长沙理工大学考试试卷

课程名称（含档次）： 高等数学 A（二） （本部期末） 课程代号：0701000215
专业： 本部电气、物电等 层次（本、专）： 本科 考试方式：闭卷

一、选择题（本大题总分 20 分，共计 5 小题，每题 4 分）

1. 方程 $x^2 = z$ 在空间表示（　　）。

A．两点　　B. 母线平行 x 轴的柱面　　C. 母线平行 y 轴的柱面　　D. 旋转曲面

2. 若 $f\left(x,x^2\right)=x^2e^{-x}$，$f_x'\left(x,x^2\right)=-x^2e^{-x}$，则 $f_y'\left(x,x^2\right)=$（　　）。

A. $2xe^{-x}$　　B. $\left(-x^2+2x\right)e^{-x}$　　C. e^{-x}　　D. $\left(2x-1\right)e^{-x}$

3. 曲线弧$\widehat{AB}$上的曲线积分和$\widehat{BA}$上的曲线积分有关系（　　）。

A. $\int_{AB} f\left(x,y\right)ds=-\int_{BA} f\left(x,y\right)ds$　　B. $\int_{AB} f\left(x,y\right)ds=\int_{BA} f\left(x,y\right)ds$

C. $\int_{AB} f\left(x,y\right)ds+\int_{BA} f\left(x,y\right)ds=0$　　D. $\int_{AB} f\left(x,y\right)ds=-\int_{BA} f\left(-x,-y\right)ds=0$

4. 若区域 D 为$\left|x\right|\le 1$，$\left|y\right|\le 1$，则$\iint\limits_D xe^{\cos(xy)}\sin\left(xy\right)dxdy=$（　　）。

A. e　　B. e^{-1}　　C. 0　　D. π

5. 级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(-1\right)^n\left|1-\cos\dfrac{\alpha}{n}\right|$（常数$\alpha>0$）（　　）。

A. 发散　　B. 条件收敛　　C. 绝对收敛　　D. 敛散性与α有关

二、填空题（本大题总分 20 分，共计 5 小题，每题 4 分）

1. 球面 $x^2+y^2+z^2=R^2$ 与 $x+z=a$（其中 $0<a<R$）的交线在 xoy 平面上的投影曲线的方程是________________________。

2. 设 $f\left(t,s\right)$ 一阶连续可导，$u=f\left(x+y+z,xyz\right)$，则 $du=$________________。

3. 设函数 $f\left(x,y\right)$ 在点 $\left(a,b\right)$ 的偏导数存在，则

$$\lim_{x\to 0}\frac{f\left(a+x,b\right)-f\left(a-x,b\right)}{x}=\underline{\qquad\qquad}$$。

4. 已知 L 为自原点沿顺时针方向到点 $A\left(2,2\right)$ 的圆弧 $y=\sqrt{4x-x^2}$，则

$\int_L xydy =$__________。

5. 设 Ω 是由 $z=x^2+y^2$ 及 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ 所围的有界闭区域，则 $I=\iiint\limits_{\Omega}\frac{e^{\sqrt{x^2+y^2}}}{x^2+y^2}dv=$__________。

三、计算题（本大题总分 50 分，共计 5 小题，每题 10 分）

1. 函数 $z=z(x,y)$ 由方程 $2x+y+z=xyz$ 所确定，求 $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\right|_{\substack{x=1\\y=2}}$。

2. 求函数 $z=3x^2+y^2+2xy-10x-2y+7$ 的极值。

3. 设 C 是椭圆周 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{1}=1$，方向为逆时针，计算 $\oint_C y^2dx-x^2dy$ 的值。

4. 设 Ω 是半径为 R 的球体：$x^2+y^2+z^2\le R^2$，试求积分 $\iiint\limits_{\Omega}(x+y+z)^2\,dv$。

5. 试将函数 $y=\frac{1}{x^2-3x+2}$ 展成 x 的幂级数。

四、证明题（本题 10 分，共计 1 小题）

已知函数 $y=y(x)$ 满足微分方程 $y'=x+y$，且 $y(0)=1$，证明：$\sum_{n=1}^{\infty}\left[y\left(\frac{1}{n}\right)-1-\frac{1}{n}\right]$ 绝对收敛。