一、填空题(本大题共 10 小题，每小题 3 分)：

1、设$\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = 3$，则$\begin{vmatrix} 2b_1 & 2b_2 & 2b_3 \\ 2a_1 & 2a_2 & 2a_3 \\ 2c_1 & 2c_2 & 2c_3 \end{vmatrix} =$_______________.

2、设齐次线性方程组$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + \lambda x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 + \lambda^2 x_3 = 0 \end{cases}$有非零解，则$\lambda =$_____.

3、设A为三阶方阵，A^{T}为A的转置矩阵，且$|A| = 2$，则$|-2A^{\mathrm{T}}| =$_________.

4、设$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$，$B^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$则$(AB)^{-1} =$_______________.

5、已知$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$，$\boldsymbol{A}^*$是$\boldsymbol{A}$的伴随矩阵，则$\left(\boldsymbol{A}^*\right)^{-1} =$_______.

6、设向量$\alpha = (4,-1,3)^{\mathrm{T}}, \beta = (0,-5,1)^{\mathrm{T}}$，且$3\alpha - 2\gamma = \beta$，则$\boldsymbol{\gamma} =$______.

7、设向量组$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$，若$\alpha_3 = 2\alpha_1 - \alpha_2$，则向量组$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$线性______关

8、设ξ_1,ξ_2是五元线性方程组$\boldsymbol{Ax} = \boldsymbol{0}$的基础解系，则$R(A) =$_____.

9、设 3 阶矩阵A的特征值是$-1,1,2$，则$A^2 + A - 2E$的特征值为_________.

10、设A是 3 阶矩阵，且$|4E - 2A| = 0$，则A必有一个特征值为_________.

二、（10 分）计算四阶行列式$D = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & -1 & 3 \\ 2 & 0 & 1 & -1 \\ 4 & 2 & 0 & 1 \end{vmatrix}$.

三、(**12** 分)设矩阵 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}2&1&2\\1&1&1\\0&1&3\end{pmatrix}$，且 $\boldsymbol{AB}=\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}$，求 $\left(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{E}\right)^{-1}$ 及矩阵 $\boldsymbol{B}$.

四、已知 $\boldsymbol{\alpha}_1=(1,2,-3,0)^{\mathrm{T}}$， $\boldsymbol{\alpha}_2=(4,1,-2,2)^{\mathrm{T}}$，$\alpha_3=\left(-3,1,-1,-2\right)^{\mathrm{T}}$，$\alpha_4=\left(2,-3,4,2\right)^{\mathrm{T}}$
1）求该向量组的秩 r，并依此判断向量组的线性相关性；(2) 求该向量组的一个极大无关组，并将其余的向量用该极大无关组线性表示.（14 分）

五、（14 分）已知非齐次线性方程组$\begin{cases} x_1 - x_2 + 4x_3 - x_4 = 1 \\ x_1 + x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 3 \\ 3x_1 - x_2 + 6x_3 + x_4 = 5 \\ x_1 + 3x_2 - 8x_3 + 7x_4 = 5 \end{cases}$

(1)求方程组的一个解；(2)求方程组对应的齐次线性方程组（即导出组）的一个基础解系；(3)写出方程组的通解.

六、（14 分）求矩阵 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ 的特征值与特征向量.

七、(6 分)设矩阵 A 满足方程 $A^2+3A-6E=O$，证明 $A-E$ 可逆，并求 $\left(A-E\right)^{-1}$.