

Calculadora Gráfica de Integral

Manual do usuário.

Autores: Alexandre Leal, Amanda Sato, Arthur Duran,
Eduarda Wiltiner, Eduardo Ribeiro, Heimilly Lavele,
Letícia Anteghini e Lucas Pereira.

Universidade de São Paulo, Brasil
Escola de Engenharia de Lorena
Departamento de Engenharia de Materiais

2018

Conteúdo

1	Introdução	3
2	Sintaxe das Funções	3
3	Utilizando o Programa	3
3.1	Elementos da Interface	4
3.2	Cálculo de uma Integral Definida	5
3.3	Cálculo de uma Integral Definida a partir de Dados de uma Tabela	5
3.4	Cálculo de uma Integral Indefinida	6
4	Código do Programa	6

1 Introdução

Este manual tem como objetivo servir como guia de uso da *Calculadora Gráfica de Integral*, trazendo alguns conceitos básicos necessário para seu uso adequado.

A *Calculadora Gráfica de Integral* faz uso da linguagem de programação *Python* e utiliza as bibliotecas *Scipy*, *Simpy*, *Numpy*, *Matplotlib* e *Tkinter*, sendo necessário ter instaladas todas as bibliotecas supracitadas para o correto funcionamento do programa. Por fim, este programa está sob licença GNU.

2 Sintaxe das Funções

As bibliotecas utilizadas requerem uma sintaxe específica para a função a ser integrada. A relação entre a escrita usual de algumas funções mais comuns e a sintaxe correta se encontra abaixo:

$\sin(x)$	<code>sin(x)</code>
$\cos(x)$	<code>cos(x)</code>
$\tan(x)$	<code>tan(x)</code>
$\cotan(x)$	<code>cot(x)</code>
$\arcsin(x)$	<code>asin(x)</code>
$\arccos(x)$	<code>acos(x)</code>
$\arctan(x)$	<code>atan(x)</code>
$\text{arccotan}(x)$	<code>acot(x)</code>
$\sinh(x)$	<code>sinh(x)</code>
$\cosh(x)$	<code>cosh(x)</code>
$\tanh(x)$	<code>tanh(x)</code>
$\cotanh(x)$	<code>coth(x)</code>
$\text{arcsinh}(x)$	<code>asinh(x)</code>
$\text{arccosh}(x)$	<code>acosh(x)</code>
$\text{arctanh}(x)$	<code>atanh(x)</code>
$\text{arccotanh}(x)$	<code>acoth(x)</code>
e^x	<code>exp(x)</code>
\sqrt{x}	<code>sqrt(x)</code>
$\log_b a$	<code>log(a,b)</code>
$\ln(a)$	<code>log(a)</code>
x^b	<code>x**b</code>
a^x	<code>a*x</code>

3 Utilizando o Programa

Aqui são apresentadas as funções disponíveis no programa para o cálculo de integrais. Cabe observar que esta versão não suporta o cálculo de integrais impróprias, i.e., integrais do tipo $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx$.

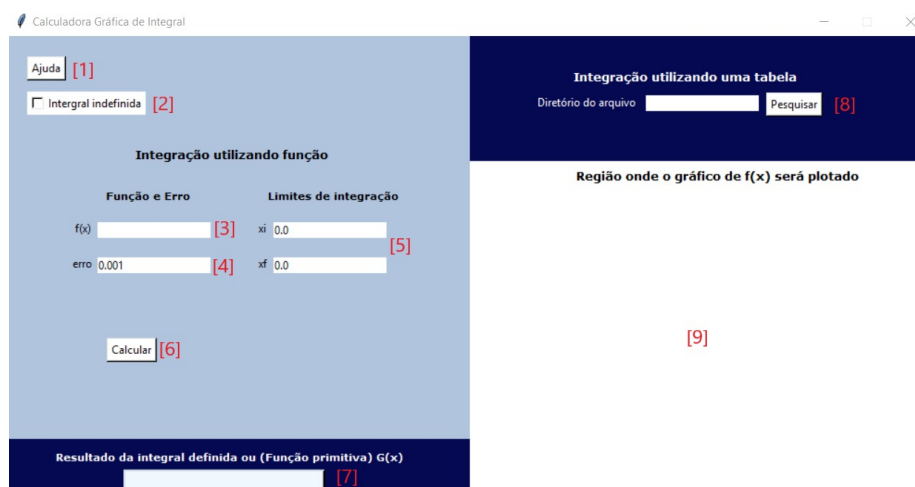


Figura 1: Interface.

3.1 Elementos da Interface

A interface do programa é simples, contendo apenas uma janela, representada na Figura (1). Estão presentes nela os seguintes elementos:

1. **Botão ajuda:** Ao clicar neste botão, você será encaminhado ao manual, onde encontra-se um tutorial com figuras que irá auxiliar nas primeiras utilizações do programa.
2. **Botão de Integral Indefinida:** Ao selecionar a caixa, o programa irá calcular a primitiva da função em questão e mostrará o gráfico da função no intervalo $[-10, 10]$.
3. **Área da função:** Neste local deve ser inserida a função cuja integral pretende-se calcular, lembrando que a sintaxe deve estar de acordo com o mostrado na Seção 2.
4. **Erro da função:** Nesta caixa deve ser inserido o erro com o qual se deve calcular a integral definida.
5. **Limites da integral:** Aqui são inseridos os limites inferior (na primeira caixa) e superior (segunda caixa) da integral.
6. **Botão Calcular:** Clicando neste botão, o programa irá calcular a integral desejada. No caso de haver um erro, uma notificação aparecerá.
7. **Resultado:** Nesta área será mostrado o resultado da integral. No caso de uma integral definida, será dado um valor numérico, caso contrário, será apresentada a primitiva da função.
8. **Pesquisar por tabela:** Clicando nesta caixa, uma nova janela é aberta para selecionar um arquivo em formato .txt com uma tabela. A primeira coluna representa os valores de x e, a segunda, os valores de y .
9. **Gráfico:** Nesta área é dado o gráfico da função.

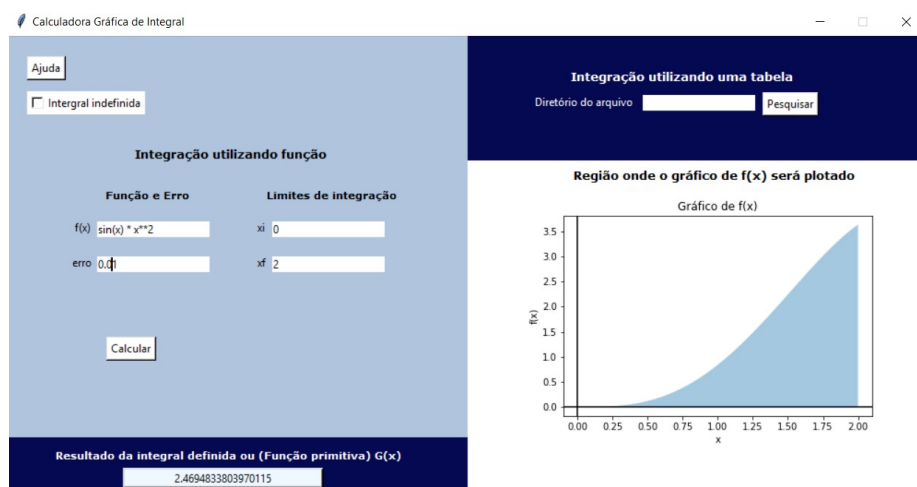


Figura 2: Cálculo de uma integral definida.

3.2 Cálculo de uma Integral Definida

Calculemos, por exemplo, a integral de $f(x) = x^2 \sin(x)$ no intervalo $[0, 2]$, com erro de 0,01. Conforme a Figura (2), devemos escrever a função na seguinte forma: $x * x^2 * \sin(x)$ e podemos ver que o resultado é aproximadamente 2,47.

3.3 Cálculo de uma Integral Definida a partir de Dados de uma Tabela

Neste caso, o procedimento é semelhante ao cálculo da integral definida de uma dada função. Deve-se colocar os limites de integração e o erro e selecionar, através do botão "pesquisar", o arquivo .txt que contenha os valores dos pares $x, f(x)$. O gráfico mostrado corresponde aos pontos contidos no arquivo e a região abaixo da linha constituída pelos pontos (vide Figura (3)).

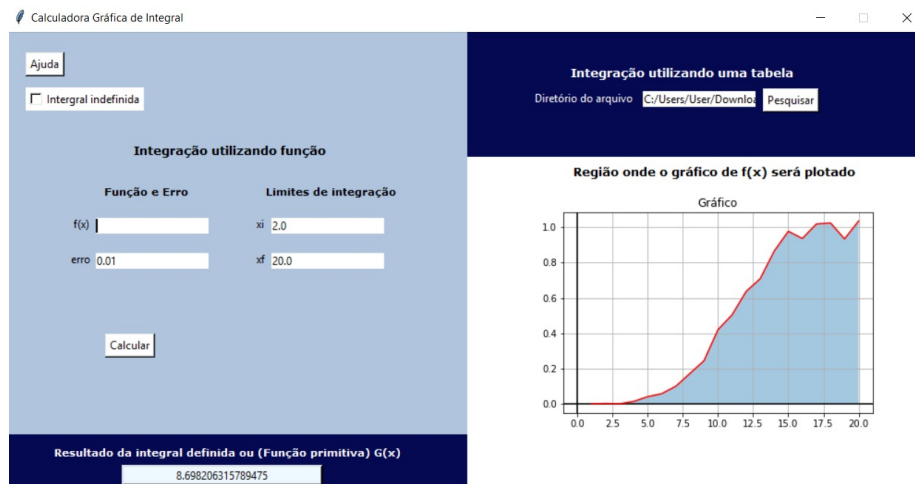


Figura 3: Integral definida a partir de dados de uma tabela.

3.4 Cálculo de uma Integral Indefinida

Para calcular a primitiva da função, a caixa onde está escrito "integral indefinida" deve ser selecionada. As caixas onde são inseridos os limites de integração definirão o alcance do eixo x do gráfico, enquanto o valor inserido no erro é desconsiderado pelo programa. A Figura (4) mostra a configuração do programa para o cálculo da primitiva de $f(x) = x^2 \sin(x)$, com seu gráfico no intervalo $[-10, 10]$.

4 Código do Programa

A seguir, encontra-se o código do programa para eventuais consultas.

```
Created on Fri Nov 30 17:22:49 2018
@author: Alexandre Leal, Amanda Sato, Arthur, Eduarda, Eduardo
Ribeiro, Heimilly Lavele, Leticia, Lucas Pereira
"
BIBLIOTECAS IMPORTADAS import tkinter.messagebox as msg
from tkinter import filedialog Usos para a interface GUI im-
port webbrowser import tkinter as tk Biblioteca de inter-
face GUI import matplotlib.pyplot as plt Usos para a mon-
tagem do gráfico from matplotlib.backends.backend_tkagg import FigureCanvasTkAgg
TODAS AS PARTES SEPARADINHAS RESPECTIVAMENTE
JANELA FRAME1 ONDE A FUNÇÃO, OS LIMITES E O ERRO SERÃO
DEFINIDOS FRAME2 ONDE SERÁ MOSTRADO O RESULTADO DA INTEGRAL
FRAME3 ONDE SERÁ PLOTADO O GRÁFICO FUNÇÃO CÀLCULO DAS IN-
TEGRAIS DEFINIDAS E INDEFINIDAS ENTRADAS DEFINIÇÃO DO GRÁFICO
DA FUNÇÃO BOTOES IMAGEM DO SÍMBOLO DA INTEGRAL POSIÇÃO DO
FRAME1 E DE TUDO DENTRO DO FRAME1 POSIÇÃO DO FRAME2 E DE TUDO
DENTRO DO FRAME2 FINAL
JANELA
```

```
janela = tk.Tk() Criação da Janela principal do programa
janela.title('Calculadora Gráfica de Integral') Nome do pro-
grama janela.configure(bg = 'alice blue') Cor do background
da janela janela.geometry("1000x500") Tamanho da Janela janela.focus_set()janela.b
",lambdae : e.widget.quit())janela.resizable(0,0)Nãopermitealterarotamanhoda janela
```

```
----- FRAME1 ONDE
```

```
A FUNÇÃO, OS LIMITES E O ERRO SERÃO DEFINIDOS
```

```
Frame1 = tk.Frame(janela , bd = 60, bg = 'B0C4DE', width
= 500, height= 500) Criação do Frame1, região onde os in-
puts da função serão dados Frame1.pack()
text1f1 é o título do frame 1, os textnfl de 2 a 5 são os
títulos das 4 caixas de texto a serem inseridos text1f1 = tk.Label(Frame1,
text = 'Integração utilizando função', width=40, bg = 'B0C4DE', fg
= 'black', font = ("Verdana", "10", "bold")) Título do Frame1
text1f1.pack()
```

```
text2f1 = tk.Label(Frame1, text = 'xi', bg = 'B0C4DE', fg
= 'black') Legendas das Caixas de texto text2f1.pack()
text3f1 = tk.Label(Frame1, text = 'xf', bg = 'B0C4DE', fg
= 'black') Legendas das Caixas de texto text3f1.pack()
text4f1 = tk.Label(Frame1, text = 'f(x)', bg = 'B0C4DE', fg
= 'black') Legendas das Caixas de texto text4f1.pack()
text5f1 = tk.Label(Frame1, text = 'erro', bg = 'B0C4DE', fg
= 'black') Legendas das Caixas de texto text5f1.pack()
```

```
Os text 6 e 7 representam os subtópicos para o cálculo da
integral
```

```
text6f1 = tk.Label(Frame1, text = 'Limites de integração',
bg = 'B0C4DE', fg = 'black', font = ("Verdana", "8", "bold"))
Título das Legendas text6f1.pack()
```

```
text7f1 = tk.Label(Frame1, text = 'Função e Erro', bg =
'B0C4DE', fg = 'black', font = ("Verdana", "8", "bold")) Título
das Legendas text7f1.pack()
```

```
Os quatro valores inseridos serão captados nesses inputs
input1 = tk.StringVar() xi (limite esquerdo do domínio
de integração) input3 = tk.DoubleVar() xf (limite direito
do domínio de integração) input4 = tk.DoubleVar() Função de
x --> f(x) input5 = tk.DoubleVar() Erro
```

```
Opção de realizar a integral indefinida, usando um botão
de on, off. v = tk.IntVar() C = tk.Checkbutton(Frame1, text='Integral
indefinida', variable=v, fg = 'black', bg = 'white') Botão de
'Switch' entre a integral indefinida e a definida C.var = v
C.pack() -----
```

```
FRAME2 ONDE SERÁ MOSTRADO O RESULTADO DA INTEGRAL
```

```
Frame2 = tk.Frame(janela, bd = 50, width= 500, height =
150, bg = '050951') Criação do Frame2, região onde os out-
puts da função ou da tabela serão dados Frame2.pack(side= 'bot-
tom')
```

```
text1f2 = tk.Label(Frame2, text= 'Resultado da integral
definida ou (Função primitiva) G(x)', bg = '050951', fg = 'white',
```

```

font= ("Verdana", "8", "bold"))  Título da caixa de texto que
mostra o resultado text1f2.pack()
    xLabel = tk.Label(Frame2, width=30, bg = 'alice blue', bd=3,
relief= 'raised')  Caixa que indica o resultado xLabel.pack()
-----

FRAME3 ONDE SERÁ PLOTADO O GRÁFICO
    Frame3 = tk.Frame(janela, bd = 50, bg = 'white', width= 100,
height = 100)  Criação do Frame3, região onde o gráfico de
f(x) é plotado Frame3.pack(side='left')  Posição do Frame3
dentro da janela Frame3.place(relx=.4, rely = .9)  Posição
do Frame3 dentro da janela
    text1f3 = tk.Label(Frame3, text = 'Região onde o gráfico
de f(x) será plotado', width=40, bg = 'white' , fg= 'black',
font = ("Verdana", "10", "bold"))  Título do Frame3 text1f3.pack()
-----

FRAME4 ONDE SERÃO IMPORTADOS DADOS
    Frame4 = tk.Frame(janela, bd = 50, width= 500, height = 135,
bg = '050951')  Criação do Frame4, região onde os inputs de
tabela são feitos Frame4.pack()
    text2f4 = tk.Label(Frame4, text = 'Integração utilizando
uma tabela', width=40, bg = '050951', fg = 'white', font = ("Ver-
dana", "10", "bold"))  Título do Frame4 text2f4.pack()
    text1f4 = tk.Label(Frame4, text= 'Diretório do arquivo', fg=
'white', bg = '050951')  Legenda da caixa de texto text1f4.pack()
    dados = tk.StringVar()
-----

FUNÇÃO CÁLCULO DAS INTEGRAIS DEFINIDAS E INDEFINIDAS
    fig = plt.figure() canvas = FigureCanvasTkAgg(fig, mas-
ter= Frame3) canvas.get_tk_widget().pack()
    def result(): try: novafunção = input1.get() limS = in-
put4.get() limI = input3.get() if str(limS)=='inf' or str(limS)=='-inf'
or str(limI)=='inf' or str(limI)=='-inf' : msg.showinfo("Erro",
"Caracterer invalido!!", limites infinitos não aceitos") err
= input5.get() x2 = np.linspace(-10,10,100) x1 = np.linspace(limI,limS,100)
except: msg.showinfo("Erro", "Caracterer invalido!!")
    if v.get()== 1: integral indefinida try:
        fun = parse_expr(novafunção) a = str(integrate(fun,x))+'+C' resultado2 =
str(a) xLabel.config(text = resultado2) w = x2 resultado2 = str(a) novafunção =
re.sub("cos", "np.cos", novafunção) novafunção = re.sub("sin", "np.sin", novafunção) novafunção =
re.sub("tan", "np.tan", novafunção) novafunção = re.sub("anp.cos", "np.arccos", novafunção) novafunção =
re.sub("anp.sin", "np.arcsin", novafunção) novafunção = re.sub("anp.tan", "np.arctan", novafunção) novafunção =
re.sub("anp.sinh", "np.arcsinh", novafunção) novafunção = re.sub("anp.cosh", "np.arccosh", novafunção) novafunção =
re.sub("anp.tanh", "np.arctanh", novafunção) novafunção = re.sub("ln", "np.log", novafunção) novafunção =
re.sub("exp", "np.exp", novafunção) input4.set(10) input3.set(-10) def f(x): return eval(novafunção)
    except: msg.showinfo("Erro", "Operação não disponível!")
else: integral definida try: novafunção = re.sub("cos", "np.cos",
novafunção) novafunção = re.sub("sin", "np.sin", novafunção)

```



```

novafunção = re.sub("tan", "np.tan", novafunção) novafunção
= re.sub("anp.cos", "np.arccos", novafunção) novafunção = re.sub("anp.sin",
"np.arcsin", novafunção) novafunção = re.sub("anp.tan", "np.arctan",
novafunção) novafunção = re.sub("anp.sinh", "np.arcsinh", novafunção)
novafunção = re.sub("anp.cosh", "np.arccosh", novafunção) novafunção
= re.sub("anp.tanh", "np.arctanh", novafunção) novafunção =
re.sub("ln", "np.log", novafunção) novafunção = re.sub("exp",
"np.exp", novafunção) def f(x): return eval(novafunção)
    resultado, erro = spi.quad(f, limI, limS, epsabs = err)
    resultado1 = str(resultado) xLabel.config(text = resul-
tadol) w=x1 y = f(w)
    fig.clear()
    plt.axhline(0, color='k') plt.axvline(0, color='k') plt.xlabel('x')
plt.ylabel('f(x)') plt.title('Gráfico de f(x)') plt.fill_between(w,y,alpha =
.4)
    fig.canvas.draw_iidle()except: msg.showinfo("Erro", "Operação não disponível!") y = f(w)
    fig.clear()
    plt.axhline(0, color='k') plt.axvline(0, color='k') plt.xlabel('x')
plt.ylabel('f(x)') plt.title('Gráfico de f(x)') plt.fill_between(w,y,alpha =
.4)
    fig.canvas.draw_iidle()-----
-----
-----
FUNÇÃO QUE ABRE E LÊ O ARQUIVO
def AbreArquivo():
    try: name = filedialog.askopenfilename(initialdir="C:/Desktop/", filetypes
= (("Text File", "*.txt"), ("All Files", "*.*")), title = "Cho-
ose a file.")
    Arquivo.insert(tk.INSERT, name)
    dadosx, dadosy = np.genfromtxt( name , unpack = True) n
= (len(dadosx) - 1) saber quantos intervalos meu gráfico vai
ser dividido
    except: msg.showinfo("Erro", "Arquivo não existente, ou
tipo não suportado!") dados.set('')
    def método_trapézio(x1,x2,n,dados_n,ovos): y = dados_n, ovos = float(x2-
x1)/nsoma = y[0] + 2. * np.sum(y[1:-1]) + y[-1] return .5 * h * soma
    integ = método_trapézio(dadosx[1], dadosx[-1], n, dadosy) xLabel.config(text =
str(integ))
    fig.clear()
    plt.axhline(0, color='k') plt.axvline(0, color='k') plt.title('Gráfico')
plt.plot(dadosx, dadosy, 'r') plt.fill_between(dadosx, dadosy, alpha =
.4) plt.grid()
    fig.canvas.draw_iidle() input1.set("") input3.set(dadosx[1]) input4.set(dadosx[-1]) função que abre a página
webbrowser.open('https://github.com/lucp770/ProjetoPythonPrograma_de_Integracao')
-----
-----
ENTRADAS DAS VARIÁVEIS/DEFININDO OS VALORES DAS VARIÁVEIS
Arquivo = tk.Entry(Frame4, textvariable = dados, bd =10, bor-
derwidth=0) Entrada de dados pela tabela Arquivo.pack()

```

```

Func = tk.Entry(Frame1, textvariable = input1 , bd = 10,
borderwidth= 0)  Entrada do valor função Func.bind(«Return>",
result ) Func.pack() Lim1 = tk.Entry(Frame1, textvariable =
input3 , bd = 10, borderwidth= 0)  Entrada da variável Lim1
Lim1.pack() Lim2 = tk.Entry(Frame1, textvariable = input4 ,
bd = 10,borderwidth= 0)  Entrada da variável Lim2 Lim2.pack()
Error = tk.Entry(Frame1, textvariable = input5 , bd = 10,bor-
derwidth= 0)  Entrada da variável Error Error.pack() a=0.001
input5.set('') Error.insert(tk.INSERT, a)

BOTOES
Bulfl = tk.Button(Frame1, text = 'Calcular', command = re-
sult, fg = 'black' ,bg = 'white')  Botão para calcular, fica
na região de inserir a função (Frame1) Bulfl.pack()
Bu2fl = tk.Button(Frame1, text = 'Ajuda',fg = 'black',bg
= 'white', command = ajuda)  Botão de Ajuda, abre o browser
com um manual de como usar o programa Bu2fl.pack()
Bulfl4 = tk.Button(Frame4, text = 'Pesquisar', command =
AbreArquivo, bg = 'white' , fg = 'black' )  Botão que abre
uma aba para o usuário abrir o arquivo que deseja pedir para
a calculadora ler.  Bulfl4.pack()

POSIÇÃO DO FRAME1 E DE TUDO DENTRO DO FRAME1 Usando 'place'
nos temos as coordenadas de cada 'widget' da nossa interface.
Frame1.place(anchor = 'nw') Posição do Frame 1 text1fl.place(relx
= .0, rely = .15) Posição de Título da região/frame text4fl.place(relx
= .030, rely = .36) Legenda do início do domínio text5fl.place(relx
= .020, rely = .46) Legenda do final do domínio text2fl.place(relx
= .55, rely = .36) Legenda da função text3fl.place(relx = .55,
rely = .46) Legenda do erro text6fl.place(relx = .575, rely
= .27) Título de Limites de integração text7fl.place(relx =
.115, rely = .27) Título de Função e erro Lim1.place(relx =
.60, rely = .37) Caixa de texto para se inserir o limite ini-
cial do domínio Lim2.place(relx = .60, rely = .47) Caixa de
texto para se inserir o limite final do domínio Func.place(relx
= .1, rely = .37) Caixa de texto para se inserir a função
Error.place(relx = .1, rely = .47) Caixa de texto para se
inserir o erro Bulfl.place(relx = .125, rely = .7) Botão de
calcular Bu2fl.place(relx = -.1, rely = -.1) Botão de ajuda
C.place(relx = -.10, rely = .0) Marcador de integral inde-
finida

POSIÇÃO DO FRAME2 E DE TUDO DENTRO DO FRAME2
Frame2.place(rely=.87) Posição do Frame 2 na Janela; O
Frame 2 é a parte dos resultados da integral, onde mostra a
primitiva de  $f(x) \Rightarrow G(x)$  text1f2.place(relx=.0,rely=-0.8)
Posição do título da caixa de texto xLabel.place(relx=.19,
rely=-0.35) Posição da Região onde  $G(x)$  será mostrada

POSIÇÃO DO FRAME3 E DE TUDO DENTRO DO FRAME 3
Frame3.place(relx = .5,rely=0.22) Posição do Frame 3 (Região
onde um gráfico de  $f(x)$  será plotado) text1f3.place(relx =
.08, rely = -.07) Posição do título da região

POSIÇÃO DO FRAME4 E DE TUDO DENTRO DO FRAME4

```

```
Frame4.place(relx =.5)  Posição do Frame 4 (Região onde
a tabela será inserida) text1f4.place(relx=.05 , rely=.3)  Posição
da legenda da caixa de texto de input do arquivo da tabela
Bulf4.place(relx=.675 , rely =.3)  Posição do botão buscar
arquivo Arquivo.place(relx=.35 , rely=.4 )  Caixa de texto
para se inserir o diretório do arquivo text2f4.place(relx =
.0, rely =-.5)  Posição do Título do Frame 4
FINAL
janela.bind('<Return>')
janela.mainloop()
```