试卷编号___________ 拟题教研室(或教师)签名___________ 教研室主任签名___________

长沙理工大学考试试卷

课程名称(含档次) 《高等代数》(一) 课程代码 0701000006

专 业 数学, 信计, 统计 层次(本,专) 本 科 考试方式(开,闭卷) 闭 卷

一,填空题(总分20分,每小题4分)

1. 设$f(x)=x^4-3x^3+4x+1, g(x)=x+1$, 则$f(x)$ 除以$g(x)$ 的余式____.

2. 若$\alpha_1=(2,1,1,1), \alpha_2=(2,1,a,a), \alpha_3=(3,2,1,a), \alpha_4=(4,3,2,1)$线性相关且$a\neq 1$,则$a=$____.

3. 设矩阵$A=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, E为2阶单位矩阵, 矩阵B满足$BA=B+2E$, 则$|B|=$____.

4. 已知矩阵$A=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, E为2阶单位矩阵,则$(A-E)^{-1}=$____.

5. 设A是$m\times n$矩阵,则非齐次线性方程组$AX=b$有唯一解的充分必要条件是____.

二, 计算题(第1-4题, 每题10分;第5小题15分,总分55分)

1. 将多项式$f(x)=x^4+1$分别在有理数域、实数域和复数域内分解成不可约多项式的乘积.

2. 计算n阶行列式$D_n=\begin{vmatrix} 1+a & 1 & \cdots & 1 \\ 2 & 2+a & \cdots & 2 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ n & n & \cdots & n+a \end{vmatrix}$.

3. 解矩阵方程$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & -1 \\ 4 & -1 & -1 & -1 \\ 3 & -1 & -1 & 0 \end{pmatrix} X=\begin{pmatrix} -6 & -2 \\ 1 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$.

设A, B为3阶矩阵,A^*为3阶矩阵A的伴随矩阵,满足$|A|=2$,$|B|=3$, $|A+B^{-1}|=1$, 求
(1) $|(\frac{1}{3}A)^{-1}-2A^*|$; (2) $|A^{-1}+B|$.

5. 设A, B为3阶矩阵,E为3阶单位矩阵,若$|A|>0$且A的伴随矩阵$A^*=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $ABA^{-1}=-2BA^{-1}+3E$, 求A, B.

三,证明题(总分25分,第1小题10分, 第二小题15分)

1, 设$n>1$为正整数,$a_0, a_1, \cdots, a_{n-1}$为有理数, 证明若$a_0+a_1\sqrt[n]{2}+a_2\sqrt[n]{2^2}+\cdots+a_{n-1}\sqrt[n]{2^{n-1}}=0$,则$a_0=a_1=\cdots=a_{n-1}=0$.

设A, B为n阶方阵,E为n阶单位矩阵,满足$A+B=AB$,$r(A)$为A的秩, 证明
(1) $AB=BA$, (2) $r(A)=r(B)$.