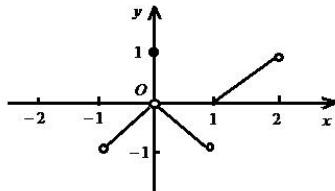


# 本部高等数学 A (一) 期末考试试卷一

一、单项选择题：1~5 小题，每小题 4 分，共 20 分。下列每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，请将所选项前的字母写在答题纸上。

1、对下图所示的函数，下列陈述中正确的有\_\_\_\_\_个。



- (1)  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  不存在;      (2)  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$  不存在;      (3)  $f(x)$  在  $x = 1$  处右连续;  
 (4)  $x = 0$  是  $f(x)$  的可去间断点;      (5)  $x = 1$  是  $f(x)$  的跳跃间断点。

(A) 1      (B) 2      (C) 3      (D) 4

2、当  $x \rightarrow 0$  时，下列变量中，为  $x$  的三阶无穷小的是\_\_\_\_\_。

- (A)  $x^3(e^x - 1)$       (B)  $1 - \cos x$       (C)  $\sin x - x$       (D)  $\ln(1+x)$

3、设函数  $g(x)$  可微,  $h(x) = e^{1+g(x)}$ ,  $g'(1) = 2$ ,  $h'(1) = 1$ , 则  $g(1)$  的值为\_\_\_\_\_。

- (A)  $\ln 2 - 1$       (B)  $-\ln 2 - 1$       (C)  $-\ln 3 - 1$       (D)  $\ln 3 - 1$

4、设  $f(x)$  是连续函数，且  $F(x) = \int_x^{e^{-x}} f(t)dt$ ，则  $F'(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

- $$(A) \quad -e^{-x}f(e^{-x}) - f(x) \qquad \qquad (B) \quad -e^{-x}f(e^{-x}) + f(x)$$

- $$(C) \quad e^{-x} f(e^{-x}) - f(x) \qquad \qquad (D) \quad e^{-x} f(e^{-x}) + f(x)$$

5、设  $y = \frac{1}{2}e^{2x} + \left(x - \frac{1}{3}\right)e^x$  是二阶常系数非齐次线性微分方程  $y'' + ay' + by = ce^x$  的一个特

解，则

- |                                  |                                   |
|----------------------------------|-----------------------------------|
| $(A) \quad a = 3, b = 2, c = 1$  | $(B) \quad a = 3, b = 2, c = -1$  |
| $(C) \quad a = -3, b = 2, c = 1$ | $(D) \quad a = -3, b = 2, c = -1$ |

二、填空题：6~10 小题，每小题 4 分，共 20 分。请将答案写在答题纸上。

6、已知  $f'(3)=2$ ，则  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3-h)-f(3)}{2h} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

7、极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3\sin x + x^2 \cos \frac{1}{x}}{(1 + \cos x) \ln(1 + x)} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

8、设  $f(x)$  为连续函数，则  $d \int f(x) dx = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

9、反常积分  $\int_e^{+\infty} \frac{dx}{x \ln^2 x} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

10、微分方程  $2xydx - dy = 0$  的通解是  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

三、解答题：11~17 小题，共 60 分。请将解答写在答题纸上。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

11、求极限： $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{1+x}{x} \right)^{2x}$ 。 (本题满分 8 分)

12、设  $y = \ln \cos(e^x)$ ，求  $\frac{dy}{dx}$ 。 (本题满分 8 分)

13、求不定积分： $\int \frac{\arctan \sqrt{x}}{\sqrt{x}(1+x)} dx$ 。 (本题满分 8 分)

14、设函数  $y = y(x)$  由参数方程  $\begin{cases} x = 1+t^2 \\ y = \cos t \end{cases}$  确定，求  $\frac{d^2y}{dx^2}$ 。 (本题满分 8 分)

15、求微分方程  $y'' + 2y' - 3y = e^{-3x}$  的通解。 (本题满分 8 分)

16、设  $f(x) = \begin{cases} \frac{x+2}{\sqrt{2x+1}}, & x \geq 0 \\ e^{-x}, & x < 0 \end{cases}$ ，求  $\int_{-1}^5 f(x-1) dx$ 。 (本题满分 10 分)

17、证明：当  $x > 0$  时， $(x^2 + 2x + 2)e^{-x} < 2$ 。 (本题满分 10 分)