第四讲 逻辑函数的表示方法及转换

本讲内容:

一、逻辑函数的几种表示方法

二、各种表示方法之间的相互转换

三、本章小结

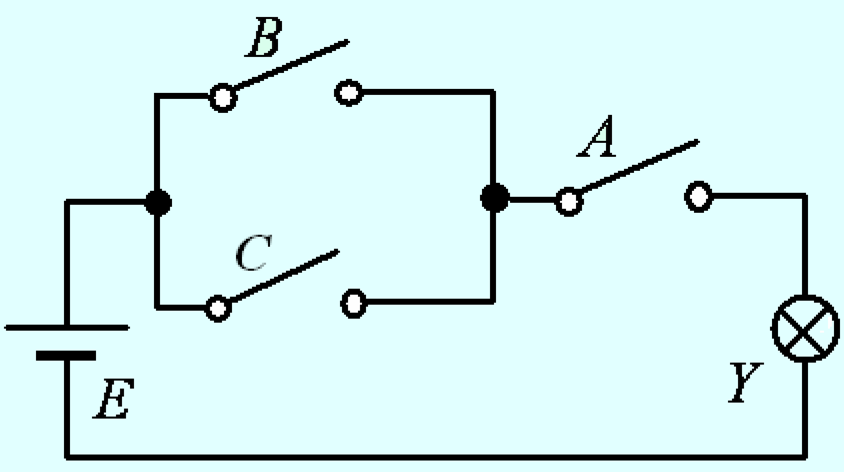
1 1 1

1.3 逻辑函数的表示方法及其相互之间的互换

一、逻辑函数的几种表示方法

常用逻辑函数的表示方法有：逻辑真值表（真值表）、逻辑函数式（逻辑式或函数式）、逻辑图、波形图、卡诺图及硬件描述语言。它们之间可以相互转换。

例：一举重裁判电路



电路图

1 真值表

设*A*、*B*、*C*为1表示开关闭合，0表示开关断开；

*Y*为1表示灯亮，为0表示灯暗

将输入、输出的所有可能状态一一对应地列出。

输	入		输 出
A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

请注意

n个变量可以有2^n个组合，一般按二进制的顺序，输出与输入状态一一对应，列出所有可能的状态。

2 卡诺图

真值表的一种方块图表达形式。

$A \backslash BC$	00	01	11	10
0	0	0	0	0
1	0	1	1	1

$$Y = AB + AC$$

3 函数式

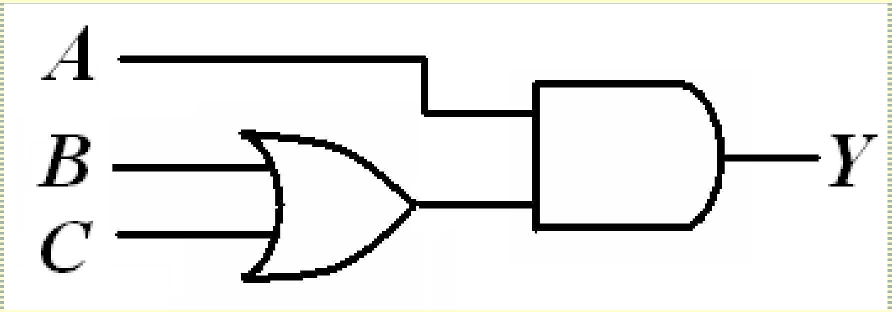
把逻辑函数的输入、输出关系写成与、或、非等逻辑运算的组合式，即逻辑代数式，又称为逻辑函数式，通常采用“与或”的形式。

如举重裁判电路的函数式：

$$
\begin{aligned}
Y &= A\overline{B}C + AB\overline{C} + ABC \\
&= A(B + C)
\end{aligned}
$$

4 逻辑图

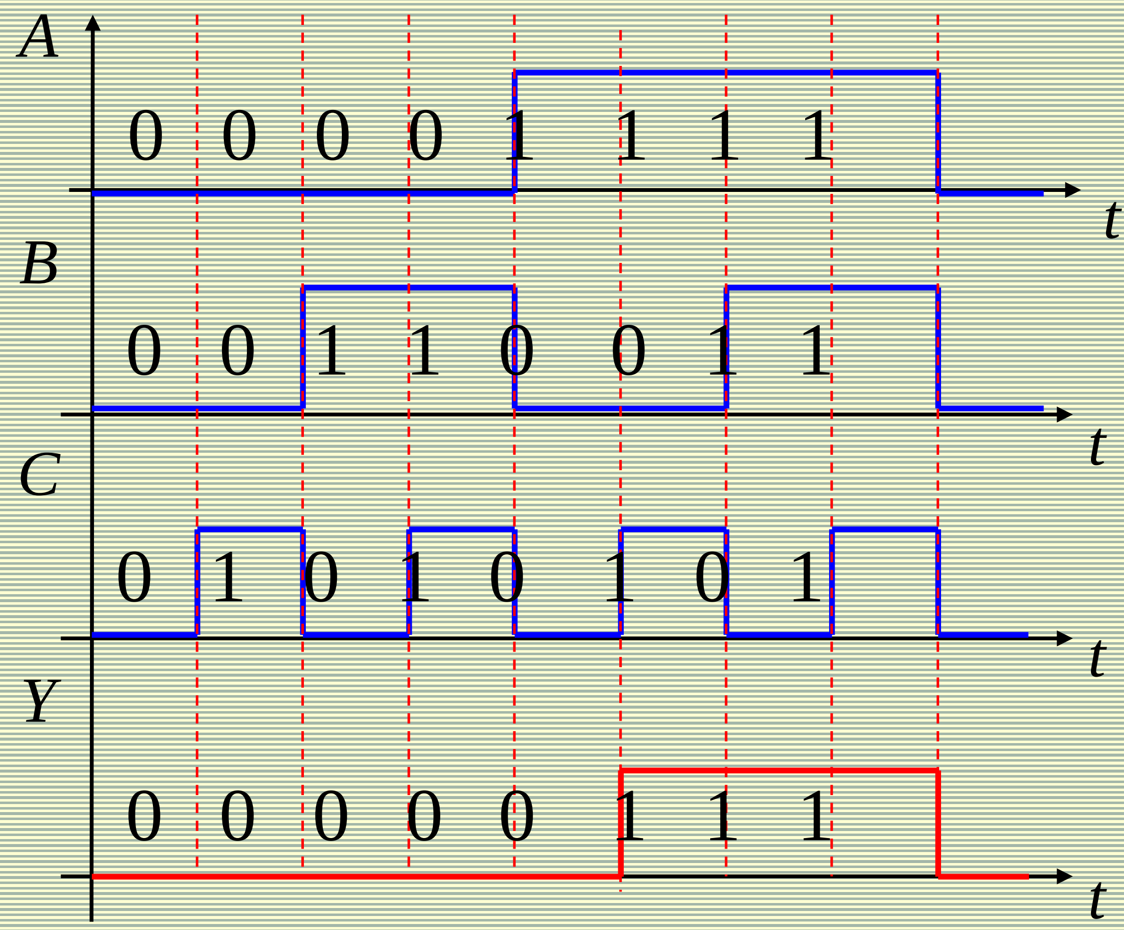
把相应的逻辑关系用逻辑符号和连线表示出来。



$$Y = A(B + C)$$

5 波形图 $Y = A(B + C)$

将输入变量所有取值可能与对应输出按时间顺序排列起来画成时间波形。也称时序图。



各种表示方法之间的相互转换

例2.5.1

1、真值表→逻辑函数式

方法:将真值表中为1的项相加，写成 “与或式”。

$$Y = \bar{A}BC + A\bar{B}C + AB\bar{C}$$

A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

2、逻辑式→真值表

方法:将输入变量取值的所有组合状态逐一带入逻辑式求函数值, 列成表即得真值表。

例2.5.2

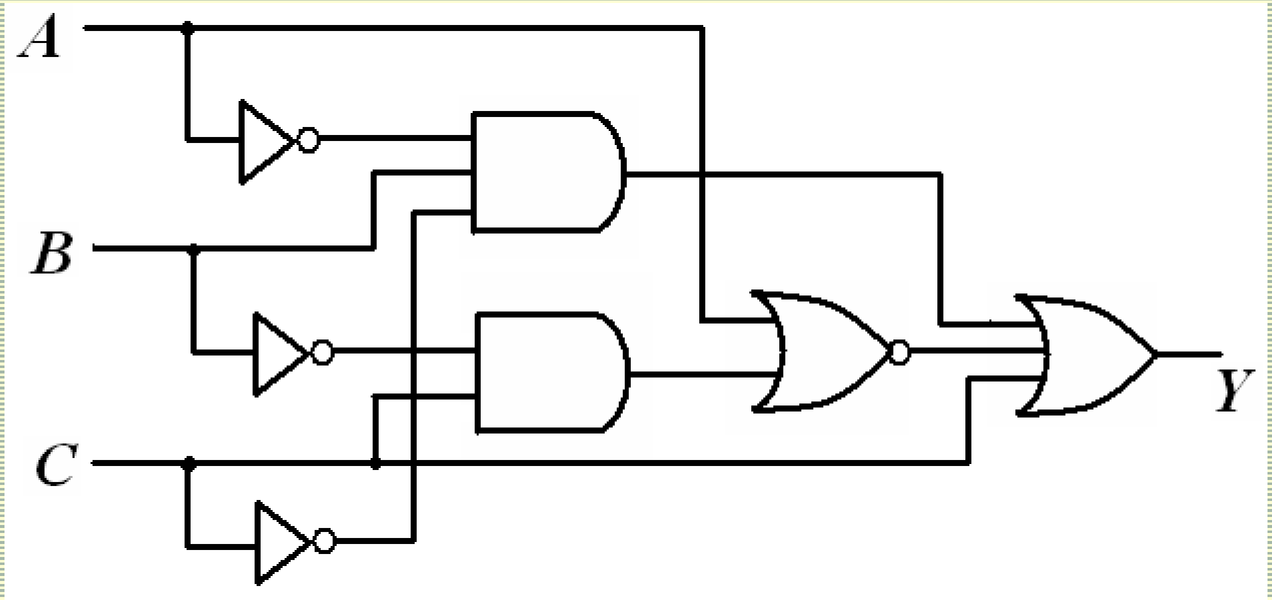
$$Y = A + \overline{B}C + \overline{A}B\overline{C}$$

A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

3、逻辑式→逻辑图

方法:用图形符号代替逻辑式中的运算符号并按运算优先顺序将它们连接起来,就可以得到所求的逻辑图.

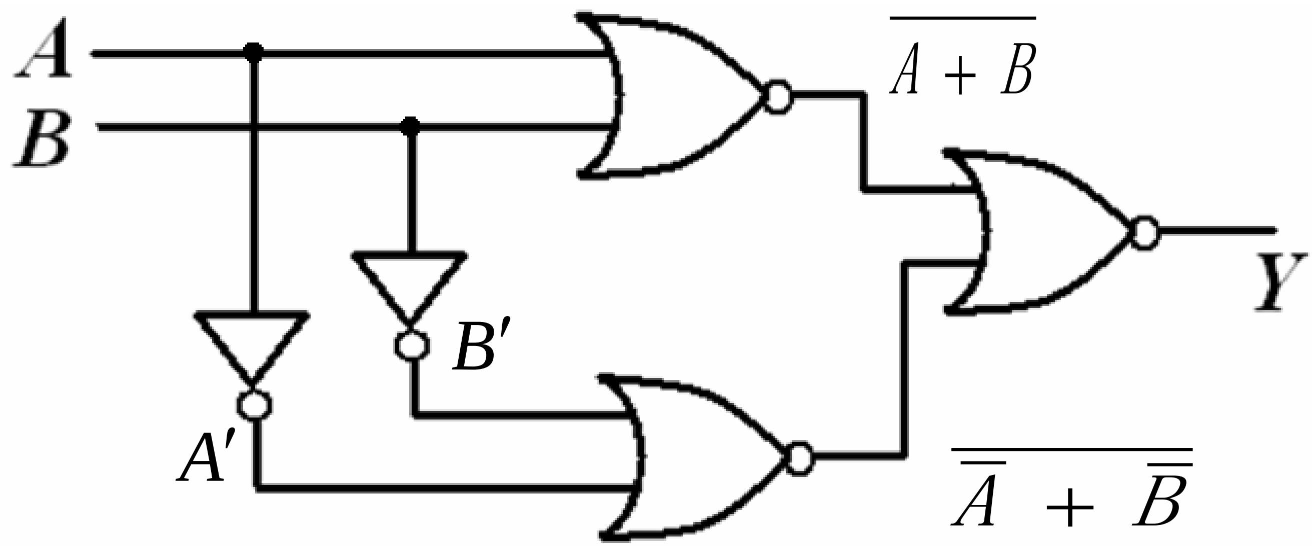
例2.5.3　$Y = \overline{A + \overline{B}C} + \overline{A}B\overline{C} + C$



4、逻辑图→逻辑式

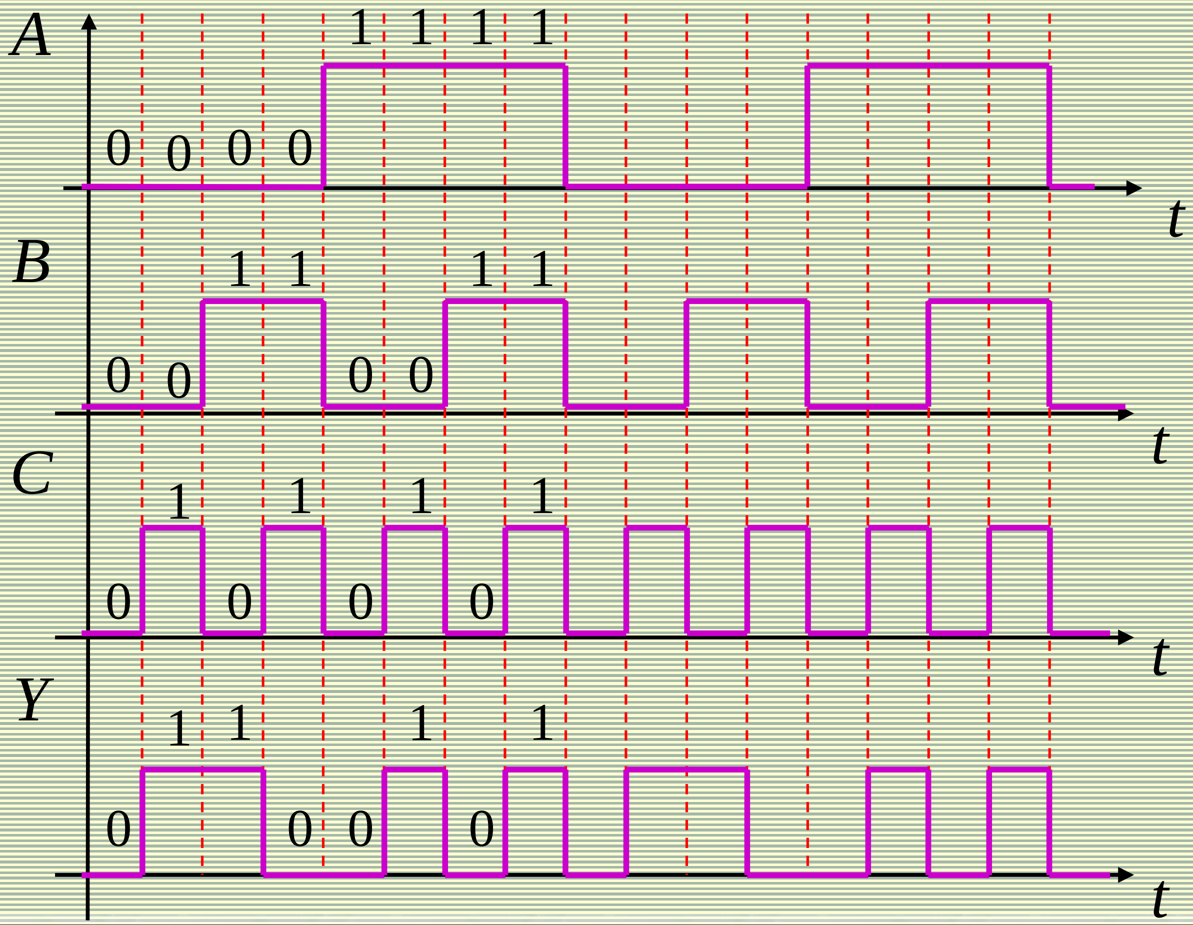
方法:从输入端到输出端逐级写出每个图形符号输出的逻辑式，即得到输出端的逻辑函数式.

例2.5.4



5、波形图→真值表

方法：从波形图上找出每个时间段里输入变量与函数输出的取值，然后将这些输入、输出取值对应列表，就可得到所求的真值表



A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

第一章 小 结

一、数制和码制

1. 数制：计数方法或计数体制（由基数和位权组成）

种类	基数	位权	应用	备注
十进制	0 ~ 9	10^i	日常	
二进制	0，1	2^i	数字电路	$2 = 2^1$
八进制	0 ~ 7	8^i	计算机程序	$8 = 2^3$
十六进制	0 ~ 9，A ~F	16^i	计算机程序	$16 = 2^4$

各种数制之间的相互转换，特别是十进制→二进制的转换，要求熟练掌握。

2. 码制：常用的 BCD 码有 8421 码、2421 码、5421 码、余 3 码等，其中以 8421 码使用最广泛。

［练习］完成下列数制和码制之间的相互转换

1. $(37)_{10} = (\overset{32}{1}\,0\,0\,\overset{4}{1}\,0\,\overset{1}{1})_2 = (45)_8 = (25)_{16}$

2. $(53)_8 = (\overset{32}{1}\,0\,\overset{8}{1}\;\;0\,\overset{2}{1}\,\overset{1}{1})_2 = (43)_{10} = (2B)_{16}$

3. $(2DE)_{16} = (\overset{512}{1}\,0\;\;\overset{128}{1}\,\overset{64}{1}\,0\,\overset{16}{1}\;\;\overset{8}{1}\,\overset{4}{1}\,\overset{2}{1}\,0)_2 = (734)_{10}$

4. $(151)_{10} = (\overset{128}{1}\,0\,0\,\overset{16}{1}\,0\,\overset{4}{1}\,\overset{2}{1}\,\overset{1}{1})_2 = (0001\;\;0101\;\;0001)_{8421BCD}$

5. $(10\;\;1001)_{8421BCD} = (29)_D = (\overset{16}{1}\,\overset{8}{1}\,\overset{4}{1}\,0\,\overset{1}{1})_B$

二、常用逻辑关系及运算

1. 三种基本逻辑运算：　与 、或、非

2. 四种复合逻辑运算：　与非 、或非、与或非、异或

真值表　　函数式　　逻辑符号

三、逻辑代数的公式和定理

是推演、变换和化简逻辑函数的依据，有些与普通代数相同，有些则完全不同，要认真加以区别。这些定理中，摩根定理最为常用。

[练习] 求下列函数的反函数（用摩根定理），并化简。

$$Y = A\cdot\overline{B+\overline{C}}+\overline{A}D$$

[解] $\overline{Y} = \overline{A\cdot\overline{B+\overline{C}}+\overline{A}D} = \overline{A\cdot\overline{B+\overline{C}}}\cdot\overline{\overline{A}D} = (\overline{A}+B+\overline{C})(A+\overline{D})$

$$= \overline{A}\,\overline{D}+AB+B\overline{D}+A\overline{C}+\overline{C}\,\overline{D} = \overline{A}\,\overline{D}+AB+A\overline{C}$$

四、逻辑函数的化简法

化简的目的是为了获得最简逻辑函数式，从而使逻辑电路简单、成本低、可靠性高。化简的方法主要有公式化简法和图形化简法两种。

1. 公式化简法：可化简任何复杂的逻辑函数，但要求能熟练和灵活运用逻辑代数的各种公式和定理，并要求具有一定的运算技巧和经验。

2. 图形化简法：简单、直观，不易出错，有一定的步骤和方法可循。但是，当函数的变量个数多于六个时，就失去了优点，没有实用价值。

约束项：（无关项）可以取 0，也可以取 1，它的取值对逻辑函数值没有影响，应充分利用这一特点化简逻辑函数，以得到更为满意的化简结果。

[练习] 用公式法将下列函数化简为最简与或式。

$$(1)\ Y = \overline{\overline{A}BC + ABD + BE} + \overline{(DE + A\overline{D})\ \overline{B}}$$

$$= \overline{B} + \overline{\overline{A}C + AD + E} + \overline{DE + A\overline{D}} + B$$

$$= 1$$

$$(2)\ Y = AC + \overline{B}C + B\overline{D} + C\overline{D} + A(B + \overline{C}) + \overline{A}BC\overline{D} + A\overline{B}DE$$

$$= AC + \overline{B}C + B\overline{D} + C\overline{D} + A \cdot \overline{\overline{B}C} + A\overline{B}DE$$

$$= AC + \overline{B}C + B\overline{D} + C\overline{D} + A + A\overline{B}DE$$

$$= A + \overline{B}C + B\overline{D} + C\overline{D}$$

$$= A + \overline{B}C + B\overline{D}$$

[练习] 用图形法将下列函数化简为最简与或式。

$$1.\ Y = A\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D} + \overline{A}B + \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{D} + B\overline{C} + BCD$$

[解]（1） 画函数的卡诺图

（2） 合并最小项：画包围圈

（3） 写出最简与或表达式

$$Y = \overline{A}\,\overline{D} + BD + \overline{C}\,\overline{D}$$

$AB \backslash CD$	00	01	11	10
00	1			1
01	1	1	1	1
11	1	1	1	
10	1			

$\overline{A}\,\overline{D}$

BD

$\overline{C}\,\overline{D}$

2. $F(A,B,C,D)$

$$=\sum_m(0,1,2,8,9)+\sum_d(10,11,12,13,14,15)$$

[解]（1） 画函数的卡诺图

$AB \backslash CD$	00	01	11	10
00	1	1		1
01				
11	×	×	×	×
10	1	1	×	×

$\overline{B}\,\overline{C}$

$\overline{B}\,\overline{D}$

（2） 合并最小项：
画包围圈

（3） 写出最简与或表达式

$$\begin{cases} Y=\overline{B}\,\overline{C}+\overline{B}\,\overline{D} \\ \sum_d(10,11,12,13,14,15)=0 \end{cases}$$

五、逻辑函数常用的表示方法：

真值表、卡诺图、函数式、逻辑图和波形图。

它们各有特点，但本质相同，可以相互转换。尤其是由真值表 → 逻辑图 和 逻辑图 → 真值表， 在逻辑电路的分析和设计中经常用到，必须熟练掌握。