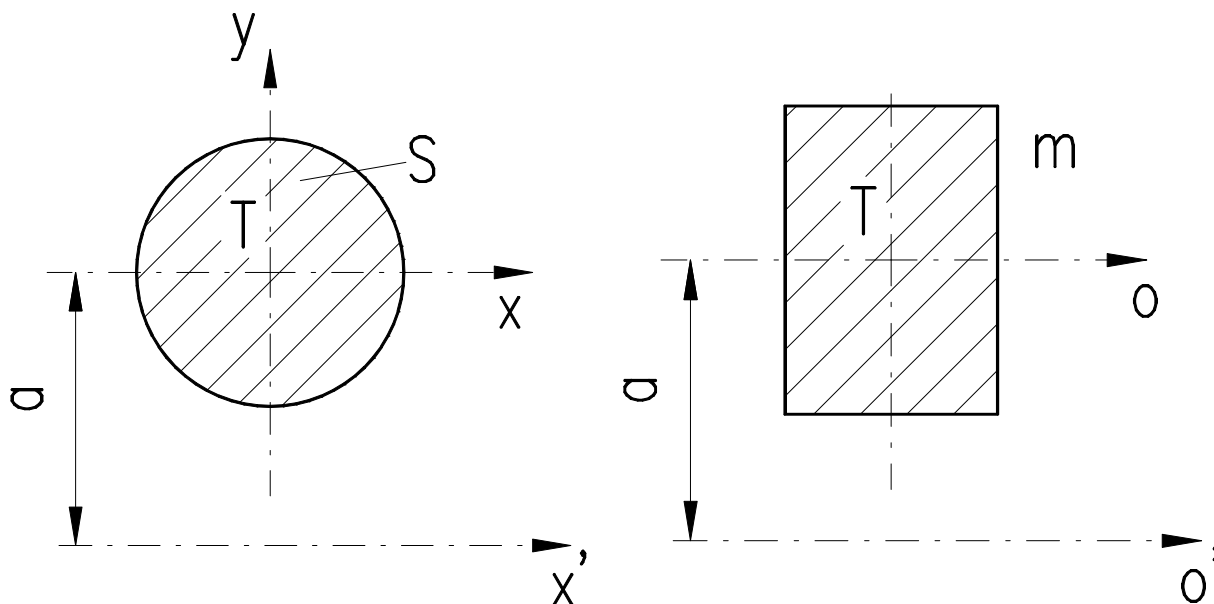


Název a adresa školy:	Střední škola průmyslová a umělecká, Opava, příspěvková organizace, Praskova 399/8, Opava, 746 01
Název operačního programu:	OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost, oblast podpory 1.5
Registrační číslo projektu:	CZ.1.07/1.5.00/34.0129
Název projektu	SŠPU Opava – učebna IT
Typ šablony klíčové aktivity:	III/2 Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT (20 vzdělávacích materiálů)
Název sady vzdělávacích materiálů:	MEC IIIa
Popis sady vzdělávacích materiálů:	Mechanika III – dynamika a hydrostatika, 3. ročník.
Sada číslo:	G–20
Pořadové číslo vzdělávacího materiálu:	10
Označení vzdělávacího materiálu: (pro záznam v třídní knize)	VY_32_INOVACE_G–20–10
Název vzdělávacího materiálu:	Momenty setrvačnosti k osám rovnoběžným s osou těžiště
Zhotveno ve školním roce:	2011/2012
Jméno zhotovitele:	Ing. Karel Procházka

Momenty setrvačnosti k osám rovnoběžným s osou těžiště

Stejně jako u kvadratického momentu i zde platí Steinerova věta.

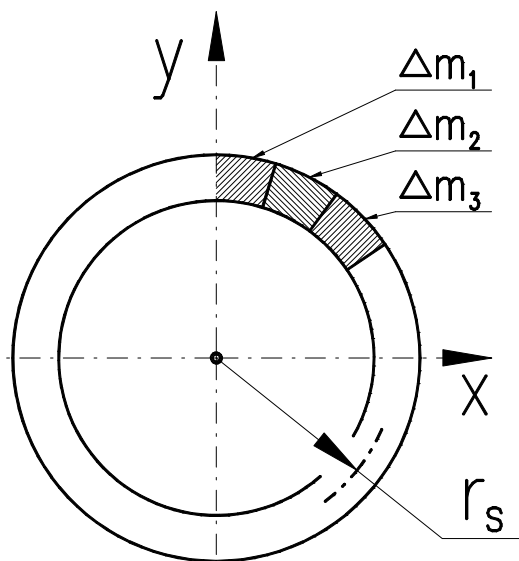


$$J_{x'} = J_x + S \cdot a^2$$

$$I_{x'} = I_0 + m \cdot a^2$$

Momenty setrvačnosti jednoduchých těles

- Moment setrvačnosti tenkého vřence



$$\Delta I_1 = \Delta m_1 r_s^2$$

$$\Delta I_2 = \Delta m_2 r_s^2$$

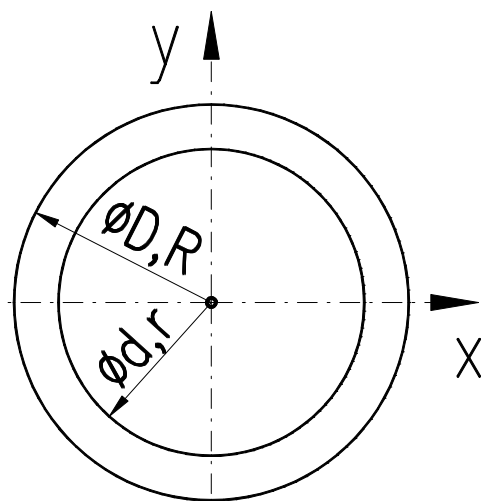
$$I_0 = \sum \Delta I_i = \sum \Delta m_i \cdot r_s^2 = r_s^2 \sum \Delta m_i$$

$$\sum \Delta m_i = m \cdot r_s^2 = I_0$$

r_s – střední poloměr vřence;

m – hmotnost celého vřence.

Př.: Určete moment setrvačnosti ocelové trubky $D = 420 \text{ mm}$, $d = 380 \text{ mm}$, $l = 100 \text{ mm}$, $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$.



$$I_0 = m \cdot r_s^2$$

$$m = V \cdot \rho = \left(\frac{\pi \cdot D^2}{4} - \frac{\pi \cdot d^2}{4} \right) \cdot l \cdot \rho = \frac{\pi}{4} \cdot l \cdot \rho \cdot (D^2 - d^2) = \frac{\pi}{4} \cdot 0,1 \cdot 7850 \cdot (0,42^2 - 0,38^2) = 19,73 \text{ kg}$$

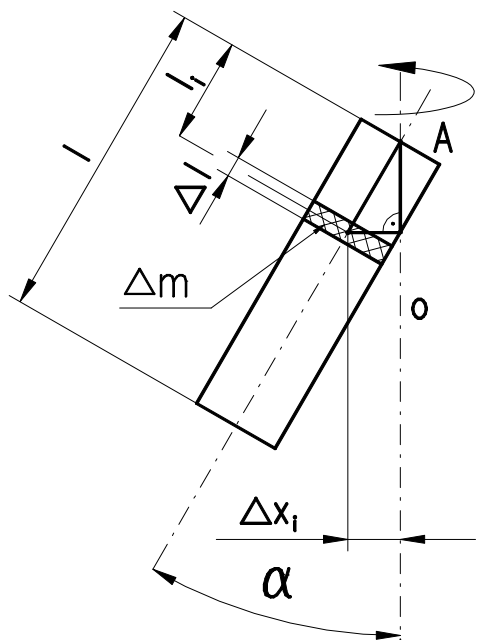
$$r_s = \frac{R + r}{2} = \frac{\frac{0,42}{2} + \frac{0,38}{2}}{2} = \frac{0,21 + 0,19}{2} = 0,2 \text{ m}$$

$$I_0 = m \cdot r_s^2 = 19,73 \cdot 0,2^2 = 0,789 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

- **Moment setrvačnosti tyče k ose procházející koncovým bodem tyče**

Předpoklad: stejnorodá tyč.

Postup řešení je stejný jako v předcházejícím případě. Tyč rozdělíme na jednotlivé elementy hmoty, určíme jejich moment setrvačnosti a celkový moment setrvačnosti je dán součtem jednotlivých elementárních momentů setrvačnosti.



Element tyče má hmotnost: $\Delta m = \frac{m}{l} \cdot \Delta l$

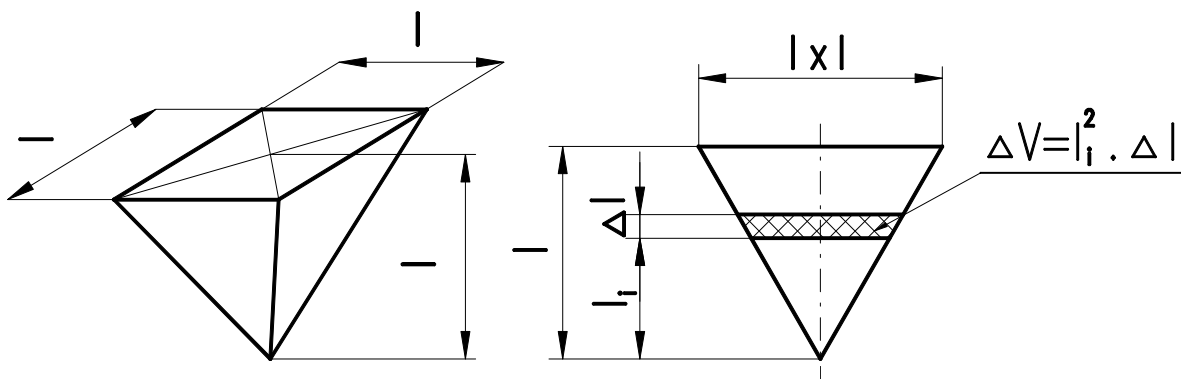
Moment setrvačnosti daného elementu:

$$\Delta I_i = \Delta m \cdot x_i^2 = \Delta m \cdot (l_i \cdot \sin \alpha)^2 = \underbrace{\frac{m}{l} \cdot \Delta l}_{\Delta m} \cdot l_i^2 \cdot \sin^2 \alpha$$

Moment setrvačnosti celé tyče:

$$I = \sum \Delta I_i = \frac{m}{l} \cdot \sin^2 \alpha \cdot \sum_0^l l_i^2 \cdot \Delta l$$

Hodnotu výrazu $\sum_0^l l_i^2 \cdot \Delta l$ si můžeme určit následovně. U pravidelného čtyřbokého jehlanu s podstavou o straně l a výšce l v libovolné vzdálenosti od vrcholu je výsledkem řezu rovnoběžného s podstavou čtverce o straně l_i . Výraz $l_i^2 \cdot \Delta l$ představuje element objemu tohoto jehlanu, proto výraz $\sum_0^l l_i^2 \cdot \Delta l$ představuje objem celého jehlanu.

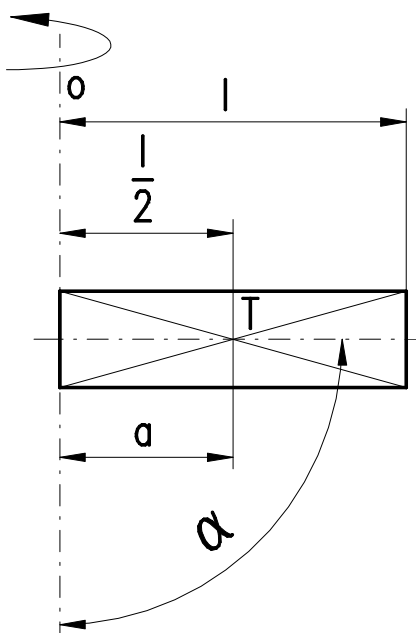


$$l_i^2 \cdot \Delta l_i = \Delta V_i$$

$$\sum_0^l l_i^2 \cdot \Delta l_i = \frac{l^3}{3} = V$$

$$\text{Moment setrvačnosti tyče v obecné poloze: } I = \frac{m}{l} \cdot \frac{l^3}{3} \cdot \sin^2 \alpha = \frac{m \cdot l^2}{3} \cdot \sin^2 \alpha$$

Pro tyč s osou souměrnosti kolmou na osu rotace:



Moment setrvačnosti:

(sin 90°=1)

$$I = \frac{m \cdot l^2}{3}$$

Seznam použité literatury:

- MRŇÁK L. – DRDLA A.: *MECHANIKA – Pružnost a pevnost pro střední průmyslové školy strojnické*. Praha: SNTL, 1977.
- JULINA M., KOVÁŘ J., VENCLÍK V., *MECHANIKA II – Kinematika pro střední průmyslové školy strojnické*, Praha: SNTL, 1977.
- JULINA M., KOVÁŘ J., VENCLÍK V., *MECHANIKA III – Dynamika pro střední průmyslové školy strojnické*, Praha: SNTL, 1977.
- JULINA M., KOVÁŘ J., VENCLÍK V., *MECHANIKA IV – Mechanika tekutin a termomechanika pro střední průmyslové školy strojnické*, Praha: SNTL, 1977.
- TUREK, I., SKALA, O., HALUŠKA J.: *MECHANIKA – Sbírka úloh*. Praha: SNTL, 1982.
- LEINVEBER, J. – VÁVRA, P.: *Strojnické tabulky*. 5. doplněné vydání. Praha: Albra, 2011. ISBN 80-7361-033-7.