一、填空题

1、$AB\cup BC\cup AC$.

2、$P(\overline{A}\overline{B})=P(\overline{A\cup B})=1-P(A\cup B)=1-\left[P(A)+P(B)-P(AB)\right]=1-p-q$.

3、$\because\quad A-B=A-AB$

$\therefore\quad P(A-B)=P(A-AB)=P(A)-P(AB)=P(A)-\left[1-P(\overline{AB})\right]=P(A)+P(\overline{AB})-1$

$\therefore\quad P(\overline{AB})=P(A-B)-P(A)+1=0.3-0.7+1=0.6$

4、$\because\quad P(AB)=0$ 且 $ABC\subset AB$

$\therefore\quad 0\le P(ABC)\le P(AB)=0$

$\therefore\quad P(ABC)=0$

$\therefore\quad P(A\cup B\cup C)=P(A)+P(B)+P(C)-P(AB)-P(BC)-P(AC)+P(ABC)$

$$=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{3}-0-0-\frac{1}{12}+0=\frac{3}{4}$$

5、$p=\dfrac{C_4^2}{C_9^2}=\dfrac{1}{6}$

二、计算题

1、从 52 张扑克牌中任意取出 13 张,问有 5 张黑桃,3 张红心,3 张方块,2 张梅花的概率是多少？

解 设 $A=$”取出的 13 张牌中有 5 张黑桃,3 张红心,3 张方块,2 张梅花”,则

$$P(A)=\frac{C_{13}^5C_{13}^3C_{13}^3C_{13}^2}{C_{52}^{13}}$$

2、从一批由 45 件正品,5 件次品组成的产品中任取三件,求其中恰的一件次品的概率.

解 设 $A=$”任取的三件产品中恰的一件次品”,则

$$P(A)=\frac{C_{45}^2C_5^1}{C_{50}^3}=\frac{99}{392}\approx 0.253$$

3、在电话号码簿中任取一电话号码,求后面 4 个数全不相同的概率(设后面 4 个数中的每一个数都等可能地取自 0,1,2,……,9).

解 由于电话号码中的数字允许重复,故电话号码中后面 4 位数的所有可能排列数为10^4,但如果要求 4 个数全不相同,则只能从 10 个数字中任取 4 个作无重复排列,排列数为 P_{10}^4.故所求概率为

$$p=\frac{A_{10}^4}{10^4}=\frac{63}{125}=0.504.$$

4、一个袋内装有大小相同的 7 个球,其中 4 个是白球,3 个是黑球,从中一次抽取 3 个,计算至少有两个是白球的概率.

解 设 $A=$” 抽取的 3 个球中至少有两个是白球”,则

$$P(A)=\frac{C_4^2C_3^1+C_4^3}{C_7^3}=\frac{22}{35}$$

5、从 5 双不同的鞋子中任取 4 只,求这 4 只鞋子中至少有两只鞋子配成一双的概率.

解法一 设 $A=$”4 只鞋子中至少有两只鞋子配成一双”,则 $\overline{A}=$”4 只鞋子中没有两只鞋子配成一双”,于是

$$P(A)=1-P(\overline{A})=1-\frac{C_5^4C_2^1C_2^1C_2^1C_2^1}{C_{10}^4}=1-\frac{8}{21}=\frac{13}{21}$$

(注:$C_5^4C_2^1C_2^1C_2^1C_2^1$表示先从 5 双鞋子中取出 4 双,然后从每双的两只鞋子中任取一只的组合数).

解法二 设 $A=$”4 只鞋子中至少有两只鞋子配成一双”,则 $\bar{A}=$”4 只鞋子中没有两只鞋子配成一双”,要使 4 只鞋子中没有两只鞋子配成一双可问题看成从 10 只鞋子任取 4 只进行排列,第一个位置可从 10 只鞋子任取 1 只,有 C_{10}^1 种取法;由于在剩余的 9 只中有 1 只与前面取走的那一只同一双,故第二个位置可从 8 只鞋子任取 1 只,有 C_8^1 种取法;同理第三个位置可从 6 只鞋子任取 1 只,有 C_6^1 种取法;第四个位置可从 4 只鞋子任取 1 只,有 C_4^1 种取法.于是

$$P(A)=1-P(\bar{A})=1-\frac{A_{10}^1A_8^1A_6^1A_4^1}{A_{10}^4}=\frac{13}{21}$$

解法三 设 $A=$”4 只鞋子中至少有两只鞋子配成一双”,则有两种可能的情况:一种是 4 只鞋子只配成一双,这时先从 5 双只任取一双,有 C_5^1 种取法,再从剩余的 4 双中任取 2 双,有 C_4^2 种取法,最后在这 2 双鞋子中各取 1 只,有 $C_2^1\cdot C_2^1$ 种取法.另一种情况是 4 只鞋子只配成 2 双,这时从 5 双只任取 2 双,有 C_5^2 种取法.于是

$$P(A)=\frac{C_5^1C_4^2C_2^1C_2^1+C_5^2}{C_{10}^4}=\frac{13}{21}$$

注 一种看似正确但实际上是错误的解法

解 设 $A=$”4 只鞋子中至少有两只鞋子配成一双”,则可从 5 双只任取一双,有 C_5^1 种取法,再从剩余的 8 只鞋子中任取 2 只,有 C_8^2 种取法.于是

$$P(A)=\frac{C_5^1C_8^2}{C_{10}^4}=\frac{2}{3}$$

分析 答案之所以与前面几种解法结果不一样，原因在于这里出现了重复计算的问题。考虑后面取出的两只正好是一双的情况，这时取出的四只鞋子正好配成两双。如果给这两双鞋子编个号码，分别为第 i 号和第 j 号，取出的两双鞋子包含两种情况：一种情况是前面取出的 i 号鞋，而后面取出的是 j 号鞋；另一种情况是前面取出的 j 号鞋，而后面取出的是 i 号鞋.这两种情况的结果实际是一样，在这里重复计算了。重复数就是从 5 双鞋子中任取两双的组合数 $\mathbf{C}_5^2$，故正确的解法是：

$$P(A)=\frac{C_5^1C_8^2-C_5^2}{C_{10}^4}=\frac{13}{21}$$

6、两人约定上午 9：00~10：00 在公园会面,求一人要等另一人半小时以上的概率.

解 设两人到达时刻为 x,y,则 $0\le x,y\le 60$.事件“一人要等另一人半小时以上”等价于 $|x-y|>30$.如图阴影部分所示.于是所求概率为

$$P=\frac{2\times\frac{1}{2}\times30\times30}{60\times60}=\frac{1}{4}$$