BERNOULLI GEOMETRICA
BINOMIALE

V.A. POISSON:

$$X \sim Po(\lambda) \qquad \lambda \in \mathbb{R}_+ \ (\lambda > 0)$$

PMF:

$$p_X(k) = \mathbb{P}(X = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} \quad , k \in I_m(X) = \{0, 1, 2, \dots\}$$

$$1 = e^{-\lambda} e^{\lambda} = e^{-\lambda} \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{\lambda^k}{k!} = \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

$$= \sum_{k=0}^{+\infty} \mathbb{P}(X = k) = \boxed{\sum_{k \in I_m(X)} \mathbb{P}(X = k)}$$

$$\forall k \in I_m(X) \qquad \left(X^{-1}(k) \right)_{k=0}^{+\infty}$$

PARTIZIONE DI Ω

V.A. IPERGEOMETRICA

EFFETTUIAMO ESTRAZIONI SENZA REIMBUSSOLAMENTO DA UNA SCATOLA COMPOSTA DA N OGGETTI. DI QUESTI C HANNO UNA SPECIFICA CARATTERISTICA.

ESTRAGGO n OGGETTI SENZA REIMBUSS.

X = "CONTO IL N° DI OGGETTI CON CARATTERISTICA TRA QUELLI ESTRATTI".

$$\forall k \in I_m(X)$$

$$P_X(k) = \mathbb{P}(X=k) = \frac{\binom{C}{k} \cdot \binom{N-C}{n-k}}{\binom{N}{n}}$$

$$\frac{C!}{k!(C-k)!}$$

$k \in \mathbb{N}$

$N = 1000$

$C = 2$

$n = 500$

ESERCIZI

SIA DATA LA SEGUENTE FUNZIONE

$$f(x) = \begin{cases} 1/4, & x \in \{-3, 0\} \\ 1/6, & x = 1 \\ 1/3, & x = 2 \end{cases}$$

1. È UNA PMF?
2. SI CHIAMI X LA V.A. CHE HA f COME PMF.
   CALCOLARE

$$\mathbb{P}(X < 1)$$

$$\mathbb{P}(X \geq 0)$$

$$\mathbb{P}(-2 \leq X \leq 2)$$

1

$$I_m(X) \text{ DISCRETA}$$

$$= \{-3, 0, 1, 2\}$$

SÌ

$$\forall x \in I_m(X) \quad \underbrace{f(x)}_{\frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{6}} \in [0, 1].$$

$$\frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{6} \in [0, 1].$$

SÌ

$$1 = \mathbb{P}(\Omega) = \sum_{k \in I_m(X)} \mathbb{P}(X = k)$$

$$= \sum_{x \in I_m(X)} f(x) = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{3}$$

$$\exists X \;/\; P_X(x) = f(x) \quad \forall x \in I_m(X)$$

② $$\mathbb{P}(X < 1) = \mathbb{P}(\{\omega \in \Omega / X(\omega) < 1\})$$

$$= \mathbb{P}(X \in (-\infty, 1))$$

$$= \mathbb{P}(X^{-1}((-\infty, 1)))$$

$$= \mathbb{P}(X^{-1}(\{-3, 0\}))$$

$$= \mathbb{P}(X^{-1}(-3) \cup X^{-1}(0))$$

$$= \mathbb{P}(X^{-1}(-3)) + \mathbb{P}(X^{-1}(0))$$

$$= \mathbb{P}(X = -3) + \mathbb{P}(X = 0)$$

$$= f(-3) + f(0) = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\mathbb{P}(X \geq 0) = \mathbb{P}(X = 0) + \mathbb{P}(X = 1) + \mathbb{P}(X = 2)$$

$$= \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{3}{4}$$

$$\mathbb{P}(X \geq 0) = 1 - \mathbb{P}(X < 0) = 1 - \mathbb{P}(X = -3)$$

$$\left[\ \underbrace{\{X \geq 0\}}\qquad \underbrace{\{X \geq 0\}^c} = \{X < 0\}\ \right]$$

$$= 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\mathbb{P}(-2 \leq X \leq 2) = \mathbb{P}\big(\{X = 0\} \cup \{X = 1\} \cup \{X = 2\}\big)$$

$$= \frac{3}{4}$$

NB $\{-2 \leq X \leq 2\} = \{X \geq 0\}$

ESERCIZIO

UNA MACCHINA PRODUCE PEZZI CHE IN CONDIZIONI NORMALI SONO DIFETTOSI CON PROB 0,04.

OGNI ORA L'ADDETTO AL CONTROLLO ESTRAE 10 PEZZI CON REIMBUSSOLAMENTO E SE NON CE NE SONO DI DIFETTOSI NON FERMA LA MACCHINA.

CON CHE PROB. LA MACCHINA NON VIENE FERMATA PUR AVENDO INIZIATO A PRODURRE PEZZI DIFETTOSI CON PROB. 0,1?

$p = 0,1$ PROB. DI SUCCESSO.

$n = 10$

X: CONTA IL N° DI PEZZI DIFETTOSI.

$$X \sim Bin(\underset{n}{10}, \underset{p}{0.1})$$

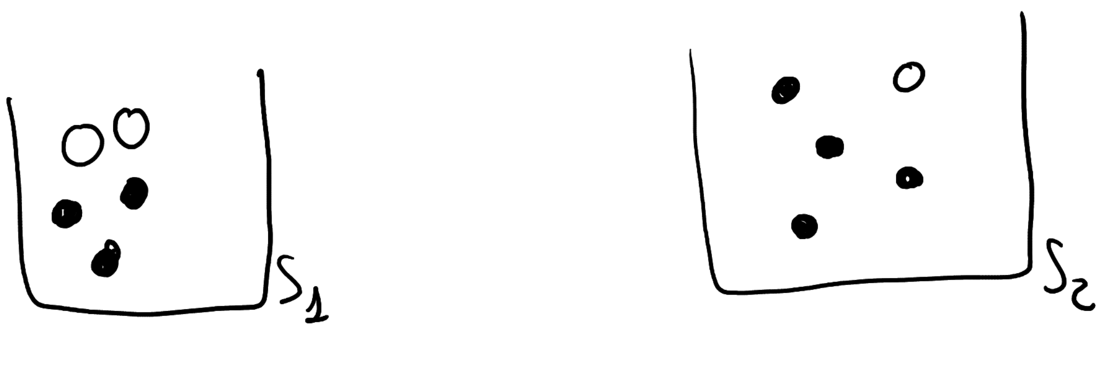
$$\mathbb{P}(X=0) = \binom{10}{0}\left(\frac{1}{10}\right)^{0}\left(1-\frac{1}{10}\right)^{10-0} = \left(\frac{9}{10}\right)^{10}$$

$= 0.3487$

R

DBINOM(0, 10, 0.1)

ESERCIZIO SI CONSIDERINO 2 SCATOLE. LA SCATOLA S_1 CONTIENE 2 PALLINE BIANCHE E 3 NERE. LA SCATOLA S_2 CONTIENE 1 PALLINA BIANCA E 4 NERE



SCELGO A CASO (UNIFORMEMENTE) UNA DELLE 2 SCATOLE E

POI PROCEDO AD ESTRARRE CON REIMBUSSOLAMENTO

PALLINE FINO AD OTTENERE LA PRIMA

PALLINA BIANCA.

1. CALCOLARE LA PMF DI X CHE CONTA IL NUMERO DI ESTRAZIONI DI PALLINE FATTE.

2. SE HO FATTO DUE ESTRAZIONI, CON CHE PROB. HO ESTRATTO LE PALLINE DA S_2?

$\forall k \in I_m(X)$

$k \in I_m(X) = \{1, 2, 3, \dots\}$

$$P_X(k) = \mathbb{P}(X = k)$$

$$= \mathbb{P}(X = k \mid S_1)\underbrace{\mathbb{P}(S_1)}_{=1/2} + \mathbb{P}(X = k \mid S_2)\underbrace{\mathbb{P}(S_2)}_{=1/2}$$

$$= \frac{1}{2}\left[\mathbb{P}(X = k \mid S_1) + \mathbb{P}(X = k \mid S_2)\right]$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{2}{5}\left(\frac{3}{5}\right)^{k-1} + \frac{1}{5}\left(\frac{4}{5}\right)^{k-1}\right]$$

2. $$\mathbb{P}(S_2 \mid X = 2) = \frac{\mathbb{P}(X = 2 \mid S_2)\overbrace{\mathbb{P}(S_2)}^{=1/2}}{\mathbb{P}(X = 2)}$$

BAYES

$$= \frac{\frac{1}{5}\left(\frac{4}{5}\right)^{2-1} \cdot \frac{1}{2}}{\frac{1}{2}\left[\frac{2}{5}\left(\frac{3}{5}\right)^{2-1} + \frac{1}{5}\left(\frac{4}{5}\right)^{2-1}\right]}$$

$$= \underline{0.4}$$

<u>OSS</u>||

$$\left.\begin{aligned} \mathbb{P}(S_2 \mid X=2) &= 0.4 \\ \mathbb{P}(S_2) &= 0.5 \end{aligned}\right\} \longrightarrow \{S_2\} \text{ e } \{X=2\}$$

SONO EVENTI DIPENDENTI.