一、填空题

1、已知 A,B,C 为三个事件,则 A,B,C 中至少有两个发生这一事件可以表示为___________.

2、设事件 A,B 互不相容,且 $P(A)=p,P(B)=q$,则 $P(\bar{A}\bar{B})=$_____________.

3、设 A,B 为随机事件,且 $P(A)=0.7,P(A-B)=0.3$,则 $P(\overline{AB})=$_____________.

4、设 A,B,C 为三事件,且 $P(A)=P(B)=1/4,P(C)=1/3$ 且 $P(AB)=P(BC)=0, P(AC)=1/12$,则 A,B,C 至少有一个发生的概率为_____________.

5、盒子里有 4 个红球鞋,5 个白球,现从中任取两个,恰好有 2 个红球的概率为___________.

二、计算题

1、从 52 张扑克牌中任意取出 13 张,问有 5 张黑桃,3 张红心,3 张方块,2 张梅花的概率是多少？

2、从一批由 45 件正品,5 件次品组成的产品中任取三件,求其中恰的一件次品的概率.

3、在电话号码簿中任取一电话号码,求后面 4 个数全不相同的概率(设后面 4 个数中的每一个数都等可能地取自 0,1,2,……,9).

4、一个袋内装有大小相同的 7 个球,其中 4 个是白球,3 个是黑球,从中一次抽取 3 个,计算至少有两个是白球的概率.

5、从 5 双不同的鞋子中任取 4 只,求这 4 只鞋子中至少有两只鞋子配成一双的概率.

6、两人约定上午 9∶00~10∶00 在公园会面,求一人要等另一人半小时以上的概率.

一、填空题

1、设事件 A,B 满足：$P(B\mid A)=P(\overline{B}\mid\overline{A})=\dfrac{1}{3}, P(A)=\dfrac{1}{3}$,则 $P(B)=$____________.

2、设 $P(A)=\dfrac{2}{5}, P(A|B)=\dfrac{2}{3}, P(B|A)=\dfrac{1}{2}$,则 $P(A\cup B)=$____________.

3、设随机事件 A,B 满足 $P(A)=0.6, P(A\cup B)=0.9, P(B\mid A)=0.5$,则 $P(B)=$____________.

4、设事件 A,B,C 两两独立,且 $ABC=\varnothing, P(A)=P(B)=P(C)<\dfrac{1}{2}, P(A\cup B\cup C)=9/16$,则

$P(A)=$__________.

5、设在一次试验中,事件 A 发生的概率为 p. 现进行 n 次独立试验,则 A 至少发生一次的概率为________,而事件 A 至多发生一次的概率为_________.

二、计算题

1、某光学仪器厂制造的透镜,第一次落下时打破的概率是 1/2,第一次落下未打破,第二次落下打破的概率为 7/10,若前两次落下还未打破,第三次落下被打破的概率为 9/10,试求透镜落下三次而未打破的概率.

2、将两信息分别编码为 A 和 B 传递出来,接收站收到时,A 被误收作 B 的概率为 0.02,而 B 被误收作 A 的概率为 0.01.信息 A 与 B 传递的频繁程度为 2:1.问

(1) 接收站收到信息 A 的概率是多少?

(2) 若接收站收到的信息是 A,试问原发信息是 A 的概率是多少？

3、加工某一零件需要经过四道工序,设第一、二、三、四道工序的次品率分别为 0.02,0.03,0.05,0.03,假定各道工序是相互独立的,求加工出来的零件的次品率.

4、掷一枚均匀硬币直到出现 3 次正面才停止.

(1)问正好在第 6 次停止的概率;

(2)问正好在第 6 次停止的情况下,第 5 次也是出现正面的概率.

一、填空题

1、设随机变量 X 的分布律为 $P\{X=k\}=\dfrac{a}{N},k=1,2,\cdots,N$,则 $a=$______.

2、设随机变量 X 的分布函数为

$$F(x)=\begin{cases}0\ , & x<0\\ A-e^{-x}, & x\ge 0\end{cases}.$$

则 $A=$_______; $P(1<\xi\le 2)=$_________.

3、设随机变量 X 的密度函数为

$$f(x)=\begin{cases}2\left(1-\dfrac{1}{x^2}\right) & 1\le x\le 2\\ 0 & \text{其它}\end{cases}$$

则 X 的分布函数 $F(x)=$_____________________.

4、设 $X\sim P(\lambda)$,且 $P(X=1)=P(X=2)$,则 $P(X\ge 1)=$________, $P(0<X^2<3)=$__________.

5、设随机变量 X 的分布律为

X	-1	0	1	2
p_k	0.2	0.1	0.3	0.4

则随机变量 $Y=X^2$ 的分布律为____________________________________.

6、设随机变量 X 的分布函数为

$$F(x)=P(X\le x)=\begin{cases}0, & x<-1\\ 0.4, & -1\le x<1\\ 0.8, & 1\le x<3\\ 1, & x\ge 3\end{cases}$$

则 X 的分布律为____.

二、计算题（请写在背面并标好题序，如果背面不够写请写在信笺上并装订好再交上来）

1、设在 15 只同类型零件中有 2 只为次品,在其中取 3 次,每次任取 1 只,作不放回抽样,以 X 表示取出的次品个数,求:

(1) X 的分布律;

(2) X 的分布函数;

(3) $P\left\{X\le\dfrac{1}{2}\right\},P\left\{1<X\le\dfrac{3}{2}\right\},P\left\{1\le X\le\dfrac{3}{2}\right\},P\{1<X<2\}$.

2、有一繁忙的汽车站,每天有大量汽车通过,设每辆车在一天的某时段出事故的概率为 0.0001,在某天的该时段内有 1000 辆汽车通过,问出事故的次数不小于 2 的概率是多少?

3、已知随机变量 X 的密度函数为 $f(x)=Ae^{-|x|},-\infty<x<+\infty$,求:

(1) A 值; (2) $P\{0<X<1\}$; (3)随机变量 X 的分布函数 $F(x)$.

4、设 $X\sim N\left(3,2^2\right)$

(1)求 $P\{2<X\le 5\},P\{-4<X\le 10\},P\{|X|>2\},P\{X>3\}$;

(2)确定 c 使 $P\{X>c\}=P\{X\le c\}$.

5、设 $X\sim N(0,1)$

(1)求 $Y=e^X$ 的概率密度; (2)求 $Y=2X^2+1$ 的概率密度.

一、填空题

1、设二维离散型随机变量(X,Y)具有概率分布律

$X \backslash Y$	3	6	9	12	15	18
1	0.01	0.03	0.02	0.01	0.05	0.06
2	0.02	0.02	0.01	0.05	0.03	0.07
3	0.05	0.04	0.03	0.01	0.02	0.03
4	0.03	0.09	0.06	0.15	0.09	0.02

则X和Y的边缘分布律分别为

__________________________和__________________________.

2、设二维随机变量(X,Y)的联合分布函数为

$$F(x,y)=\begin{cases}(1-e^{-4x})(1-e^{-2y}), & x>0, y>0\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$$

则二维随机变量(X,Y)的联合概率密度函数为____.

3、设二维随机变量(X,Y)的联合分布函数为

$$F(x,y)=\begin{cases}\sin x\sin y, & 0\le x\le\dfrac{\pi}{2}, 0\le y\le\dfrac{\pi}{2}\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$$

则$P\left\{0<x\le\dfrac{\pi}{4},\dfrac{\pi}{6}<y\le\dfrac{\pi}{3}\right\}=$____________________.

4、设随机变量X,Y的概率密度分别为

$$f_X(x)=\begin{cases}0, & x<0\\ e^{-x}, & x\ge 0\end{cases},\quad f_Y(y)=\begin{cases}0, & y<0\\ e^{-y}, & y\ge 0\end{cases}$$

且X,Y相互独立,则二维随机变量(X,Y)的联合密度函数为________________________.

5、设随机变量X,Y相互独立,且$X\sim b(100,0.2), Y\sim b(50,0.2)$,则$Z=X+Y\sim$____________.

二、计算题

1、设随机变量(X,Y)的概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases}k(6-x-y), & 0<x<2, 2<y<4\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$$

(1)确定常数k;(2)求$P\{X\le 1, Y\le 3\}$;(3)求$P\{X\le 1.5\}$;(4)求$P\{X+Y\le 4\}$;(5)求边缘概率密度.

2、袋中有五个号码1,2,3,4,5.从中任取三个,记其中最小的号码为X,最大的号码为Y.

(1)求X与Y的联合概率分布;(2) X与Y是否相互独立?

3、设某种型号的电子管的寿命(以小时计)近似地服从$N(160,400)$.随机地选取4只,求其中没有一只寿命小于180的概率.

一、填空题

1、设随机变量 X,Y,Z 相互独立,且 $E(X)=5, E(Y)=11, E(Z)=8$,则 $E(2X+3Y+1)=$________;
$E(YZ-4X)=$________.

2、设随机变量 X 的分布律为

X	-1	0	1
P	p_1	p_2	p_3

且已知 $E(X)=0.1, E(X^2)=0.9$,则 $p_1=$________; $p_2=$________; $p_3=$________.

3、设随机变量 (X,Y) 的概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases}2, & 0<x<1, 0<y<x \\ 0, & \text{其他}\end{cases}$$

则 $E(XY)=$________.

4、已知 $E(X)=1.4, D(X)=0.24$,则 $E(X^2)=$__________.

5、已知随机变量 $X\sim P(2)$,且 $Z=2X-2$,则 $E(Z)=$ _________, $D(Z)=$ _________.

6、设连续型随机变量 X 的密度函数为

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{\pi}}e^{-x^2+2x-1}\ (-\infty<x<+\infty)$$

则 $D(X)=$_______.

7、设随机变量 $X\sim U(a,b)$,且 $E(X)=3$, $D(X)=\frac{4}{3}$,则 $a=$_______, $b=$________.

8、已知随机变量 $X\sim b(n,p), E(X)=12, D(X)=8$,则 $p=$______; $n=$________.

9、设 $X\sim N(1,9), Y\sim N(2,4)$ 且 X,Y 相互独立,则 $E(2X-3Y)=$_____, $D(2X-3Y)=$_____.

10、已知 $D(X)=2, D(Y)=3, \operatorname{cov}(X,Y)=-1$,则 $\operatorname{cov}(3X-2Y+1, X+4Y-2)=$_________.

二、计算题

1、设 (X,Y) 的联合分布律为

$X\backslash Y$	-1	0	1
1	0.2	0.1	0.1
2	0.1	0	0.1
3	0	0.3	0.1

求 $E(X), E(Y), E\left(\frac{Y}{X}\right)$.

2、设随机变量 X 的概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases}x, & 0\le x<1 \\ 2-x, & 1\le x\le 2 \\ 0, & \text{其他}\end{cases}$$

求 $E(X), D(X)$.

3、设随机变量 X,Y 的概率密度分别为

$$f_X(x)=\begin{cases}2\mathrm{e}^{-2x}, & x>0 \\ 0, & x\le 0\end{cases}\qquad f_Y(y)=\begin{cases}4\mathrm{e}^{-4y}, & y>0 \\ 0, & y\le 0\end{cases}$$

求 $E(X+Y), E(2X-3Y^2)$.

4、设二维随机变量 (X,Y) 在以 $(0,0),(0,1),(1,0)$ 为顶点的三角形区域上服从均匀分布,求 $\operatorname{cov}(X,Y)$ 和 ρ_{XY}.

一、填空题

1、如果 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 为来自总体 X 的样本, X 的分布函数为 $F(x)$,则 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 的联合分布函数为____________________;如果 X 的概率密度为 $f(x)$,则 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 的联合概率密度为______________________________.

2、设 X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 是来自总体 $X \sim N(0,1)$ 的样本,则 $Z = \sum_{i=1}^{5} X_i^2 \sim$__________________.

3、设 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 为来自总体 X 的样本,则 $E(\bar{X}) =$_______, $D(\bar{X}) =$_______.

4、设 $X \sim P(\lambda), X_1, X_2, \cdots, X_n$ 为来自总体 X 的样本,则 $E(\bar{X}) =$_______, $D(\bar{X}) =$_______.

5、如果 $X \sim \chi^2(4), Y \sim \chi^2(5)$,且它们相互独立,则 $X + Y \sim$__________________.

6、如果 $X \sim \chi^2(10)$,则 $E(X) =$______________; $D(X) =$_________________.

7、$\chi^2_{0.025}(30) =$_______________, $\chi^2_{0.05}(61) =$_______________.

8、设 $X \sim N(0,1), Y \sim \chi^2(100)$,且 X, Y 相互独立,则统计量 $t = \dfrac{10X}{\sqrt{Y}} \sim$______________.

9、$t_{0.01}(20) =$_______________, $t_{0.25}(50) =$_______________.

10、设 $U \sim \chi^2(20), V \sim \chi^2(30)$,且 U, V 相互独立,则统计量 $F = \dfrac{3U}{2V} \sim$_______________.

11、$F_{0.05}(9,12) =$________________,则 $F_{0.95}(12,9) =$_______________.

12、设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 相互独立, $X_i \sim N(\mu_i, \sigma_i^2)$,则 $\eta = \sum_{i=1}^{n} a_i X_i \sim$___________________.

13、设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是来自正态总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 的样本,则 $\bar{X} \sim$_______, $\dfrac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} \sim$_______.

14、设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 相互独立, $X_i \sim N(0,1)$,则 $T = \sum_{i=1}^{n} X_i^2 \sim$__________________.

15、设两个随机变量 X 与 Y 相互独立,并且 $X \sim N(0,1), Y \sim \chi^2(n)$,则 $T = \dfrac{X}{\sqrt{Y/n}} \sim$__________.

二、计算题

1、设总体 $X \sim N\left(60, 15^2\right)$,从总体 X 中抽取一个容量为 100 的样本,求样本均值与总体均值之差的绝对值大于 3 的概率.

2、从一正态总体中抽取容量为 10 的样本,假定有 2%的样本均值与总体均值之差的绝对值在 4 以上,求总体的标准差.

一、填空题

1、设总体 $X \sim b(1,p)$, $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是从总体 X 中抽取的一个样本,则参数 p 的矩估计量为 $\hat{p}=$____________.

2、设总体 X 的分布律为

X	1	2	3
P	θ^2	$2\theta(1-\theta)$	$(1-\theta)^2$

$0<\theta<1$ 是未知参数, $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是从中抽取的一个样本,则参数 θ 的矩估计量 $\hat{\theta}=$________.

3、设 $X \sim E(\lambda)$, $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 为 X 的一组样本观察值,则 θ 的最大似然估计为_____________.

4、设 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, X_1, X_2, X_3, X_4 是来自总体 X 的样本,设 $0.1X_1+\alpha X_2+0.3X_3+0.2X_4$ 是 $\mu(\mu \neq 0)$ 的无偏估计,则 $\alpha=$_______________.

5、设总体 $X \sim N(\mu, 0.04^2)$,根据来自 X 的容量为 16 的样本,测得样本均值为 $\overline{x}=10.05$,则总体均值 μ 的置信水平为 0.95 的置信区间为_______________________.

二、计算题

1、设总体 $X \sim f(x)=\begin{cases}(\theta+1)x^{\theta}, & 0<x<1 \\ 0, & 其他\end{cases}$

其中 $\theta>-1$, $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是 X 的一个样本,求 θ 的矩估计量及极大似然估计量.

2、设某种砖头的抗压强度 $N(\mu, \sigma^2)$,今随机抽取 20 块砖头,测得数据如下(kg.cm^{-2}):

64	69	49	92	55	97	41	84	88	99
84	66	100	98	72	74	87	84	48	81

(1)求 μ 的置信概率为 0.95 的置信区间.

(2)求 σ^2 的置信概率为 0.95 的置信区间.

三、证明题

设 X_1，X_2 是从正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 中抽取的样本

$$\hat{\mu}_1=\frac{2}{3}X_1+\frac{1}{3}X_2; \hat{\mu}_2=\frac{1}{4}X_1+\frac{3}{4}X_2; \hat{\mu}_3=\frac{1}{2}X_1+\frac{1}{2}X_2;$$

试证 $\hat{\mu}_1, \hat{\mu}_2, \hat{\mu}_3$ 都是 μ 的无偏估计量,并求出每一估计量的方差.

1、已知某炼铁厂的铁水含碳量在正常情况下服从正态分布 $X \sim N\left(4.55, 1.108^2\right)$.现在测了 5 炉铁水,其含碳量(%)分别为

4.28　4.40　4.42　4.35　4.37

问若标准差不改变,总体平均值有无显著性变化(α=0.05)?

2、某种矿砂的 5 个样品中的含镍量(%)经测定为:

3.24　3.26　3.24　3.27　3.25

设含镍量服从正态分布,问在α=0.01 下能否接收假设:这批矿砂的含镍量为 3.25.

3、测量某种溶液中的水分,从它的 10 个测定值得出 $\bar{x}=0.452(\%), s=0.037(\%)$.设测定值总体为正态,$\mu$ 为总体均值,σ 为总体标准差,试在水平 $\alpha=0.05$ 下检验.

(1) $H_0: \mu=0.5(\%); H_1: \mu<0.5(\%)$.

(2) $H_0: \sigma=0.04(\%);\ H_1: \sigma<0.04(\%)$.