

RICHIAMI DI MECCANICA

- Grandezze fisiche scalari e vettoriali
- Algebra dei vettori
- Cinematica - Descrizione del moto
- Dinamica - Leggi di Newton

Grandezze fisiche

• Scalari

numero reale

• Vettoriali:

Vettori

direzione

verso

modulo = intensità

Notazione : vettore \vec{a}

modulo $|\vec{a}|$, a

ALGEBRA DEI VETTORI

1/ prodotto di un vettore \vec{a} per uno scalare m

\vec{a} vettore

$$\vec{b} = m \vec{a}$$

\vec{b} vettore

m scalare

(numero reale)

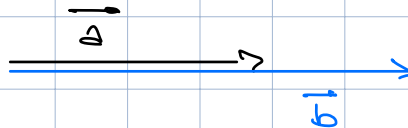
• stessa direzione di \vec{a}

• $b = |m| a$

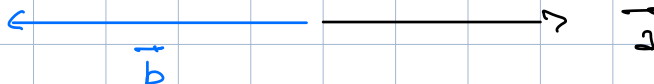
• Verso : $m > 0$

stesso verso \vec{a}

• $m > 0$



• $m < 0$



$m < 0$

Verso opposto \vec{a}

VETTORI

$$\vec{u} : |\vec{u}| = u = 1$$

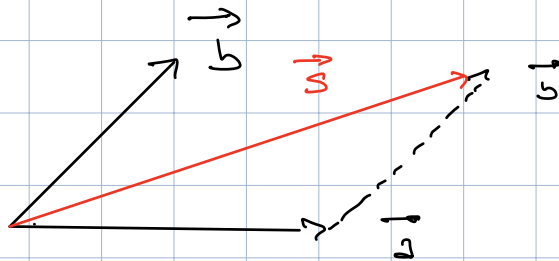
$$\vec{a} = a \vec{u}$$

$$u = \frac{a}{|a|}$$

11 / Somma e sottrazione

\vec{a}, \vec{b} vettori

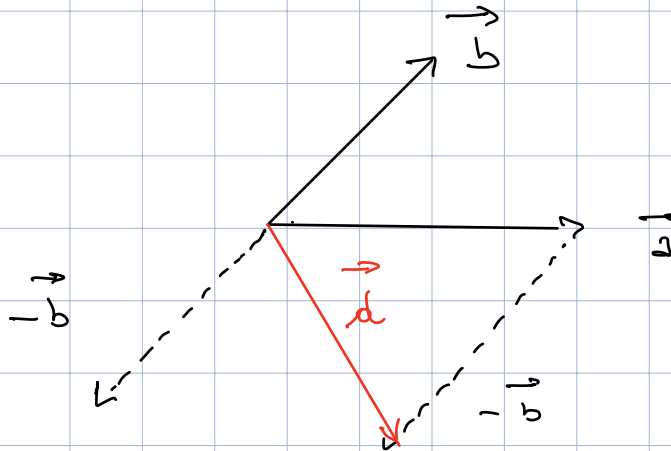
$$\vec{s} = \vec{a} + \vec{b}$$



$$\vec{d} = \vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$$

$$-\vec{b} = (-1)\vec{b}$$

Vettore
opposto



Scomposizione di un vettore

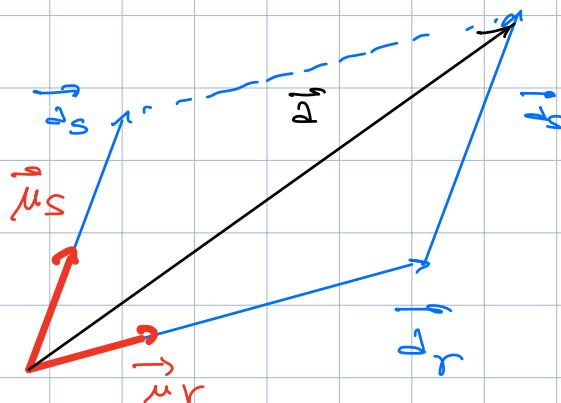
$\vec{\mu}_r, \vec{\mu}_s$

versori

$\mu_r = 1$

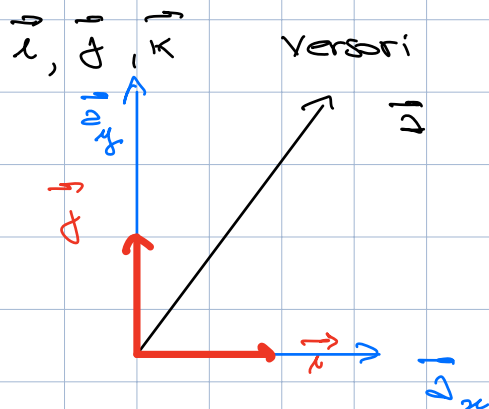
$\mu_s = 1$

\vec{a} vettore



$$\vec{a} = \vec{a}_r + \vec{a}_s = a_r \vec{\mu}_r + a_s \vec{\mu}_s$$

III / Definizione analitica di un vettore



$$\vec{v} = \vec{v}_x + \vec{v}_y = a_x \vec{i} + a_y \vec{j}$$

$$\vec{v} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j}$$

$$\vec{b} = b_x \vec{i} + b_y \vec{j}$$

• Somma

$$\begin{aligned} \vec{s} = \vec{v} + \vec{b} &= a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + b_x \vec{i} + b_y \vec{j} = \\ &= \underbrace{(a_x + b_x)}_{s_x} \vec{i} + \underbrace{(a_y + b_y)}_{s_y} \vec{j} \\ &= s_x \vec{i} + s_y \vec{j} \end{aligned}$$

• Differenza

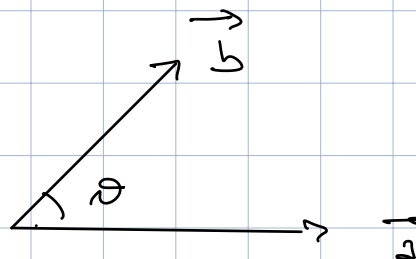
$$\begin{aligned} \vec{d} = \vec{v} - \vec{b} &= (a_x - b_x) \vec{i} + (a_y - b_y) \vec{j} \\ &= \underbrace{(a_x - b_x)}_{d_x} \vec{i} + \underbrace{(a_y - b_y)}_{d_y} \vec{j} \\ &= d_x \vec{i} + d_y \vec{j} \end{aligned}$$

IV / prodotto scalare

\vec{a} vettore
 \vec{b} vettore

$$s = \vec{a} \cdot \vec{b}$$

$$s = a b \cos \vartheta$$



$$\vartheta = (2m+1) \frac{\pi}{2} \quad \cos \vartheta = 0$$

$$\vartheta = 0, 2\pi \quad \cos \vartheta = +1$$

$$\vec{a} \cdot \vec{a} = a a \underbrace{\cos 0}_{=+1} = a^2$$

$$\vec{u} \cdot \vec{u} = 1$$

$$\vec{i} \cdot \vec{i} = \vec{j} \cdot \vec{j} = \vec{k} \cdot \vec{k} = 1$$

$$\vec{i} \cdot \vec{j} = \vec{j} \cdot \vec{k} = \vec{k} \cdot \vec{i} = 0$$

$\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$ versori
orto-normali

$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}$$

$$\vec{b} = b_x \vec{i} + b_y \vec{j} + b_z \vec{k}$$

$$\begin{aligned} \vec{a} \cdot \vec{b} &= (a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}) \cdot (b_x \vec{i} + b_y \vec{j} + b_z \vec{k}) \\ &= a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z \end{aligned}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{a} = a^2$$

$$= a_x^2 + a_y^2 + a_z^2$$

$$\vec{u} = \frac{1}{a} \vec{a} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}} (a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k})$$

$$\vec{\mu} = \frac{\Delta x}{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}} \vec{x} + \frac{\Delta y}{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}} \vec{y} + \frac{\Delta z}{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}} \vec{z}$$

v / prodotto vettoriale

medio

indice

Verso =

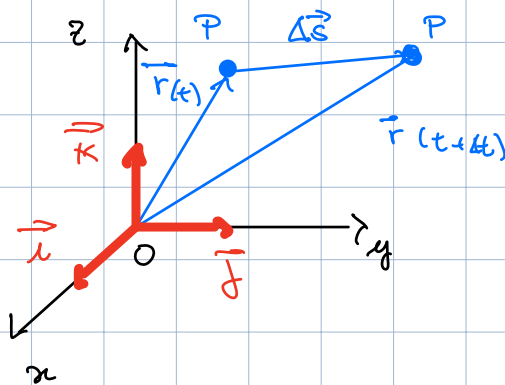
regola mano DX

$$\vec{v} = \vec{a} \times \vec{b}$$

$$v = a b \sin \theta$$

CINETICA

- punti materiali
- sistemi di riferimento



Spostamento

$$\underbrace{\vec{r}(t+\Delta t)}_{\text{posizione finale}} - \underbrace{\vec{r}(t)}_{\text{posizione iniziale}} = \Delta \vec{s}$$

Velocità media

$$\vec{v}_{\text{media}} = \frac{\vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t} = \frac{1}{\Delta t} [\underbrace{\vec{r}(t+\Delta t)}_{\text{scalar}} - \underbrace{\vec{r}(t)}_{\text{vettore}}]$$

Velocità

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t}$$

Accelerazione media

$$\vec{a}_{\text{media}} = \frac{\vec{v}(t+\Delta t) - \vec{v}(t)}{\Delta t}$$

Accelerazione

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{v}(t+\Delta t) - \vec{v}(t)}{\Delta t}$$

1/ Classificazione dei problemi:

$$\vec{r}(t) \rightarrow \vec{v}(t), \vec{a}(t)$$

$$\vec{a}(t) \rightarrow \vec{v}(t), \vec{r}(t) \quad 2 \text{ condizioni iniziali}$$

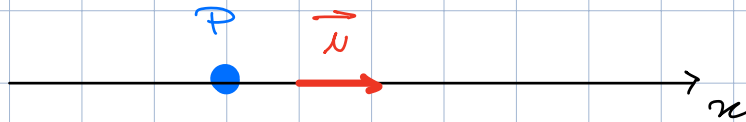
2/ Grandezze & unità di misura

$$[r] = L \quad m$$

$$[v] = L/T \quad m/s$$

$$[a] = L/T^2 \quad m/s^2$$

Moto rettilineo



$$\vec{a}(t) = a_x(t) \vec{u}$$

$$\vec{v}(t) = v_x(t) \vec{u}$$

$$\vec{r}(t) = x(t) \vec{u}$$

$$a_x(t) = a$$

moto rettilineo

uniforme

accelerato

leggi orarie

$$a(t) = a$$

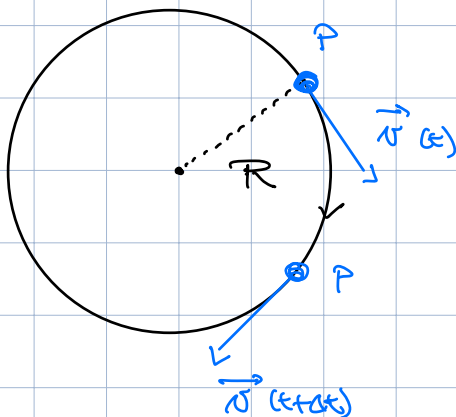
$$v(t) = at + v_0$$

v_0 velocità $t=0$

$$x(t) = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$$

x_0 posizione $t=0$

Moto circolare uniforme



T : periodo

$$v_0 = \frac{2\pi R}{T} = \omega R$$

$$a_c = \frac{v_0^2}{R} = \omega^2 R$$

accelerazione

centrifuga