

长沙理工大学考试试卷

课程名称（含档次）：高等数学 A (二) (本部期末) 课程代号：0701000215
专业：本部电气、物电等 层次（本、专）：本科 考试方式：闭卷

一、选择题（本大题总分 20 分，共计 5 小题，每题 4 分）

1. 以点 $A(1,1,1)$ 、 $B(5,2,0)$ 、 $C(2,5,0)$ 、 $D(1,2,4)$ 为顶点的四面体体积为（ ）。
A. 12 B. 8 C. 4 D. 3
2. 使 $x^2 \frac{\partial z}{\partial x} + y^2 \frac{\partial z}{\partial y} = 2z$ 成立的是（ ）。
A. $z = e^{\frac{1}{x+y}}$ B. $z = e^{-\left(\frac{1}{x+y}\right)}$ C. $z = e^{-\frac{1}{x}}$ D. $z = e^{-\frac{1}{y}}$
3. 设 D 是由 $x = y^2$ 、 $x = -y^2$ 、 $y = 1$ 所围成的闭区域，则 $\iint_D x \sqrt{x^2 + y^2} d\sigma =$ （ ）。
A. 0 B. 4 C. -1 D. 1
4. 设 Σ 为平面 $x = a$ 、 $y = a$ 、 $z = a$ ($a > 0$) 及三个坐标面所围成的立体的表面的外侧，
则 $\iint_{\Sigma} (y^2 z - x) dy dz + (z^2 x - y) dz dx + (x^2 y - z) dx dy =$ （ ）。
A. a^3 B. $-a^3$ C. $3a^3$ D. $-3a^3$
5. 若 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛，则（ ）。
A. $\sum_{n=1}^{\infty} |u_n|$ 收敛 B. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n u_n$ 收敛
C. $\sum_{n=1}^{\infty} u_n u_{n+1}$ 收敛 D. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{u_n + u_{n+1}}{2}$ 收敛

二、填空题（本大题总分 20 分，共计 5 小题，每题 4 分）

1. 设函数 $F(u, v)$ 具有一阶连续偏导数， $F_u(0,1)=2$ ， $F_v(0,1)=-3$ ，则曲面
 $F(x-y+z, xy-yz+zx)=0$ 在点 $(2,1,-1)$ 处的切平面方程为_____。
2. 设函数 $f(x, y, z) = \left(\frac{x}{y}\right)^{\frac{1}{z}}$ ，则 $df(1,1,1) =$ _____。

3. 将二次积分 $\int_0^1 dx \int_x^{\sqrt{x}} f(x, y) dy$ 化为极坐标形式的二次积分为_____。
4. 设 Ω 是由 $xy = z$ 、 $x + y = 1$ 、 $z = 0$ 所围成的闭区域，则把三重积分 $\iiint_{\Omega} f(x, y, z) dv$ 化为积分次序为 $z \rightarrow y \rightarrow x$ 的三次积分是_____。
5. 将函数 $f(x) = \ln(2 + 3x)$ 展开成 x 的幂级数为_____。

三、计算题（本大题总分 50 分，共计 5 小题，每题 10 分）

1. 设 $e^z - xyz = 0$ ，求 $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ 。
2. 求函数 $f(x, y) = (6x - x^2)(4y - y^2)$ 的极值。
3. 计算 $\int_L (x^2 - y) dx - (x + \sin^2 y) dy$ ，其中 L 是在圆周 $y = \sqrt{2x - x^2}$ 上由点 $(0, 0)$ 到点 $(1, 1)$ 的一段弧。
4. 计算 $\iint_{\Sigma} \left(2x + \frac{4}{3}y + z \right) dS$ ，其中 Σ 为平面 $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1$ 在第一卦限的部分。
5. 求级数 $\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{(n^2 - n)}{2^n}$ 的和。

四、证明题（本题 10 分，共计 1 小题）

证明级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{nx}{4 + n^5 x^2}$ 在 $x \in (-\infty, +\infty)$ 内绝对收敛。