试卷编号 12 拟题教研室 (或教师) 签名 公共数学 (一) 教研室主任签名 ________

长沙理工大学考试试卷

课程名称(含档次) 高等数学 B(二) 课程代号 001680

专 业 ________ 层次 (本部、城南) 本 部 考试方式 (开、闭卷) 闭 卷

一. 填空题 (本题总分 20 分，每小题 4 分)

1. 与 $\overrightarrow{a}=(3,1,0)$, $\overrightarrow{b}=(1,1,-4)$ 都平行且过 $(1,1,1)$ 的平面方程为 ________

2. 函数 $u=x^2+y^2+2z^2$ 在点 $P_0(1,1,1)$ 处沿点 P 到点 $O(0,0,0)$ 方向的方向导数为 ____.

3. 设 $f(x,y)$ 是连续函数，改变二次积分 $\int_{-a}^{0}dx\int_{-x}^{a}f(x,y)dy+\int_{0}^{\sqrt{a}}dx\int_{x^2}^{a}f(x,y)dy$ 的积分次序，得 ________.

4. 设函数 $z=z(x,y)$ 由方程 $x+y+z=e^{x+y+z}$ 所确定，则 $\dfrac{\partial z}{\partial x}=$ ________.

5. 设 $z=e^{x-2y}$, 而 $x=\sin t, y=t^3$, , 则 $\dfrac{dz}{dt}=$ ________.

二. 计算题（本题总分 42 分，每小题 7 分）

1. 设 $z=e^{xy}+f(x+y,xy)$, 其中 f 具有连续的偏导数，求 $\dfrac{\partial z}{\partial x},\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

2. 计算二重积分 $\iint_D(x^2+y^2)dxdy$, 其中 D 是由 y 轴及圆周 $x^2+y^2=1$ 所围成的在第一象限内的区域。

3. 求曲面 $x^2+4y-z^2+5=0$ 垂直于直线 $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{2}=z$ 的切平面方程。

4. 计算 $\int_C(x^3-y)dx+(x-y^3)dy$, 其中 C 是圆域：$D:x^2+y^2\le -2x$ 的正向边界。

5. 应用三重积分计算由 $x=0, y=0, z=0$ 及 $z=2x+y+2$ 所围成的四面体的体积。

6. 判定级数 $\sum_{n=1}^{\infty}n\cdot\tan\dfrac{\pi}{2^{n+1}}$ 的敛散性.

三.(10 分) 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{x^n}{n}$ 的和函数，并求 $\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n3^n}$。

四.(10 分) 求函数 $z=x^4+y^4-x^2-2xy-y^2$ 的极值。

五.(10 分) 求过点 $P_0(4,2,-3)$ 与平面 $x+y+z-10=0$ 平行且与直线 $\begin{cases}x+2y-z-5=0\\ z=10\end{cases}$ 垂直的直线方程。

六.(8 分) 证明不等式:$2\pi(\sqrt{17}-4)\le\iint_{x^2+y^2\le1}\dfrac{dxdy}{\sqrt{16+\sin^2x+\sin^2y}}\le\dfrac{\pi}{4}$。