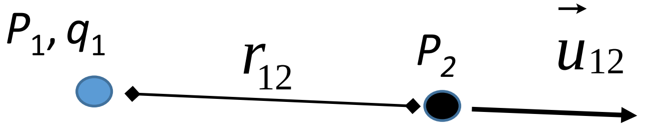
Campo coulombiano in forma vettoriale:

$$\vec{E}_{12} = k_0 \frac{q_1}{r_{12}^{\;2}} \vec{u}_{12}$$



$$\vec{r}_{12} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = (x_2 - x_1)\vec{i} + (y_2 - y_1)\vec{j}$$

(vettore spostamento da P_1 a P_2)

$$k_0 = 8.99 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}$$

$$r_{12} = \left|\vec{r}_{12}\right| = \left|\vec{r}_2 - \vec{r}_1\right| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

(distanza tra P_1 e P_2)

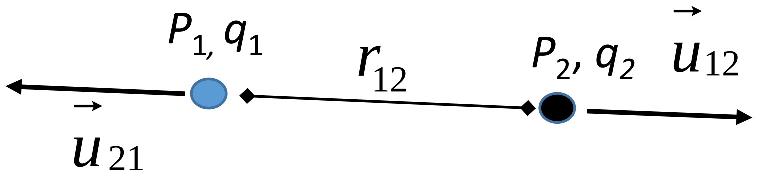
$$\vec{u}_{12} = \frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}}$$

(versore corrispondente allo spostamento da P_1 a P_2)

$$\vec{u}_{21} = -\vec{u}_{12}$$

(versore corrispondente allo spostamento da P_2 a P_1)

Forza di Coulomb



$$\vec{F}_{12} = q_2 \vec{E}_{12} = k_0 \frac{q_1 q_2}{r_{12}^{\;2}} \vec{u}_{12}$$

$$\vec{F}_{21} = q_1 \vec{E}_{21} = k_0 \frac{q_2 q_1}{r_{12}^{\;2}} \vec{u}_{21} = -\vec{F}_{12}$$

sull'asse *x*

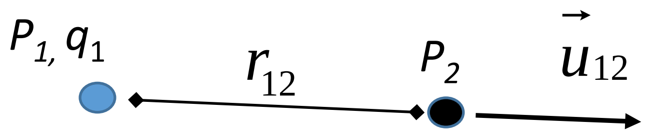
3. Due cariche q_1 e q_2 si trovano, rispettivamente nelle posizioni x = 0 e x = d ($d > 0$).

- Scrivere l'espressione E(x) del campo elettrico in un punto generico sull'asse x.

- Se $q_1 = 1\ \mu$C, $q_2 = 3\ \mu$C e $d = 10$ cm calcolare il valore di x, diverso dall'infinito, per cui il campo elettrico si annulla.

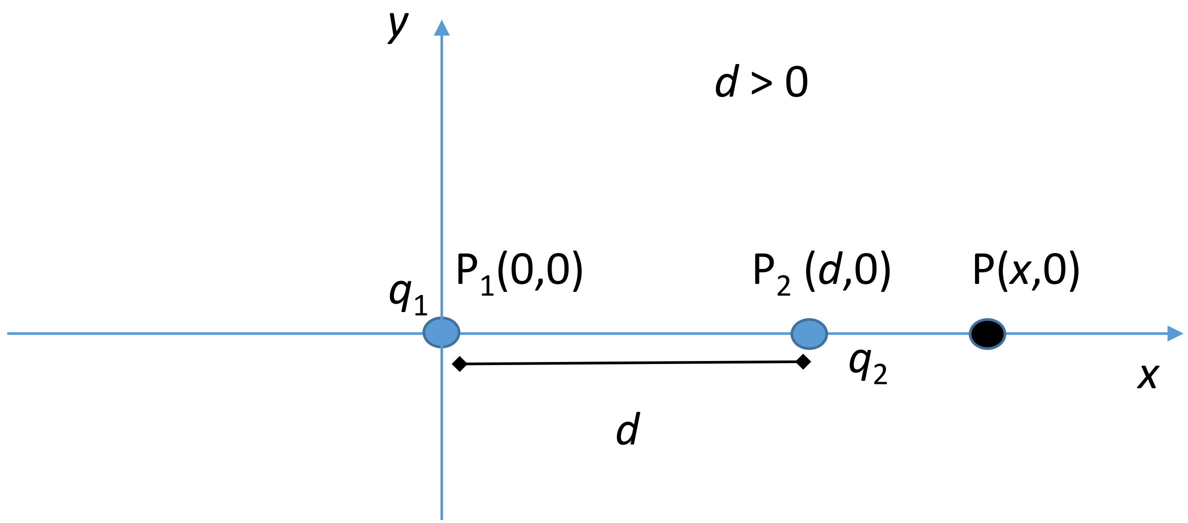
Campo coulombiano in forma vettoriale:

$$\vec{E}_{12} = k_0 \frac{q_1}{r_{12}^{2}} \vec{u}_{12}$$



- Scrivere l'espressione E(x) del campo elettrico in un punto generico sull'asse x.

Si tratta di calcolare $\vec{E}_P = \vec{E}_{1P} + \vec{E}_{2P}$



I tre punti giacciono sull'asse x
→ problema unidimensionale:

$$\vec{E}_P = E(x)\vec{i}$$

Nota:
x può assumere qualunque valore, positivo o negativo.
Bisognerà tenerne conto nello svolgere i calcoli.

$$\vec{E}_P = \vec{E}_{1P} + \vec{E}_{2P}$$

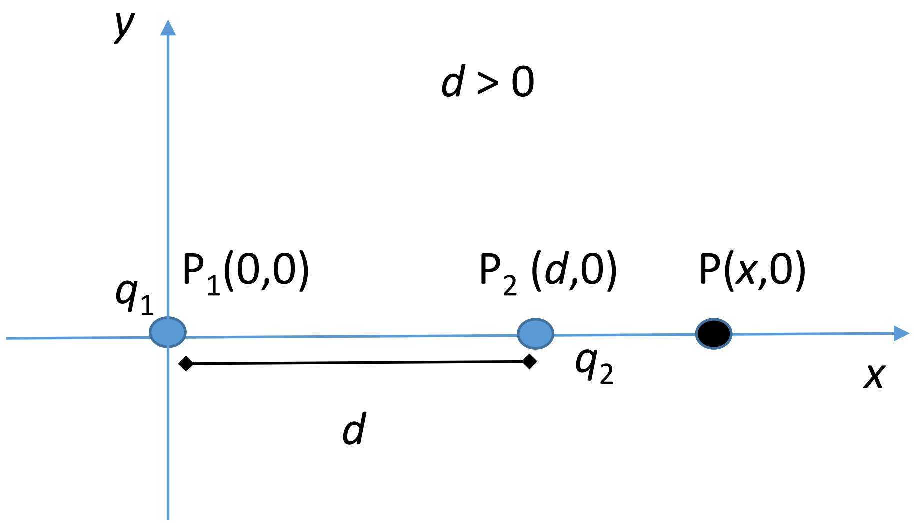
$$\vec{E}_{1P} = k_0 \frac{q_1}{r_{1P}^{\;2}} \vec{u}_{1P}$$

$$\vec{r}_{1P} = \vec{r}_P - \vec{r}_1 = (x_P - x_1)\vec{i} = (x-0)\vec{i} = x\vec{i}$$

$$r_{1P} = \left|\vec{r}_{1P}\right| = \sqrt{x^2} = |x|$$

$$\vec{u}_{1P} = \frac{\vec{r}_{1P}}{r_{1P}} = \frac{x}{|x|}\vec{i}$$

$$\vec{E}_{1P} = k_0 \frac{q_1}{(|x|)^2} \vec{u}_{1P} = k_0 \frac{q_1}{x^2} \frac{x}{|x|} \vec{i} = k_0 \frac{q_1}{x|x|} \vec{i}$$



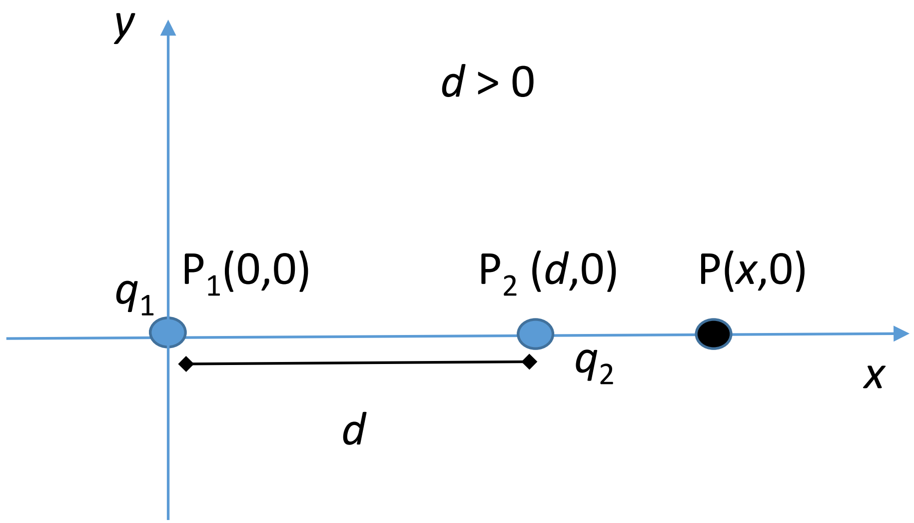
$$\vec{E}_P = \vec{E}_{1P} + \vec{E}_{2P}$$

$$\vec{E}_{2P} = k_0 \frac{q_2}{r_{2P}^{\;2}} \vec{u}_{2P}$$

$$\vec{r}_{2P} = \vec{r_P} - \vec{r_2} = (x_P - x_2)\vec{i} = (x-d)\vec{i}$$

$$r_{2P} = \left|\vec{r}_{2P}\right| = \sqrt{(x-d)^2} = |x-d|$$

$$\vec{u}_{2P} = \frac{\vec{r}_{2P}}{r_{2P}} = \frac{x-d}{|x-d|}\vec{i}$$



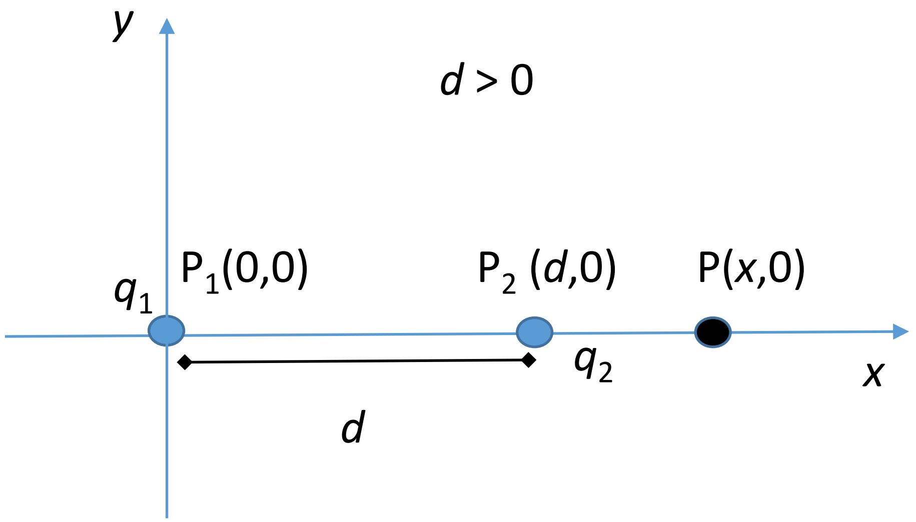
$$\vec{E}_{2P} = k_0 \frac{q_2}{(|x-d|)^2} \vec{u}_{2P} = k_0 \frac{q_2}{(x-d)^2} \frac{x-d}{|x-d|}\vec{i} = k_0 \frac{q_2}{(x-d)|x-d|}\vec{i}$$

$$\vec{E}_{1P} = k_0 \frac{q_1}{x|x|}\vec{i}$$

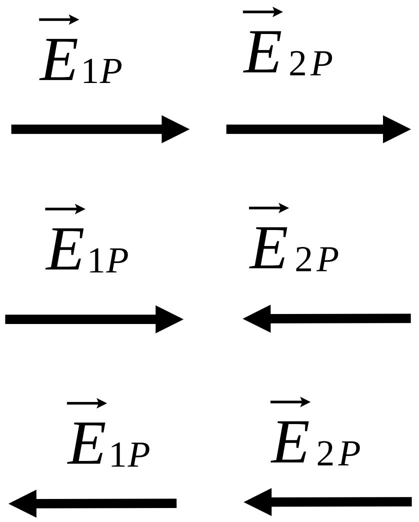
$$\vec{E}_{2P} = k_0 \frac{q_2}{(x-d)|x-d|}\vec{i}$$

$$\vec{E}_P = \vec{E}_{1P} + \vec{E}_{2P} = k_0\left[\left(\frac{q_1}{x|x|} + \frac{q_2}{(x-d)|x-d|}\right)\vec{i}\right]$$

$$\rightarrow \boxed{E(x) = k_0\left(\frac{q_1}{x|x|} + \frac{q_2}{(x-d)|x-d|}\right)}$$



Versi dei due campi se q_1, $q_2 > 0$



Si possono eliminare i moduli ricordando che

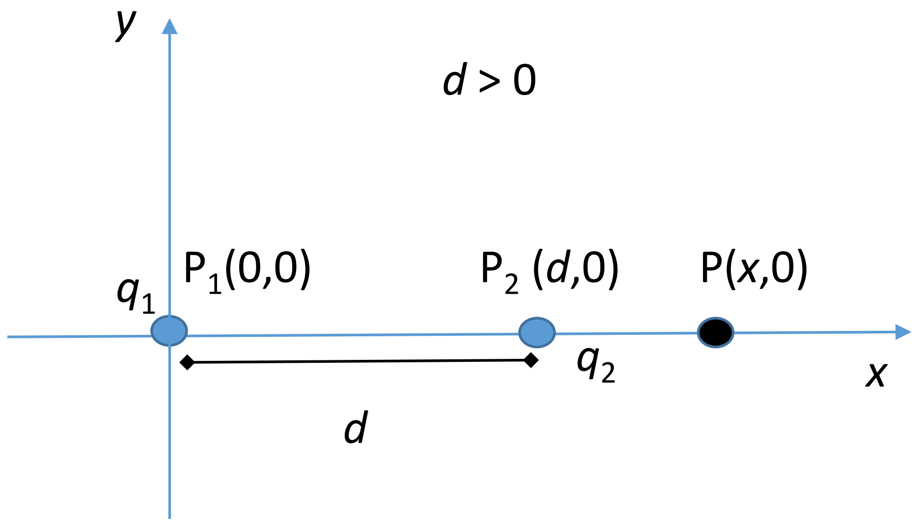
$$|\alpha| = \alpha \qquad \text{se } \alpha > 0$$

$$|\alpha| = -\alpha \qquad \text{se } \alpha < 0$$

$$E(x) = \begin{cases} k_0\left(\dfrac{q_1}{x^2} + \dfrac{q_2}{(x-d)^2}\right) & x > d \\ k_0\left(\dfrac{q_1}{x^2} - \dfrac{q_2}{(x-d)^2}\right) & 0 < x < d \\ k_0\left(-\dfrac{q_1}{x^2} - \dfrac{q_2}{(x-d)^2}\right) & x < 0 \end{cases}$$

- Se $q_1 = 1\ \mu$C, $q_2 = 3\ \mu$C e $d = 10$ cm calcolare il valore di x, diverso dall'infinito, per cui il campo elettrico si annulla.

La soluzione va cercata nell'intervallo *0 < x < d*, l'unico in cui i due campi hanno verso opposto.



Per $0 < x < d$, si ha $E(x) = k_0\left(\frac{q_1}{x^2} - \frac{q_2}{(x-d)^2}\right)$ **(1)**

Risolviamo l'equazione

$$E(x) = k_0\left(\frac{q_1}{x^2} - \frac{q_2}{(x-d)^2}\right) = 0$$

$$\to q_1(x-d)^2 = q_2 x^2$$

$$\to (q_2 - q_1)x^2 + 2q_1 dx - q_1 d^2 = 0$$

$q_1 = 1\ \mu C,\ q_2 = 3\ \mu C$

$$x_{1,2} = \frac{-2q_1 d \pm \sqrt{4q_1^2 d^2 + 4(q_2 - q_1)q_1 d^2}}{2(q_2 - q_1)} = \frac{-2q_1 d \pm \sqrt{4q_2 q_1 d^2}}{2(q_2 - q_1)} = \frac{-q_1 \pm \sqrt{q_2 q_1}}{(q_2 - q_1)} d = \frac{(-1 \pm \sqrt{3})\cancel{\mu C}}{2\cancel{\mu C}} d$$

$$x_1 = \frac{-1+\sqrt{3}}{2} d = 0.37d \qquad x_2 = \frac{-1-\sqrt{3}}{2} d = -1.37d$$

Ma l'equazione **(1)** è valida solo per per $0 < x < d$, quindi l'unica soluzione accettabile è

$$\boxed{x_1 = 0.37d = 3.7cm}$$