

课程名称(含档次): 高等数学 A(二) (本部期末)课程代号: 0701000215专业: 本部电气、物电等层次(本、专): 本科考试方式: 闭卷

一、选择题(本大题总分 20 分, 共计 5 小题, 每题 4 分)

1. 以点 $A(1,1,1)$ 、 $B(5,2,0)$ 、 $C(2,5,0)$ 、 $D(1,2,4)$ 为顶点的四面体体积为 ()。

A. 12 B. 8 C. 4 D. 3

2. 使 $x^2 \frac{\partial z}{\partial x} + y^2 \frac{\partial z}{\partial y} = 2z$ 成立的是 ()。A. $z = e^{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}}$ B. $z = e^{-\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)}$ C. $z = e^{-\frac{1}{x}}$ D. $z = e^{-\frac{1}{y}}$ 3. 设 D 是由 $x = y^2$ 、 $x = -y^2$ 、 $y = 1$ 所围成的闭区域, 则 $\iint_D x \sqrt{x^2 + y^2} d\sigma =$ ()。

A. 0 B. 4 C. -1 D. 1

4. 设 Σ 为平面 $x = a$ 、 $y = a$ 、 $z = a$ ($a > 0$) 及三个坐标面所围成的立体的表面的外侧,则 $\oiint_{\Sigma} (y^2 z - x) dy dz + (z^2 x - y) dz dx + (x^2 y - z) dx dy =$ ()。A. a^3 B. $-a^3$ C. $3a^3$ D. $-3a^3$ 5. 若 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛, 则 ()。A. $\sum_{n=1}^{\infty} |u_n|$ 收敛B. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n u_n$ 收敛C. $\sum_{n=1}^{\infty} u_n u_{n+1}$ 收敛D. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{u_n + u_{n+1}}{2}$ 收敛

二、填空题(本大题总分 20 分, 共计 5 小题, 每题 4 分)

1. 设函数 $F(u, v)$ 具有一阶连续偏导数, $F_u(0, 1) = 2$, $F_v(0, 1) = -3$, 则曲面 $F(x - y + z, xy - yz + zx) = 0$ 在点 $(2, 1, -1)$ 处的切平面方程为_____。2. 设函数 $f(x, y, z) = \left(\frac{x}{y}\right)^{\frac{1}{z}}$, 则 $df(1, 1, 1) =$ _____。

3. 将二次积分 $\int_0^1 dx \int_x^{\sqrt{x}} f(x, y) dy$ 化为极坐标形式的二次积分为_____。
4. 设 Ω 是由 $xy = z$ 、 $x + y = 1$ 、 $z = 0$ 所围成的闭区域, 则把三重积分 $\iiint_{\Omega} f(x, y, z) dv$ 化为积分次序为 $z \rightarrow y \rightarrow x$ 的三次积分是_____。
5. 将函数 $f(x) = \ln(2 + 3x)$ 展开成 x 的幂级数为_____。

三、计算题 (本大题总分 50 分, 共计 5 小题, 每题 10 分)

1. 设 $e^z - xyz = 0$, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ 。
2. 求函数 $f(x, y) = (6x - x^2)(4y - y^2)$ 的极值。
3. 计算 $\int_L (x^2 - y) dx - (x + \sin^2 y) dy$, 其中 L 是在圆周 $y = \sqrt{2x - x^2}$ 上由点 $(0, 0)$ 到点 $(1, 1)$ 的一段弧。
4. 计算 $\iint_{\Sigma} \left(2x + \frac{4}{3}y + z \right) dS$, 其中 Σ 为平面 $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1$ 在第一卦限的部分。
5. 求级数 $\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{(n^2 - n)}{2^n}$ 的和。

四、证明题 (本题 10 分, 共计 1 小题)

证明级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{nx}{4 + n^5 x^2}$ 在 $x \in (-\infty, +\infty)$ 内绝对收敛。