长沙理工大学考试试卷

课程名称（含档次）<u>高等数学A（二）期末</u> 课程代号<u>0701000215</u>

专业<u>电气、物电等</u> 层次（本、专）<u>本科</u> 考试方式（开、闭卷）<u>闭卷</u>

一、单项选择题：1～5小题，每小题4分，共20分．下列每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，请将所选项前的字母写在答题纸上．

1．设$\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{c}$均为非零向量，则下列向量中与$\boldsymbol{a}$不垂直的是______．

(A) $(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c})\boldsymbol{b}-(\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{a})\boldsymbol{c}$　　(B) $\boldsymbol{b}-\dfrac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{a}}\boldsymbol{a}$

(C) $\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}$　　(D) $\boldsymbol{a}+(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b})\times\boldsymbol{a}$

2．已知二元函数$f(x,y)$可微，$\boldsymbol{l}=(l_1,\ l_2)\neq\boldsymbol{0}$，则下列各式中不正确的是______．

(A) $\dfrac{\partial f}{\partial l}=\dfrac{\partial f}{\partial x}\cos\theta+\dfrac{\partial f}{\partial y}\sin\theta$ （θ为$\boldsymbol{l}$与x轴正向的夹角）

(B) $\dfrac{\partial f}{\partial l}=\dfrac{\partial f}{\partial x}\cos\alpha+\dfrac{\partial f}{\partial y}\cos\beta$ （$\cos\alpha$，$\cos\beta$为$\boldsymbol{l}$的方向余弦）

(C) $\dfrac{\partial f}{\partial l}=\left(\dfrac{\partial f}{\partial x},\ \dfrac{\partial f}{\partial y}\right)\cdot(l_1,\ l_2)$　　(D) $\dfrac{\partial f}{\partial l}=\mathbf{grad}\,f\cdot\dfrac{\boldsymbol{l}}{|\boldsymbol{l}|}$

3．设$\Omega=\{(x,y,z)\mid x^2+y^2+z^2\leq 1\}$，则$\iiint\limits_{\Omega}(x+y+z+1)\mathrm{d}v=$______．

(A) 2π　　(B) $\dfrac{4}{3}\pi$　　(C) $\dfrac{2}{3}\pi$　　(D) π

4．由曲面$z=x^2+2y^2$及$z=6-2x^2-y^2$所围成的立体的体积为______．

(A) 3π　　(B) 4π　　(C) 5π　　(D) 6π

5．下列级数中，收敛的是______．

(A) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{3+(-1)^n}{2^{n+1}}$　　(B) $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\dfrac{e^{n\pi}}{\pi^{ne}}$

(C) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\sqrt{n+\sqrt{n}}-\sqrt{n}\right)$　　(D) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}3^n\left(1-\dfrac{1}{n}\right)^{n^2}$

二、填空题：6～10小题，每小题4分，共20分．请将答案写在答题纸上．

6. 若直线$\begin{cases}3x-2y+3z-6=0,\\x-y+z+D=0\end{cases}$与$y$轴相交，则常数$D=$_________.

7. 设$z=\arctan\dfrac{x-y}{1-xy}$，则$\mathrm{d}z|_{(0,0)}=$_______________.

8. 设L是从$A(0,\sqrt{2})$沿$x^2+y^2=2$经$B(\sqrt{2},0)$到$C(1,-1)$的弧段，则$\int_L|y|\mathrm{d}s=$

____________.

9. 设Σ是球面$x^2+y^2+z^2=4$，则$\oint\!\!\!\oint_{\Sigma}(x^2+y^2+z^2)\mathrm{d}S=$_________.

10. 设函数$f(x)=\begin{cases}-1, & -\pi<x\leqslant 0,\\1+x^2, & 0<x\leqslant\pi,\end{cases}$ 则其以2π为周期的傅里叶级数在点$x=\pi$处收敛于____________.

三、解答题：11～17 小题，共 60 分. 请将解答写在答题纸上. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

11. 已知常数a, b满足$a\leqslant b$，求使$\int_a^b(6-x-x^2)\mathrm{d}x$取到最大值的$a$和$b$.

（本题满分 8 分）

12. 设$D=\{(x,y)\mid -1\leqslant x\leqslant 1,\ 0\leqslant y\leqslant 1\}$，计算$\iint_D|y-x^2|\mathrm{d}x\mathrm{d}y$.（本题满分 8 分）

13. 计算$\iiint_{\Omega}(x^2+y^2)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$，其中$\Omega$是由曲面$x^2+y^2=2z$与平面$z=2$所围成的空间区域.

（本题满分 8 分）

14. 计算$I=\iint_{\Sigma}2x^3\mathrm{d}y\mathrm{d}z+2y^3\mathrm{d}z\mathrm{d}x-\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，其中$\Sigma$为曲面$z=1-x^2-y^2$ $(z\geqslant 0)$的上侧.

（本题满分 10 分）

15. 设函数$f(u)$具有二阶导数，且$f'(0)=1$，函数$y=y(x)$由方程$y-xe^{y-1}=1$确定. 已知$z=f(\ln y-\sin x)$，求$\left.\dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}x}\right|_{x=0}$, $\left.\dfrac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}x^2}\right|_{x=0}$.

（本题满分 10 分）

16. 求幂级数$\sum\limits_{n=0}^{\infty}(2n+1)x^n$的收敛域及和函数.

（本题满分 10 分）

17. 设$f(u)$为连续函数，且C为任一简单闭曲线，证明：$\oint_C f(x^2+y^2)(x\mathrm{d}x+y\mathrm{d}y)=0$.

（本题满分 6 分）