MODELLO PROBABILISTICO

OGGETTO MATEMATICO CHE FORNISCE LA RAPPRESENTAZIONE ASTRATTA DI → ESPERIMENTO PROBABILISTICO

① SPAZIO CAMPIONARIO

$\Omega \Rightarrow$ INSIEME DEI POSSIBILI RISULTATI O ESITI DELL'ESPERIMENTO PROBABILISTICO.

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$\Omega = \{T, C\}$$

② $\mathbb{P}$ LEGGE DI PROBABILITÀ

$\mathbb{P}$ → È UNA FUNZIONE

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$

$$\underset{\substack{\Uparrow \\ \mathbb{R}}}{x} \longmapsto e^x$$

$\Omega \quad \mathcal{P}(\Omega)$ L'INSIEME DELLE PARTI DI Ω.

$$\mathbb{P} : \mathcal{P}(\Omega) \longrightarrow \mathbb{R}$$

$$\underset{\mathcal{P}(\Omega)}{\overset{A}{\cap}} \longmapsto \mathbb{P}(A)$$

$\left(\mathbb{P}(A) = 0{,}3\right)$

GLI ELEMENTI DI $\mathcal{P}(\Omega)$ VENGONO DENOMINATI "EVENTI"

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$\cup|$$

$$A = \{2, 4, 6\}$$

$$\mathbb{P}(A) = \frac{1}{2}$$

$\mathbb{P}$ DEVE SODDISFARE ALCUNE PROPRIETÀ:

1. $\mathbb{P}(A) \geq 0 \qquad \forall A \in \mathcal{P}(\Omega)$
2. $\mathbb{P}(\Omega) = 1$

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

③ (ADDITIVITÀ)

- SIA A, B EVENTI , $A \cap B = \emptyset$

$$\mathbb{P}(A \cup B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B)$$

- SIA $(A_i)_{i=1}^{+\infty}$ UNA COLLEZIONE DI EVENTI DISGIUNTI DUE A DUE.

$$\mathbb{P}\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} \mathbb{P}(A_i)$$

SE $\mathbb{P}$ SODDISFA GLI ASSIOMI ①,②,③ SI CHIAMA FUNZIONE DI PROBABILITÀ.

<u>LANCIO DI UNA MONETA:</u>

$$\Omega = \{T, C\}$$

$$\Omega \downarrow$$

$$\mathcal{P}(\Omega) = \{\{T\}, \{C\}, \{T, C\}, \emptyset\}$$

$$\mathbb{P}(\emptyset)$$

$$1 = \mathbb{P}(\Omega) = \mathbb{P}(\Omega \cup \emptyset)$$

$$\Omega \cap \emptyset = \emptyset$$

$$= \mathbb{P}(\Omega) + \mathbb{P}(\emptyset)$$

$$= 1 + \mathbb{P}(\emptyset)$$

$$\Longrightarrow \underline{\mathbb{P}(\emptyset) = 0}$$

(ES): LANCIO DI UNA MONETA:

$$1 = \mathbb{P}(\Omega) = \mathbb{P}(\{T\} \cup \{C\}) = \mathbb{P}(T) + \mathbb{P}(C)$$

$$= 2\,\mathbb{P}(T)$$

MONETA BILANCIATA:

$$\underline{\mathbb{P}(T) = \mathbb{P}(C)}$$

$$\Rightarrow \mathbb{P}(T) = \frac{1}{2}$$

$$\mathbb{P}(C) = \frac{1}{2}$$

$$\{T, C\}$$

(ES) LANCIO DI UN DADO EQUO CON n FACCE, $n \in \mathbb{N}$.

$$\Omega = \{1, 2, 3, \dots, n\}$$

$$\mathcal{P}(\Omega) = \{\emptyset,$$

$\{1\}, \{2\}, \{3\}, \ldots, \{n\}$

$\{1,2\}, \{1,3\}, \{1,4\}, \ldots, \ldots$

$\{1,2,3\}, \{1,2,4\}, \ldots, \ldots$

$\vdots$

$\{1,2,3,\ldots,n-1\}, \{2,3,\ldots,n\}, \ldots$

Ω

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$(\quad , \quad , \quad , \quad \ldots \quad , \quad)$$

$$n \cdot n-1 \cdot n-2 \qquad 2 \cdot 1 = n!$$

es $n = 6$

$k = 2$

$$\binom{6}{2} = \frac{6!}{2!\,4!} = \frac{{}^{3}\cancel{6} \cdot 5 \cdot \cancel{4!}}{\cancel{2}\ \cancel{4!}} = 15$$

DADO EQUO $\Rightarrow$ $\mathbb{P}(\{1\}) = \mathbb{P}(\{2\}) = \dots = \mathbb{P}(\{n\})$

$$\boxed{1} = \mathbb{P}(\Omega) = \mathbb{P}(\{1\} \cup \{2\} \cup \dots \cup \{n\})$$

ADDITIVITÀ

$$\overset{\text{ADDITIVITÀ}}{=} \mathbb{P}(\{1\}) + \mathbb{P}(\{2\}) + \dots + \mathbb{P}(\{n\})$$

$$\boxed{= n\,\mathbb{P}(\{1\})}$$

$$\Rightarrow \mathbb{P}(\{1\}) = \frac{1}{n}$$

$$= \mathbb{P}(\{2\}) = \dots = \mathbb{P}(\{n\})$$

$$\mathbb{P}(\{i,j\}) = \mathbb{P}(\{i\} \cup \{j\}) \overset{\text{ADDITIVITÀ}}{=} \mathbb{P}(\{i\}) + \mathbb{P}(\{j\}) \qquad i \neq j$$

$$= \frac{1}{n} + \frac{1}{n} = \frac{2}{n}$$

$$\mathbb{P}(\{i,j,k\}) = \mathbb{P}(\{i\} \cup \{j\} \cup \{k\}) \qquad i \neq j \neq k$$

$$= \mathbb{P}(\{i\}) + \mathbb{P}(\{j\}) + \mathbb{P}(\{k\}) = \frac{3}{n}$$

$\{i\}$ SI VERIFICA $\Rightarrow$ $\{i,j,k\}$ SI VERIFICA

$$\{i\} \subseteq \{i,j,k\}$$

$A \subseteq \Omega$

$$\mathbb{P}(A) = \frac{\# A}{\# \Omega}$$

DEFINIZIONE CLASSICA DI PROB.

$$\mathbb{P}(\{i,j,k\}) = \frac{\#\{i,j,k\}}{\# \Omega} = \frac{3}{n}$$

$$= \frac{\#\text{ CASI FAVOREVOLI AL VERIFICARSI DI } A}{\#\text{ CASI POSSIBILI}}$$

$\mathbb{P}$ CHE ASSEGNA MASSA DI PROBABILITÀ UGUALE AI SINGOLETTI SI CHIAMA "UNIFORME DISCRETA"