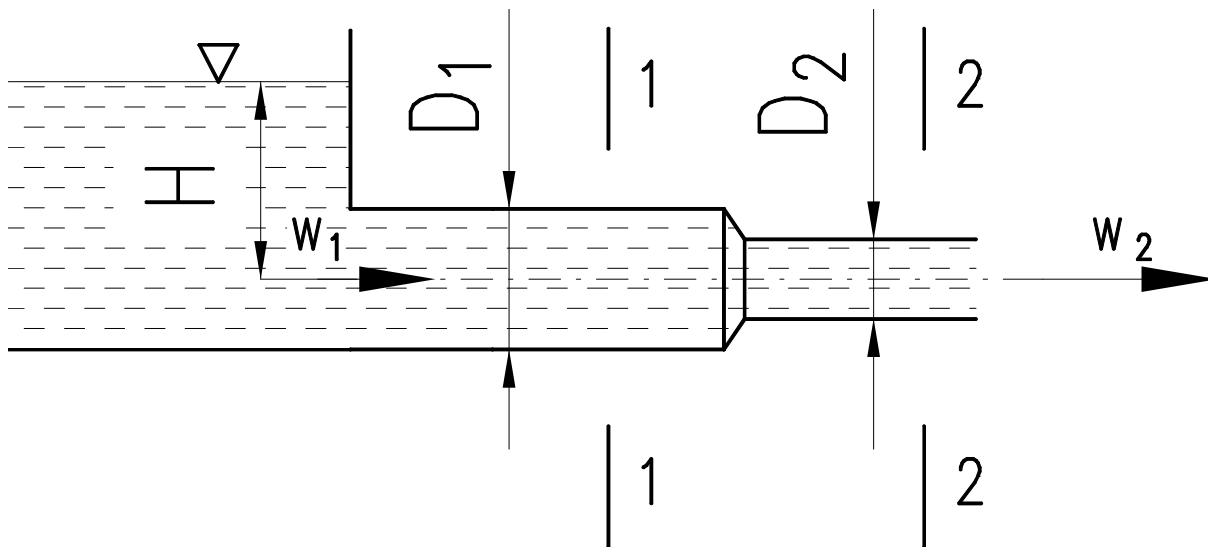


Název a adresa školy:	Střední škola průmyslová a umělecká, Opava, příspěvková organizace, Praskova 399/8, Opava, 746 01
Název operačního programu:	OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost, oblast podpory 1.5
Registrační číslo projektu:	CZ.1.07/1.5.00/34.0129
Název projektu	SŠPU Opava – učebna IT
Typ šablony klíčové aktivity:	III/2 Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT (20 vzdělávacích materiálů)
Název sady vzdělávacích materiálů:	MEC IIIb
Popis sady vzdělávacích materiálů:	Mechanika III – hydrodynamika a termomechanika, 3. ročník.
Sada číslo:	G-21
Pořadové číslo vzdělávacího materiálu:	02
Označení vzdělávacího materiálu: (pro záznam v třídní knize)	VY_32_INOVACE_G-21-02
Název vzdělávacího materiálu:	Bernoulliova rovnice – příklady k procvičení
Zhotoveno ve školním roce:	2011/2012
Jméno zhotovitele:	Ing. Iva Procházková

Bernoulliova rovnice – příklady k procvičení

Př.: Určete tlak a rychlost v průřezu 1 – 1 potrubí a objemový průtok potrubím, které je zakončeno tryskou $\varnothing D_2 = 80$ mm, $\varnothing D_1 = 100$ mm, $H = 3$ m. $Q_V = ?$, $w_1 = ?$, $w_2 = ?$



$$e_g + e_p + e_k = \text{konst.}$$

$$g \cdot H_1 + \frac{p_1}{\rho} + \frac{w_1^2}{2} = g \cdot H_2 + \frac{p_2}{\rho} + \frac{w_2^2}{2}$$

Mezi hladinou a výtokovým otvorem 2 – 2 dle Bernoulliovy rovnice platí:

$$g \cdot H + \frac{p_b}{\rho} + 0 = g \cdot 0 + \frac{p_b}{\rho} + \frac{w_2^2}{2}$$

$$g \cdot H = \frac{w_2^2}{2}$$

$$w_2^2 = 2 \cdot g \cdot H$$

$$w_2 = \sqrt{2g \cdot H} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 3} = 7,75 \text{ m/s}$$

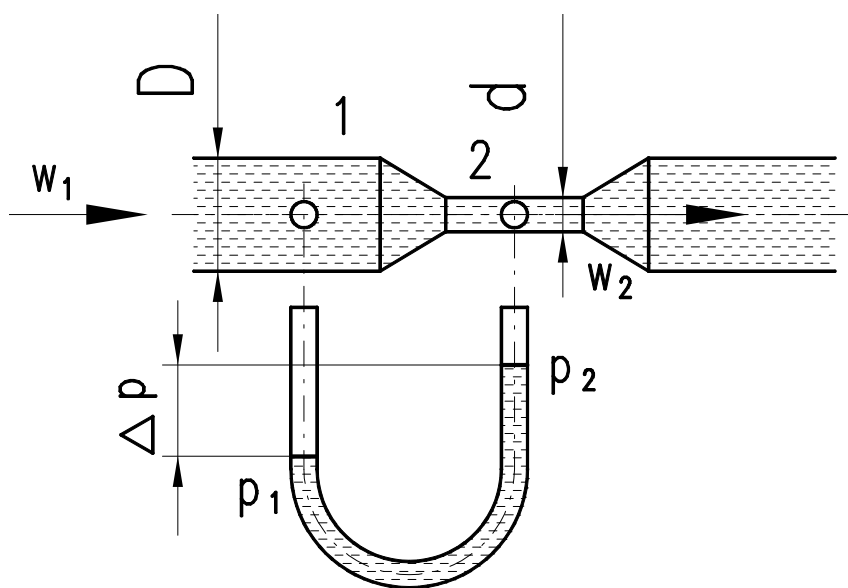
Z rovnice spojitost toku: $S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2$

$$w_1 = \frac{S_2 \cdot w_2}{S_1} = \frac{\pi \cdot \frac{D_2^2}{4} \cdot w_2}{\frac{\pi \cdot D_1^2}{4}} = \frac{\pi \cdot \frac{0,08^2}{4} \cdot 7,75}{\frac{\pi \cdot 0,1^2}{4}} = 4,96 \text{ m/s}$$

$$Q_V = S_1 \cdot w_1 = S_2 \cdot w_2$$

$$Q_V = \frac{\pi \cdot D_1^2}{4} \cdot w_1 = \frac{\pi \cdot 0,1^2}{4} \cdot 4,96 = 0,0389 \text{ m}^3/\text{s} = 38,9 \text{ l/s}$$

Př.: K měření objemového průtoku se používá Venturiho trubice. Určete objemový průtok, jestliže Venturiho trubice má rozměry $D = 100 \text{ mm}$, $d = 80 \text{ mm}$, naměřeno $\Delta p = p_1 - p_2 = 100 \text{ Pa}$, $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$.



Z rovnice spojitosti toku:

$$Q_V = S_1 \cdot w_1 = S_2 \cdot w_2$$

$$w_1 = \frac{S_2}{S_1} w_2 = i \cdot w_2$$

$$i = \frac{S_2}{S_1} = \frac{d^2}{D^2} = \frac{80^2}{100^2} = 0,64$$

Z Bernoulliovy rovnice pro 1 kg látky platí:

$$g \cdot H_1 + \frac{p_1}{\rho} + \frac{w_1^2}{2} = g \cdot H_2 + \frac{p_2}{\rho} + \frac{w_2^2}{2}$$

$$H_1 = H_2$$

$$\frac{p_1 - p_2}{\rho} = \frac{w_2^2 - w_1^2}{2}$$

$$\frac{\Delta p}{\rho} = \frac{w_2^2 - i \cdot w_2^2}{2} = \frac{w_2^2 \cdot (1 - i^2)}{2}$$

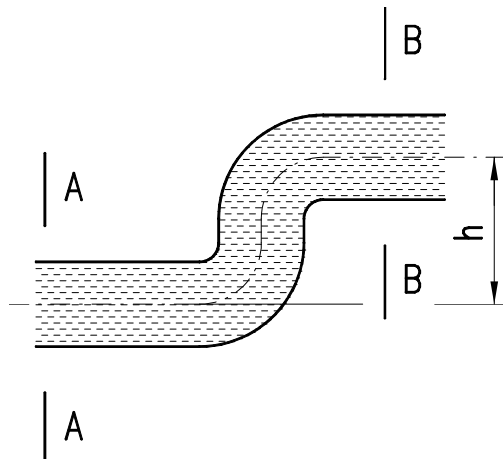
$$w_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta p}{\rho \cdot (1 - i^2)}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 100 \frac{N}{m^2}}{1000 \frac{kg}{m^3} \cdot (1 - 0,64^2)}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 100 \frac{\frac{kg \cdot m}{s^2}}{m^2}}{1000 \frac{kg}{m^3} \cdot (1 - 0,64^2)}} = 0,582 m/s$$

$$Q_V = S_2 \cdot w_2 = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot w_2 = \frac{\pi \cdot 0,08^2}{4} \cdot 0,582 = 0,00293 m^3/s$$

Př.: Potrubím konstantního průměru $d = 145 \text{ mm}$ je tlačena voda z průřezu A – A do průřezu B – B.

Vypočtěte tlak p_B , je-li v průřezu A – A, tlak $p_A = 2,16 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ a výškový rozdíl $h = 3,6 \text{ m}$. Jakou

rychlostí proudí voda, je-li objemový průtok $Q_V = 1,5 \text{ m}^3/\text{min} = 0,025 \text{ m}^3/\text{s}$?



Z Bernoulliovy rovnice pro 1 kg látky platí:

$$g \cdot H_A + \frac{p_A}{\rho} + \frac{w_A^2}{2} = g \cdot H_B + \frac{p_B}{\rho} + \frac{w_B^2}{2}$$

$$0 + \frac{p_A}{\rho} + \frac{w_A^2}{2} = g \cdot h + \frac{p_B}{\rho} + \frac{w_B^2}{2}$$

Z rovnice spojitosti toku:

$$S_A \cdot w_A = S_B \cdot w_B$$

$$S_A = S_B \rightarrow w_A = w_B$$

$$\frac{p_A}{\rho} = g \cdot h + \frac{p_B}{\rho}$$

$$p_B = p_A - h \cdot \rho \cdot g$$

nebo

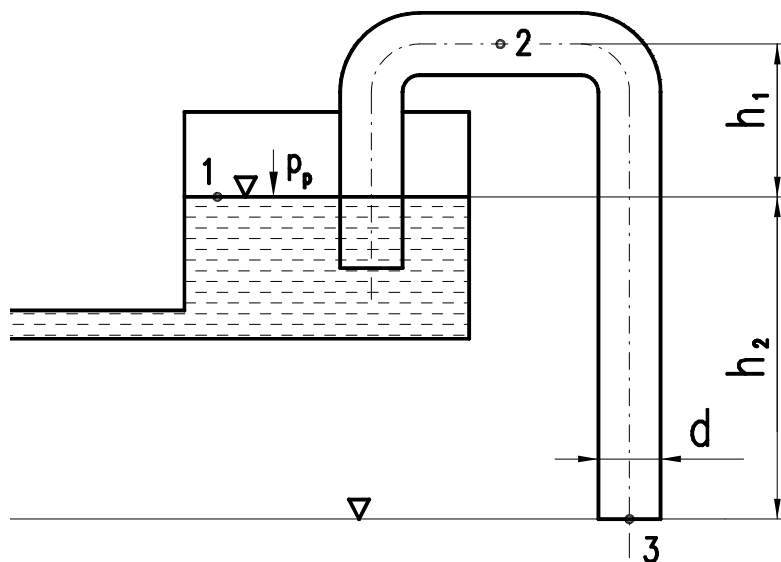
$$p_B = \rho \cdot \left(\frac{p_A}{\rho} - g \cdot h \right) = 1000 \cdot \left(\frac{2,16 \cdot 10^5}{1000} - 10 \cdot 3,6 \right) = 180\,000 \text{ Pa}$$

$$Q_V = S_1 \cdot w_1 = S_2 \cdot w_2 = S \cdot w = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot w$$

$$w = \frac{4 \cdot Q_V}{\pi \cdot d^2} = \frac{4 \cdot 1,5}{\pi \cdot 0,145^2} = 90,8 \text{ m/min} = 1,51 \text{ m/s}$$

Př.: Z nádoby vytéká voda násoskou o průměru $d = 60$ mm. V nádobě je udržována konstantní výška hladiny. Nad hladinou je udržován přetlak $p_p = 117,7 \text{ kPa} = 0,1177 \text{ MPa}$, $h_1 = 2 \text{ m}$, $h_2 = 3 \text{ m}$.

Určete objemový průtok a tlak v nejvyšším bodě násosky, $p_b = 99 \text{ kPa}$.



Z Bernoulliovy rovnice v bodech **1 – 3** pro 1 kg látky platí:

$$g \cdot h_1 + \frac{p_1}{\rho} + \frac{w_1^2}{2} = g \cdot h_2 + \frac{p_2}{\rho} + \frac{w_3^2}{2}$$

$$g \cdot h_2 + \frac{(p_b + p_p)}{\rho} + 0 = 0 + \frac{p_b}{\rho} + \frac{w_3^2}{2}$$

$$w_3 = \sqrt{2 \cdot \left(g \cdot h_2 + \frac{p_p}{\rho} \right)} = \sqrt{2 \cdot \left(10 \cdot 3 + \frac{117,7 \cdot 10^3}{1000} \right)} = 17,19 \text{ m/s}$$

Objemový průtok:

$$Q_v = S_1 \cdot w_1 = S_2 \cdot w_2$$

$$Q_v = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot w_3 = \frac{\pi \cdot 0,06^2}{4} \cdot 17,19 = 0,0486 \text{ m}^3/\text{s} = 48,6 \text{ l/s}$$

Tlak zjistíme z Bernoulliovy rovnice v bodech **1 – 2**, platí:

$$d_2 = d_3 \rightarrow w_2 = w_3$$

$$g \cdot h_1 + \frac{p_1}{\rho} + \frac{w_1^2}{2} = g \cdot h_2 + \frac{p_2}{\rho} + \frac{w_2^2}{2}$$

$$0 + \frac{p_p + p_b}{\rho} + 0 = g \cdot h_1 + \frac{p_2}{\rho} + \frac{w_3^2}{2}$$

$$p_2 = \rho \cdot \left(\frac{p_p + p_b}{\rho} - g \cdot h_1 - \frac{w_3^2}{2} \right) = 1000 \cdot \left(\frac{117,7 \cdot 10^3 + 99 \cdot 10^3}{1000} - 10 \cdot 2 - \frac{17,19^2}{2} \right) =$$

$$= 48952 \text{ Pa} \doteq 49 \text{ kPa}$$

Seznam použité literatury:

- MRŇÁK L. – DRDLA A.: *MECHANIKA – Pružnost a pevnost pro střední průmyslové školy strojnické*. Praha: SNTL, 1977.
- JULINA M., KOVÁŘ J., VENCLÍK V., *MECHANIKA II – Kinematika pro střední průmyslové školy strojnické*, Praha: SNTL, 1977.
- JULINA M., KOVÁŘ J., VENCLÍK V., *MECHANIKA III – Dynamika pro střední průmyslové školy strojnické*, Praha: SNTL, 1977.
- JULINA M., KOVÁŘ J., VENCLÍK V., *MECHANIKA IV – Mechanika tekutin a termomechanika pro střední průmyslové školy strojnické*, Praha: SNTL, 1977.
- TUREK, I., SKALA, O., HALUŠKA J.: *MECHANIKA – Sbírka úloh*. Praha: SNTL, 1982.
- LEINVEBER, J. – VÁVRA, P.: *Strojnické tabulky*. 5. doplněné vydání. Praha: Albra, 2011. ISBN 80-7361-033-7.