试卷编号 13 拟题教研室 (或教师) 签名 公共数学 (一) 教研室主任签名 ________

长沙理工大学考试试卷

课程名称(含档次) 高等数学 B(二) 课程代号 001680

专 业 ________ 层次 (本部、城南) 本 部 考试方式 (开、闭卷) 闭 卷

一. 填空题 (本题总分 20 分，每小题 4 分)

1. 已知两直线 $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-1}{\lambda}$ 与 $x+1=y-1=z$ 相交于一点，则 $\lambda=$ ________

2. 函数 $u=2x-z^2$ 在点 $P_0(2,-1,1)$ 处的方向导数最大值为 ________.

3. 化二次积分 $\int_0^1 dx\int_{1-x}^{\sqrt{1-x^2}} f(\sqrt{x^2+y^2})dy$ 为极坐标形式的二次积分为 ________.

4. 设函数 $z=z(x,y)$ 由方程 $x+2y+z-2\sqrt{xyz}=0$ 所确定，则 $\dfrac{\partial z}{\partial x}=$ ________.

5. 设 $z=x(1+y)$, 则 dz ________.

二. 计算题（本题总分 42 分，每小题 7 分）

1. 设 $u=f(x,y,z),\phi(x^2,e^y,z)=0,\ y=\sin x$, 其中 f,ϕ 具有连续的一阶偏导数，且 $\dfrac{\partial\phi}{\partial z}\neq 0$, 求 $\dfrac{\partial u}{\partial x}$.

2. 计算二重积分 $\iint_D(|x|+|y|)dxdy$, 其中 $x^2+y^2\leq 1$.

3. 求球面 $x^2+y^2+z^2=56$ 在点 $M_0(2,4,6)$ 的切平面及法线方程。

4. 计算 $\oint_C(2x-y+4)dx+(5y+3x-6)dy$, 其中 C 为 $(0,0)$, $(3,0)$ 和 $(3,2)$ 三点构成的三角形正向边界。

5. 计算 $\iiint_\Omega zdxdydz$, 其中 Ω 是由 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ 及平面 $z=1, z=2$ 围成。

6. 判断级数 $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}2^n\sin\dfrac{\pi}{3^n}$ 的敛散性。

三.(10 分) 求幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^{n-1}}{2n-1}x^{2n-1}$ 的和函数。

四.(10 分) 求 $z=x^2-xy+y^2+9x-6y+20$ 的极值。

五.(10 分) 求过点 $(2,2,0)$ 且与两直线 $\begin{cases}x+2y-z+1=0\\x-y+z-1=0\end{cases}$ 及 $\begin{cases}2x-y+z=0\\x-y+z=0\end{cases}$ 平行的平面方程。

六.(8 分) 证明曲线积分 $\int_{(1,1)}^{(2,3)}(x+y)dx+(x-y)dy$ 在整个 xoy 平面内与积分路径无关，并计算积分值。