长沙理工大学考试试卷

试卷编号 2 拟题教研室（或教师）签名________ 教研室主任签名________

课程名称（含档次） 复变函数与积分变换 B 课程代号 0701000135

专 业 各专业 层次（本、专） 本科 考试方式（开、闭卷） 闭卷

一、选择题：（本题总分 15 分，每小题 3 分）

1、若函数 $w=f(z)$ 在点 z_0 ________，则称 $f(z)$ 在点 z_0 解析。

A. 连续　　B. 可导　　C. 可微　　D. 某一邻域内可微

2. 下列级数中，绝对收敛的是（　　）

A. $\sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{i}{n^2}+\left(\frac{2}{3}\right)^n\right]$　　B. $\sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{(-1)^n}{n}+\frac{i}{n^2}\right]$

C. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n+i}{\sqrt{n+1}}$　　D. $\sum_{n=1}^{\infty}(1+\sqrt{3}i)^n$

3. 在下列复数中，使得 $e^z=3$ 成立的是（　　）。

A、$z=\sqrt{3}$；　　B、$z=\ln 3+2k\pi i$，k 为整数；

C、$z=\ln 3$；　　D、$z=\ln 3+\pi i$

4.设 C 为上半单位圆，则 $\int_C |z| dz=$________（C 为逆时针方向）

A. 0　　B. πi　　C. -2　　D. $2i$

5. $z=0$ 为函数 $f(z)=\frac{(1-\cos z)\ln(1+z)\sin^2 z}{2z^4(e^z-1)}$ 的

A.本性奇点；　　B.可去奇点；　　C.二级极点；　　D. 连续点.

二、 填空题（本题总分 15 分，每小题 3 分）

1. $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2022}=$________。　　2. $\lim_{n\to\infty}\left(\frac{3-4i}{6}\right)^n=$________。

3. $\mathrm{Res}\left(\frac{e^z}{z^2-1},1\right)=$________。

4. $\oint_{|z|=1}\frac{\cos z+e^z}{2z-4i}dz=$________。

5、 幂级数$\sum_{n=1}^{\infty} nz^{n+1}$在$|z|<1$内的和函数是________。

三、计算下列各式的值（本题总分 20 分，每小题 5 分）

1、 $\sqrt[4]{1+i}$　2、 $Ln(-i)$　3、 $(1+i)^i$　4、 $\exp[\frac{(1+i)\pi i}{3}]$

四、解答下列各题 (本题总分 20 分，每小题 5 分)

1、 $f(z)=e^x(x\cos y-y\sin y)+ie^x(y\cos y+x\sin y)$是否在 Z 平面上解析？

如果是，求其导函数。

2、函数$u(x,y)=e^x\cos y+2xy$，求函数$v(x,y)$使$f=u+iv$为解析函数，并求$f(z)$。

3、求函数$f(z)=\frac{1}{(z+1)(1-z)^2}$在$0<|z-1|<2$内的罗朗展开式。

4、函数$f(z)=\frac{1}{(1+z^2)(1+e^{\pi z})}$有哪些有限奇点？如果是极点，指出它们的级。

z=-1

五. 计算下列积分(本题总分 24 分，每小题 6 分)

1、 $\int_C\left[(x-y)+ix^2\right]dz$，积分路径 C 为自原点沿虚轴到$i$，再由$i$沿水平方向到$1+i$的折线。

2、 $\int_{|z|=1} e^{z+1}\sin z dz+\frac{1}{2\pi i}\int_{|z|=3}\frac{dz}{(z-1)(z-4)}$。

3、 $\oint_{|z|=3}\frac{e^z}{z(1-z)^3}dz$。

4. $\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{x^2}{(x^2+a^2)(x^2+b^2)}dx,(a>0,b>0)$。

六、(本题总分 6 分）利用拉氏变换求微分方程$y''+y=t$，满足初值条件$y(0)=1$，$y'(0)=-2$的解。

（注：本卷所有的闭路积分中积分曲线均为正向！）