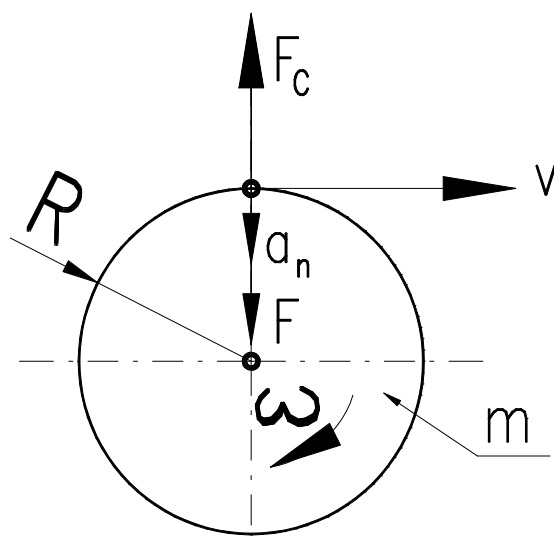


| | |
|---|---|
| Název a adresa školy: | Střední škola průmyslová a umělecká, Opava, příspěvková organizace, Praskova 399/8, Opava, 746 01 |
| Název operačního programu: | OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost, oblast podpory 1.5 |
| Registrační číslo projektu: | CZ.1.07/1.5.00/34.0129 |
| Název projektu | SŠPU Opava – učebna IT |
| Typ šablony klíčové aktivity: | III/2 Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT (20 vzdělávacích materiálů) |
| Název sady vzdělávacích materiálů: | MEC IIIa |
| Popis sady vzdělávacích materiálů: | Mechanika III – dynamika a hydrostatika, 3. ročník. |
| Sada číslo: | G–20 |
| Pořadové číslo vzdělávacího materiálu: | 13 |
| Označení vzdělávacího materiálu: (pro záznam v třídní knize) | VY_32_INOVACE_G–20–13 |
| Název vzdělávacího materiálu: | Pohyb hmotného bodu po kružnici |
| Zhotoveno ve školním roce: | 2011/2012 |
| Jméno zhotovitele: | Ing. Karel Procházka |

Pohyb hmotného bodu po kružnici ve vodorovné rovině

Za předpokladu, že hmotný bod je upevněn na hmotném vlákně a pohybuje se rovnoměrnou rychlostí $v = \text{konst}$, pohybuje se hmotný bod se stálým dostředivým zrychlením.



$$a_n = R \cdot \omega^2 = \frac{v^2}{R}$$

Síla způsobující dostředivé (normální) zrychlení se nazývá dostředivou silou. Projevuje se napětím vlákna nebo reakcí podpory.

Podle d'Alembertova principu musí být tato síla v rovnováze se silou setrvačnou, kterou nazýváme odstředivou silou F_c .

$$F_c = m \cdot a_n = m \cdot R \cdot \omega^2 = m \cdot \frac{v^2}{R}$$

Odstředivá a dostředivá síla nekonají práci, protože jsou kolmé k dráze.

Př.: Těleso o hmotnosti $m = 8 \text{ kg}$ rotuje na pevném, nehmotném vlákně po kružnici o poloměru $r = 0,5 \text{ m}$ s počtem otáček $0,83 \text{ s}^{-1}$. Určete: odstředivou sílu F_c a jaké napětí vznikne ve vlákně o průměru 2 mm ?

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot n$$

$$F_c = m \cdot a_n = m \cdot r \cdot \omega^2 = 8 \cdot 0,5 \cdot (2 \cdot \pi \cdot n)^2 = 8 \cdot 0,5 \cdot 2^2 \cdot \pi^2 \cdot 0,83^2 = 108,8 \text{ N}$$

$$\sigma_t = \frac{F_c}{S} = \frac{108,8}{\frac{\pi \cdot d^2}{4}} = \frac{108,8 \cdot 4}{\pi \cdot 0,002^2} = 34627890,9 \text{ Pa} = 34,6 \text{ MPa}$$

Př.: Letadlo letí rychlostí $v = 720 \text{ km/h}$ (200 m/s) do oblouku o $r = 400 \text{ m}$. Jaká odstředivá síla působí na pilota o hmotnosti $m = 70 \text{ kg}$?

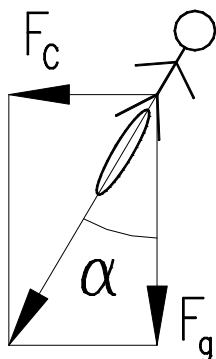
$$F_c = m \cdot \frac{v^2}{r} = 70 \cdot \frac{200^2}{400} = 7000 \text{ N}$$

Jakou největší rychlostí může letadlo vletět do tohoto oblouku, jestliže letec snese zrychlení 10 g ?

$$a_n = \frac{v^2}{r}$$

$$v = \sqrt{a_n \cdot r} = \sqrt{10 \cdot g \cdot 400} = 198 \text{ m/s}$$

Př.: Cyklista projíždí obloukem o poloměru $r = 7 \text{ m}$ rychlostí $v = 6 \text{ m/s}$. Pod jakým úhlem se musí sklonit od svislého směru, nemá-li být odstředivou silou vytažen z dráhy?



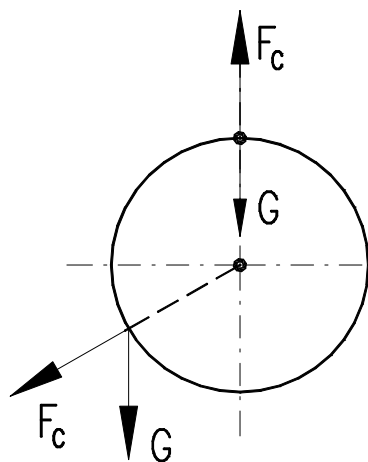
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{F_c}{F_g} = \frac{m \cdot \frac{v^2}{r}}{m \cdot g} = \frac{v^2}{r \cdot g} = \frac{6^2}{7 \cdot 9,81} = 0,524 \rightarrow$$

$$\alpha = 27,65^\circ = 27^\circ 39'$$

Pohyb hmotného bodu po kružnici ve svislé rovině

Pohybuje-li se hmotný bod po kružnici ve svislé rovině, na těleso kromě dostředivé síly a setrvačné síly navíc působí tíhová síla G .

Má-li se hmotný bod pohybovat, pak síla, která napíná nehmotné vlákno, musí být ≥ 0 .



$$F_c - G \geq 0$$

$$F_c - m \cdot g \geq 0$$

$$m \cdot \frac{v^2}{r} - m \cdot g \geq 0$$

$$\frac{v^2}{r} - g \geq 0$$

$$\frac{v^2}{r} \geq g$$

$$v \geq \sqrt{g \cdot r}$$

$$v_{\min} = \sqrt{g \cdot r}$$

Př.: Určete minimální obvodovou rychlost v hmotného bodu, který se má pohybovat po kružnici o poloměru $r = 0,5$ m. Dále určete minimální otáčky.

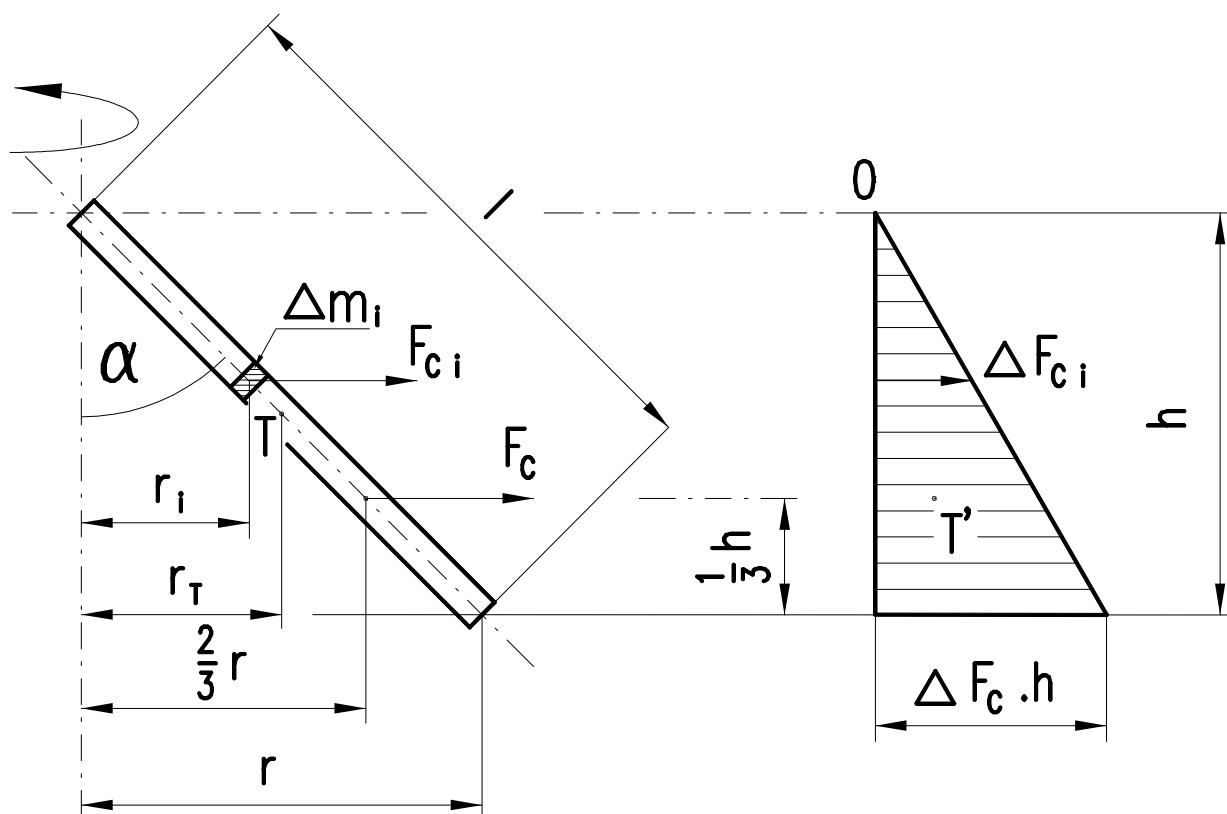
$$v \geq \sqrt{g \cdot r} = \sqrt{9,81 \cdot 0,5} = 2,21 \text{ m/s}$$

$$v = \pi \cdot D \cdot n = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot n \rightarrow n = \frac{v}{2 \cdot \pi \cdot r} = \frac{2,21}{2 \cdot \pi \cdot 0,5} = 0,7 \text{ ot/s}$$

Odstředivá síla tělesa

Odstředivá síla rotující tyče

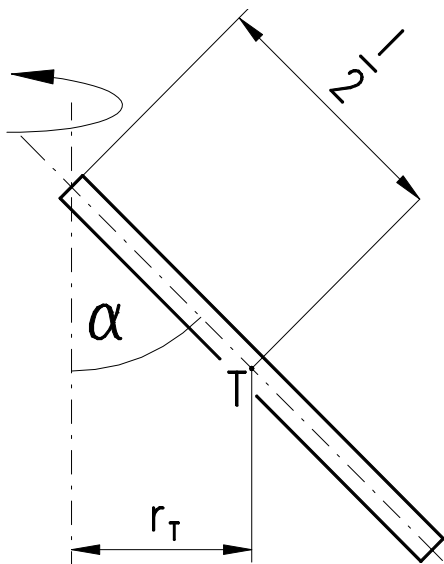
Těžiště odstředivých sil = těžiště trojúhelníku = $\frac{2}{3}$ výšky.



Za předpokladu, že tyč rozdělíme na stejně velké hmotné body Δm , je velikost odstředivé síly působící na hmotný bod dána vztahem $F_{ci} = \Delta m_i \cdot r_i \cdot \omega^2$. Odstředivá síla působící na celé těleso:

$$F_c = \sum F_{ci} = \sum \Delta m_i \cdot r_i \cdot \omega^2 = \omega^2 \sum \Delta m_i \cdot r_i = m \cdot r_T \cdot \omega^2$$

Př.: Ocelová tyč délky $l = 1$ m, průměru 20 mm, má 1 koncový bod na ose rotace. Osa souměrnosti svírá s osou rotace úhel $\alpha = 20^\circ$. Určete velikost odstředivé síly, působící na danou tyč.
 $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$, $n = 10 \text{ ot/s}$.



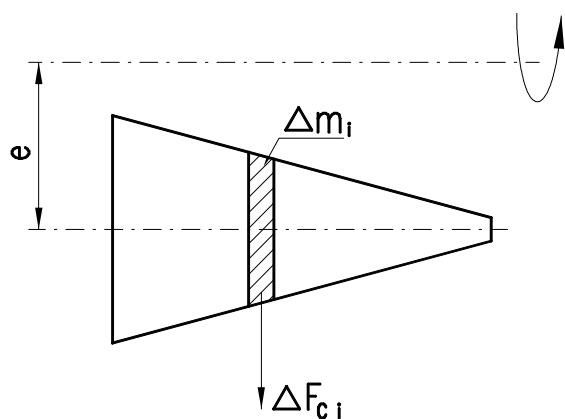
$$\sin \alpha = \frac{r_T}{\frac{l}{2}} \rightarrow r_T = \frac{l}{2} \cdot \sin \alpha = 0,5 \cdot \sin 20^\circ = 0,171 \text{ m}$$

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot n = 2 \cdot \pi \cdot 10 = 62,83 \text{ rad/s}$$

$$m = V \cdot \rho = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot l \cdot \rho = \frac{\pi \cdot 0,02^2}{4} \cdot 1 \cdot 7850 = 2,47 \text{ kg}$$

$$F_c = m \cdot r_T \cdot \omega^2 = 2,47 \cdot 0,171 \cdot 62,83^2 = 1667 \text{ N}$$

Odstředivá síla tělesa s osou rovnoběžnou s osou otáčení



$$\Delta F_{ci} = \Delta m_i \cdot e \cdot \omega^2$$

Odstředivé síly, které působí na jednotlivé elementy hmoty, tvoří soustavu rovnoběžných sil. Výslednice této soustavy je výsledná odstředivá síla působící na celé těleso.

$$F_c = \sum \Delta F_{ci} = \sum \Delta m_i \cdot e \cdot \omega^2 = e \cdot \omega^2 \cdot \sum \Delta m_i = m \cdot e \cdot \omega^2$$

m – celková hmotnost tělesa;

e – vzdálenost os;

ω – úhlová rychlost.

Př.: Jaká nevyvážená odstředivá síla vznikne u oběžného kola parní turbíny o hmotnosti $m = 60 \text{ kg}$, je-li počet otáček $n = 50 \text{ ot/s}$. Těžiště oběžného kola je ve vzdálenosti 1 mm od osy otáčení.

$$F_c = m \cdot e \cdot \omega^2$$

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot n = 2 \cdot \pi \cdot 50 = 314 \text{ rad/s}$$

$$F_c = m \cdot e \cdot \omega^2 = 60 \cdot 0,001 \cdot 314^2 = 5916 \text{ N}$$

Seznam použité literatury:

- MRŇÁK L. – DRDLA A.: *MECHANIKA – Pružnost a pevnost pro střední průmyslové školy strojnické*. Praha: SNTL, 1977.
- JULINA M., KOVÁŘ J., VENCLÍK V., *MECHANIKA II – Kinematika pro střední průmyslové školy strojnické*, Praha: SNTL, 1977.
- JULINA M., KOVÁŘ J., VENCLÍK V., *MECHANIKA III – Dynamika pro střední průmyslové školy strojnické*, Praha: SNTL, 1977.
- JULINA M., KOVÁŘ J., VENCLÍK V., *MECHANIKA IV – Mechanika tekutin a termomechanika pro střední průmyslové školy strojnické*, Praha: SNTL, 1977.
- TUREK, I., SKALA, O., HALUŠKA J.: *MECHANIKA – Sbírka úloh*. Praha: SNTL, 1982.
- LEINVEBER, J. – VÁVRA, P.: *Strojnické tabulky*. 5. doplněné vydání. Praha: Albra, 2011. ISBN 80-7361-033-7.