试卷编号 15 拟题教研室 (或教师) 签名 公共数学 (一) 教研室主任签名 ______

长沙理工大学考试试卷

课程名称(含档次) 高等数学 B(二) 课程代号 001680

专 业 ______ 层次 (本部、城南) 本 部 考试方式 (开、闭卷) 闭 卷

一. 填空题 (本题总分 20 分，每小题 4 分)

1. 与直线 $\begin{cases} x+y-z=0 \\ 2x-3y-z+2=0 \end{cases}$ 共线的单位向量为 ______

2. 设 $f(x,y)=x^2+y^2, \phi(x,y)=x^2-y^2$, 则 $f[\phi(x,y),y^2]=$ ______.

3. 设函数 $u=\ln(x+y^2+z^2)$, 则 $\mathrm{grad}u(0,1,2)=$ ______.

4. 化二次积分 $\int_0^1 dx\int_{x^2}^{x} f(x^2+y^2)dy$ 为极坐标形式的二次积分为 ______.

5. 设 $z=e^{x-2y}$, 而 $x=\sin t, y=t^3$, , 则 $\dfrac{dz}{dt}=$ ______.

二. 计算题（本题总分 42 分，每小题 7 分）

1. 设函数 $u=f(xy,y)$，其中 f 具有连续的二阶偏导数，求 $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x\partial y};\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2}$.

2. 计算二重积分 $\iint_D \arctan\dfrac{y}{x}dy$, 其中 D 是由圆周 $x^2+y^2=4, x^2+y^2=1$ 及直线 $y=0$, $y=x$ 所围成的在第一象限内的闭区域。

3. 求曲线 $\begin{cases} x^2+y^2+z^2=2x \\ x-y+z-2=0 \end{cases}$ 在点 $M_0(1,0,1)$ 的切线及法平面方程。

4. 计算 $\iiint_\Omega xy^2zdxdydz$, 其中 Ω 是曲面 $z=xy$ 与平面 $y=x$, $x=1$ 和 $z=0$ 所围成。

5. 计算 $\int_L (x^3+3x^2y-y^3)dx+(x^3-3y^2x+y^3)dy$, 其中 L 是从点 $O(0,0)$ 沿 $y=\sqrt{\sin x}$ 到点 $A(\pi/2,1)$ 的弧段。

6. 判别级数 $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\dfrac{n^3}{2^n}$ 是否收敛，若收敛，是条件收敛还是绝对收敛。

三.(10 分) 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} nx^n$ 的和, 并计算 $\lim\limits_{n\longrightarrow+\infty}(\dfrac{1}{a}+\dfrac{2}{a^2}+\cdots+\dfrac{n}{a^n})$ 的值 $(a>0)$。

四.(10 分) 求由方程 $x^2+y^2+z^2-2x+2y-4z-3=0$ 确定的函数 $z=f(x,y)$ 的极值。

五.(10 分) 求通过点 $A(1,0,0)$ 和 $B(0,0,1)$ 且与 xoy 面成 $\dfrac{\pi}{3}$ 角的平面的方程。

六.(8 分) 试证曲面 $\sqrt{x}+\sqrt{y}+\sqrt{z}=\sqrt{a}(a>0)$ 上任何点处的切平面在各坐标轴上的截距之和等于 a。