



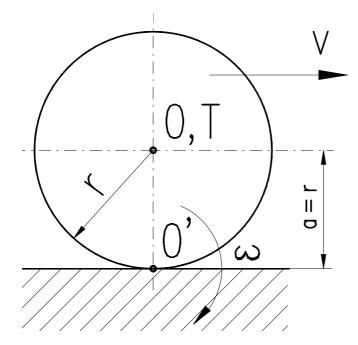




Název a adresa školy:	Střední škola průmyslová a umělecká, Opava, příspěvková organizace, Praskova 399/8, Opava, 746 01
Název operačního programu:	OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost, oblast podpory 1.5
Registrační číslo projektu:	CZ.1.07/1.5.00/34.0129
Název projektu	SŠPU Opava – učebna IT
Typ šablony klíčové aktivity:	III/2 Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT (20 vzdělávacích materiálů)
Název sady vzdělávacích materiálů:	MEC IIIa
Popis sady vzdělávacích materiálů:	Mechanika III – dynamika a hydrostatika, 3. ročník.
Sada číslo:	G-20
Pořadové číslo vzdělávacího materiálu:	15
Označení vzdělávacího materiálu: (pro záznam v třídní knize)	VY_32_INOVACE_G-20-15
Název vzdělávacího materiálu:	Pohybová energie při obecném pohybu
Zhotoveno ve školním roce:	2011/2012
Jméno zhotovitele:	Ing. Karel Procházka

Pohybová energie při obecném pohybu

Při válení těles se těleso otáčí kolem okamžité osy otáčení o´, která svou polohu mění .



Kinetická energie:

$$\begin{split} \mathbf{E}_{K} &= \frac{1}{2} \cdot \boldsymbol{I_{0}}' \cdot \boldsymbol{\omega}^{2} = \frac{1}{2} \overbrace{\left(\boldsymbol{I_{0} + m \cdot r^{2}}\right)}^{Steinerova\ veta} \cdot \boldsymbol{\omega}^{2} = \\ &= \frac{1}{2} \cdot \boldsymbol{I_{0}} \cdot \boldsymbol{\omega}^{2} + \frac{1}{2} m \cdot \overbrace{\boldsymbol{r^{2} \cdot \omega^{2}}}^{v^{2}} = \\ &= \underbrace{\frac{1}{2} \cdot \boldsymbol{I_{0}} \cdot \boldsymbol{\omega}^{2}}_{\substack{Rotacni \\ kinetick\acute{a} \\ energie}} + \underbrace{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^{2}}_{\substack{Translacni \\ kinetick\acute{a} \\ energie}} \end{split}$$

$$\mathbf{E}_{K} = \mathbf{E}_{Kr} + \mathbf{E}_{Kt}$$

Př.: Jaká je pohybová energie ocelové koule průměru 200 mm, která se kutálí po vodorovné rovině rychlostí $v = 5 \, m/s$?

$$E = \frac{1}{2}I_0 \cdot \omega^2 + \frac{1}{2}m \cdot r^2 \cdot \omega^2 \qquad (v = \omega \cdot r)$$









$$E = \frac{1}{2} \left(\frac{2}{5} m \cdot r^2 \right) \cdot \omega^2 + \frac{1}{2} m \cdot r^2 \cdot \omega^2 = 0.5 \cdot m \cdot r^2 \cdot \omega^2 \cdot \left(\frac{2}{5} + 1 \right) = 0.5 \cdot m \cdot v^2 \cdot \left(\frac{2}{5} + 1 \right) = 0.7 \cdot m \cdot v^2$$

$$= 0.7 \cdot m \cdot v^2$$

$$m = \rho \cdot V = \rho \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = 7,85 \cdot 10^3 \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 0,1^3 = 32,9kg$$

$$E = 0.7 \cdot m \cdot v^2 = 0.7 \cdot 32.9 \cdot 5^2 = 575.75J$$

Vyvažování

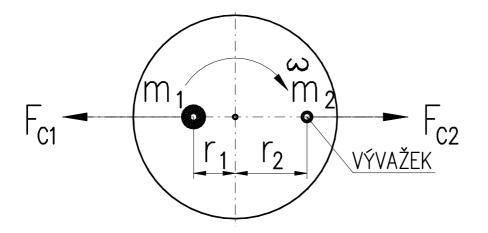
Při rotaci nevyvážených součástí vznikají odstředivé síly, které mohou vyvolat značné chvění.

Vyvažování otáčejících se hmot

Statické

Je vhodné pro součásti tvaru tenkého kotouče při nízkých otáčkách. Nevede většinou k uspokojivým výsledkům. Používá se pro poměr šířky kotouče a průměru $\frac{L}{D} \le 0.2$.

Vývažek je umístěn tak, aby odstředivé síly působící na jednotlivé nevyvážené hmoty byly v rovnováze (jejich výslednice = 0). Pokud je na součásti nevyvážena hmota m_1 na poloměru r_1 , musíme na poloměru r_2 dodat takovou hmotu, aby byla splněna podmínka:



$$F_{c1} - F_{c2} = 0$$

$$F_{c1} = F_{c2}$$

$$m_1 \cdot r_1 \cdot \boldsymbol{\omega}^2 = m_2 \cdot r_2 \cdot \boldsymbol{\omega}^2$$

$$m_1 \cdot r_1 = m_2 \cdot r_2$$

$$m_2 = m_1 \cdot \frac{r_1}{r_2}$$







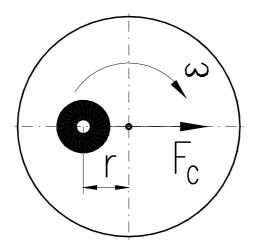


Pokud na těleso působí několik nevyvážených hmot, určujeme polohu vývažku z podmínky statické rovnováhy:

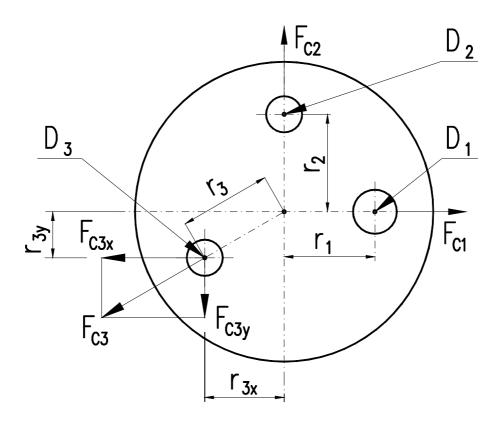
$$\sum F_{ix} = 0$$

$$\sum F_{iy} = 0$$

Pokud je ve vyvažované součásti otvor, odstředivé síle dáme opačný smysl.



Př.: Na kotouči jsou nálitky $D_1=50\,\mathrm{mm},\ r_1=150\,\mathrm{mm},\ D_2=60\,\mathrm{mm},\ r_2=120\,\mathrm{mm}.$ Určete polohu průměru $D_3=45\,\mathrm{mm},\ r_3=?$











$$F_c = m \cdot r_T \cdot \omega^2$$

 ω – stejné pro všechny, tedy mohu vynechat;

$$F_{c1} = m_1 \cdot r_1 = \frac{\pi \cdot D_1^2}{4} \cdot \rho \cdot b \cdot r_1$$

$$F_{c2} = m_2 \cdot r_2 = \frac{\pi \cdot D_2^2}{4} \cdot \rho \cdot b \cdot r_2$$

$$F_{c3} = m_3 \cdot r_3 = \frac{\pi \cdot D_3^2}{4} \cdot \rho \cdot b \cdot r_3$$

Podmínky rovnováhy:

a)
$$\sum F_{ix} = F_{c3x} - F_{c1} = 0$$

b)
$$\sum F_{iv} = F_{c3v} - F_{c2} = 0$$

a)
$$\sum F_{ix} = F_{c3x} - F_{c1} = 0$$

$$F_{c3x} = F_{c1}$$

$$m_3 \cdot r_{3x} \cdot \boldsymbol{\omega}^2 = m_1 \cdot r_1 \cdot \boldsymbol{\omega}^2$$

$$m_3 \cdot r_{3x} = m_1 \cdot r_1$$

$$\frac{\pi \cdot D_3^2}{4} \cdot b \cdot \rho \cdot r_{3x} = \frac{\pi \cdot D_1^2}{4} \cdot b \cdot \rho \cdot r_1$$

$$D_3^2 \cdot r_{3x} = D_1^2 \cdot r_1$$

$$r_{3x} = \frac{D_1^2 \cdot r_1}{D_3^2} = \frac{0.05^2 \cdot 0.15}{0.045^2} = 0.185m$$

b)
$$\sum F_{iy} = F_{c3y} - F_{c2} = 0$$

$$F_{c3v} = F_{c2}$$

$$r_{3y} = \frac{D_2^2 \cdot r_2}{D_3^2} = \frac{0.06^2 \cdot 0.12}{0.045^2} = 0.213m$$









$$r_3 = \sqrt{r_{3x}^2 + r_{3y}^2} = \sqrt{0.185^2 + 0.213^2} = 0.282m$$

$$tg\alpha = \frac{r_{3y}}{r_{3y}} = \frac{0.213}{0.185} = 1.15 \implies \alpha = 49^{\circ}$$

Seznam použité literatury:

- MRŇÁK L. DRDLA A.: MECHANIKA Pružnost a pevnost pro střední průmyslové školy strojnické.
 Praha: SNTL, 1977.
- JULINA M., KOVÁŘ J., VENCLÍK V., MECHANIKA II Kinematika pro střední průmyslové školy strojnické, Praha: SNTL, 1977.
- JULINA M., KOVÁŘ J., VENCLÍK V., MECHANIKA III Dynamika pro střední průmyslové školy strojnické, Praha: SNTL, 1977.
- JULINA M., KOVÁŘ J., VENCLÍK V., *MECHANIKA IV Mechanika tekutin a termomechanika pro střední průmyslové školy strojnické,* Praha: SNTL, 1977.
- TUREK, I., SKALA, O., HALUŠKA J.: *MECHANIKA Sbírkα úloh*. Praha: SNTL, 1982.
- LEINVEBER, J. VÁVRA, P.: Strojnické tabulky. 5. doplněné vydání. Praha: Albra, 2011. ISBN 80-7361-033-7.