18-19(一)线代 A　(A 卷)

一、填空题(本大题共 10 小题，每小题 3 分)：

1、五阶行列式 $a_{41}a_{32}a_{14}a_{53}a_{25}$ 的符号是____________________.

2、设 D 为 4 阶行列式, 第二行的元素为 $-1, 2, 0, 3$，其代数余子式分别为 $5, 3, -7, 4$，则 $D=$______________.

3、 设方阵 A 满足 $A^2-3A+2E=0$, 则 $A^{-1}=$___________________.

4、设 $A=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 0 & 2\end{pmatrix}$,　则 $(2A)^{-1}=$____________________.

5、设 3 阶矩阵 $A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 3 & 2 & 0\\ 4 & 3 & 2\end{pmatrix}$，则 A^*A=___________________.

6、若 $\alpha_1=(1,1,1), \alpha_2=(a,0,b), \alpha_3=(1,3,2)$ 线性相关，则 a,b 应满足关系式______________.

7、设 $\eta_1,\eta_2,\eta_3,\eta_4$ 是非齐次线性方程 $Ax=b$ 的解, 若 $k_1\eta_1+k_2\eta_2+k_3\eta_3+\frac{1}{3}\eta_4$ 也是 $Ax=b$ 的解，则 $k_1+k_2+k_3=$__________________.

8、若齐次线性方程组 $\begin{cases}\lambda x_1+x_2+x_3=0\\ x_1+\lambda x_2+x_3=0\\ x_1+x_2+\lambda x_3=0\end{cases}$ 只有零解，则 λ 应满足__________________.

9、设五阶方阵 $|A|=4$，则 $R(A)=$__________________.

10、 设 3 阶矩阵 A 的特征值为 $2, 3, \lambda$．若行列式 $|2A|$=48, 则 λ=______________.

18-19(一)线代 A (A 卷)

二、（10 分） 计算四阶行列式$D=\begin{vmatrix} 1+x_1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1+x_2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1+x_3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1+x_4 \end{vmatrix}$.

三、**(12 分)** 设矩阵$A=\begin{pmatrix} 4 & 2 & -3 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$，且$\boldsymbol{AB}=\boldsymbol{A}+2\boldsymbol{B}$，求$\left(\boldsymbol{A}-2\boldsymbol{E}\right)^{-1}$及矩阵$\boldsymbol{B}$.

18-19(一)线代 A　(A 卷)

四、（14 分）已知 $\alpha_1=(3,1,1,5)^T$，$\alpha_2=\left(2,1,1,4\right)^T$，$\alpha_3=\left(1,2,1,3\right)^T$，$\alpha_4=\left(5,2,2,4\right)^T$，（1）求该向量组的秩 r，并依此判断向量组的线性相关性；(2)求该向量组的一个极大无关组，并将其余的向量用该极大无关组线性表示.

五、（14 分）已知非齐次线性方程组 $\begin{cases} x_1+x_2+x_3+\ x_4=-1 \\ 4x_1+3x_2+5x_3-x_4=-1 \\ 2x_1+x_2+3x_3-3x_4=1 \end{cases}$. (1)求方程组的一个解；(2)求方程组对应的齐次线性方程组（即导出组）的一个基础解系；(3)写出方程组的通解.

六、(14 分) 求矩阵 $A=\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -4 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ 的特征值与特征向量.

七、(6 分) 已知向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 线性无关，向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\beta$ 线性相关, 证明向量 β 一定可以由向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 线性表示, 且表示法唯一.