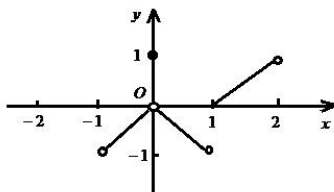


本部高等数学 A (一) 期末考试试卷一

一、单项选择题：1~5 小题，每小题 4 分，共 20 分。下列每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，请将所选项前的字母写在答题纸上。

1、对下图所示的函数，下列陈述中正确的有_____个。



(1) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ 不存在; (2) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ 不存在; (3) $f(x)$ 在 $x=1$ 处右连续;

(4) $x=0$ 是 $f(x)$ 的可去间断点; (5) $x=1$ 是 $f(x)$ 的跳跃间断点。

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

2、当 $x \rightarrow 0$ 时，下列变量中，为 x 的三阶无穷小的是_____。

(A) $x^3(e^x - 1)$ (B) $1 - \cos x$ (C) $\sin x - x$ (D) $\ln(1+x)$

3、设函数 $g(x)$ 可微， $h(x) = e^{1+g(x)}$ ， $g'(1) = 2$ ， $h'(1) = 1$ ，则 $g(1)$ 的值为_____。

(A) $\ln 2 - 1$ (B) $-\ln 2 - 1$ (C) $-\ln 3 - 1$ (D) $\ln 3 - 1$

4、设 $f(x)$ 是连续函数，且 $F(x) = \int_x^{e^{-x}} f(t) dt$ ，则 $F'(x) =$ _____。

(A) $-e^{-x} f(e^{-x}) - f(x)$ (B) $-e^{-x} f(e^{-x}) + f(x)$

(C) $e^{-x} f(e^{-x}) - f(x)$ (D) $e^{-x} f(e^{-x}) + f(x)$

5、设 $y = \frac{1}{2}e^{2x} + \left(x - \frac{1}{3}\right)e^x$ 是二阶常系数非齐次线性微分方程 $y'' + ay' + by = ce^x$ 的一个特解，则_____。

(A) $a=3, b=2, c=1$ (B) $a=3, b=2, c=-1$

(C) $a=-3, b=2, c=1$ (D) $a=-3, b=2, c=-1$

二、填空题：6~10 小题，每小题 4 分，共 20 分。请将答案写在答题纸上。

6、已知 $f'(3) = 2$ ，则 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3-h) - f(3)}{2h} =$ _____。

7、极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \sin x + x^2 \cos \frac{1}{x}}{(1 + \cos x) \ln(1 + x)} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

8、设 $f(x)$ 为连续函数，则 $d \int f(x) dx = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

9、反常积分 $\int_e^{+\infty} \frac{dx}{x \ln^2 x} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

10、微分方程 $2xydx - dy = 0$ 的通解是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

三、解答题：11~17 小题，共 60 分。请将解答写在答题纸上。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

11、求极限： $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1+x}{x} \right)^{2x}$ 。 (本题满分 8 分)

12、设 $y = \ln \cos(e^x)$ ，求 $\frac{dy}{dx}$ 。 (本题满分 8 分)

13、求不定积分： $\int \frac{\arctan \sqrt{x}}{\sqrt{x}(1+x)} dx$ 。 (本题满分 8 分)

14、设函数 $y = y(x)$ 由参数方程 $\begin{cases} x = 1 + t^2 \\ y = \cos t \end{cases}$ 确定，求 $\frac{d^2 y}{dx^2}$ 。 (本题满分 8 分)

15、求微分方程 $y'' + 2y' - 3y = e^{-3x}$ 的通解。 (本题满分 8 分)

16、设 $f(x) = \begin{cases} \frac{x+2}{\sqrt{2x+1}}, & x \geq 0 \\ e^{-x}, & x < 0 \end{cases}$ ，求 $\int_{-1}^5 f(x-1) dx$ 。 (本题满分 10 分)

17、证明：当 $x > 0$ 时， $(x^2 + 2x + 2)e^{-x} < 2$ 。 (本题满分 10 分)