Tutorato Fisica, CdL Informatica
Foglio 1

Giulia Mercuri: giulia.mercuri@edu.unito.it

8 aprile 2021

1 Formule utili

- vettore: $\vec{v} \equiv \mathbf{v} \equiv \bar{v}$.
- vettore in coordinate cartesiane (nello spazio): $\vec{v} = (x, y, z)$.
- vettore come somma di versori (nello spazio): $\vec{v} = a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k}$.
- modulo, norma o lunghezza: $|\vec{v}| \equiv ||\vec{v}|| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.
- cambio da coordinate polari a cartesiane (nel piano): $x = \rho\ \cos\theta$; $\quad y = \rho\ \sin\theta$.
- cambio da coordinate cartesiane a polari (nel piano): $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$; $\quad \theta = \arctan(\frac{y}{x})$.
- somma vettoriale: $\vec{u} + \vec{v} = (u_x + v_x\ , u_y + v_y\ , u_z + v_z)$.
- prodotto di uno scalare per un vettore: $a\vec{v} = (av_x, av_y, av_z), \quad a \in \mathbb{R}$.
- prodotto scalare (o interno): $\vec{u} \cdot \vec{v} = u_xv_x + u_yv_y + u_zv_z$.
- prodotto vettoriale (o esterno) $\vec{u} \times \vec{v} \equiv \vec{u} \wedge \vec{v} = det \begin{pmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ u_x & u_y & u_z \\ v_x & v_y & v_z \end{pmatrix} \neq \vec{v} \times \vec{u}$.
- prodotto scalare in modulo, (α angolo compreso tra $\vec{u}$ e $\vec{v}$) : $\vec{u} \cdot \vec{v} = ||\vec{u}||||\vec{v}||\ \cos\alpha$.
- prodotto vettoriale in modulo, (α angolo compreso tra $\vec{u}$ e $\vec{v}$) : $||\vec{u} \times \vec{v}|| = ||\vec{u}||||\vec{v}||\ \sin\alpha$.

2 Esercizi

2.1 Esercizio 1

Dati due vettori in coordinate cartesiane nel piano: $\vec{u} = (6, -1)$ e $\vec{v} = (1, 2)$, calcolarne i moduli e i prodotti $\vec{u} \cdot \vec{v}$, $\vec{v} \cdot \vec{u}$ e $\vec{u} \cdot \vec{u}$.

2.2 Esercizio 2

Dati i vettori nel piano: $\vec{u} = -\hat{\imath} + 4\hat{k}$, $\vec{v} = 2\hat{\imath} - 3\hat{\jmath}$, convertirli in coordinate polari (ρ, θ). Calcolare $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$ in coordinate cartesiane e successivamente convertire $\vec{w}$ in coordinate polari.

2.3 Esercizio 3

Siano $\vec{u} = \hat{\imath} - \hat{\jmath} + 2\hat{k}$ e $\vec{v} = 2\hat{\imath} + \hat{\jmath} - 4\hat{k}$ vettori nello spazio: calcolare le norme dei due vettori, il vettore somma $\vec{w}$, la sua lunghezza e infine $|\vec{u}| + |\vec{v}|$.

2.4 Esercizio 4

Si considerino i seguenti vettori nello spazio: $\vec{u} = (0, 1)$ e $\vec{v} = (1, 1)$: calcolare il prodotto interno e i prodotti esterni $\vec{u} \times \vec{v}$ e $\vec{v} \times \vec{u}$.

2.5 Esercizio 5

Determinare se i vettori $\vec{u} = (1, 1, 2)$ e $\vec{v} = (3, 1, 0)$ sono paralleli o perpendicolari.

2.6 Esercizio 6

Dati nello spazio i due vettori $\vec{u} = (1, 1)$ e $\vec{v} = (3, 0)$: calcolare $||\vec{u} \times \vec{v}||$ e il prodotto interno $\vec{u} \cdot \vec{v}$ e riflettere sul risultato.

2.7 Esercizio 7

Dati i vettori nel piano $\vec{u} = (3, 2)$ e $\vec{v} = 7\hat{\imath} + \hat{\jmath}$: trovare in coordinate cartesiane e polari il vettore $\vec{v} - \vec{u}$. Calcolare inoltre l'angolo compreso tra i due vettori $\vec{u}$ e $\vec{v}$.

2.8 Esercizio 8

In un sistema di assi cartesiani (x, y) sono dati i punti: $A = (2, 4)$, $B = (6, 1)$ e $C = (6, 4)$. Scrivere i vettori $\vec{r}_{AB}$ che va dal punto A al punto B e $\vec{r}_{AC}$ che va dal punto A al punto C. Calcolare inoltre il prodotto scalare $\vec{r}_{AB} \cdot \vec{r}_{AC}$.

2.9 Esercizio 9

In un sistema cartesiano siano dati i vettori: $\vec{a} = 2\hat{\imath}+\hat{\jmath}$ e $\vec{b} = \hat{\imath}+2\hat{\jmath}$. Scrivere i vettori somma $\vec{s} = \vec{a} + \vec{b}$ e differenza $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$. Dire se i vettori $\vec{s}$ e $\vec{d}$ sono perpendicolari giustificando la risposta.

2.10 Esercizio 10

Considerando il vettore $\vec{u} = \sqrt{3}\ \hat{\imath} + \hat{\jmath}$ ed il vettore $\vec{v}$ che va dal punto $P = (2, -2\sqrt{3})$ all'origine $O = (0, 0)$, si calcoli $\vec{u}^2$ e $\vec{u} \cdot \vec{v}$: cosa si evince?