试卷编号 14 拟题教研室 (或教师) 签名 公共数学 (一) 教研室主任签名 ________

长沙理工大学考试试卷

课程名称(含档次) 高等数学 B(二) 课程代号 001680

专 业 ________ 层次 (本部、城南) 本 部 考试方式 (开、闭卷) 闭 卷

一. 填空题 (本题总分 20 分，每小题 4 分)

1. 与已知向量 $\vec{a}=(2,-1,1)$ 与 $\vec{b}=(1,-1,1)$ 都垂直的单位向量为 ________

2. 设 $u=x^2+2y^2+3x^2+xy+3x-2y-6z$, 则 $\operatorname{grad} f(0,0,0)=$ ________.

3. 化二次积分 $\int_0^a dx\int_0^x f(\sqrt{x^2+y^2})dy$ 为极坐标形式的二次积分为 ________.

4. 曲面 $z=1-x^2-y^2$ 上点 ________ 处的切平面平行于 $2x+2y+z-1=0$.

5. 设 $z=\ln\sqrt{\dfrac{y}{x}}$, 则 $dz(2,1)=$ ________.

二. 计算题（本题总分 42 分，每小题 7 分）

1. 设函数 $u=f\left(\dfrac{y}{x},x^2y\right)$, 其中 f 具有连续的二阶偏导数，求 $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}$.

2. 计算二重积分 $\iint_D \dfrac{x+y}{x^2+y^2}dxdy$, 其中 D:$x^2+y^2\le 1$, $x+y\ge 1$.

3. 求曲线 $\begin{cases} x^2+y^2+z^2=4 \\ x^2+y^2=4x \end{cases}$ 在点 $M_0(0,0,2)$ 的切线及法平面方程。

4. 计算 $\iiint_\Omega (x^2+y^2)dxdydz$, 其中 Ω 是曲线 $y^2=2z$, $x=0$, 绕 Oz 轴旋转一周而成的曲面与两平面 $z=2$, $z=8$ 所围之形体。

5. 计算 $\oint_C dx-dy+ydz$, 其中 C 为有向闭折线 $ABCA$, 这里 $A(1,0,0)$, $B(0,1,0)$, $C(0,0,1)$.

6. 判定级数 $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\cdot\dfrac{n}{3^{n-1}}$ 的敛散性, 如果是收敛的，是绝对收敛还是条件收敛?

三.(10 分) 求数值级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^{n-1}}{2n-1}$ 的和。

四.(10 分) 求 $f(x,y)=e^{2x}(x+y^2+2y)$ 的极值。

五.(10 分) 求直线 $\dfrac{x-3}{-1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-5}{8}$ 在平面 $x-y+3z+8=0$ 上的投影方程。

六.(8 分) 验证 $(3x^2y+8xy^2)dx+(x^3+8x^2y+12ye^y)dy$ 为某一函数 $u=u(x,y)$ 的全微分, 并求 $u(x,y)$。