

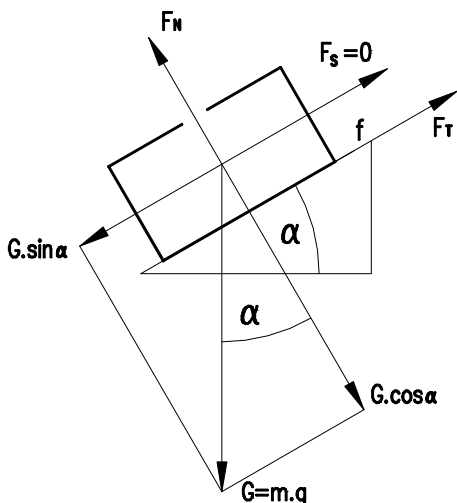
Název a adresa školy:	Střední škola průmyslová a umělecká, Opava, příspěvková organizace, Praskova 399/8, Opava, 746 01
Název operačního programu:	OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost, oblast podpory 1.5
Registrační číslo projektu:	CZ.1.07/1.5.00/34.0129
Název projektu	SŠPU Opava – učebna IT
Typ šablony klíčové aktivity:	III/2 Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT (20 vzdělávacích materiálů)
Název sady vzdělávacích materiálů:	MEC IIIa
Popis sady vzdělávacích materiálů:	Mechanika III – dynamika a hydrostatika, 3. ročník.
Sada číslo:	G–20
Pořadové číslo vzdělávacího materiálu:	09
Označení vzdělávacího materiálu: (pro záznam v třídní knize)	VY_32_INOVACE_G–20–09
Název vzdělávacího materiálu:	Pohybová energie pro translační pohyb
Zhotoveno ve školním roce:	2011/2012
Jméno zhotovitele:	Ing. Karel Procházka

Př.: V ocelovém žlabu se dopravuje uhlí. Jaký musí být:

a) nejmenší úhel sklonu, má-li uhlí žlabem rovnoměrně klouzat. Dáno: $f = 0,24$.

b) zvětšíme-li úhel sklonu žlabu na $\alpha = 30^\circ$, s jakým zrychlením uhlí sjíždí a jaké dosáhne rychlosti na konci žlabu o délce 8 m?

a)



$$\sum F_{iy} = 0$$

$$-F_N + G \cdot \cos \alpha = 0 \rightarrow F_N = G \cdot \cos \alpha$$

$$F_s = 0 \text{ (uhlí nemá propadávat, má sjíždět)}$$

$$\sum F_{ix} = 0$$

$$F_T = F_N \cdot f$$

$$-F_T + G \cdot \sin \alpha = 0$$

$$-F_N \cdot f + G \cdot \sin \alpha = 0$$

$$-G \cdot \cos \alpha \cdot f + G \cdot \sin \alpha = 0$$

$$\sin \alpha = f \cdot \cos \alpha$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = f = 0,24 \rightarrow \alpha = 13^\circ 29'$$

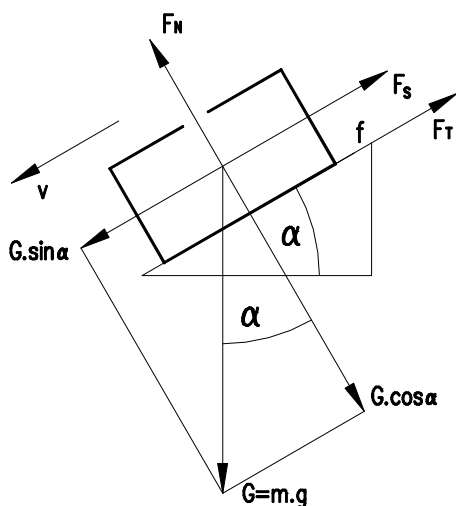
b)

$$\sum F_{ix} = 0$$

$$G \cdot \sin \alpha - F_T - F_S = 0$$

$$G \cdot \sin \alpha - F_N \cdot f - F_S = 0$$

$$G \cdot \sin \alpha - F_N \cdot f - m \cdot a = 0$$



$$G \cdot \sin \alpha - G \cdot f \cdot \cos \alpha - m \cdot a = 0 \rightarrow m \cdot a =$$

$$= G \cdot \sin \alpha - f \cdot G \cdot \cos \alpha \rightarrow$$

$$a = \frac{G \cdot \sin \alpha - G \cdot f \cdot \cos \alpha}{m} =$$

$$= \frac{m \cdot g \cdot \sin \alpha - m \cdot g \cdot f \cdot \cos \alpha}{m} = \frac{m \cdot g \cdot (\sin \alpha - f \cdot \cos \alpha)}{m} =$$

$$= g \cdot (\sin \alpha - f \cdot \cos \alpha) =$$

$$= 9,81 \cdot (\sin 30^\circ - 0,24 \cdot \cos 30^\circ) = 2,87 \text{ m/s}^2 = a$$

$$a = \frac{v}{t} \rightarrow v = a \cdot t$$

$$s = \frac{1}{2} v \cdot t = \frac{1}{2} a \cdot t^2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{2s}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 8}{2,87}} = 2,36 \text{ s}$$

$$v = a \cdot t = 2,87 \cdot 2,36 = 6,8 \text{ m/s}$$

Pohybová energie pro translační pohyb

Pohybová energie hmotného bodu: $\Delta E = \frac{1}{2} \cdot \Delta m \cdot v^2$

U translačního pohybu se každý hmotný bod tělesa pohybuje stejnou rychlostí v .

Pohybová energie celého tělesa je dána součtem pohybových energií jednotlivých bodů, a proto platí, že:

$$\Delta E = \sum \Delta E_i = \sum \frac{1}{2} \cdot \Delta m_i \cdot v^2 = \frac{v^2}{2} \cdot \sum \Delta m_i = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

Stejně jako u hmotného bodu platí, že práce zrychlovací síly se projevuje změnou jeho pohybové energie. Platí to i pro tělesa.

Práce = Energie

$W = E$

$$F \cdot s = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (v^2 - v_0^2)$$

Př.: Vlak o hmotnosti $m = 2 \cdot 10^5 \text{ kg}$ se rozjíždí rovnoměrně zrychleně na rychlost $v = 72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s}$ na dráze $s = 600 \text{ m}$. Určete:

- zrychlení při rozjíždění;
- zrychlující sílu lokomotivy;
- energii pohybu vlaku na konci rozjíždění ;
- velikost odporu, který působí na vlak, jestliže při vykolejení se zastaví na dráze $s = 30 \text{ m}$.

$$\text{a) } s = \frac{1}{2} v \cdot t \rightarrow t = \frac{2 \cdot s}{v}$$

$$a = \frac{v}{t} = \frac{v^2}{2 \cdot s} = \frac{20^2}{2 \cdot 600} = 0,333 \text{ m/s}^2$$

$$\text{b) } F_z = m \cdot a = 2 \cdot 10^5 \cdot 0,3333 = 66666 \text{ N}$$

$$\text{c) } E_K = \frac{1}{2} m \cdot v^2 = \frac{1}{2} 2 \cdot 10^5 \cdot 20^2 = 40000000 \text{ J} = 40 \text{ MJ}$$

$$\text{d) } F \cdot s = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (v^2 - v_0^2), v_0 = 0 \rightarrow F \cdot s = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

$$F = \frac{m \cdot v^2}{2 \cdot s} = \frac{200000 \cdot 20^2}{2 \cdot 30} = 1333333 \text{ N} = 1333 \text{ kN}$$

Dynamika otáčivého pohybu

Momenty setrvačnosti těles

V **pružnosti a pevnosti** jsme označovali výraz $\Delta S \cdot y^2 = \Delta J$ jako elementární **kvadratický moment** průřezu.

V **dynamice** součin elementární hodnoty a čtverce vzdálenosti od uvažované osy $\Delta m \cdot r^2 = \Delta I$ nazýváme elementárním **momentem setrvačnosti**.

Celkový moment setrvačnosti k dané ose:

$$I = \sum \Delta I_i = \Delta m_1 r_1^2 + \Delta m_2 r_2^2 + \dots [kg \cdot m^2]$$

Základní pojmy

Moment setrvačnosti k ose procházející těžištěm se značí I_0

Redukovaná hmotnost:

V technické praxi často potřebujeme převést (redukovat) hmotu otáčejícího se tělesa s momentem setrvačnosti I_0 do jediného bodu předepsané vzdálenosti r od osy otáčení tak, aby moment setrvačnosti tohoto bodu byl stejný jako moment setrvačnosti celého tělesa ke stejné ose.

Redukovanou hmotnost m_r pak určíme ze vztahu:

$$I_0 = m_r \cdot r^2$$

$$m_r = \frac{I_0}{r^2}$$

Tímto způsobem redukuje se např. hmotu setrvačníku do čepu kliky.

Poloměr setrvačnosti

Se zřetelem na zjednodušení vztahů závislých na momentu setrvačnosti se zavádí pojem **poloměr setrvačnosti** a značí se i . Platí:

$$I_0 = m \cdot i^2 \rightarrow i = \sqrt{\frac{I_0}{m}} [m]$$

I_0 – moment setrvačnosti k ose procházející těžištěm.

Setrvačný moment

Místo momentu setrvačnosti I se při výpočtech setrvačnicků a rotačních částí strojů používá setrvačný moment ($m \cdot D^2$). Bývá uváděn v katalogích elektrických strojů. Podle setrvačného momentu posuzujeme setrvačnost otáčejícího se tělesa.

m – hmotnost celého tělesa;

D – průměr setrvačnosti.

$$D = 2 \cdot i = 2 \cdot \sqrt{\frac{I_0}{m}}$$

$$I_0 = m \cdot i^2$$

i – poloměr setrvačnosti, I_0 – moment setrvačnosti k ose procházející těžištěm.

Mezi momentem setrvačnosti a setrvačným momentem platí vztah:

$$m \cdot D^2 = m \cdot (2 \cdot i)^2 = 4 \cdot \underbrace{m \cdot i^2}_{I_0} = 4 \cdot I_0 \quad [\text{kg} \cdot \text{m}^2]$$

Setrvačný moment $m \cdot D^2$ je 4 násobkem momentu setrvačnosti I_0 .

Seznam použité literatury:

- MRŇÁK L. – DRDLA A.: *MECHANIKA – Pružnost a pevnost pro střední průmyslové školy strojnické*. Praha: SNTL, 1977.
- JULINA M., KOVÁŘ J., VENCLÍK V., *MECHANIKA II – Kinematika pro střední průmyslové školy strojnické*, Praha: SNTL, 1977.
- JULINA M., KOVÁŘ J., VENCLÍK V., *MECHANIKA III – Dynamika pro střední průmyslové školy strojnické*, Praha: SNTL, 1977.
- JULINA M., KOVÁŘ J., VENCLÍK V., *MECHANIKA IV – Mechanika tekutin a termomechanika pro střední průmyslové školy strojnické*, Praha: SNTL, 1977.
- TUREK, I., SKALA, O., HALUŠKA J.: *MECHANIKA – Sbírka úloh*. Praha: SNTL, 1982.
- LEINVEBER, J. – VÁVRA, P.: *Strojnické tabulky*. 5. doplněné vydání. Praha: Albra, 2011. ISBN 80-7361-033-7.