试卷编号 19 拟题教研室 (或教师) 签名 公共数学 (一) 教研室主任签名 ______

长沙理工大学考试试卷

课程名称(含档次) 高等数学 B(二) 课程代号 001680

专 业 ______ 层次 (本部、城南) 本 部 考试方式 (开、闭卷) 闭 卷

一. 填空题 (本题总分 20 分，每小题 4 分)

1. 已知 $\vec{a},\vec{b},\vec{c},\vec{d}$ 为空间中四向量，k 为实数，若 $|\vec{a}|=|\vec{b}|=1$, $\vec{a}\perp\vec{b}$, $\vec{c}=2\vec{a}+\vec{b}$, $\vec{d}=k\vec{a}+\vec{b}$, $\vec{c}\perp\vec{d}$ 则 $k=$ ______

2. 设 $z=(1+xy)^x$, 则 $\dfrac{\partial z}{\partial x}=$ ______.

3. 函数 $u=e^{xyz}$ 在点 $P(1,0,-1)$ 处沿从点 P 到 $Q(2,1,-1)$ 的方向的方向导数为 ______.

4. 将二次积分 $\int_0^{2a}dx\int_0^{\sqrt{2ax-x^2}}f(x,y)dy$ 化为极坐标形式，得 ______.

5. $\lim\limits_{(x,y)\longrightarrow(0,0)}\dfrac{xy}{\sqrt{xy+1}-1}=$ ______.

二. 计算题（本题总分 42 分，每小题 7 分）

1. 计算二重积分 $\iint_D e^{x+y}d\sigma$, 其中 $D=\{(x,y)||x|+|y|\le 1\}$.

2. 求 xoy 平面上的曲线 $y=x^2$ 绕 y 轴旋转一周后的曲面在点 $(1,2,1)$ 处的切平面与法线方程.

3. 计算 $\iiint_\Omega xzdxdydz$, 其中 Ω 是由曲面 $z=xy$, 平面 $y=x$, $x=1$ 和 $z=0$ 所围成的闭区域.

4. 求 $\oint_L(x^2+y^2)^{n+1}ds$, 其中 L 为圆周 $x=4\cos t$, $y=4\sin t$ $(0\le t\le 2\pi)$.

5. 计算 $\int_L(x^2+2xy-y^2)dx+(x^2-2xy-y^2)dy$, 其中 L 是从点 $O(0,0)$ 沿着 $y=\sqrt{\sin x}$ 到点 $A(\pi,0)$ 的弧段。

6. 判定级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^{n-1}}{\sqrt[3]{(n+1)(n+2)}}$ 的敛散性, 如果是收敛的，是绝对收敛还是条件收敛?

三.(10 分) 将函数 $f(x)=\dfrac{1}{x^2+5x+6}$ 在 $x=1$ 展开成幂级数。

四.(10 分) 求 $(2x\cos y+y^2\cos x)dx+(2y\sin x-x^2\sin y)dy$ 的原函数.

五.(10 分) 求 $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{4}+\dfrac{z}{5}=1$ 和柱面 $x^2+y^2=1$ 的交线上与 xoy 平面距离最短的点.

六.(8 分) 设 $z=x^{y^2}$, 求证 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}-\dfrac{\partial^2 z}{\partial y\partial x}=0$.