试卷编号 16 拟题教研室 (或教师) 签名 公共数学 (一) 教研室主任签名 ________

长沙理工大学考试试卷

课程名称(含档次) 高等数学 B(二) 课程代号 001680

专 业 ________ 层次 (本部、城南) 本 部 考试方式 (开、闭卷) 闭 卷

一. 填空题 (本题总分 20 分，每小题 4 分)

1. 已知 $\vec{a}\cdot\vec{b}=15, |\vec{a}|=3$, 则 $Prj_{\vec{a}}\vec{b}=$ ________

2. 设函数 $z=f(x^2+y^2, x^2-y^2, 2xy)$, 其中 f 具有连续的一阶偏导数, 则 $dz=$ ________.

3. 函数 $u=xy^2z$ 在点 $P(2,-1,1)$ 处沿 ________ 方向的方向导数最大.

4. 将二次积分 $\int_1^2 dx\int_{2-x}^{\sqrt{2x-x^2}} f(x,y)dy$ 交换积分次序后得 ________.

5. $\lim\limits_{(x,y)\longrightarrow(1,0)} \dfrac{\ln(x+e^y)}{\sqrt{x^2+y^2}}=$ ________.

二. 计算题（本题总分 42 分，每小题 7 分）

1. 计算积分 $\int_0^1 dx\int_{x^2}^{x}\dfrac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}dy$。

2. 求曲线 $x=\dfrac{t}{1+t}, y=\dfrac{1+t}{t}, z=t^2$ 的平行于直线 $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{-4}=\dfrac{z+1}{8}$ 的切线方程，并求过此切点的法平面方程。

3. 设有一物体，占有空间区域 $\Omega=\{(x,y,z)|0\le x\le 1, 0\le y\le 1, 0\le z\le 1\}$, 在点 (x,y,z) 处的密度为 $\rho(x,y,z)=x+y+z$, 计算该物体的质量。

4. 求 $\int_L (x+y)ds$, 其中 L 为以 $A(1,0), B(0,1), O(0,0)$ 为顶点的三角形边界.

5. 计算 $\int_L (2xy^3-y^2\cos x+2)dx+(3-2y\sin x+3x^2y^2)dy$, 其中 L 为在抛物线 $2x=\pi y^2$ 上由点 $(0,0)$ 到 $A(\pi/2,1)$ 的弧段。

6. 判别级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\dfrac{n^3}{3^n}$ 是否收敛，若收敛，是条件收敛还是绝对收敛？

三.(10 分) 求幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n(n+1)}{2}x^{n-1}$ 的和。

四.(10 分) 已知点 $A(1,0,0)$ 及 $B(0,2,1)$, 试在 z 轴上求一点 C, 使 $\triangle ABC$ 的面积最小。

五.(10 分) 求过点 $A(1,1,1)$ 及平面 $x+5y+2z=0$ 与 $x-z+4=0$ 的交线的平面方程。

六.(8 分) 设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内具有一阶连续导数, L 是上半平面内的有向分段光滑曲线, 记 $I=\int_L(\dfrac{2}{y}+yf(xy))dx+(xf(xy)-\dfrac{2x}{y^2})dy$.

(1) 试证曲面积分与路径无关；(2) 若 L 的起点为 $(3,1)$，终点为 $(1,3)$，求 I。