ 1 \\ -\ 0\ 1\ 0\ 1 \\ \hline 0\ 1\ 0\ 0 \end{array}$$

乘法运算

```
        1 0 0 1
    × 0 1 0 1
    ---------
       1 0 0 1
     0 0 0 0
   1 0 0 1
 0 0 0 0
 -------------
 0 1 0 1 1 0 1
```

除法运算

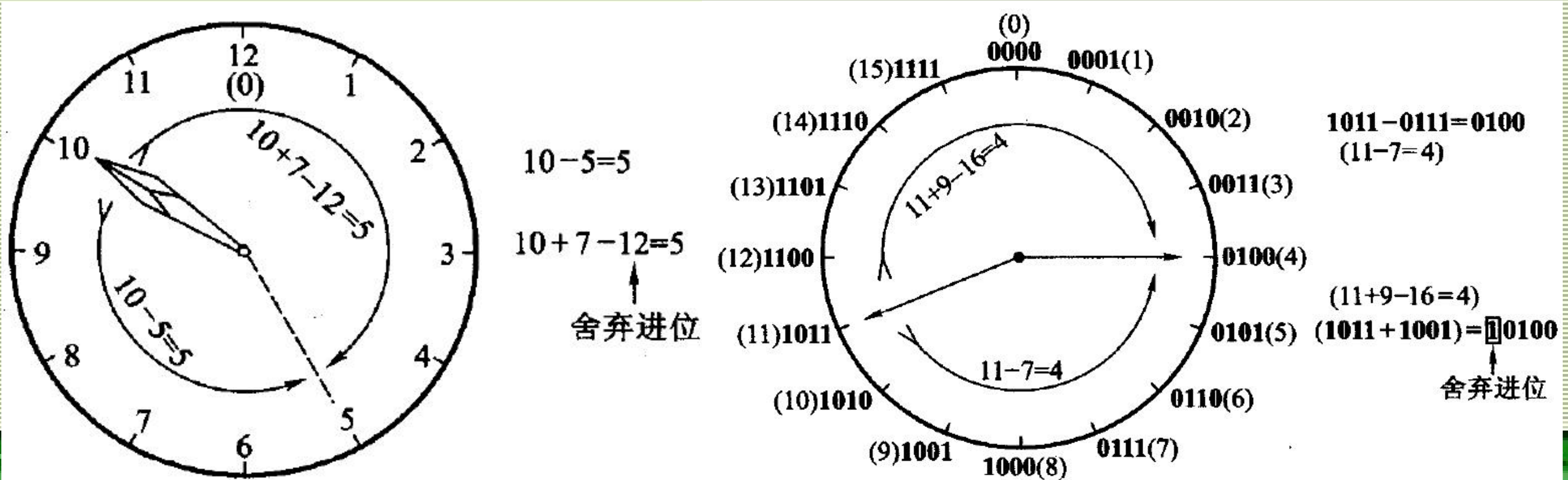
```
            1.1 1…
      ____________
0101 ) 1 0 0 1
       0 1 0 1
       -------
        1 0 0 0
        0 1 0 1
       --------
         0 1 1 0
         0 1 0 1
        --------
          0 0 1 0
```

## 2. 反码、补码和补码运算

**原码** 最高位作为符号位,正数为0,负数为1，其余位位为数值位，表示数值的大小 。

**反码** 正数的反码与其原码相同；负数的反码是对其原码数值位逐位取反，符号位不变。

**补码** 正数的补码和它的原码相同;负数的补码需先将其原码数值位逐位求反,然后加1.



例1 写出带符号位二进制数00011010（+26）、10011010（-26）、00101101（+45）、10101101的反码和补码。

解：

| 原码 | 反码 | 补码 |
|---|---|---|
| 00011010 | 00011010 | 00011010 |
| 10011010 | 11100101 | 11100110 |
| 00101101 | 00101101 | 00101101 |
| 10101101 | 11010010 | 11010011 |

例2 用二进制补码运算求出13+10、13-10、 -13+10、-13-10。

```
  0 01101
  0 01010
  -------
  0 10111
```

13+10=23

```
    0 01101     补码→     0 01101
 −  0 01010     补码→  +  1 10110
 ----------            ----------
    0 00011             (1) 0 00011
```

减法变加法

13-10=3

```
-  0 01101       1 10011
+  0 01010    +  0 01010
----------    ----------
-  0 00011       1 11101
```

-13+10=-3

```
-  0 01101       1 10011
-  0 01010    +  1 10110
----------    ----------
-  0 10111    (1) 1 01001
```

-13-10=-23

二进制加、减、乘、除都可以用加法运算来实现。

# 四、二进制代码

**编码：** 用二进制数表示文字、符号等信息的过程。

**二进制代码：** 编码后的二进制数。

**十进制代码：** 用二进制代码表示十个数字符号 0～9 这十个状态，又称为 **BCD** 码（**B**inary **C**oded **D**ecimal）

**几种常见的BCD代码：**
- **8421码**　**2421码**　**5211码**
- 余 3 码　余 3 循环码

**其他代码：** **ISO 码，ASCII码**（美国信息交换标准代码）

| 十进制数 | 几种常见的 BCD 代码 | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | 8421 码 | 余 3 码 | 2421(A)码 | 5211 码 | 余3循环码 |
| 0 | 0 0 0 0 | 0 0 1 1 | 0 0 0 0 | 0 0 0 0 | 0 0 1 0 |
| 1 | 0 0 0 1 | 0 1 0 0 | 0 0 0 1 | 0 0 0 1 | 0 1 1 0 |
| 2 | 0 0 1 0 | 0 1 0 1 | 0 0 1 0 | 0 1 0 0 | 0 1 1 1 |
| 3 | 0 0 1 1 | 0 1 1 0 | 0 0 1 1 | 0 1 0 1 | 0 1 0 1 |
| 4 | 0 1 0 0 | 0 1 1 1 | 0 1 0 0 | 0 1 1 1 | 0 1 0 0 |
| 5 | 0 1 0 1 | 1 0 0 0 | 1 0 1 1 | 1 0 0 0 | 1 1 0 0 |
| 6 | 0 1 1 0 | 1 0 0 1 | 1 1 0 0 | 1 0 0 1 | 1 1 0 1 |
| 7 | 0 1 1 1 | 1 0 1 0 | 1 1 0 1 | 1 1 0 0 | 1 1 1 1 |
| 8 | 1 0 0 0 | 1 0 1 1 | 1 1 1 0 | 1 1 0 1 | 1 1 1 0 |
| 9 | 1 0 0 1 | 1 1 0 0 | 1 1 1 1 | 1 1 1 1 | 1 0 1 0 |
| 权 | 8 4 2 1 | | 2 4 2 1 | 5 2 1 1 | |

# ASCII码表

| $b_7b_6b_5$ / $b_4b_3b_2b_1$ | 000 | 001 | 010 | 011 | 100 | 101 | 110 | 111 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0000 | NUL | DLE | SPACE | 0 | @ | P | | P |
| 0001 | SOH | DC1 | ! | 1 | A | Q | A | Q |
| 0010 | STX | DC2 | " | 2 | B | R | B | R |
| 0011 | ETX | DC3 | # | 3 | C | S | C | S |
| 0100 | EOT | DC4 | $ | 4 | D | T | D | T |
| 0101 | ENO | NAK | % | 5 | E | U | E | U |
| 0110 | ACK | SYN | & | 6 | F | V | F | V |
| 0111 | BEL | ETB | ' | 7 | G | W | G | W |
| 1000 | BS | CAN | ( | 8 | H | X | H | X |
| 1001 | HT | EM | ) | 9 | I | Y | I | Y |
| 1010 | LF | SUB | * | : | J | Z | J | Z |
| 1011 | VT | ESC | + | ; | K | [ | K | { |
| 1100 | FF | FS | , | < | L | \ | L | \| |
| 1101 | CR | GS | - | = | M | } | M | ] |
| 1110 | SO | RS | . | > | N | ↑ | N | ~ |
| 1111 | SI | US | / | ? | O | ← | o | DEL |