

1、已知某炼铁厂的铁水含碳量在正常情况下服从正态分布  $X \sim N(4.55, 1.108^2)$ . 现在测了 5 炉铁水, 其含碳量(%)分别为

4.28    4.40    4.42    4.35    4.37

问若标准差不改变, 总体平均值有无显著性变化 ( $\alpha=0.05$ )?

解 总体  $X \sim N(\mu, 1.108^2)$ , 总体方差已知, 检验总体期望值  $\mu$  是否等于 4.55

(1) 提出待检假设  $H_0: \mu = \mu_0 = 4.55; H_1: \mu \neq \mu_0 = 4.55$ .

(2) 选取统计量  $z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$ , 在  $H_0$  成立的条件下  $z \sim N(0, 1)$

(3) 对于给定的检验水平  $\alpha = 0.05$ , 查表确定临界值  $z_{\alpha/2} = z_{0.025} = 1.96$

(4) 根据样本观察值计算统计量  $Z$  的观察值

$$z_0 = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{(4.364 - 4.55)}{0.108} \times \sqrt{5} = -3.851$$

(5) 判断: 由于  $|z_0| = 3.851 > z_{\alpha/2} = 1.96$ , 故拒绝  $H_0$ , 即认为总体平均值有显著性变化.

2、某种矿砂的 5 个样品中的含镍量(%)经测定为:

3.24    3.26    3.24    3.27    3.25

设含镍量服从正态分布, 问在  $\alpha=0.01$  下能否接收假设: 这批矿砂的含镍量为 3.25.

解 总体  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ , 总体方差未知, 检验总体期望值  $\mu$  是否等于 3.25

(1) 提出待检假设  $H_0: \mu = \mu_0 = 3.25; H_1: \mu \neq \mu_0 = 3.25$ .

(2) 选取统计量  $t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}$ , 在  $H_0$  成立的条件下  $t \sim t(4)$

(3) 对于给定的检验水平  $\alpha = 0.01$ , 查表确定临界值  $t_{\alpha/2}(n-1) = t_{0.005}(4) = 4.6041$

(4) 根据样本观察值计算统计量  $t$  的观察值

$$\bar{x} = 3.252, s = 0.013,$$

$$t_0 = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}} = \frac{(3.252 - 3.25)}{0.013} \times \sqrt{5} = 0.344$$

(5) 判断: 由于  $|t_0| < t_{0.005}(4)$ , 故接受  $H_0$ , 认为这批矿砂的含镍量为 3.25.

3、测量某种溶液中的水分, 从它的 10 个测定值得出  $\bar{x} = 0.452(\%)$ ,  $s = 0.037(\%)$ . 设测定值总体为正态,  $\mu$  为总体均值,  $\sigma$  为总体标准差, 试在水平  $\alpha = 0.05$  下检验.

(1)  $H_0: \mu = 0.5(\%); H_1: \mu < 0.5(\%)$ .

(2)  $H_0: \sigma = 0.04(\%); H_1: \sigma < 0.04(\%)$ .

解 (1) 总体  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ , 总体方差未知, 检验总体期望值  $\mu$  是否小于 0.5

$$\mu_0 = 0.5; n = 10, \alpha = 0.05, t_{\alpha}(n-1) = t_{0.05}(9) = 1.8331,$$

$$\bar{x} = 0.452, s = 0.037,$$

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}} = \frac{(0.452 - 0.5)}{0.037} \times \sqrt{10} = -4.10241,$$

$$t < -t_{0.05}(9) = -1.8331.$$

所以拒绝  $H_0$ , 接受  $H_1$ .

(2) 总体  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ , 总体期望值  $\mu$  未知, 检验总体标准差  $\sigma$  是否小于 0.04

$$\sigma_0^2 = (0.04)^2, n = 10, \alpha = 0.05, \chi_{1-\alpha}^2 = \chi_{0.95}^2(9) = 3.325,$$

$$\bar{x} = 0.452, s = 0.037,$$

$$\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} = \frac{9 \times 0.037^2}{0.04^2} = 7.7006,$$

$$\chi^2 > \chi_{0.95}^2(9).$$

所以接受  $H_0$ , 拒绝  $H_1$ .