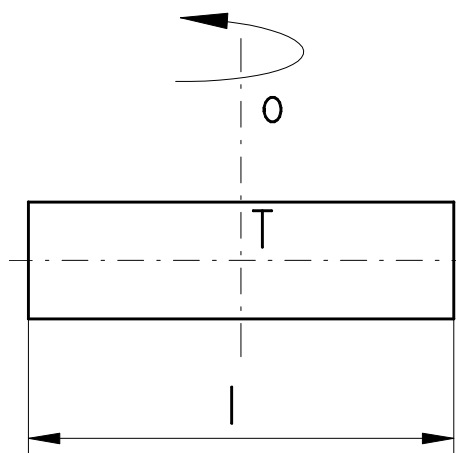


Název a adresa školy:	Střední škola průmyslová a umělecká, Opava, příspěvková organizace, Praskova 399/8, Opava, 746 01
Název operačního programu:	OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost, oblast podpory 1.5
Registrační číslo projektu:	CZ.1.07/1.5.00/34.0129
Název projektu	SŠPU Opava – učebna IT
Typ šablony klíčové aktivity:	III/2 Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT (20 vzdělávacích materiálů)
Název sady vzdělávacích materiálů:	MEC IIIa
Popis sady vzdělávacích materiálů:	Mechanika III – dynamika a hydrostatika, 3. ročník.
Sada číslo:	G–20
Pořadové číslo vzdělávacího materiálu:	11
Označení vzdělávacího materiálu: (pro záznam v třídní knize)	VY_32_INOVACE_G–20–11
Název vzdělávacího materiálu:	Moment setrvačnosti
Zhotoveno ve školním roce:	2011/2012
Jméno zhotovitele:	Ing. Karel Procházka

Moment setrvačnosti

Moment setrvačnosti k ose procházející těžištěm – určíme podle Steinerovy věty:

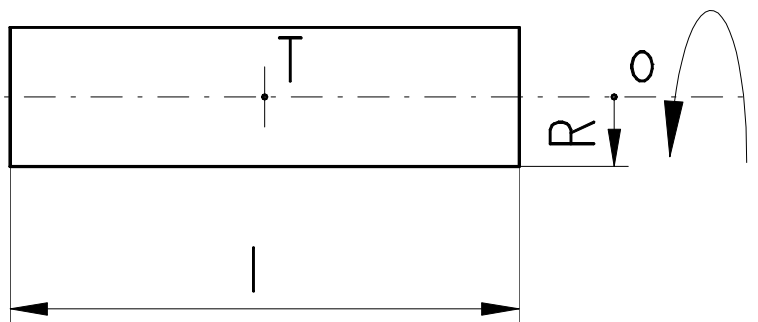


$$I = I_0 + m \cdot a^2$$

$$a = \frac{l}{2}$$

$$I_0 = I - m \cdot a^2 = \frac{m \cdot l^2}{3} - \frac{m \cdot l^2}{4} = \frac{m \cdot l^2}{12}$$

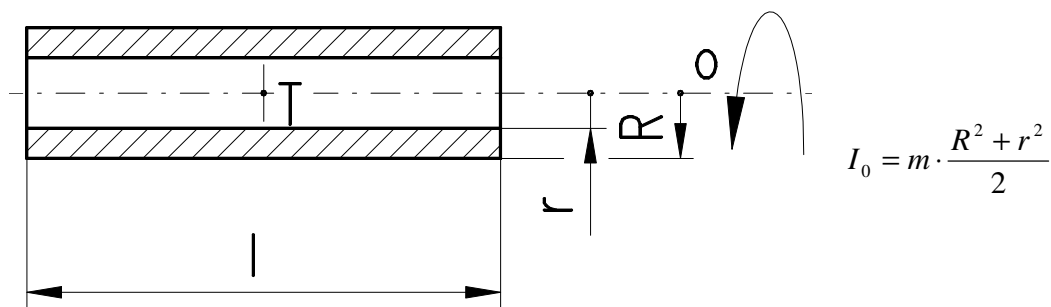
Moment setrvačnosti válce k ose souměrnosti:



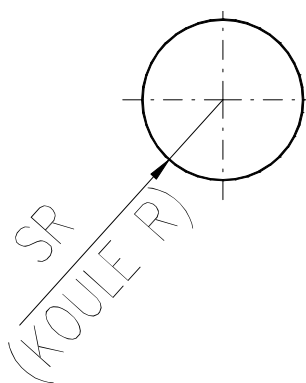
$$I_0 = \frac{m \cdot R^2}{2}$$

R – poloměr válce

Moment setrvačnosti dutého válce k ose souměrnosti:



Moment setrvačnosti koule:



$$I_0 = \frac{2}{5} m \cdot R^2$$

Př.: U kotouče je $D = 1,25 \cdot d$, ($R = 1,25 \cdot r$). Jak musíme změnit průměr D na $D_1 = ?$ při stejné šířce kotouče b a stejném materiálu, aby se moment setrvačnosti ztrojnásobil?

Poznámka: $(a^2 - b^2) = (a + b) \cdot (a - b)$.

$$\begin{aligned}
 I_0 &= m \cdot \frac{R^2 + r^2}{2} = \rho \cdot V \cdot \frac{R^2 + r^2}{2} = \\
 &= \rho \cdot \frac{\pi \cdot (R^2 - r^2) \cdot b \cdot (R^2 + r^2)}{2} = \rho \cdot \frac{\pi \cdot b \cdot (R^4 - r^4)}{2} = \\
 &= \frac{\rho \cdot \pi \cdot b}{2} \cdot ((1,25r)^4 - r^4) = \frac{\rho \cdot \pi \cdot b}{2} \cdot 1,441 \cdot r^4 = I_0 \\
 I_0' &= 3 \cdot I_0 \\
 3 \cdot \frac{\rho \cdot \pi \cdot b}{2} \cdot 1,441 \cdot r^4 &= m \cdot \frac{R_1^2 + r^2}{2} \\
 3 \cdot \frac{\rho \cdot \pi \cdot b}{2} \cdot 1,441 \cdot r^4 &= \frac{\rho \cdot \pi \cdot b}{2} \cdot (R_1^4 - r^4) \\
 3 \cdot 1,441 \cdot r^4 &= R_1^4 - r^4
 \end{aligned}$$

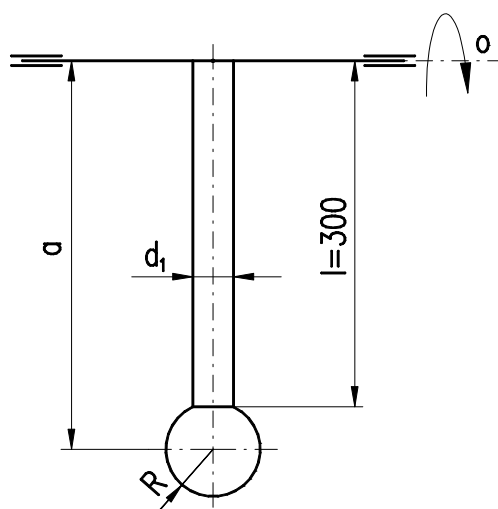
$$R_1^4 = (3 \cdot 1,441 + 1) \cdot r^4$$

$$R_1 = \sqrt[4]{(3 \cdot 1,441 + 1) \cdot r^4} = 1,52r$$

Př.: Ocelová tyč $l = 300 \text{ mm}$, $d_1 = 20 \text{ mm}$ rotuje kolem osy o . K tyči je připevněna koule o $R = 60 \text{ mm}$, $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$. Určete moment setrvačnosti k ose o .

$$I = I_1 + I_2$$

$$I_1 = \frac{m_1 \cdot l^2}{3}$$



$$I_2 = \overbrace{\frac{2}{5} \cdot m_2 \cdot R^2 + m_2 \cdot a^2}^{\text{Steinerova veta}}$$

$$m_1 = V_1 \cdot \rho = \frac{\pi \cdot d_1^2}{4} \cdot l \cdot \rho = \frac{\pi \cdot 0,02^2}{4} \cdot 0,3 \cdot 7800 = 0,74 \text{ kg}$$

$$m_2 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3 \cdot \rho = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 0,06^3 \cdot 7800 = 7,06 \text{ kg}$$

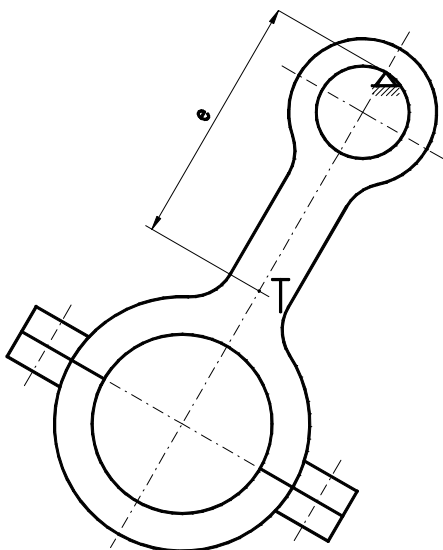
$$I_1 = \frac{m_1 \cdot l^2}{3} = \frac{0,74 \cdot 0,3^2}{3} = 0,022 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$I_2 = \frac{2}{5} \cdot m_2 \cdot R^2 + m_2 \cdot a^2 = \frac{2}{5} \cdot 7,06 \cdot 0,06^2 + 7,06 \cdot 0,36^2 = 0,925 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$I = I_1 + I_2 = 0,022 + 0,925 = 0,947 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Zjišťování momentu setrvačnosti pokusem

Moment setrvačnosti složitých těles se v technické praxi mnohdy určuje experimentálně. Nejčastěji se používá způsob kývání – měřené těleso se zavěsí na břit, rozkývá se, měříme dobu většího počtu kyvů (10 až 20).



Moment setrvačnosti

$$I = m \cdot g \cdot e \cdot \frac{t^2}{\pi^2}$$

m – hmotnost součásti;

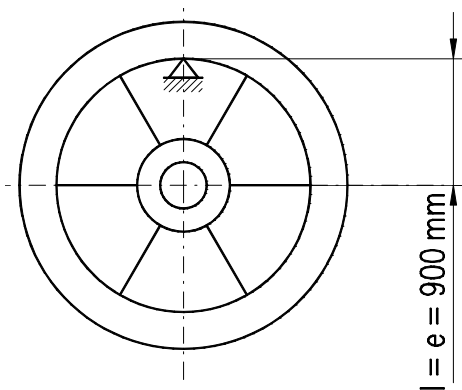
e – vzdálenost těžiště od osy kyvu;

t – čas 1 kyvu.

Moment setrvačnosti k ose procházející těžištěm:

$$I_0 = I - m \cdot e^2$$

Př.: Určete moment setrvačnosti setrvačníku o hmotnosti $m = 850 \text{ kg}$, je-li vzdálenost těžiště setrvačníku od závěsu $l = 900 \text{ mm}$ a doba deseti kyvů je 11 s .



$$t = \frac{11}{10} = 1,1 \text{ s}$$

$$I = m \cdot g \cdot e \cdot \frac{t^2}{\pi^2} = 850 \cdot 9,81 \cdot 0,9 \cdot \frac{1,1^2}{\pi^2} = 920 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Seznam použité literatury:

- MRŇÁK L. – DRDLA A.: *MECHANIKA – Pružnost a pevnost pro střední průmyslové školy strojnické.* Praha: SNTL, 1977.
- JULINA M., KOVÁŘ J., VENCLÍK V., *MECHANIKA II – Kinematika pro střední průmyslové školy strojnické,* Praha: SNTL, 1977.

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

- JULINA M., KOVÁŘ J., VENCLÍK V., *MECHANIKA III – Dynamika pro střední průmyslové školy strojnické*, Praha: SNTL, 1977.
- JULINA M., KOVÁŘ J., VENCLÍK V., *MECHANIKA IV – Mechanika tekutin a termomechanika pro střední průmyslové školy strojnické*, Praha: SNTL, 1977.
- TUREK, I., SKALA, O., HALUŠKA J.: *MECHANIKA – Sbírka úloh*. Praha: SNTL, 1982.
- LEINVEBER, J. – VÁVRA, P.: *Strojnické tabulky*. 5. doplněné vydání. Praha: Albra, 2011. ISBN 80-7361-033-7.