

P UNIFORME DISCRETA SE Ω È FINITO

E P ASSEGNA LA STESSA MASSA DI PROB. AD OGNI SINGOLETTO.

LANCIO 3 VOLTE UNA MONETA EQUA:

$$\Omega = \{TTT, CCC, TCC, CTC, CCT, TTC, TCT, CTT\}$$

(, ,)

↑

$$2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3$$

← LUNGHEZZA STRINGA.

↑
N° SIMBOLI CHE POSSO UTILIZZARE

$$P(\Omega) = \{\emptyset, \Omega, \{TTT\}, \dots, \{CCC\}, \{TTT, CCC\}, \dots$$

.....

$$P(\{TTT\})$$

I SINGOLETTI HANNO LA STESSA PROB., CIÒ È P È

UNIFORME DISCRETA

$$\frac{1}{8} = \frac{\#\{TTT\}}{\#\Omega}$$

$A = \text{"IL PRIMO LANCIO È T"}$

$$= \{ TTT, TCC, TTC, TCT \}$$

$$P(A) = \frac{\#A}{\#\Omega} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

$B = \text{"OTTENGONO ESATTAMENTE 2 TESTE"}$

$$= \{ TTC, TCT, CTT \} \quad P(B) = \frac{3}{8}$$

$C = \text{"OTTENGONO ALMENO DUE TESTE"}$

$$= \{ TTC, TCT, CTT, TTT \} \quad P(C) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

$D = \text{"OTTENGONO PIÙ DI DUE TESTE"}$

$$= \{ TTT \} \quad P(D) = \frac{1}{8}$$

PROPOSIZIONE: SIANO A, B, C EVENTI.

(a) $\text{SE } A \subseteq B \Rightarrow P(A) \leq P(B)$

(b) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

(c) $P(A \cup B) \leq P(A) + P(B)$

$$\textcircled{d} \quad P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) \\ - P(A \cap B) - P(A \cap C) \\ - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$

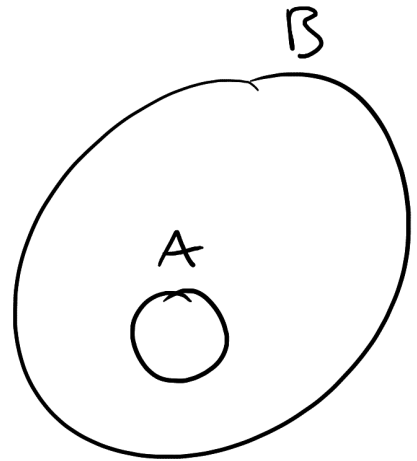
≡

$$\textcircled{a} \quad P(B) = P(\{B \setminus A\} \cup \{A\})$$

DISGIUNTI.

$$= \underbrace{P(B \setminus A)}_{\text{DISGIUNTI.}} + \underbrace{P(A)}$$

$$\geq P(A)$$

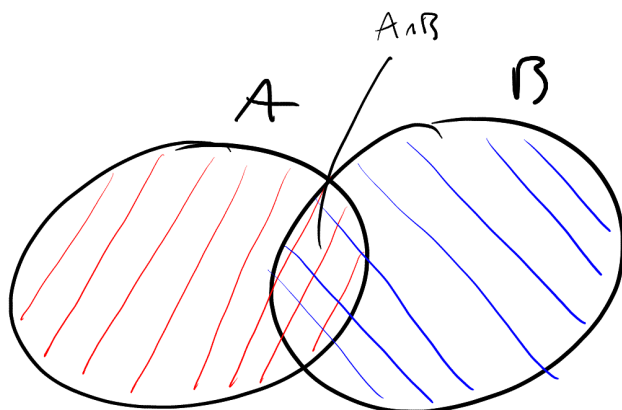


$$B = \{TCT, CTT, TTC\}$$

$$A = \{TTT\}$$

$$P(A) \leq P(B)$$

$$\textcircled{b} \quad P(A \cup B)$$



$$= P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

(c) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - \underbrace{P(A \cap B)}_{\geq 0}$

$$P(A \cup B) \leq P(A) + P(B)$$

↑
SUB-ADDITIVITY

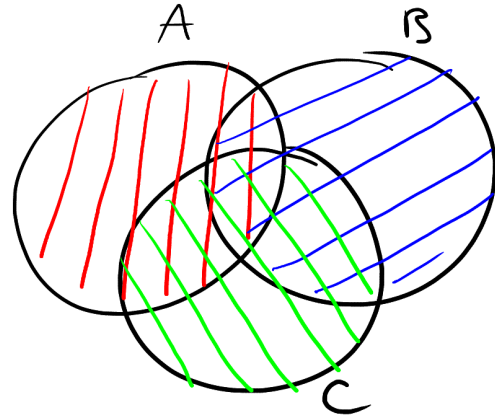
(d) $P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C)$

$$- P(A \cap B)$$

$$- P(A \cap C)$$

$$- P(B \cap C)$$

$$+ P(A \cap B \cap C)$$



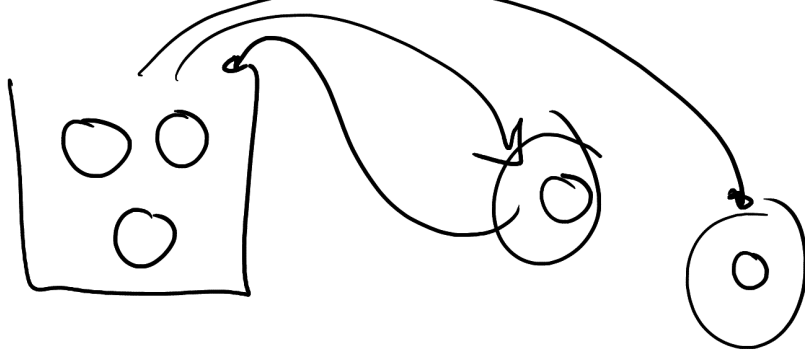
ESERCIZIO

UNA SCAFOLA CONTIENE 3 RIGLIE: UNA ROSA, UNA VERDE, UNA BLU.

ESTRAGGO UNA RIGLIA, LA REIMBUSSOLO

E ESTRAGGO UNA SECONDA RIGLIA.

SCRIVERE UN POSSIBILE MODELLO PROBABILISTICO E CALCOLARE LA PROB. CHE LE DUE RIGLIE ESTRATTE SIANO UGUALI.



$$\Omega = \left\{ \omega = (w_1, w_2) \mid w_i \in \{R, V, B\}, i \in \{1, 2\} \right\}$$

\uparrow
 w_1
 w_2

$$\#\Omega = 3^2 = 9$$

LA COMPOSIZIONE DELLA SCAFOIA NON MUTA
ALLA SECONDA ESTRATZIONE

$IP \rightarrow$ USO LA UNIFORME DISCRETA (SINMETRIA)

$A =$ "LE DUE BIGLIE ESTRATTE SONO UGUALI"

$$A = \{RR, VV, BB\} \quad \#A = 3$$

$$IP(A) = \frac{\#A}{\#\Omega} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

ESERCIZIO

UN DADO A 4 FACCE EQUO VIENE
LANCIATO RIPETUTAMENTE FINO A CHE ESCA
UN NUMERO PARI.

SCRIVERE LO SPAZIO CAMPIONARIO PER
QUESTO ESPERIMENTO.

QUANTI SONO GLI ESITI POSSIBILI?

POSSO USARE LA LEGGE UNIFORME DISCRETA

Ω

$(1, 3, 4)$

$(3, 2)$

(2)

~~$(4, 2, 4)$~~

~~$(2, 1)$~~

$$\Omega = \left\{ (w_1, w_2, \dots, w_N), \quad N \in \{1, 2, 3, \dots\} \right\}$$

/ w_N SIA PARI E w_1, \dots, w_{N-1}

SIANO DISPARI, $w_i \in \{1, 2, 3, 4\}, i \in \{1, \dots, N\}$

$$\#\Omega = +\infty$$

NO, NON POSSO USARE LA LEGGE UNIFORME
DISCRETA, PERCHÉ Ω NON È FINITO.

ESERCIZIO

UN GRUPPO DI 5 RAGAZZI E 10 RAGAZZE VIENE
MESSO IN FILA IN ORDINE CASUALE.

1. CALCOLARE LA PROB. CHE LA PERSONA IN QUARTA
POSIZIONE SIA UN RAGAZZO.
2. CALCOLARE LA PROB. CHE LA PERSONA IN DODICESIMA
POSIZIONE SIA UN RAGAZZO.
3. CALCOLARE LA PROB. CHE LUIGI SIA IN TERZA
POSIZIONE

$$\Omega = \left\{ \omega = (w_1, w_2, \dots, w_{15}) \quad w_i \in \left\{ \begin{array}{l} \text{NOMI DI TUTTE} \\ \text{LE PERSONE} \end{array} \right\} \right\}$$

$$\#\Omega = 15!$$

POSSO USARE LA P UNIFORME DISCRETA

$$(1) A = \text{"LA PERSONA IN 4^{\text{a}} \text{ POSIZIONE SIA UN RAGAZZO"}$$

$$P(A) = \frac{5 \cdot \cancel{14!}}{\underset{\substack{\downarrow \\ 15 \cdot \cancel{14!}}}{15!}} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$$

$$(2) P\left(\begin{array}{l} \text{LA PERSONA IN 12^{\text{a}} \\ \text{POSIZIONE SIA UN} \\ \text{RAGAZZO} \end{array}\right) = \frac{1}{3}$$

$$(3) C = \text{"LUIGI SIA IN 3^{\text{a}} \text{ POSIZIONE"}$$

$$P(c) = \frac{1 \cdot \cancel{14!}}{\cancel{15!} \cdot \cancel{15 \cdot 14!}} = \frac{1}{15}$$

ESERCIZIO :

UNA GIURIA COMPOSTA DI 5 MEMBRI VIENE SELEZIONATA DA UN GRUPPO DI 6 UOMINI E 9 DONNE. CON QUALE PROBABILITÀ LA GIURIA SARÀ COMPOSTA DI 3 UOMINI E 2 DONNE?