试卷编号 <u>11</u> 拟题教研室 (或教师) 签名 <u>公共数学 (一)</u> 教研室主任签名 ________

长沙理工大学考试试卷

课程名称(含档次) <u>高等数学 B(二)</u> 课程代号 <u>001680</u>

专 业 ______________ 层次 (本部、城南) <u>本 部</u> 考试方式 (开、闭卷) <u>闭 卷</u>

一. 填空题 (本题总分 20 分，每小题 4 分)

1. 已知 $|\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 20, \vec{a}\cdot\vec{b} = 30$, 则 $|\vec{a}\times\vec{b}| =$ ________

2. 函数 $u = x^2 - y^2$ 在点 $P_0(1,1)$ 处沿 $\vec{a} = (4,-3)$ 方向的方向导数为 ________.

3. 曲线 $x = 2t^2, y = \cos(\pi t), z = 2\ln t$ 在对应于 $t = 2$ 点处的切线方程为 ________.

4. 设函数 $z = z(x,y)$ 由方程 $xy + yz = e^{-xz}$ 所确定，则 $\dfrac{\partial z}{\partial x} =$ ________.

5. 设 L 是单连通区域 D 的正向边界曲线，D 的面积为 2，则 $\oint_L xdy - ydx =$ ____.

二. 计算题（本题总分 42 分，每小题 7 分）

1. 设 $z = f(u,v,w)$ 具有连续的偏导数，$u = x^2, v = \sin e^y, w = \ln y$, 求 $\dfrac{\partial z}{\partial x}, \dfrac{\partial z}{\partial y}, \dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

2. 设 $f(x,y)$ 连续，交换二次积分 $\int_0^1 dx\int_{1-\sqrt{1-x^2}}^{2-x} f(x,y)dy$ 的积分顺序，并将它化为极坐标形式下的二次积分。

3. 求 $\oint_L (x^2+y^2)^n ds$, 其中 L 为圆周 $x = 2\cos t, y = 2\sin t$.

4. 设 $f(x)$ 连续可导，且 $f(\pi) = 1$, 求 $f(x)$，使得积分 $\int_L [\sin x - f(x)]\dfrac{y}{x}dx + f(x)dy$ 与路径无关。

5. 计算 $\iiint_\Omega (x+y+z)dxdydz$, 其中 Ω 是由曲面 $z = x^2 + y^2$ 与 $z = 1$ 围成的闭区域。

6. 判断级数 $\sum_{n=1}^{+\infty} 2^n \sin\dfrac{\pi}{3^n}$ 的敛散性。

三.(10 分) 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{(x-1)^n}{n}$ 的和函数。

四.(10 分) 求 $z = x^2 + y^2 + 1$ 在 $y = 1 - x$ 下的极值。

五.(10 分) 求直线 $\begin{cases} x - y + z = 0 \\ 2x - y - 2z - 1 = 0 \end{cases}$ 在平面 $3x - y + 3z = 1$ 上的投影直线方程。

六.(8 分) 设曲面 $z = xe^{\frac{y}{x}}$, $M(x,y,z)$ 是曲面上一点，试证曲面在点 M 处的法线与向径 $\overrightarrow{OM}$ 垂直。