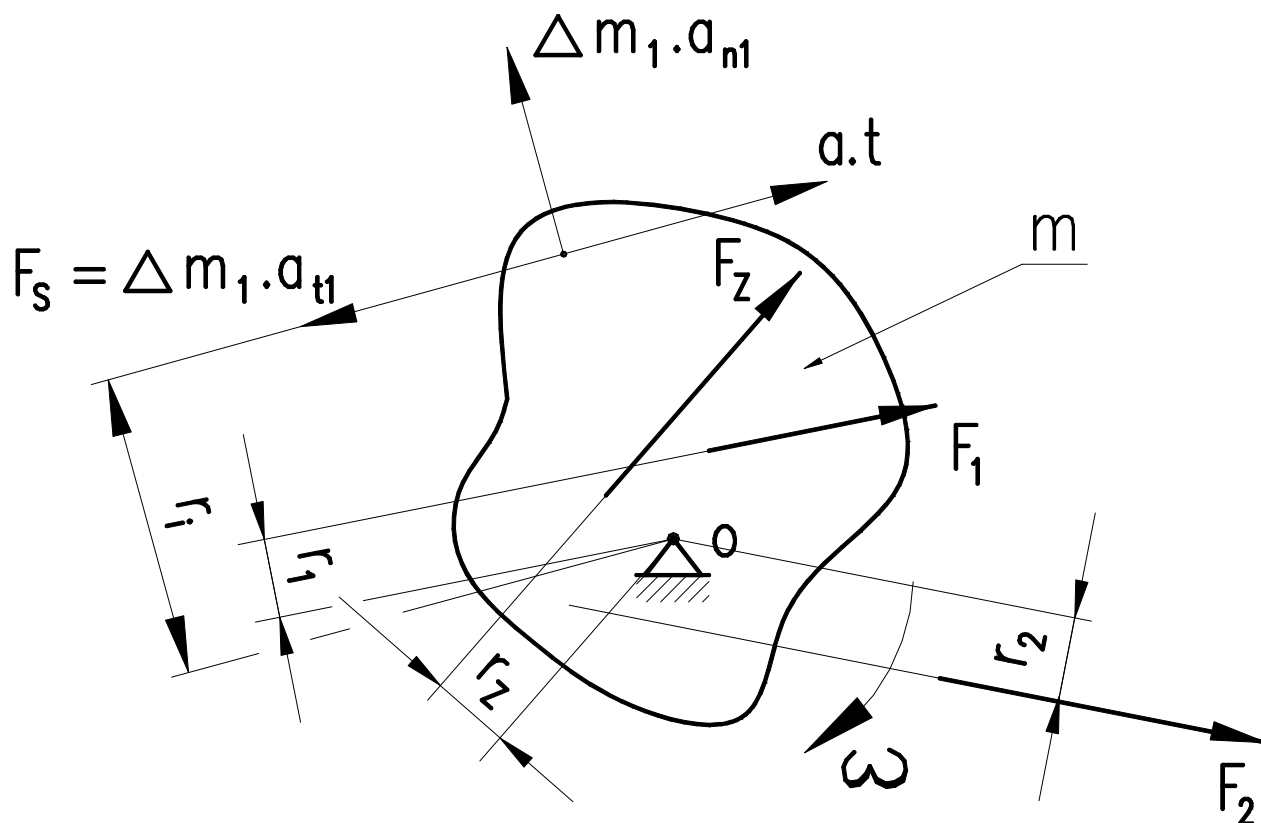


Název a adresa školy:	Střední škola průmyslová a umělecká, Opava, příspěvková organizace, Praskova 399/8, Opava, 746 01
Název operačního programu:	OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost, oblast podpory 1.5
Registrační číslo projektu:	CZ.1.07/1.5.00/34.0129
Název projektu	SŠPU Opava – učebna IT
Typ šablony klíčové aktivity:	III/2 Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT (20 vzdělávacích materiálů)
Název sady vzdělávacích materiálů:	<b>MEC IIIa</b>
Popis sady vzdělávacích materiálů:	Mechanika III – dynamika a hydrostatika, 3. ročník.
Sada číslo:	<b>G–20</b>
Pořadové číslo vzdělávacího materiálu:	<b>12</b>
Označení vzdělávacího materiálu: (pro záznam v třídní knize)	VY_32_INOVACE_G–20–12
Název vzdělávacího materiálu:	<b>Základní rovnice dynamiky pro rotační pohyb</b>
Zhotoveno ve školním roce:	2011/2012
Jméno zhotovitele:	Ing. Karel Procházka

## Základní rovnice dynamiky pro rotační pohyb

Pokud na těleso, které se otáčí kolem stálé osy otáčení, působí více než 1 síla, můžeme účinek těchto sil nahradit silou jedinou – výslednicí těchto sil (**silou zrychlující  $F_z$** ).



$$M = F_z \cdot r_z = F_1 \cdot r_1 + F_2 \cdot r_2 + \dots = \sum F_i \cdot r_i$$

Výslednici vnějších sil  $F_z$  určíme z podmínek statické rovnováhy:

$$F_z = \frac{\sum F_i \cdot r_i}{r_z}$$

Podobně jako u translačního (posuvného) pohybu převedeme dynamickou úlohu na statickou, připojíme-li k danému hmotnému bodu setrvačné síly. Tím nastává rovnováha při otáčení tělesa a příklad řešíme z podmínky statické rovnováhy.

Platí, že algebraický součet momentů vnějších sil a sil setrvačných k ose otáčení se rovná 0.

$$\sum F_i \cdot r_i + \left( - \sum \Delta m_i \cdot a_{ti} \cdot r_i \right) = 0$$

Součet momentů vnějších sil + součet momentů setrvačných sil = 0

$$a_t = \varepsilon \cdot r \quad (\varepsilon - \text{úhlové zrychlení})$$

$$\sum F_i \cdot r_i - \sum \Delta m_i \cdot \varepsilon \cdot r_i^2 = F_z \cdot r_z - \varepsilon \cdot \sum \Delta m_i \cdot r_i^2 = F_z \cdot r_z - \varepsilon \cdot I = 0$$

$$M - \varepsilon \cdot I = 0$$

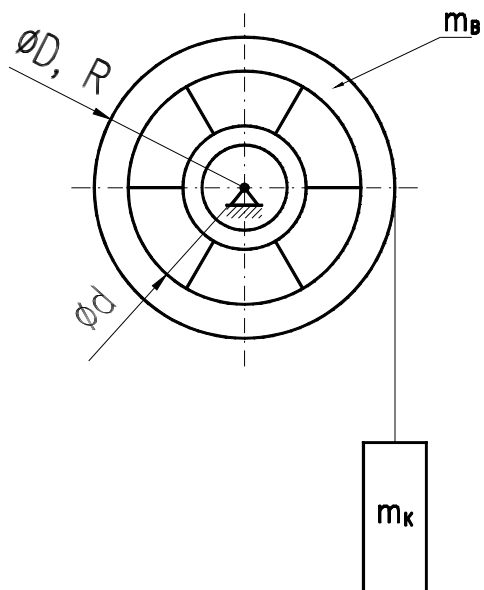
$$M = \varepsilon \cdot I$$

$I$  – moment setrvačnosti.

Točivý moment vnější síly k ose otáčení je roven součinu momentu setrvačnosti tělesa k téže ose a úhlového zrychlení.

**Př.:** Buben výtahu o hmotnosti  $m_b = 450 \text{ kg}$  má vnější průměr  $D = 1\,200 \text{ mm}$ , vnitřní průměr  $d = 1000 \text{ mm}$ . Na bubnu je navinuto lano, ke kterému je připevněna klec o hmotnosti  $m_k = 620 \text{ kg}$ . Po odbrzdění začne klec volně sjíždět. Určete:

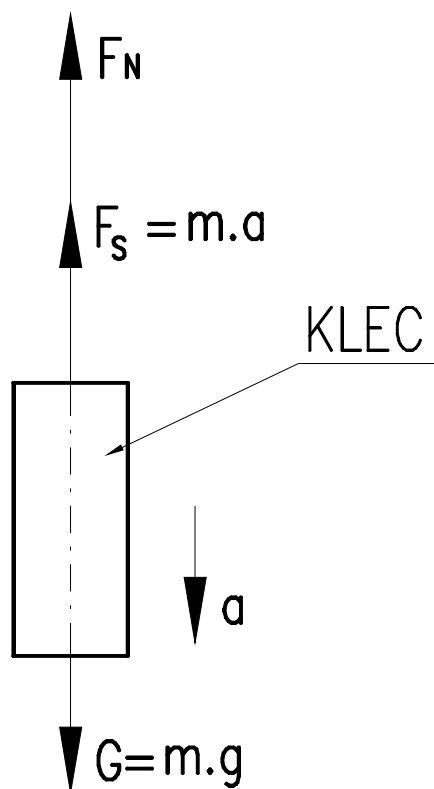
- otáčky, které buben vykoná za 4 s;
- jaká osová síla  $F_N$  vznikne v laně;
- do jaké hloubky klec klesne.



Řešení: Máme-li určit pohyb soustavy hmotných těles, postupujeme tak, že tělesa uvolníme a určíme jejich pohyb samostatně.

a) Klec – koná pohyb posuvný.

b) Buben – koná pohyb rotační.



a)

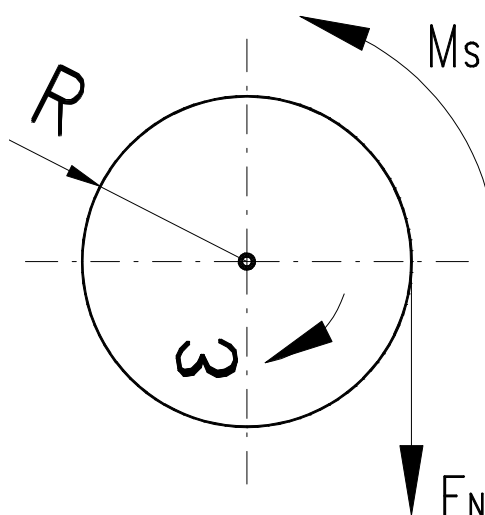
$$\sum F_i = 0$$

$$-G + F_s + F_N = 0$$

$$-m_K \cdot g + m_K \cdot a + F_N = 0$$

Síla v laně:

$$F_N = m_K \cdot (g - a)$$



b)

$$\sum M_i = 0$$

$$M_s = \varepsilon \cdot I$$

$$F_N \cdot R - \varepsilon \cdot I = 0 \rightarrow F_N = \frac{\varepsilon \cdot I}{R}$$

Zrychlení klece je totožné s tečným zrychlením bubnu.

$$a = a_t = \varepsilon \cdot R$$

$$m_K \cdot g - m_K \cdot a - F_N = 0$$

$$m_K \cdot g - m_K \cdot \overbrace{\varepsilon \cdot R}^a - \overbrace{\varepsilon \cdot \frac{I}{R}}^{F_N} = 0 \quad / \times R \quad (\text{obě strany rovnice násobíme } R)$$

$$m_K \cdot g \cdot R - m_K \cdot \varepsilon \cdot R^2 - \varepsilon \cdot I = 0$$

$$m_K \cdot g \cdot R - \varepsilon \cdot (m_K \cdot R^2 + I) = 0$$

Úhlové zrychlení:

$$\varepsilon = \frac{m_K \cdot g \cdot R}{m_K \cdot R^2 + I} = \frac{m_K \cdot g \cdot R}{m_K \cdot R^2 + m_b \cdot \frac{R^2 + r^2}{2}} = \frac{620 \cdot 9,81 \cdot 0,6}{620 \cdot 0,6^2 + 450 \cdot \frac{0,6^2 + 0,5^2}{2}} = 10,1 \text{ rad/s}^2$$

Síla v laně:

$$F_N = m_K \cdot (g - a) = m_K \cdot (g - \varepsilon \cdot R) = 620 \cdot (9,81 - 10,1 \cdot 0,6) = 2316 \text{ N}$$

$$v = R \cdot \omega = R \cdot \varepsilon \cdot t = 0,6 \cdot 10,1 \cdot 4 = 24,24 \text{ m/s}$$

$$v = \pi \cdot D \cdot n \rightarrow n = \frac{v}{\pi \cdot D} = \frac{24,24}{\pi \cdot 1,2} = 6,4 \text{ ot/s}$$

$$h = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = \frac{1}{2} \varepsilon \cdot R \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 10,1 \cdot 0,6 \cdot 4^2 = 48,48 \text{ m}$$

## Seznam použité literatury:

- MRŇÁK L. – DRDLA A.: *MECHANIKA – Pružnost a pevnost pro střední průmyslové školy strojnické*. Praha: SNTL, 1977.
- JULINA M., KOVÁŘ J., VENCLÍK V., *MECHANIKA II – Kinematika pro střední průmyslové školy strojnické*, Praha: SNTL, 1977.
- JULINA M., KOVÁŘ J., VENCLÍK V., *MECHANIKA III – Dynamika pro střední průmyslové školy strojnické*, Praha: SNTL, 1977.
- JULINA M., KOVÁŘ J., VENCLÍK V., *MECHANIKA IV – Mechanika tekutin a termomechanika pro střední průmyslové školy strojnické*, Praha: SNTL, 1977.
- TUREK, I., SKALA, O., HALUŠKA J.: *MECHANIKA – Sbírka úloh*. Praha: SNTL, 1982.
- LEINVEBER, J. – VÁVRA, P.: *Strojnické tabulky*. 5. doplněné vydání. Praha: Albra, 2011. ISBN 80-7361-033-7.