长沙理工大学考试试卷

课程名称（含档次）：高等数学 A（二）（本部期末） 课程代号：0701000215

专业：本部电气、物电等 层次（本、专）：本科 考试方式：闭卷

一、选择题（本大题总分 20 分，共计 5 小题，每题 4 分）

1. 已知点 $A(1,-2,1)$，$B(-3,2,3)$，$C(-1,3,2)$，则 $\angle ABC=$（ ）。

A. $\arccos\left(-\dfrac{1}{\sqrt{6}}\right)$ B. $-\arccos\left(\dfrac{1}{\sqrt{6}}\right)$ C. $\arccos\left(\dfrac{1}{\sqrt{6}}\right)$ D. $\pi-\arccos\left(\dfrac{1}{\sqrt{6}}\right)$

2. 极限 $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}\dfrac{x-y}{x+y}$（ ）。

A. 等于1 B. 等于-1 C. 等于0 D. 不存在

3. 设 D 是由 $x^2+y^2\le 9$，$y\ge 0$ 所确定的闭区域，则 $\iint\limits_D\sqrt{9-x^2-y^2}\,dxdy=$（ ）。

A. 3π B. 9π C. 27π D. 81π

4. 设 Σ 为 $z=\sqrt{2-x^2-y^2}$，Σ_1 为 Σ 在第一卦限的部分，则下列等式正确的是（ ）。

A. $\iint\limits_{\Sigma}xdS=4\iint\limits_{\Sigma_1}xdS$ B. $\iint\limits_{\Sigma}ydS=4\iint\limits_{\Sigma_1}xdS$

C. $\iint\limits_{\Sigma}zdS=4\iint\limits_{\Sigma_1}xdS$ D. $\iint\limits_{\Sigma}xyzdS=4\iint\limits_{\Sigma_1}xyzdS$

5. 设 a_n 为曲线 $y=x^n$ 与 $y=x^{n+1}$ $(n=1,2,\cdots)$所围面积，记 $S=\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$，则 $S=$（ ）。

A. $\dfrac{1}{2}$ B. $-\dfrac{1}{2}$ C. 1 D. -1

二、填空题（本大题总分 20 分，共计 5 小题，每题 4 分）

1. 点 $(-1,2,0)$ 在平面 $x+2y-z+1=0$ 上的投影点的坐标为__________。

2. 设 $z=f(x,y)$ 在点 $(1,1)$ 处可微，且 $f(1,1)=1$，$f_x(1,1)=2$，$f_y(1,1)=3$，$\varphi(x)=f[x,f(x,x)]$，则 $\left.\dfrac{d}{dx}\varphi^3(x)\right|_{x=1}=$__________。

3. 设 $du(x,y)=\left(3x^2y+8xy^2\right)dx+\left(x^3+8x^2y\right)dy$，则 $u(x,y)=$__________。

4. 设Ω是由$x=1$、$z=0$、$z=y$、$y=x$所围成的闭区域，将三重积分$\iiint\limits_{\Omega} f(x,y,z)dv$化为积分次序是$z\to y\to x$的三次积分为__________。

5. 将函数$f(x)=\dfrac{1}{x}$展开成$x-3$的幂级数为__________。

三、计算题（本大题总分 50 分，共计 5 小题，每题 10 分）

1. 设$f\left(y+\dfrac{1}{x},z+\dfrac{1}{y}\right)=0$确定了函数$z=z(x,y)$，其中$f$可微，求$\dfrac{\partial z}{\partial x}$，$\dfrac{\partial z}{\partial y}$。

2. 求函数$f(x,y)=x^2-2xy+5y^2-8y+1$的极值。

3. 设L为连接$(0,0)$和$(3,4)$的直线段，$f(x,y)$在L上连续，且$f(x,y)=xy+\int\limits_{L} f(x,y)ds$，求$f(x,y)$。

4. 计算$\oiint\limits_{\Sigma} 3xydydz+yzdzdx-x^2y^4dxdy$，其中$\Sigma$是以点$(0,0,0)$、$(1,0,0)$、$(0,1,0)$、$(0,0,1)$为顶点的四面体表面的外侧。

5. 求幂级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{x^{n+1}}{n}$的收敛域及和函数。

四、证明题（本题 10 分，共计 1 小题）

设$f(x)$在$[0,a]$上连续，证明：$\int_0^a dx\int_0^x f(x)f(y)dy=\dfrac{1}{2}\left(\int_0^a f(x)dx\right)^2$。