

Technische Universität Darmstadt
Fachbereich Maschinenbau



Umdruck zur Veranstaltung

Numerische Berechnungsverfahren in der Strukturdynamik

von

Prof. Dr.-Ing. R. Markert

1. Auflage

2007

Inhalt der Lehrveranstaltung

Aufgabe 1	Analyse von einfachen Balkenstrukturen	3
1.1	Einleitung	3
1.2	Statische Analyse eines Balkens	3
1.2.1	Analytische Lösung	4
1.2.2	Numerische Lösung	4
1.3	Analyse des Eigenverhaltens eines Balkens.....	6
1.3.1	Analytische Lösung	7
1.3.2	Numerische Lösung	7
Aufgabe 2	Berechnung des Schwingungsverhaltens einer Portalfräsmaschine	8
2.1	Einleitung	8
2.1.1	Aufgabenstellung	9
2.1.2	Vorüberlegungen	10
2.2	Aufbau des FE-Modells unter ABAQUS®	12
2.3	Statische Analyse der Struktur.....	17
2.4	Dynamische Analyse der Struktur	18
2.4.1	Dynamisches Übertragungsverhalten im Frequenzbereich	20
2.4.2	Dynamisches Verhalten im Zeitbereich	23
2.5	Optimierung der Struktur – Schwingungsminderung.....	26
Aufgabe 3	Aktive Schwingungsminderung am Beispiel einer Portalfräsmaschine.	32
3.1	Einleitung	32
3.1.1	Aufgabenstellung	34
3.1.2	Aufbau des Zustandsraummodells unter MATLAB®	35
3.2	Implementierung des passiven Zusatzsystems.....	36
3.3	Implementierung des aktiven Zusatzsystems	37
Anhang	40
A1	Ergänzungen zu Aufgabe 1:	40
A2	Ergänzungen zu Aufgabe 2:	45

Aufgabe 1

Analyse von einfachen Balkenstrukturen

1.1 Einleitung

An einer einfachen mechanischen Struktur wie dem Balken soll im Rahmen dieser Aufgabe untersucht werden, wie sich Unterschiede in der Wahl der Elemente und der Ortsdiskretisierung auf die Berechnungsergebnisse des FE-Programms auswirken.

Das FE-Programm ABAQUS® bietet eine Vielzahl unterschiedlicher Elemente zur Auswahl an. Die zur Verfügung stehenden Elemente haben jeweils spezielle Eigenschaften und sind somit nicht immer für die jeweilige Aufgabe geeignet. Grundsätzlich stehen zur Diskretisierung Balkenelemente (BEAM), Schalenelemente (SHELL) oder Volumenelemente (CONTINUUM) zur Verfügung. Die spezifischen Informationen zu diesen Elementen sind der unter ABAQUS® zur Verfügung stehenden Hilfe zu entnehmen.

1.2 Statische Analyse eines Balkens

Für den in Bild 1 dargestellten Balken soll die maximale Biegespannung und der Betrag der maximalen Verformung unter Einwirkung einer statischen Last bestimmt werden.

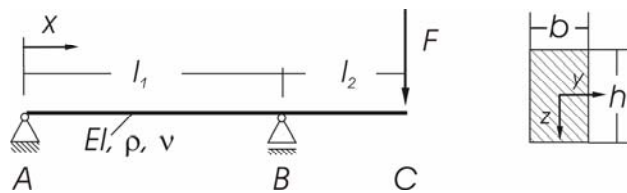


Bild 1. Balken mit Einzellast.

Mit

$$\begin{array}{ll}
 l_1 & = & 0,300 \text{ m} & l_2 & = & 0,150 \text{ m} \\
 h & = & 0,075 \text{ m} & b & = & 0,025 \text{ m} \\
 \rho & = & 7850 \text{ kg/m}^3 & \nu & = & 0,3 \\
 E & = & 2.1 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2 & F & = & 10000 \text{ N.}
 \end{array}$$

1.2.1 Analytische Lösung

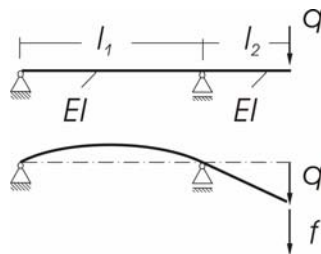
Unter der Annahme eines schubstarren Balkens ist die analytische Lösung zu bestimmen, die Ergebnisse sind in Anhang 1.1 einzutragen.

Hilfestellung:

$$I_y = \frac{bh^3}{12} \quad \text{Flächenträgheitsmoment}$$

$$W_y = \frac{bh^2}{6} \quad \text{Widerstandsmoment um y-Achse}$$

$$\sigma_b = \frac{M_b}{W_y} \quad \text{Biegespannung}$$



$$f = \frac{3EI}{l_2^2(l_1 + l_2)} q \quad (\text{Gl. H.1.1})$$

1.2.2 Numerische Lösung

Der in Bild 1 dargestellte Balken soll nun im FE-Programm ABAQUS® mit verschiedener Elementierung und Diskretisierung modelliert werden. Anhand der Varianten soll der Einfluss der Elementwahl und der Diskretisierung auf die numerische Genauigkeit der Ergebnisse untersucht werden.

Die Berechnung ist wie folgt durchzuführen:

- Erstellung eines FE-Modells mit *quadratischen* Balkenelementen (B32). Die Struktur soll hierbei mit insgesamt zwei Elementen diskretisiert werden. Die Ergebnisse dieser und aller nachfolgenden Berechnungen sind in Anhang 1.1 einzutragen.

- Die Ergebnisse weichen von denen der analytischen Lösung ab. Beantworten Sie die folgenden Fragen stichpunktartig (siehe Kap. 15.3, ABAQUS® Hilfe):

Welcher mechanische Ansatz liegt den B32-Elementen zu Grunde?

Wie unterscheidet sich dieser Ansatz von dem in der analytischen Lösung verwendeten? Vergleichen Sie die konkreten mechanischen Annahmen.

Welcher mechanische Ansatz liefert die genaueren Ergebnisse und warum?

- Änderung der Diskretisierung. Verwenden Sie nun insgesamt zehn quadratische Balkenelemente um die Struktur abzubilden und führen Sie die Berechnung erneut durch. Beantworten Sie die folgende Frage stichpunktartig:

Warum ändern sich die Ergebnisse nicht bei steigender Ortsdiskretisierung?

- Erstellung eines FE-Modells mit *linearen* Balkenelementen (B31). Die Struktur soll auch hierbei mit insgesamt zwei Elementen diskretisiert werden. Führen Sie auch hier wieder eine statische Berechnung durch, und dokumentieren Sie die Ergebnisse.
- Da die Elemente mit dem linearen Ansatz bei dieser Diskretisierungsfineinheit nur unzureichende Ergebnisse liefern, ist eine Konvergenzanalyse durchzuführen. Führen Sie dazu die Berechnung mit zehn, 25, 50 und 100 Elementen durch, und tragen Sie die sich jeweils ergebende maximale Spannung über der Elementzahl auf (siehe Anhang 1.1).
- Erstellung eines dreidimensionalen FE-Modells. Verwenden Sie hierzu die quadratischen Volumenelemente C3D20R. Führen Sie die beiden Lager *A* und *B* als Linienlager aus. Um die Last verteilt in die Struktur einzuleiten, muss diese als Schub am freien Rand aufgebracht werden (siehe Bild 2); verwenden Sie dazu in ABAQUS® den Lastfall ‚Surface Traction‘.

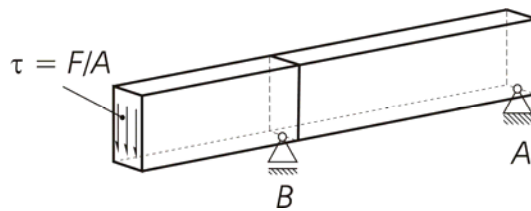


Bild 2. 3D-Balkenstruktur.

Führen Sie die Berechnung einmal mit globalen Elementgrößen von 0,025 m und von 0,0075 m durch. Tragen Sie die maximalen Absenkungen in Anhang 1.1 ein.

- Beantworten Sie folgende Fragen stichpunktartig:

Welche Unterschiede ergeben sich im Vergleich zu den vorherigen Berechnungen hinsichtlich der Randbedingungen (Ort des Lagers)?

Wie unterscheiden sich die mechanischen Spannungen von denen der vorherigen Modelle?

Welche Effekte werden beim 3D-Volumenmodell berücksichtigt, die beim Balkenmodell außer Acht gelassen wurden?

1.3 Analyse des Eigenverhaltens eines Balkens

In Bild 3 ist ein einseitig eingespannter Balken dargestellt. Für diesen Balken sind die ersten fünf Eigenfrequenzen und Eigenformen über ein FE-Modell zu ermitteln und anschließend mit der analytischen Lösung zu vergleichen.



Bild 3. Balkenstruktur.

Mit

l	$=$	0,500	m		
h	$=$	0,075	m	b	$=$ 0,025 m
ρ	$=$	7850	kg/m ³	ν	$=$ 0,3
E	$=$	$2.1 \cdot 10^{11}$	N/m ²	F	$=$ 10000 N.

1.3.1 Analytische Lösung

Ein Normalkraftfreier schlanker homogener Balken kann durch die partielle homogene Differentialgleichung

$$EI w^{IV} + \mu \ddot{w} = 0 \quad (\text{Gl. 2.1})$$

beschrieben werden. Führt man den BERNOULLISchen Separationsansatz durch ergibt sich die charakteristische Gleichung

$$\cosh kl \cos kl + 1 = 0$$

mit $k = \sqrt[4]{\frac{\mu \omega^2}{EI}}$, (Gl. 2.2)

aus der die Eigenfrequenzen des Systems bestimmt werden können.

- Es sind die ersten fünf Eigenfrequenzen des Balkens zu bestimmen. Das numerische Programmsystem MATLAB[®] enthält dazu geeignete Algorithmen. Die Ergebnisse sind in Anhang 1.2 einzutragen.

1.3.2 Numerische Lösung

Unter Verwendung *quadratischer* Balkenelementen (B32) ist die in Bild 3 dargestellte Struktur zu diskretisieren und die ersten fünf Eigenfrequenzen zu bestimmen.

- Führen Sie die Berechnung bei verschiedenen Diskretisierungsstufen durch. Verwenden sie eins, zwei, vier und 16 Elemente.
- Beantworten Sie folgende Fragen stichpunktartig:

Wie verändert sich das Ergebnis insbesondere in der ersten Eigenfrequenz bezogen auf die analytische Lösung?

Nennen Sie mögliche Ursachen für die Abweichung zur analytischen Lösung, beurteilen Sie die Qualität beider Lösungsverfahren.

Aufgabe 2

Berechnung des Schwingungsverhaltens einer Portalfräsmaschine

2.1 Einleitung

Die in Bild 4 dargestellte Portalfräsmaschine wird in einem Produktionsbetrieb zum Fräsen von Nuten mit großer Länge verwendet. Die Hauptbearbeitungsrichtung ist dabei die 1-Richtung der Maschine.

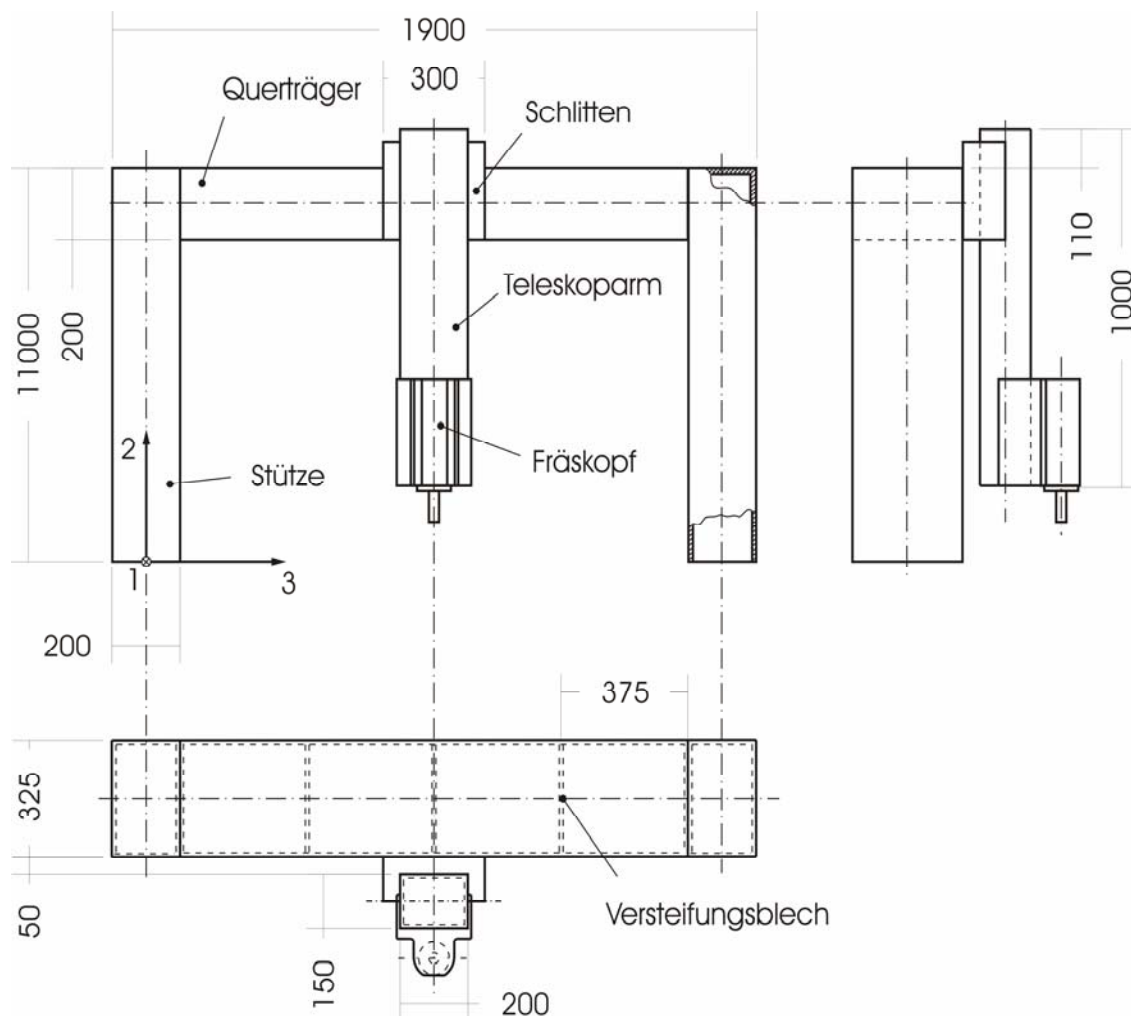


Bild 4. Portalfräsmaschine.

Die Tragstruktur der Maschine ist fest auf einem Maschinenfundament verankert. Die Werkstücke werden auf einem in 1-Richtung verfahrbarem Spannmodul fixiert. Aufgrund der Werkstückgeometrie ist es erforderlich, den Fräskopf über einen Teleskoparm in 2-Richtung verfahren zu können; durch den am Querträger angebrachten Schlitten kann das System in 3-Richtung verfahren werden.

Während des Betriebs wird die Struktur durch die periodischen Schnittkraftschwankungen am Fräskopf zu starken Schwingungen angeregt. Die Anregungsfrequenz beträgt je nach Betriebszustand zwischen 44,0 Hz und 57,5 Hz.

2.1.1 Aufgabenstellung

Die dynamischen Eigenschaften der dargestellten Portalfräsmaschine entsprechen nicht den Wünschen des Betreibers, da aufgrund des dynamischen Verhaltens der Maschinenstruktur nicht die für einen rentablen Betrieb nötige Ausbringung erreicht wird. Um die Ausbringung der Maschine zu verbessern, soll das dynamische Verhalten der Struktur untersucht und anschließend optimiert werden. Dazu sind folgende grundsätzliche Punkte abzuarbeiten:

- Erstellung eines rechenfähigen FE-Modells unter ABAQUS®
- Statische Analyse der Struktur
- Dynamische Analyse der Struktur
- Erarbeiten eines geeigneten Lösungsvorschlages zur Schwingungsminderung
- Umsetzung des Lösungsvorschlags.

Ausarbeitung

Die Vorüberlegungen und die Berechnungsergebnisse sind in einem technischen Bericht zu dokumentieren.

Aufbau eines technischen Berichtes:

- | | |
|--|--------------|
| • Einleitung, Problembeschreibung | ca. ½ Seite |
| • Darstellung der wichtigsten Ergebnisse | ca. 4 Seiten |
| • Zusammenfassung | ca. ½ Seite |

Alles weitere, wie Modellaufbau und Rechengänge, kann in einem **kurzen** Anhang skizziert werden.

2.1.2 Vorüberlegungen

Die Erregung der Struktur erfolgt durch periodische Schnittkraftschwankungen am Fräskopf, sie wirkt damit in der 1,3-Ebene der Maschine. Im Folgenden soll geklärt werden, ob beide Anregungsrichtungen betrachtet werden müssen oder ob die Struktur so beschaffen ist, dass eine der beiden Richtungen dominant ist.

Aus Messungen an einer realen Maschine ist das Übertragungsverhalten der Struktur teilweise bekannt. Die folgenden Abbildungen zeigen gemessene Übertragungsfunktionen der Struktur. Bei beiden Messungen wurden sowohl die Erregung als auch die Antwort an der Spritze des Fräskopfes bestimmt, also dort, wo die Betriebskräfte F_j angreifen und die Strukturantworten q_i direkt das Fertigungsergebnis beeinflussen. $|H_{ij}(\Omega)|$ ist der Betrag der Übertragungsfunktion des Einganges $F_j(\Omega)$ zur Antwort $q_i(\Omega)$, i und j sind die Koordinatenrichtungen der Struktur.

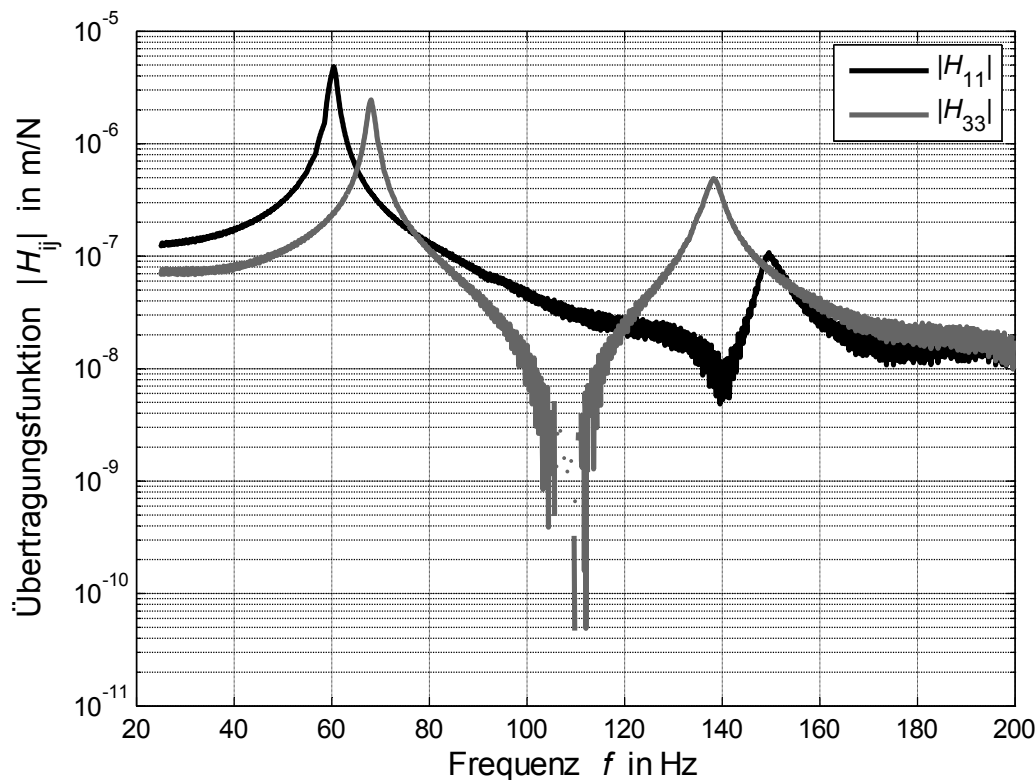


Bild 5. Übertragungsfunktionen $|H_{ij}|$ von 0 Hz bis 200 Hz.

In der nächsten Abbildung ist der Frequenzbereich von 25 Hz bis 75 Hz noch einmal vergrößert dargestellt.

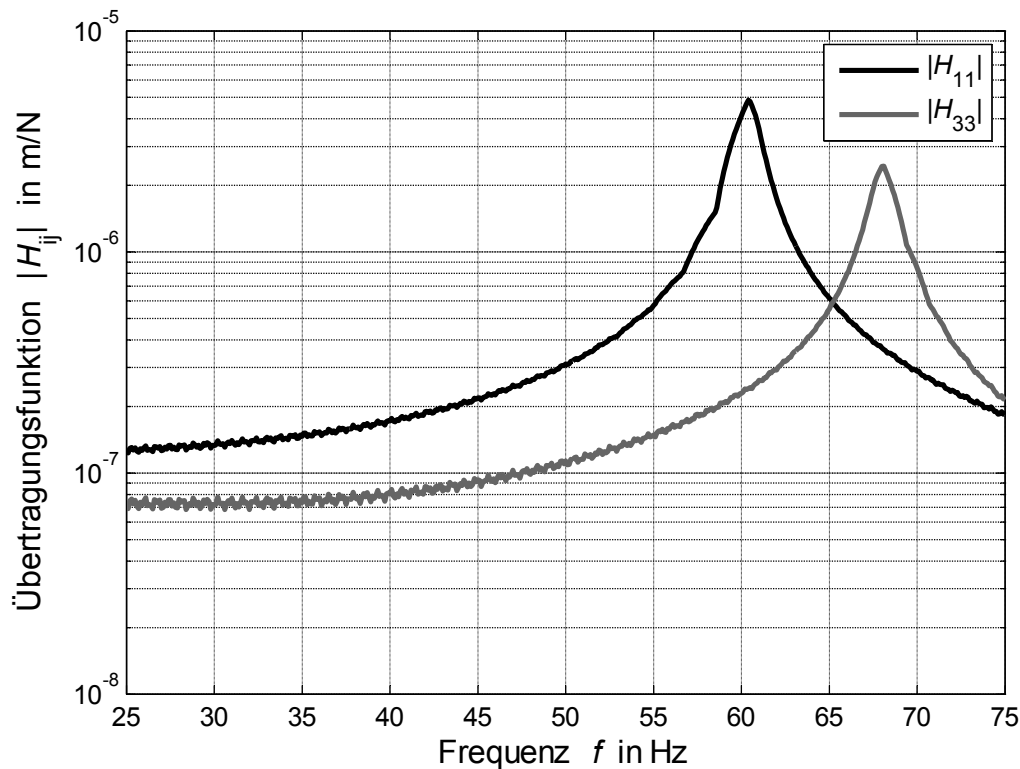


Bild 6. Übertragungsfunktionen $|H_{ij}|$ von 25 Hz bis 75 Hz.

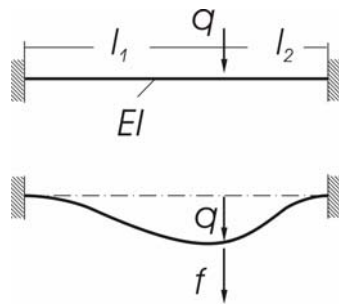
Die Übertragungsfunktion $|H_{13}|$ liegt über dem gesamten Frequenzbereich weit unter den beiden dargestellten Verläufen. Die Kopplung zwischen der 1- und der 3-Richtung kann also vernachlässigt werden.

- Anhand der dargestellten Übertragungsfunktionen ist eine Aussage über die maßgebliche Anregungs- bzw. Antwortrichtung zu treffen, also ob die Schwingungen in 1- oder 3-Richtung der Maschine sich stärker auf das Fertigungsergebnis auswirken. Beachten Sie hierzu die Betriebsfrequenz, und begründen Sie Ihre Aussage.

Da der Teleskoparm samt Fräskopf über den Schlitten in 3-Richtung der Maschine verfahren werden kann, besteht prinzipiell die Möglichkeit, dass sich das Eigenverhalten der Struktur verändert, da die in 1-Richtung wirksame Gesamtsteifigkeit abhängig von der Schlittenposition ist.

- Die in 1-Richtung wirksame **Gesamtsteifigkeit** ist **qualitativ** über dem Fahrweg des Schlittens in 3-Richtung aufzutragen (siehe hierzu auch Bild A 2.2 im Anhang).

Hilfestellung:



$$f = \frac{3EI(l_1 + l_2)^3}{l_1^3 l_2^3} q \quad (\text{Gl. H.2.1})$$

- Aus dem Verlauf der wirksamen Steifigkeit soll die in 1-Richtung kritische Position des Schlittens bestimmt werden. Beachten Sie auch hierbei das Erregungsspektrum, und begründen Sie Ihre Aussage.

2.2 Aufbau des FE-Modells unter ABAQUS®

Zur Erstellung des FE-Modells laden Sie die Datei NumTutA2_Geom.cae, die die Geometriedaten der Struktur enthält.

Die Datei enthält fünf Bauteile:

- Stütze
- Querträger
- Teleskoparm
- Schlitten (Starr)
- Fräskopf (Starr).

Der Schlitten und der Fräskopf können als steif im Vergleich zur Tragstruktur angesehen werden, daher sollen diese beiden Bauteile als Starrkörper ausgeführt werden.

Vorgehen beim Aufbau eines Modells

Da sich das Gesamtmodell (Assembly) aus Einzelteilen (Parts) zusammensetzt, müssen zuerst die Einzelteile erstellt werden. D.h. es sind fehlende Geometriedetails, wie z.B. die Versteifungsbleche des Querträgers zu ergänzen; ferner müssen die Teile so partitioniert werden, dass die Übergangsbedingungen (Constraints) zwischen den

Bauteilen erstellt werden können. Anschließend sind den Einzelteilen die jeweiligen Materialeigenschaften zuzuweisen.

Beispielhaft wird im Folgenden das prinzipielle Vorgehen für einen verformbaren Körper und für einen Starrkörper beschrieben. Anschließend wird die Erstellung der Gesamtbaugruppe erläutert.

a) Verformbarer Körper (Stütze):

Fertigstellung der Geometrie. Die gegebenen Geometriedaten der Stütze enthalten noch nicht das obere Stirnblech. Um die Geometrie zu vervollständigen, muss die obere Stirnfläche mit einer Schale (Shell) geschlossen werden.

Dazu muss zuerst eine Datumsebene (Datum Plane) definiert werden:

```
→ PART → CREATE DATUM PLANE z.B. 3 POINTS
```

(Falls eine Schale nicht am Rand einer Geometrie eingebunden werden soll (z.B. Versteifungsbleiche des Querträgers), muss die Geometrie erst noch partitioniert werden:

```
→ PART → PARTITION FACE z.B. USE DATUM PLANE)
```

Auf dieser Ebene kann nun die Schale erstellt werden:

```
→ PART → CREATE SHELL z.B. PLANAR)
```

Partitionierung für Übergangsbedingungen. Die Stützen sind im oberen Teil fest mit dem Querträger verbunden. Diese Verbindungen werden mathematisch durch die Übergangsbedingungen (Constraints) berücksichtigt. Um die Übergangsbedingungen zwischen den einzelnen Teilen in den Bereichen definieren zu können, in denen sie auch wirken sollen, also in den Kontaktflächen, ist es sinnvoll, diese Bereiche als einzelne Partitionen abzugrenzen.

Da der Querträger eine Höhe von 200 mm hat, müssen die Stützen an dieser Stelle partitioniert werden.

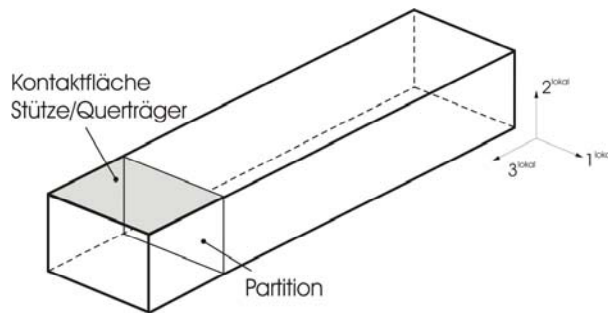


Bild 7. Partition der Stütze.

Dazu muss auch hier wieder eine Datumsebene (Datum Plane) definiert werden:

→ PART → CREATE DATUM PLANE z.B. OFFSET FROM PLANE

Mithilfe dieser Ebene kann die Partition erstellt werden:

→ PART → PARTITION FACE z.B. USE DATUM PLANE

Für die spätere Vernetzung ist es sinnvoll, alle Außenflächen der Stütze in der 1,2-Ebene zu partitionieren, wie in Bild 7 dargestellt.

Definition der Flächen (Surfaces) für die Übergangsbedingungen. Um die Verbindung der einzelnen Bauteile herzustellen, empfiehlt es sich, die TIE-Constraint (siehe Kap. 20.3.1 ABAQUS® Analysis User's Manual) zu verwenden. Diese Übergangsbedingung erlaubt das Zusammenführen von zwei oder mehreren Bauteilen mit einer gewissen Unabhängigkeit von der Vernetzung. Es können dadurch auch verformbare Körper mit Starrkörpern verbunden werden. Um die Verbindung zu definieren, müssen die Kontaktflächen beider Körper angegeben werden. Es empfiehlt sich der Übersichtlichkeit halber diese Flächen schon direkt im Teilelement zu definieren, da sie dann später bequem aus einer Liste ausgewählt werden können.

→ PART → SURFACE → CREATE

Es bietet sich an, die Fläche so zu benennen, wie die Übergangsbedingungen, die später definiert werden, z.B. SURF-STUETZE-QUERTRAEGER.

Zuweisen der Materialeigenschaften. Die Materialeigenschaften der einzelnen Bauteile sind dem Anhang zu entnehmen. Jedem Bauteil müssen die entsprechenden Materialeigenschaften zugewiesen werden:

→ PART → SECTION ASSIGNMENTS

Vernetzung des Bauteils. Vor der eigentlichen Vernetzung des Bauteils muss zuerst die Dichte des Netzes festgelegt werden:

→ MESH → SEED PART

Für die Analyse sind alle verformbaren Bauteile mit einer globalen Elementgröße von 0,175 m zu vernetzen.

b) Starrer Körper (Fräskopf):

Ein Starrkörper wird, anders als ein allgemeiner, verformbarer Körper, allein durch seine Geometrie und seine Trägheitseigenschaften definiert. Die Geometrie eines Starrkörpers wird durch seine Hüllfläche beschrieben. Die Trägheitseigenschaften werden direkt angegeben, sie müssen dazu explizit bekannt sein. Alle Bewegungen des Starrkörpers werden über einen Referenzpunkt (Reference Point) erfasst.

Die Geometrien der beiden Starrkörper sind bereits fertig gestellt. Am Beispiel des Fräskopfs wird das weitere Vorgehen aufgezeigt.

Partitionierung für Übergangsbedingungen. Auch bei einem Starrkörper sollte die Aufteilung der Geometrie so erfolgen, dass die Übergangsbedingungen zu anderen Bauteilen in den Kontaktzonen klar definiert werden können. Das detaillierte Vorgehen wurde bereits im vorherigen Abschnitt dargelegt.

Zuweisen des Referenzpunkts. Für den Fräskopf wurde der Referenzpunkt schon definiert. Er befindet sich an der Spitze des Fräasers in dessen Achse. Das Vorgehen hierzu ist:

→ Menüleiste: TOOLS → REFERENCE POINT

Ableiten der Hüllfläche aus einem Volumenkörper. Die Geometrie des Fräskopfs ist über Volumenkörper definiert, von denen sich die Hüllflächen ableiten lassen:

→ Menüleiste: SHAPE → SHELL → FROM SOLID

Die Volumengeometrie wird automatisch unterdrückt, der Körper wird nun einzig durch seine Hüllfläche repräsentiert.

Definition der Flächen (Surfaces) für die Übergangsbedingungen. Nach dem Ableiten der Hüllflächen können die Kontaktflächen wieder explizit benannt werden.

Zuweisen der Trägheitseigenschaften. Zur Definition der translatorischen Trägheitseigenschaften werden gewöhnliche diskrete Massenelemente verwendet:

→ ASSEMBLY → INSTANCES

Die Lage des Trägheitszentrums ist in Bild A 2.1 im Anhang dargestellt. Die Rotationsträgheitsterme des Fräskopfes können vernachlässigt werden.

Vernetzung des Bauteils. Vor der eigentlichen Vernetzung des Bauteils muss zuerst die Dichte des Netzes festgelegt werden:

→ MESH → SEED PART

Bei einem Starrkörper ist die Netzdichte so zu wählen, dass die Geometrie ausreichend genau wiedergegeben wird. Dies ist z.B. bei Kontaktberechnungen wichtig. Der Einfluss der Netzdichte von Starrkörpern auf die Rechenzeit kann im Allgemeinen als vernachlässigbar angesehen werden.

c) Erstellen der Gesamtbaugruppe:

Nachdem alle Bauteile vernetzt sind kann das Gesamtmodell (Assembly) erstellt werden.

Erstellen des Gesamtmodells. Zunächst enthält das Gesamtmodell noch keine Bauteile, diese müssen erst eingefügt werden:

→ ASSEMBLY → INSTANCES
zu wählen: - DEPEND (MESH ON PART)

Um den Überblick zu behalten, sollte immer nur ein weiteres Bauteil hinzugefügt werden. Um die Bauteile zueinander auszurichten, können eine Reihe von Lagebedingungen definiert werden:

→ ASSEMBLY → POSITION CONSTRAINTS

Definieren Sie die Lage der einzelnen Bauteile entsprechend der vorgegebenen Anordnung.

Kopplung der Einzelteile. Die mathematische Kopplung zwischen den Einzelteilen wird durch die schon beschriebene TIE-Constraint (siehe Kap. 20.3.1 ABAQUS® Analysis User's Manual) hergestellt.

→ CONSTRAINT → TIE
zu wählen: - MASTER (Wählen Sie die MASTER-SURFACE aus der Liste)
- SLAVE (Wählen Sie die SLAVE-SURFACE aus der Liste)

Randbedingungen. Da die Randbedingungen des hier vorliegenden Falls für alle Berechnungsschritte dieselben sind, können auch diese schon hier definiert werden. Nach der Aufgabenstellung sollen die Stützen fest am Boden verankert sein. Da die Stützen durch Schalenelemente repräsentiert werden, müssen die translatorischen und die rotatorischen Freiheitsgrade der Randknoten zu sperren:

→ BCs → DISPLACEMENT/ROTATION
zu wählen: - Wählen Sie die Randknoten der Stützen
- U1, U2, U3 (translatorische Freiheitsgrade)
- U4, U5, U6 (rotatorische Freiheitsgrade)

Das Modell ist jetzt vollständig in seiner Geometrie und seinen Randbedingungen definiert.

2.3 Statische Analyse der Struktur

Die Maschine verfügt über eine Positionsregelung, die auch näherungsweise die Nachgiebigkeiten der Struktur kompensieren soll. Der Regler verfügt über ein

Streckenmodell der Maschine, in dem diese als System mit zwei Freiheitsgraden abgebildet sind. Um das Streckenmodell des Reglers zu optimieren, sollen über das FE-Modell die Ersatzsteifigkeiten k_{ij}^* der Maschine für die 1 und die 3-Richtung ermittelt werden. Der Schlitten soll sich dazu in der Mitte des Portals und der Teleskoparm in der Grundstellung befinden (siehe Bild 1), veränderliche Schlitten- und Teleskoparmstellungen werden im Regler über ein analytisches Modell kompensiert. Die Kopplung zwischen der 1- und der 3-Richtung kann vernachlässigt werden.

- Die Ersatzsteifigkeiten k_{ij}^* der Maschine sind mit dem FE-Modell der Struktur für die 1- und die 3-Richtung zu ermitteln.

Hinweise zur Ermittlung der Ersatzsteifigkeiten. Da die Struktur im Streckenmodell des Reglers als System mit zwei entkoppelten Freiheitsgraden abgebildet werden soll, gilt hier:

$$\mathbf{f} = \mathbf{K}^* \mathbf{q} = \begin{pmatrix} k_{11}^* & \approx 0 \\ \approx 0 & k_{22}^* \end{pmatrix} \mathbf{q} \quad (\text{Gl. 2.1})$$

Als Kraftangriffspunkt ist die Spitze des Fräskopfes zu wählen (im Modell der Referenzpunkt).

2.4 Dynamische Analyse der Struktur

Eigenverhalten. Im Folgenden soll das dynamische Verhalten der Struktur untersucht werden. Am Beginn einer dynamischen Untersuchung sollte immer die Ermittlung der Eigenfrequenzen und Eigenvektoren des Systems stehen, sie sind die, zur Beurteilung der Schwingungseigenschaften der Struktur, wichtigsten Größen.

- Zur Bestimmung des Eigenverhaltens der Struktur ist eine Modalanalyse durchzuführen. Zu bestimmen sind alle Eigenformen im Frequenzbereich von 0 Hz bis 200 Hz.

Hinweise zur Behandlung der Dämpfung. Reale Strukturen weisen in der Regel dissipative Mechanismen auf. Sind keine äußeren Dämpfungselemente vorhanden, wird der Energieverzehr von äußerer Dämpfung und Strukturdämpfung (innere

Dämpfung) verursacht. Ein explizites Aufstellen der Dämpfungsmatrix aus den Eigenschaften der Struktur ist kaum möglich, daher wird in solchen Fällen in der Regel viskose Proportionaldämpfung angesetzt. Die wesentliche Eigenschaft der Proportionaldämpfung ist, dass die Eigenvektoren des gedämpften Systems den (reellen) Eigenvektoren des ungedämpften Systems entsprechen. Wegen der dadurch bedingten einfachen mathematischen Behandlung und der Anschaulichkeit reeller Eigenvektoren wird in vielen Fällen die Dämpfung näherungsweise als viskose Proportionaldämpfung angesetzt. Dies liefert für eine große Zahl technischer Fragestellungen hinreichend genaue Ergebnisse.

Die Proportionaldämpfungsmatrix setzt sich aus einer Linearkombination von Massen- und Steifigkeitsmatrix zusammen (RAYLEIGH-Dämpfung).

$$\mathbf{B}^P = \alpha \mathbf{M} + \beta \mathbf{K} \quad (\text{Gl. 2.2})$$

Darin sind α und β frei wählbare Konstanten. Das erste Glied ist proportional zur Massenmatrix, das zweite ist proportional zur Steifigkeitsmatrix. Vom Aufbau her entspricht der der Massenmatrix proportionale Anteil einer äußeren Dämpfung (abhängig von Absolutbewegungen) und der der Steifigkeitsmatrix proportionale Anteil einer inneren Dämpfung (abhängig von Relativbewegungen). Da aber die Annahmen „viskos und proportional zur Massenmatrix“ für die äußere Dämpfung und „viskos und proportional zur Steifigkeitsmatrix“ für die innere Dämpfung in der Regel nicht zutreffen, werden die Koeffizienten α und β nicht direkt vorgegeben. Bei Systemen mit $n > 2$ Freiheitsgraden werden die Koeffizienten so gesetzt, dass die Dämpfung in der Umgebung der Frequenzen, von denen das System angeregt wird (Betriebsfrequenzbereich), möglichst gut mit den vorgegebenen modalen Dämpfungsgraden D_i übereinstimmt.

Die Bestimmungsgleichungen für die Koeffizienten α und β lauten:

$$\begin{aligned} \alpha &= 2 \omega_a \omega_b \frac{\omega_b D_a - \omega_a D_b}{\omega_b^2 - \omega_a^2} \\ \beta &= 2 \frac{\omega_b D_b - \omega_a D_a}{\omega_b^2 - \omega_a^2} \end{aligned} \quad (\text{Gl. 2.3})$$

Aus früheren Messungen an einer realen Maschine sind die modalen Dämpfungsgrade der ersten und dritten Eigenmode mit $D_1 = 1\%$ und $D_3 = 0,75\%$ bekannt.

- Es sind die Koeffizienten α und β , die für den Aufbau der proportionalen Dämpfungsmatrix \mathbf{B}^P benötigt werden, zu bestimmen und den Materialien aller Bauteile zuzuweisen.

→ MATERIAL → EDIT → DAMPING

Bei modalen Berechnungen wird die Materialdämpfung nicht berücksichtigt, die Dämpfung muss dann in jedem Step explizit angegeben werden.

→ STEP → EDIT → DAMPING
zu wählen: - RAYLEIGH
- SPECIFY OVER FREQUENCY
- FREQUENCY = 1. EIGENFREQUENZ

Nun sind alle Eigenschaften der Struktur bekannt, die zur dynamischen Analyse benötigt werden und im Modell implementiert.

- Um für die folgenden Berechnungen die Rechenzeit zu minimieren, ist ein Knotensatz (Node Set), das nur aus dem Referenzknoten des Fräskopfes besteht, zu generieren; alle Ausgabewerte (History-Output, Field-Output) sind nur für dieses Set zu ermitteln.

2.4.1 Dynamisches Übertragungsverhalten im Frequenzbereich

ABAQUS® bietet mehrere Möglichkeiten zur Berechnung einer Übertragungsfunktion bzw. der stationären Lösung im Frequenzbereich.

Die direkte Lösung (Steady State Dynamic – Direkt) ermittelt die Antwort des Systems an den vorgegebenen Frequenzstützstellen in den physikalischen Koordinaten der Struktur. Diese Lösungsmethode ist sehr aufwändig, was lange Berechnungszeiten zur Folge hat. Sie bietet jedoch die Möglichkeit, frequenzabhängige Modelleigenschaften, unsymmetrische Steifigkeitsmatrizen und diskrete Dämpferelemente zu berücksichtigen. Die direkte Lösung kann beschleunigt werden, wenn man die Ergebnisse eines vorangegangenen Berechnungsschrittes zur Ermittlung des Eigenverhaltens in die Berechnung mit einbezieht. Das Frequenzintervall kann dann schon durch die Eigenfrequenzen vorzerlegt werden.

Die modale Lösung (Steady State Dynamic – Modal) ermittelt die Strukturantwort basierend auf einer Teilmenge der Eigenvektoren des Systems. Es werden dabei nur die Beiträge der Eigenvektoren berücksichtigt, die zuvor in einer Eigenwertanalyse ermittelt wurden. Für die Berechnung wird das System in seine modalen Koordinaten transformiert, anschließend erfolgt die Rücktransformation in die physikalischen Koordinaten. Eine höhere Güte der Lösung kann erzielt werden, wenn die restlichen Eigenvektoren (Residual Modes) in der Rechnung berücksichtigt werden.

Auf die Subspace Lösung (Steady State Dynamic – Subspace) wird an dieser Stelle nicht weiter eingegangen.

Im Folgenden sollen die stationäre Antwort des Systems über die direkte und die modale Lösungsmethode ermittelt und die Ergebnisse verglichen werden. In beiden Fällen sollen sowohl die Erregung, als auch die Antwort nur am Referenzknoten des Fräskopfes und nur in 1-Richtung der Maschine berechnet werden. Die Last ist als 1-Kraft anzubringen. Die Strukturantwort entspricht dann der Übertragungsfunktion $H_{11}(\Omega)$ des Einganges $F_1(\Omega)$ zur Antwort $q_1(\Omega)$ am Referenzknoten des Fräskopfes.

Für beide Berechnungsmethoden ist es erforderlich, in einem vorangegangenen Berechnungsschritt das Eigenverhalten der Struktur zu berechnen. Es bietet sich an, zwei getrennte Modelle, eines für die modale und eines für die direkte Berechnung, zu erstellen.

- Der Betrag der Übertragungsfunktion $|H_{11}(\Omega)|$ am Referenzknoten des Fräskopfes ist über die modale stationäre Lösung (Steady State Dynamic – Modal) des Systems im Frequenzbereich von 0 Hz bis 200 Hz zu bestimmen.

→ STEP → EDIT

zu wählen:	- SCALE	= LINEAR
	- FREQUENCY	= 0 Hz - 200 Hz
	- POINTS	= 20
	- BIAS	= 3

ANMERKUNG: siehe hierzu auch ABAQUS User's Manual

- Das Ergebnis ist in eine ASCII-Datei zu exportieren und anschließend in MATLAB® als Verlauf über der Frequenz darzustellen. Im Folgenden ist der Ablauf zum Exportieren von XY-Datensätzen angegeben:

Erzeugen des Datensatzes:

→ TOOLS → XY-DATA → MANAGER

zu wählen: DATA SOURCE = CURRENT SESSION

→ CREATE

zu wählen: SOURCE = ODB HISTORY OUTPUT
VARIABLE = VARIABLE

→ SAVE AS

zu wählen: NAME = NAME

Karte schließen

Exportieren des Datensatzes:

→ REPORT → XY

XY-DATA:

zu wählen: Datensatz auswählen

SETUP:

zu wählen: NAME = PFAD/NAME.txt

Bestätigen und Karte schließen

- Der Betrag der Übertragungsfunktion $|H_{11}(\Omega)|$ am Referenzknoten des Fräskopfes ist über die direkte stationäre Lösung (Steady State Dynamic – Direkt) des Systems im Frequenzbereich von 0 Hz bis 200 Hz zu bestimmen.

→ STEP → EDIT

zu wählen: - SCALE = LINEAR
- USE EIGENFREQ. = ANWÄHLEN
- FREQUENCY = 0 Hz – 200 Hz
- POINTS = 20
- BIAS = 3

ANMERKUNG: siehe hierzu auch ABAQUS® User's Manual

- Das Ergebnis ist in eine ASCII-Datei zu exportieren und anschließend in MATLAB® als Verlauf über der Frequenz darzustellen.
- Beide Berechnungsmethoden sind hinsichtlich der Ergebnisse und der Berechnungszeit (siehe dat-Datei) zu vergleichen.
- Es ist die Schwingungsamplitude des Fräskopfes in 1-Richtung bezogen auf die statische Auslenkung mit derselben Kraftamplitude, also die dynamische

Überhöhung, zu ermitteln, die durch das gegebene Anregungsfrequenzspektrum maximal erreicht werden kann.

2.4.2 Dynamisches Verhalten im Zeitbereich

ABAQUS® bietet auch die Möglichkeit, Berechnungen im Zeitbereich durchzuführen. Auch hier werden verschiedene Verfahren zur Lösung der Bewegungsgleichung angeboten.

Bei der direkten Integration (Dynamic – Implicit Direct Integration) werden die gesamten Systemmatrizen über der Zeit integriert. Es wird hierbei ein implizites Verfahren angewendet. Dabei müssen zu jedem Zeitschritt die Operationsmatrizen invertiert und ein nichtlineares gekoppeltes Gleichungssystem gelöst werden. Die Lösung des Gleichungssystems erfolgt iterativ mit dem NEWTON-Verfahren. Dieses Vorgehen ist sehr aufwändig und bedingt dadurch eine lange Rechenzeit. Der prinzipielle Vorteil dieses Vorgehens liegt in der bedingungslosen Stabilität des Verfahrens für lineare Modelle.

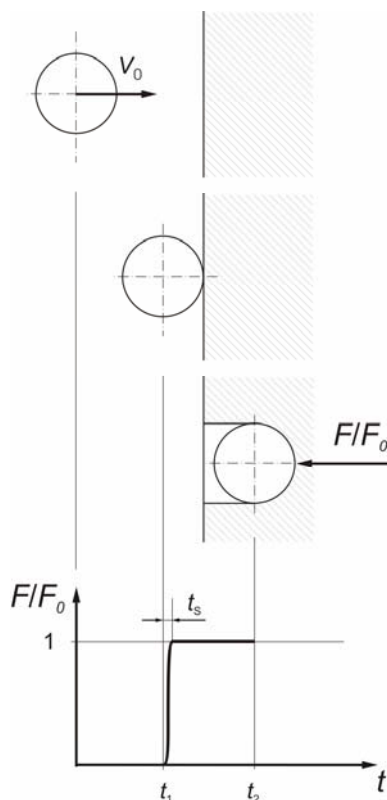


Bild 8. Kontaktkraftaufbau Fräskopf/Werkstück.

Ein wesentlich schnelleres Verfahren stellt die modale Berechnung (Modal Dynamic) dar. Dabei wird die Strukturantwort basierend auf einer Teilmenge der Eigenvektoren des Systems ermittelt. Berücksichtigt werden nur die Beträge der Eigenvektoren, die zuvor in einer Eigenwertanalyse ermittelt wurden. Eine höhere Güte der Lösung kann erzielt werden, wenn die restlichen Eigenvektoren (Residual Modes) in der Rechnung berücksichtigt werden.

Ein kritischer Vorgang bei der spanenden Bearbeitung ist das Einlaufen des Werkzeuges in das Werkstück. Die Vorschubgeschwindigkeit kann für diesen zeitlich sehr kurzen Vorgang als konstant angenommen werden. Zum Zeitpunkt des Kontaktes zwischen Werkzeug und Werkstück werden die Struktur und insbesondere der Fräskopf durch den sehr schnellen Anstieg der Kontaktkraft bzw. der Schnittkraft zu Schwingungen

angeregt. Der zeitliche Verlauf der Schnittkraft ist in Bild 8 dargestellt, er entspricht annähernd einer Sprungfunktion.

Aus Messungen ist bekannt, dass der Kraftanstieg in $t_s = 5 \text{ ms}$ erfolgt, der Kontaktbeginn soll zum Zeitpunkt $t_1 = 50 \text{ ms}$ erfolgen. Wegen der Linearität des Systems kann die Kontaktkraft F_0 als 1-Kraft angesetzt werden. Um die sich bei realer Erregung ergebenden Verschiebungen zu bestimmen, braucht das Ergebnis nur mit der Erregerkraft multipliziert zu werden.

Die Möglichkeit einer Vorabschätzung der dynamischen Überhöhung beim Einlaufvorgang bietet der dynamische Lastfaktor (DLF). Er ist wie folgt definiert:

$$DLF(\omega, D) = \frac{|q_{\max}(\omega, D)|}{|q^{st}|}. \quad (\text{Gl. 2.4})$$

Für die Sprungfunktion als Anregung ist der DLF nicht mehr von der Eigenfrequenz abhängig, sondern nur noch von der Dämpfung; es ergibt sich die folgende Beziehung:

$$DLF^{Sprungfkt.}(D) = 1 + e^{-\frac{\pi D}{\sqrt{1-D^2}}} \text{ für } D < 1. \quad (\text{Gl. 2.5})$$

- Die maximal mögliche dynamische Überhöhung der Strukturantwort ist über den DLF abzuschätzen. Aufgrund der kurzen Anstiegszeit der Kontaktkraft kann der Zeitverlauf als Sprungfunktion behandelt werden.

ABAQUS® bietet viele Möglichkeiten, zeitliche Verläufe der Anregung vorzugeben. Dies können sowohl Kraftanregungen als auch Fußpunktverschiebungen sein.

→ TOOLS → AMPLITUDE → MANAGER

Für das hier vorliegende Problem bietet es sich an, den Kontaktkraftverlauf über die in ABAQUS® implementierte Smooth-Step-Funktion abzubilden (siehe ABAQUS® Analysis User's Manual). Hierfür werden die Wertepaare $t_1, F(t_1)$ und $t_1 + t_s, F(t_1 + t_s)$ benötigt.

- Es ist die maximal zulässige Zeitschrittweite zu ermitteln, bei der die dynamischen Prozesse bis zu einer Frequenz von 200 Hz nach dem SHANNON-Theorem noch korrekt abgebildet werden.

- Das Einlaufen des Fräasers in das Werkstück ist über die direkte Integration der Systemmatrizen (Dynamic – Implicit Direct Integration) zu analysieren. Zu berechnen ist die Antwort des Referenzknotens des Fräskopfes in 1-Richtung der Maschine für die Zeit $0 \leq t \leq 0,25$ s. Die Kontaktkraft soll durch eine Einzellast am Referenzknoten des Fräskopfes ebenfalls in 1-Richtung der Maschine mit dem vorgegebenen Zeitverlauf simuliert werden. Die Ausgabefrequenz, in der die Ergebnisse aufgezeichnet werden, ist unbedingt vor der Berechnung auf Eins zu setzen.

```
→ STEP → EDIT
zu wählen: INCREMENTATION
           - TYPE                = AUTOMATIC
           - MAX INC.            = 400
           - INC. SIZE           = INITIAL: 0.05
                                   MIN:      1E-6
                                   MAX:      0.05
           - HALFTOL             = 0.01
           - NUM. DAMPING        = 0
```

ANMERKUNG: siehe hierzu auch ABAQUS® User's Manual

- Das Ergebnis ist in eine ASCII-Datei zu exportieren und anschließend in MATLAB® als Verlauf über der Zeit darzustellen.
- Das Einlaufen des Fräasers in das Werkstück ist über die modale Berechnungsmethode (Modal Dynamic) zu bestimmen. Zu berechnen ist die Antwort des Referenzknotens des Fräskopfes in 1-Richtung der Maschine für die Zeit $0 \leq t \leq 0.25$ s. Die Kontaktkraft soll durch eine Einzellast am Referenzknoten des Fräskopfes ebenfalls in 1-Richtung der Maschine mit dem vorgegebenen Zeitverlauf simuliert werden. Die Ausgabefrequenz, in der die Ergebnisse aufgezeichnet werden, ist unbedingt vor der Berechnung auf Eins zu setzen.

```
→ STEP → EDIT
zu wählen: BASIC
           - TIME PERIOD         = 0.25
           - TIME INCREMENT     = 0.00125
```

ANMERKUNG: siehe hierzu auch ABAQUS® User's Manual

- Das Ergebnis ist in eine ASCII-Datei zu exportieren und anschließend in MATLAB® als Verlauf über der Zeit darzustellen.

- Beide Berechnungsmethoden sind hinsichtlich der Ergebnisse und der Berechnungsdauer (siehe dat-Datei) zu vergleichen.

2.5 Optimierung der Struktur – Schwingungsminderung

Um unerwünschte Schwingungen zu mindern, bestehen die folgenden prinzipiellen Möglichkeiten:

1. Vermindern der Erregung
2. Verstimmen des Systems (Verschieben der Eigenfrequenzen)
3. Dämpfen des Systems
4. Schwingungsisolierung
5. Passive Zusatzsysteme (Tilger)
6. Aktive Zusatzsysteme (Regelung)

Im vorliegenden Fall ergibt sich die Anregung aus dem Bearbeitungsprozess; eine Minderung der Anregung kann nur erreicht werden, wenn die Schnitttiefe und/oder die Vorschubgeschwindigkeit verringert werden. Beides würde die Ausbringung senken und kommt somit nicht in Betracht. Da auch an der Konstruktion keine wesentlichen Änderungen vorgenommen werden können, bietet sich nur noch das Anbringen von (passiven) Zusatzsystemen an.

Passive Zusatzsysteme (Tilger)

Durch das Anbringen eines zusätzlichen Schwingers an der Struktur können deren Schwingungen bei entsprechender Auslegung des Zusatzsystems verringert werden. Meist werden dazu Systeme mit einem Freiheitsgrad verwendet, man bezeichnet sie als Tilger. Wird die zusätzliche Masse nur über einer Feder mit der Struktur gekoppelt, handelt es sich um einen ungedämpften Tilger; ist ein zusätzlicher, der Feder parallel geschalteter Dämpfer vorhanden, handelt es sich um einen gedämpften Tilger. Mit einem gut abgestimmten Tilger können Schwingungen bei beliebiger deterministischer und auch stochastischer Anregung gemindert werden.

- Für das hier betrachtete System kommt nur der Einsatz eines gedämpften Tilgers in Betracht. Begründen Sie diese Aussage.

Hinweise zur Auslegung gedämpfter Tilger. Ziel der Auslegung eines gedämpften Tilgers ist es, in einem möglichst breiten Frequenzbereich möglichst kleine Schwingungsamplituden der interessierenden Strukturkoordinate zu erreichen.

Für eine optimale Auslegung eines gedämpften Tilgers lassen sich folgende Beziehungen herleiten:

$$\omega_{\text{opt}}^T = \omega \frac{1}{1 + \mu^T}$$
$$D_{\text{opt}}^T \approx \sqrt{\frac{\mu^T}{2}} \left(1 - \frac{1}{2} \mu^T \right) \quad (\text{Gl. 2.6})$$

mit $\mu^T = \frac{m^T}{m^S}$.

Das Verhältnis von Tilgermasse zur mitschwingenden Masse der Struktur μ^T wird üblicherweise zwischen 0,1 und 0,2 angesetzt.

Hinweise zur Bestimmung der mitschwingenden Masse. Bei realen Strukturen handelt es sich in der Regel um Systeme mit kontinuierlich verteilter Masse $\mu(x)$ und Steifigkeit $EI(x)$, also um Anordnungen mit unendlich vielen Freiheitsgraden. Um nun die in den jeweiligen Eigenformen mitschwingende Masse eines solchen Systems zu bestimmen, ist es zweckmäßig, die Struktur in einen kinetisch äquivalenten Schwinger mit einem Freiheitsgrad zu überführen. Ausgangspunkt ist dabei der Schwingungszustand, den das System in der Eigenfrequenz hat, für die der gedämpfte Tilger ausgelegt werden soll.

Bild 9 zeigt das prinzipielle Vorgehen am Beispiel eines Kragträgers, bei dem die Schwingungen in der ersten Eigenfrequenz gemindert werden sollen.

Aus konstruktiven Gründen werden Tilger nicht immer am Ort der größten Auslenkung der betrachteten Eigenform angebracht. Die Ersatzmasse wird so bestimmt, dass sie sich an dem Ort befindet, an dem das Zusatzsystem angebracht wird.

Real- und Ersatzsystem sind gleich, wenn die kinetische Energie beider Systeme im Schwingungsnulldurchgang dieselbe ist und beide Systeme dieselbe Schwingungsamplitude am Ort des Zusatzsystems haben. Durch die Forderung nach der gleichen Schwingungsamplitude wird gewährleistet, dass beide Systeme zum Zeitpunkt ihrer maximalen Auslenkung dieselbe potentielle Energie besitzen.

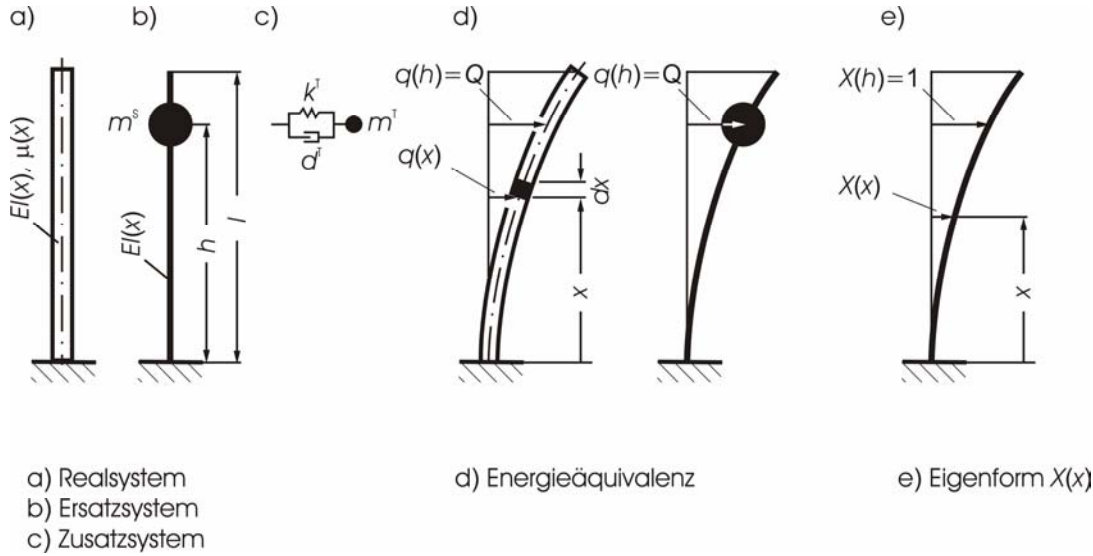


Bild 9. Bestimmung der kinetisch äquivalenten Masse.

Für das dargestellte Realsystem ergeben sich die Schwingungen unter harmonischer Anregung zu (im Folgenden sei $D = 0$, dies gilt ohne Einschränkung der Allgemeinheit):

$$q(x, t) = q(x) \cos(\Omega t)$$

für $\Omega = \omega$ gilt:

$$q(x, t) = q(x) \cos(\omega t) = Q X(x) \cos(\omega t).$$

$X(x)$ ist die **am Ort des Zusatzsystems** auf Eins normierte Eigenform der Struktur.

Die kinetische Energie des Realsystems ergibt sich zu:

$$E_{\text{kin}}^{\text{R}} = \frac{1}{2} \int_{x=0}^l \mu(x) \dot{q}^2(x, t) dx = -\frac{1}{2} \left[\int_{x=0}^l \mu(x) X^2(x) dx \right] \omega^2 Q^2 \sin^2(\omega t), \quad (\text{Gl. 2.8})$$

die des Ersatzsystems ergibt sich zu:

$$E_{\text{kin}}^{\text{E}} = -\frac{1}{2} m^{\text{S}} \omega^2 Q^2 \sin^2(\omega t). \quad (\text{Gl. 2.9})$$

Setzt man beide Energieausdrücke gleich und zieht noch in Betracht, dass das System auch diskrete Massen aufweisen kann, ergibt sich:

$$m^{\text{S}} = \int_{x=0}^l \mu(x) X^2(x) dx + m_i X^2(x_i). \quad (\text{Gl. 2.10})$$

Da sich bei der Portalfräsmaschine die Schwingungen in der ersten Eigenform in der 1-Richtung im Wesentlichen auf den Teleskoparm beschränken, genügt es, wenn für die Auslegung des Zusatzsystems nur dieser Teil der Struktur betrachtet wird.

In der nachfolgenden Abbildung ist der erste Eigenvektor des Teleskoparms dargestellt. Er ist dort zu Eins normiert, wo das Zusatzsystem angebracht werden soll, der genaue Verlauf kann aus der Wertetabelle entnommen werden.

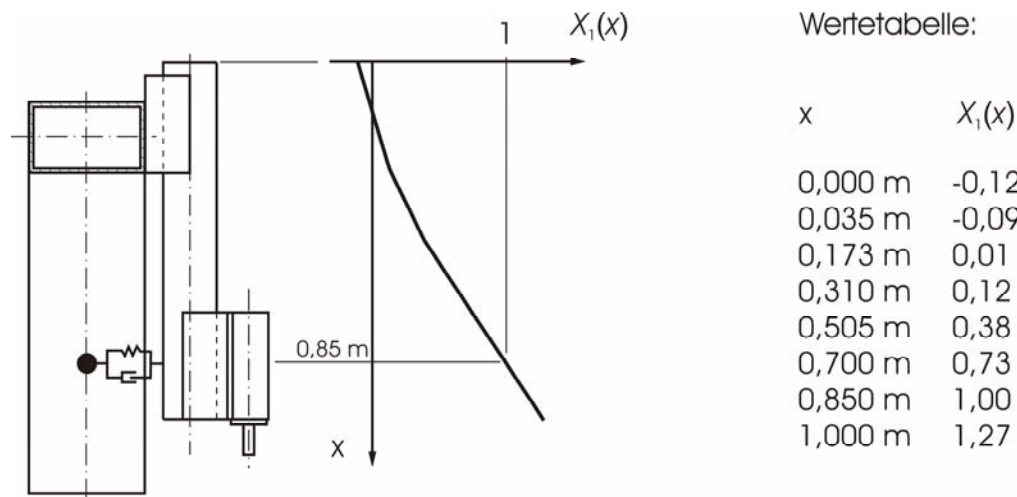


Bild 10. Erste Eigenform des Teleskoparms zur Bestimmung der mitschwingenden Masse.

- Es ist ein MATLAB®-Modell zur Bestimmung der mitschwingenden Masse zu erstellen. Die Massenverteilung des Teleskoparms $\mu(x)$ ist über die im Anhang angegebenen Materialparameter zu bestimmen; die beiden Endplatten des Teleskoparms und der Fräskopf sind als diskrete Massen zu berücksichtigen.

Hilfestellung zum Vorgehen:

Da die x -Koordinate der Fräskopfmasse, die über ein diskretes Massenelement abgebildet wird, nicht explizit als Wert im Eigenvektor vorkommt, muss zwischen den Werten des Eigenvektors interpoliert werden:

→ MATLAB-FUNKTION → INTERP1

Das Integral kann mit einem einfachen Trapezverfahren näherungsweise bestimmt werden:

→ MATLAB-FUNKTION → TRAPZ

Da nun die mitschwingende Masse der Struktur bekannt ist, können die Parameter des Tilgers bestimmt werden.

- Die Tilgerparameter sind zu bestimmen, es ist ein Massenverhältnis μ^T von 0,2 anzusetzen.

Das Zusatzsystem soll im FE-Modell implementiert werden, anschließend sollen die Funktion des Systems nachgewiesen und der Reduktionsfaktor angegeben werden.

- Das Zusatzsystem ist im FE-Modell zu implementieren. Dazu muss ein neuer Referenzknoten erstellt werden, welchem dann die Trägheitseigenschaften zugewiesen werden. Der Referenzknoten soll im Abstand $[-0,2 \text{ m}; 0,0 \text{ m}; 0,0 \text{ m}]$ vom Koppelknoten der Struktur erstellt werden. Die Verbindung zwischen Struktur und Zusatzsystem wird über diskrete Feder- und Dämpferelemente hergestellt.

Da im Folgenden auch die Schwingungen des Zusatzsystems untersucht werden sollen, muss auch der Referenzknoten in die Ausgabe einbezogen werden.

- Es ist ein zusätzliches Node Set, das nur aus dem Referenzknoten des Zusatzsystems besteht, zu generieren; alle Ausgabewerte (History-Output, Field-Output) sind auch für dieses Set zu ermitteln.
- Die um das Zusatzsystem erweiterte Struktur kann nicht mehr über die modale Zerlegung berechnet werden. Begründen Sie diese Aussage.
- Der jeweilige Betrag der Übertragungsfunktionen $|H_{11}(\Omega)|$ am Referenzknoten des Fräskopfes und $|H_{11}^T(\Omega)|$ am Referenzknoten des Zusatzsystems ist über die direkte stationäre Lösung (Steady State Dynamic – Direkt) des Systems im Frequenzbereich von 0 Hz bis 200 Hz zu bestimmen.

```
→ STEP → EDIT
zu wählen:  - SCALE           = LINEAR
              - USE EIGENFREQ. = ANWÄHLEN
              - FREQUENCY      = 0 Hz - 200 Hz
              - POINTS         = 20
              - BIAS            = 3
```

ANMERKUNG: siehe hierzu auch ABAQUS® User's Manual

- Das Ergebnis ist in eine ASCII-Datei zu exportieren und anschließend in MATLAB® als Verlauf über der Frequenz darzustellen. Um die Ergebnisse mit denen ohne Zusatzsystem vergleichen zu können, sind auch diese nochmals mit aufzuführen.
- Stellen sie Sie die prozentuale Schwingungsreduktion als Verlauf über der Frequenz dar. Wie groß ist die Schwingungsreduktion bei der Frequenz, bei der ohne das Zusatzsystem die größten Verschiebungen auftraten?

Durch das Zusatzsystem werden sich auch die Schwingungen während des Einlaufvorganges ändern.

- Das Einlaufen des Fräasers in das Werkstück ist über die direkte Integration der Systemmatrizen (Dynamic – Implicit Direct Integration) zu analysieren. Zu berechnen sind die Antwort des Referenzknotens des Fräskopfes und die des Zusatzsystems in 1-Richtung der Maschine für die Zeit $0 \leq t \leq 0.25$ s. Die Kontaktkraft soll durch eine Einzellast am Referenzknoten des Fräskopfes ebenfalls in 1-Richtung der Maschine mit dem vorgegebenen Zeitverlauf simuliert werden.

```
→ STEP → EDIT
zu wählen: INCREMENTATION
           - TYPE                = AUTOMATIC
           - MAX INC.            = 175
           - INC. SIZE           = INITIAL: 0.002
                                   MIN:      0.0005
                                   MAX:      0.002
           - HALFTOL             = 0.1
```

ANMERKUNG: siehe hierzu auch ABAQUS® User's Manual

- Das Ergebnis ist in eine ASCII-Datei zu exportieren und anschließend in MATLAB® als Verlauf über der Zeit darzustellen. Um die Ergebnisse mit denen ohne Zusatzsystem vergleichen zu können, sind auch diese nochmals mit aufzuführen. Die Verläufe sind zu vergleichen und zu interpretieren.

Aufgabe 3

Aktive Schwingungsminderung am Beispiel einer Portalfräsmaschine

3.1 Einleitung

Die Finite Elemente Methode erlaubt eine detaillierte Modellierung der geometrischen Eigenheiten der Struktur, jedoch unter der Voraussetzung einer entsprechend dichten Vernetzung. Der sich daraus ergebende Nachteil ist, dass die Größe des zu lösenden Gleichungssystems und damit auch die Rechenzeit und der benötigte Speicherplatz ansteigen. Insbesondere bei der Lösung dynamischer Problemstellungen werden aufwändige Algorithmen eingesetzt, bei denen sich dies besonders nachteilig auswirkt. Auch für die Entwicklung aktiver Maßnahmen zur Schwingungsminderung ist es unumgänglich, dass kompakte Strukturmodelle zur Verfügung stehen. Insbesondere fällt dies bei der Entwicklung von modellbasierten Echtzeitreglern ins Gewicht. Die Güte der Regelung ist bei solchen Reglern stark abhängig von der Güte des Streckenmodells.

Für verschiedene Berechnungsoperationen ist es wichtig, über eine Beschreibung der Struktur im Zeit- und/oder im Frequenzbereich zu verfügen, da sich daraus spezifische Vorteile ergeben. MATLAB® bietet hierfür die Möglichkeit, verschiedene Modelltypen zu definieren. Das sind insbesondere die Zustandsraummodelle (state space), die Polynomform der Übertragungsfunktion (transfer function) und die Pol-Nullstellenform der Übertragungsfunktion (zero-pole-gain). Diese Modelle sind alle ineinander überführbar.

Zur Abbildung der Systemmatrizen unter MATLAB® bietet sich insbesondere die Zustandsraumdarstellung an. Kennzeichnend ist die Umformung von Differentialgleichungen n -ter Ordnung in ein Differentialgleichungssystem mit n Gleichungen erster Ordnung. Mit der Definition des Zustandsvektors

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{q} \\ \dot{\mathbf{q}} \end{bmatrix}, \quad (\text{Gl. 3.1})$$

folgt für ein lineares und zeitinvariantes System:

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{B} \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1} \end{bmatrix} \mathbf{f}. \quad (\text{Gl. 3.2})$$

Werden die Matrizen in (Gl. 2) durch die Systemmatrix \mathbf{A}_x und die Eingangsmatrix der äußeren Kräfte \mathbf{B}_u ausgedrückt, erhält sie die bekannte Gestalt:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_x \mathbf{x} + \mathbf{B}_u \mathbf{f}. \quad (\text{Gl. 3.3})$$

Mit dem Ausgangsvektor

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} \mathbf{q} \\ \dot{\mathbf{q}} \\ \ddot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} \quad (\text{Gl. 3.4})$$

folgt bei analogem Vorgehen die Ausgangsgleichung:

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{B} \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1} \end{bmatrix} \mathbf{f}, \quad (\text{Gl. 3.5})$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}_x \mathbf{x} + \mathbf{D}_u \mathbf{f}. \quad (\text{Gl. 3.6})$$

Hierin ist \mathbf{C}_x die Ausgangsmatrix und \mathbf{D}_u die Durchgangsmatrix.

Diese Darstellung besitzt jedoch noch Nachteile hinsichtlich der Effektivität. Unter der Voraussetzung, dass die Systemmatrizen \mathbf{M} , \mathbf{B} und \mathbf{K} aus einem FEM-Programmsystem exportiert werden, sind diese noch von sehr großer Ordnung. Durch die modale Transformation der Bewegungsgleichungen lässt sich eine sehr effektive Darstellung erreichen.

Mit

$$\mathbf{Q}^T \mathbf{M} \mathbf{Q} \ddot{\mathbf{p}} + \mathbf{Q}^T \mathbf{B} \mathbf{Q} \dot{\mathbf{p}} + \mathbf{Q}^T \mathbf{K} \mathbf{Q} \mathbf{p} = \mathbf{Q}^T \mathbf{f}, \quad (\text{Gl. 3.7})$$

und der Definition des modalen Zustandsvektors

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} \mathbf{p} \\ \dot{\mathbf{p}} \end{bmatrix}, \quad (\text{Gl. 3.8})$$

folgt

$$\dot{\mathbf{z}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\text{diag}(\omega_i^2) & -\text{diag}(2D_i\omega_i) \end{bmatrix} \mathbf{z} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \tilde{\mathbf{M}}^{-1}\mathbf{Q}^T \end{bmatrix} \mathbf{f} \quad (\text{Gl. 3.9})$$

$$\dot{\mathbf{z}} = \tilde{\mathbf{A}}_x \mathbf{z} + \tilde{\mathbf{B}}_u \mathbf{f}. \quad (\text{Gl. 3.10})$$

Hierin sind ω_i die Eigenfrequenzen und \mathbf{Q} die Modalmatrix des ungedämpften Systems. D_i sind die modalen Dämpfungsgrade des Systems und $\tilde{\mathbf{M}}$ ist die generalisierte Massenmatrix des Systems.

Bei analogem Vorgehen folgt mit dem Ausgangsvektor aus Gl. 3.4

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{Q} \\ -\mathbf{Q} \operatorname{diag}(\omega_i^2) & -\mathbf{Q} \operatorname{diag}(2D_i\omega_i) \end{bmatrix} \mathbf{z} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{Q}\tilde{\mathbf{M}}^{-1}\mathbf{Q}^T \end{bmatrix} \mathbf{f}, \quad (\text{Gl. 3.11})$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}_x \mathbf{x} + \mathbf{D}_u \mathbf{f}. \quad (\text{Gl. 3.12})$$

Der Vorteil, der sich aus dieser Darstellung ergibt, ist, dass das System vor der eigentlichen Berechnung einer modalen Reduktion unterzogen werden kann. Es werden nur die M Eigenwerte und Eigenformen berücksichtigt, die nötig sind, um das Systemverhalten im interessierenden Frequenzbereich abzubilden. Auch die Ausgabe kann auf die N interessierenden physikalischen Koordinaten beschränkt werden.

Damit ergeben sich die Zustandsraummatrizen zu

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{A}}_x &= \begin{bmatrix} \mathbf{0}^{M \times M} & \mathbf{I}^{M \times M} \\ -\operatorname{diag}(\omega_i^2)^{M \times M} & -\operatorname{diag}(2D_i\omega_i)^{M \times M} \end{bmatrix} \\ \tilde{\mathbf{B}}_u &= \begin{bmatrix} \mathbf{0}^{M \times N} \\ \tilde{\mathbf{M}}^{-1} \mathbf{Q}^{M \times M} \mathbf{Q}^T \end{bmatrix} \\ \tilde{\mathbf{C}}_x &= \begin{bmatrix} \mathbf{Q}^{N \times M} & \mathbf{0}^{N \times M} \\ \mathbf{0}^{N \times M} & \mathbf{Q}^{N \times M} \\ -\mathbf{Q}^{N \times M} \operatorname{diag}(\omega_i^2)^{M \times M} & -\mathbf{Q}^{N \times M} \operatorname{diag}(2D_i\omega_i)^{M \times M} \end{bmatrix} \\ \tilde{\mathbf{D}}_u &= \begin{bmatrix} \mathbf{0}^{N \times N} \\ \mathbf{0}^{N \times N} \\ \mathbf{Q}^{N \times M} \tilde{\mathbf{M}}^{-1} \mathbf{Q}^{M \times M} \mathbf{Q}^T \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (\text{Gl. 3.13})$$

3.1.1 Aufgabenstellung

Die in Aufgabe 2 untersuchte Portalfräsmaschine ist auch hier Gegenstand der Betrachtung.

Das dynamische Verhalten der Struktur ist über ein Zustandsraummodell unter MATLAB® abzubilden. Die für den Aufbau des Zustandsraummodells benötigten

Größen sind dazu aus dem in Aufgabe 2 verwendeten FE-Modell zu exportieren. Zusätzlich zu dem passiven gedämpften Tilger soll eine aktive Maßnahme zur Schwingungsminderung untersucht werden.

Dazu sind folgende grundsätzliche Punkte abzuarbeiten:

- Dynamische Analyse der Struktur unter MATLAB®
- Schwingungsminderung durch eine passive Maßnahme (gedämpfter Tilger)
- Schwingungsminderung durch eine aktive Maßnahme (Massenaktor)
- Vergleich der beiden Maßnahmen zur Schwingungsminderung

Ausarbeitung

Die Vortüberlegungen und die Berechnungsergebnisse sind in einem technischen Bericht zu dokumentieren.

Aufbau eines technischen Berichtes:

- Einleitung, Problembeschreibung ca. ½ Seite
- Darstellung der wichtigsten Ergebnisse ca. 3 Seiten
- Zusammenfassung ca. ½ Seite

Alles weitere, wie Modellaufbau und Rechengänge, kann in einem **kurzen** Anhang skizziert werden.

3.1.2 Aufbau des Zustandsraummodells unter MATLAB®

Das Eigenverhalten des Systems muss zuerst unter ABAQUS® berechnet werden. Aus dieser Berechnung erhält man die modalen Größen des Systems. Werden die Eigenvektoren so normiert, dass die generalisierten Massen des Systems alle gerade Eins sind, werden nur die Eigenfrequenzen und Eigenvektoren der Struktur benötigt, um das modale Zustandsraummodell aufzubauen.

Bevor das Zustandsraummodell aufgestellt werden kann, müssen noch die modalen Dämpfungsgrade der Struktur ermittelt werden.

Da für das Strukturmodell viskose Proportionaldämpfung angesetzt wurde, ergeben sich die modalen Dämpfungsgrade zu

$$D_i = \frac{1}{2} \left(\alpha \frac{1}{\omega_i} + \beta \omega_i \right). \quad (\text{Gl. 3.14})$$

Die Datei `NumTutA3.m` enthält ein noch nicht vollständiges MATLAB®-Modell der Struktur. Dieses ist im Folgenden zu vervollständigen.

- Öffnen Sie die Datei `NumTutA3.m` und vervollständigen Sie den ersten Teil des Programms. Die Datei `NumTutA3_varEigenverhalten.mat` enthält die aus ABAQUS® exportierten modalen Daten der Struktur.
- Die Ergebnisse sind mit denen der Aufgabe 2 zu vergleichen.

3.2 Implementierung des passiven Zusatzsystems

Betrachtet man das passive Zusatzsystem als eigenständiges System, handelt es sich dabei um einen fußpunkterregten Schwinger mit einem Freiheitsgrad.

MATLAB® bietet die Möglichkeit, mehrere Zustandsraummodelle in einem Gesamtmodell zu implementieren. Die Ein- und Ausgänge der einzelnen Modelle können beliebig verbunden werden. Für den vorliegenden Fall erfolgt dann die Kopplung der beiden Systeme wie im folgenden Bild dargestellt.

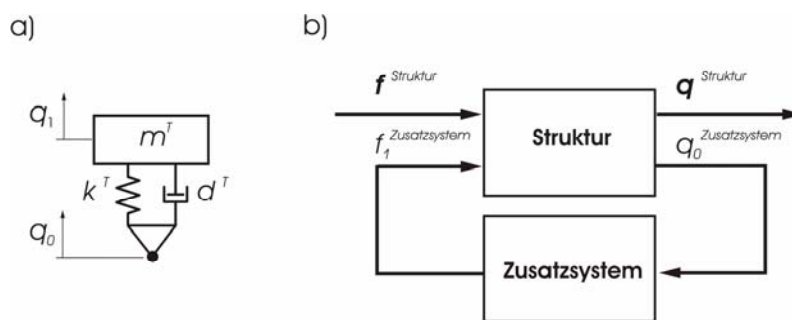


Bild 11. a) Zusatzsystem mit Fußpunkterregung, b) Blockschaltbild des Gesamtsystems

Das Zusatzsystem erfährt die Strukturverschiebungen, die am Anbringungsort des Zusatzsystems auftreten, als Fußpunkterregung. Die Rückkopplung erfolgt, indem die Summenkraft des Zusatzsystems, am selben Ort, der Struktur aufgebracht wird.

- Öffnen Sie die Datei `NumTutA3.m` und vervollständigen Sie den zweiten Teil des Programms. Verwenden Sie die angegebenen Definitionen für die Verschiebungsvektoren. Die Systemparameter des Zusatzsystems sind der Aufgabe 2 zu entnehmen.

- Die Ergebnisse sind mit denen der Aufgabe 2 zu vergleichen.

3.3 Implementierung des aktiven Zusatzsystems

Als aktives Zusatzsystem wird hier ein Massenaktor eingesetzt. Das Ersatzmodell dieses Systems ist in Bild 2 dargestellt, die Zusatzmasse m^M wird direkt über einen Aktor an die Struktur angekoppelt. Der Aktor selbst weist meist prinzip- und/oder konstruktionsbedingte Steifigkeits- und Dämpfungseigenschaften auf, diese sind aber nicht gezielt zur Schwingungsbeeinflussung des Hauptsystems abgestimmt.

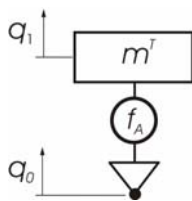


Bild 12. Prinzipdarstellung eines Massenaktors

Um die Auswirkung von Störungen auf eine Struktur zu reduzieren, existieren zwei generell unterschiedliche Gruppen von Verfahren, die klassischen Regelkreise mit Ausgangsrückführung (feedback control) und die Störgrößenaufschaltung (feedforward control). Klassische Regelungen bzw. deren Regelalgorithmen generieren ihr Stellsignal aufgrund einer Abweichung von vorgegebenem Soll- und gemessenem Istwert. Der Istwert enthält Informationen über den Schwingungszustand des Systems. Die Ansätze der Störgrößenaufschaltung gehen einen anderen Weg. Hierbei werden Signale gemessen, welche die gerade auf die Struktur wirkende Erregung beschreiben. Durch diese Information kann eine Stellgröße berechnet werden, die die Störung kompensiert und somit eine Schwingungsanregung der Struktur verhindert. Beide Verfahrensweisen sind in Bild 3 dargestellt.

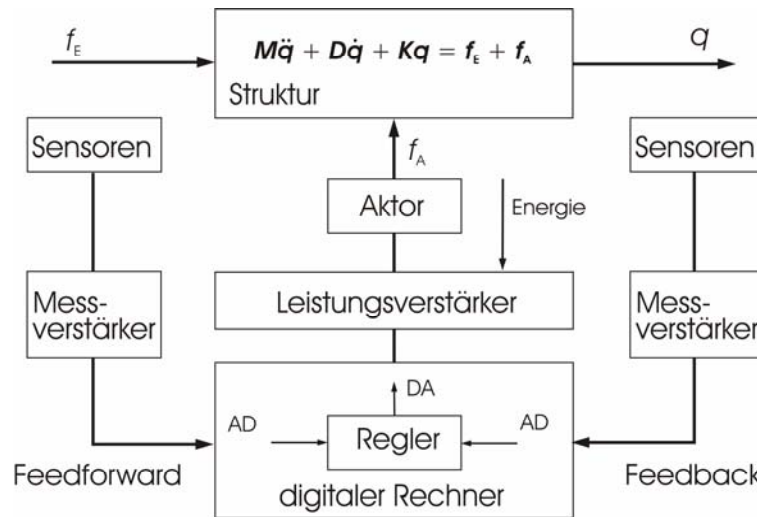


Bild 13. Systemaufbau der feedforward und feedback Regelungsstrategien

Bei strukturdynamischen Problemen ist die Führungsgröße, durch die der Sollwert im Regelkreis repräsentiert ist, im Allgemeinen null. Das Stellsignal wird daher direkt aus der zurückgeführten Regelgröße, dem gemessenen Istwert, generiert, indem die Regelgröße mit dem Übertragungsverhalten des Reglers multipliziert wird. Abhängig davon, ob das Stellsignal proportional zur Regelgröße, proportional zum Integral der Regelgröße oder proportional zur zeitlichen Ableitung der Regelgröße ist, spricht man von P-, I- oder D-Verhalten.

Eine für einen Massenaktor gängige und einfach zu realisierende Regelstrategie ist die Geschwindigkeitsrückführung. Dabei wird die Fußpunktgeschwindigkeit des Massenaktors mit einem Sensor aufgenommen, das Signal wird mit dem Faktor G verstärkt und dem Aktor mit negativem Vorzeichen als Stellsignal u aufgeprägt. Mechanisch gesehen entspricht der Massenaktor einem an der Struktur angebrachtem Dämpfer, der gegen Fest geht. Das Regelgesetz ergibt sich zu

$$u = -G \dot{q}_0, \quad (\text{Gl. 3.15})$$

damit folgt die Bewegungsgleichung des aktiven Zusatzsystems

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & m^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_0 \\ \ddot{q}_1 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ G & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_0 \\ \dot{q}_1 \end{bmatrix}. \quad (\text{Gl. 16})$$

Es kann gezeigt werden, dass ein idealer Massenaktor mit Kollokation, d.h. Sensor und Aktor befinden sich am selben Ort, immanent für alle Verstärkungsfaktoren stabil ist. Die Aktorkraft oder dessen maximaler Verfahrweg sind dann die begrenzenden Größen.

- Öffnen Sie die Datei `NumTutA3.m` und vervollständigen Sie den dritten Teil des Programms. Verwenden Sie die angegebenen Definitionen für die Verschiebungsvektoren.
- Für die maximale Betriebsfrequenz der Maschine ist ein Massenaktor auszulegen, der etwa das gleiche Reduktionspotential aufweist wie das passive Zusatzsystem. Die bewegte Masse des aktiven Zusatzsystems soll der des passiven entsprechen. Der benötigte Verstärkungsfaktor, die Verhältnisse maximale Aktorkraft zu Erregerkraft und maximaler Aktorhub zu Erregerkraft sind für den Betriebsfrequenzbereich zu ermitteln.

Anhang

A1 Ergänzungen zu Aufgabe 1:

A1.1 Lösung der Aufgabe 1.1.1:

Auflagerkraft in A : $A_v =$ $A_h =$	Auflagerkraft in B : $B_v =$
Querkraftverlauf über x :	Momentenverlauf über x :
Flächenmoment 2-ter Ordnung: $I_y =$	Widerstandsmoment: $W_B =$
Maximale Verschiebung: $q_{\max} =$	Maximale Biegespannung: $\sigma_{\max} =$

A1.2 Lösung der Aufgabe 1.1.2:

Ergebnis, zwei quadratische Balkenelemente:

Maximale Verschiebung: $q_{\max} =$	Maximale Biegespannung: $\sigma_{\max} =$
--	--

Welcher mechanische Ansatz liegt den B32-Elementen zu Grunde?

Wie unterscheidet sich dieser Ansatz von dem in der analytischen Lösung verwendeten? Vergleichen Sie die konkreten mechanischen Annahmen.

Welcher Ansatz liefert die genaueren Ergebnisse und warum?

Ergebnis, zehn quadratische Balkenelemente:

Maximale Verschiebung:	Maximale Biegespannung:
$q_{\max} =$	$\sigma_{\max} =$

Warum ändern sich die Ergebnisse nicht bei steigender Ortsdiskretisierung?

Tragen Sie in das folgende Diagramm das Ergebnis der Konvergenzanalyse ein.

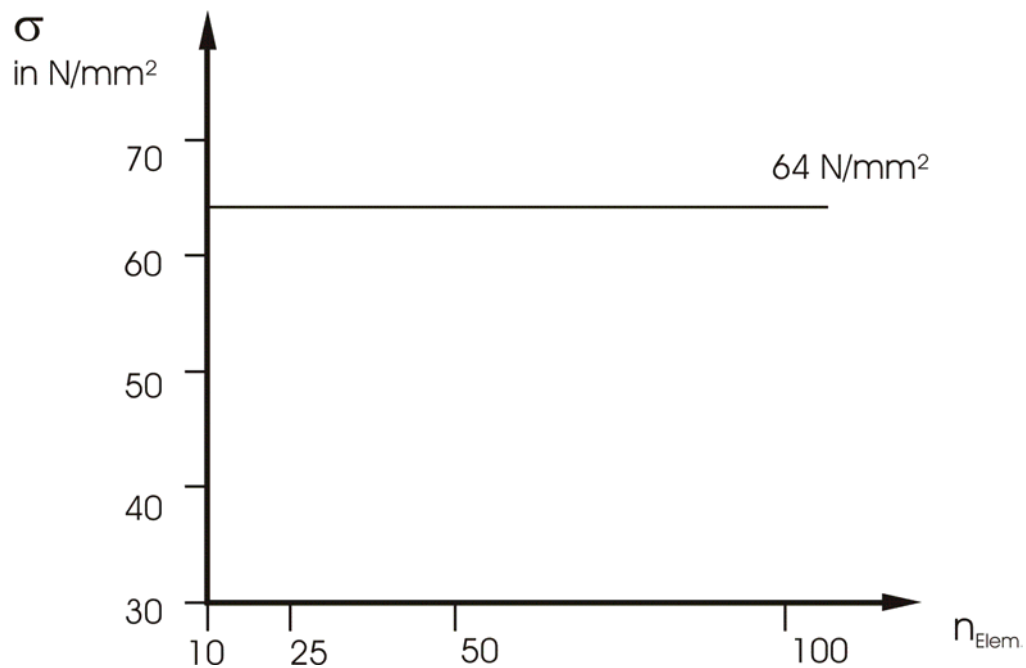


Bild A1.1. Spannungsverlauf über Elementanzahl.

Ergebnis der Berechnung mit 3D-Volumenelementen:

Maximale Verschiebung (Elementgröße = 0,025 m):

$q_{\max} =$

Maximale Verschiebung (Elementgröße = 0,0075 m):

$q_{\max} =$

Welche Unterschiede ergeben sich im Vergleich zu den vorherigen Berechnungen hinsichtlich der Randbedingungen (Ort des Lagers)?

Wie unterscheiden sich die mechanischen Spannungen von denen der vorherigen Modelle?

Welche Effekte werden beim 3D-Volumenmodell berücksichtigt, die beim Balkenmodell außer Acht gelassen wurden?

A1.3 Lösung der Aufgabe 1.2.1:

Eigenfrequenzen analytische Lösung
$f_1 =$
$f_2 =$
$f_3 =$
$f_4 =$
$f_5 =$

A1.4 Lösung der Aufgabe 1.2.2:

Eigenfrequenzen bei 1 Element: $f_1 =$ Abweichung zur Analytischen Lösung in %:	Eigenfrequenzen bei 2 Elementen: $f_1 =$ Abweichung zur Analytischen Lösung in %:	Eigenfrequenzen bei 4 Elementen: $f_1 =$ Abweichung zur Analytischen Lösung in %:	Eigenfrequenzen bei 16 Elementen: $f_1 =$ Abweichung zur Analytischen Lösung in %:
$f_2 =$	$f_2 =$	$f_2 =$	$f_2 =$
$f_3 =$	$f_3 =$	$f_3 =$	$f_3 =$
$f_4 =$	$f_4 =$	$f_4 =$	$f_4 =$
$f_5 =$	$f_5 =$	$f_5 =$	$f_5 =$

Wie verändert sich das Ergebnis insbesondere der ersten Eigenfrequenz bezogen auf die analytische Lösung?

Nennen Sie mögliche Ursachen für die Abweichung zur analytischen Lösung, beurteilen Sie die Qualität beider Lösungsverfahren?

A2 Ergänzungen zu Aufgabe 2:

A2.1 Materialkennwerte der Portalfräsmaschine:

Die Maschine ist als Schweißkonstruktion ausgeführt, alle Bauteile der Tragstruktur und des Teleskoparms sind aus S 355 hergestellt. Es sind die folgenden Materialparameter zu verwenden:

$$\begin{aligned}\rho &= 7850 \text{ kg/m}^3 & \nu &= 0,3 \\ E &= 210000 \text{ N/mm}^2.\end{aligned}$$

Die Abmaße der einzelnen Bauteile sind aus Bild 1 zu entnehmen, die zugehörigen Blechdicken sind in der folgenden Tabelle aufgelistet:

Stütze / Querträger / Versteifungsbleche:

$$t = 8 \text{ mm}$$

Teleskoparm:

$$t = 6 \text{ mm}.$$

Lage der Trägheitszentren der Starrkörper:

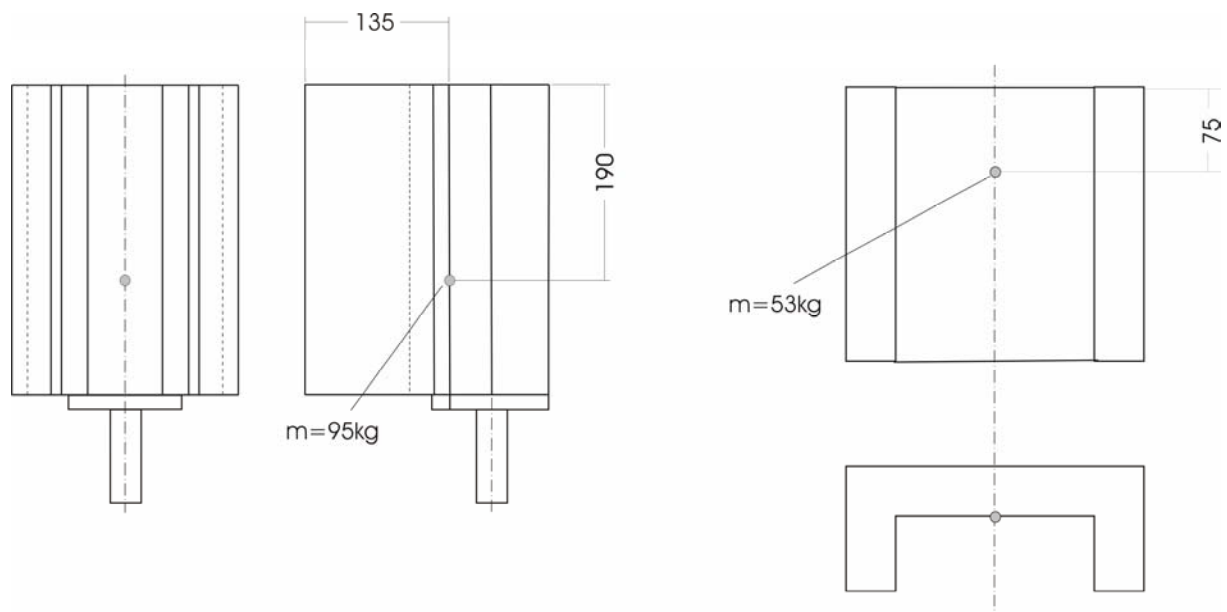


Bild A2.1. Trägheitszentren der Starrkörper.

Verlauf der in 1-Richtung wirksamen **Gesamtsteifigkeit** in Abhängigkeit von der Position des Schlittens (**qualitativ!**):

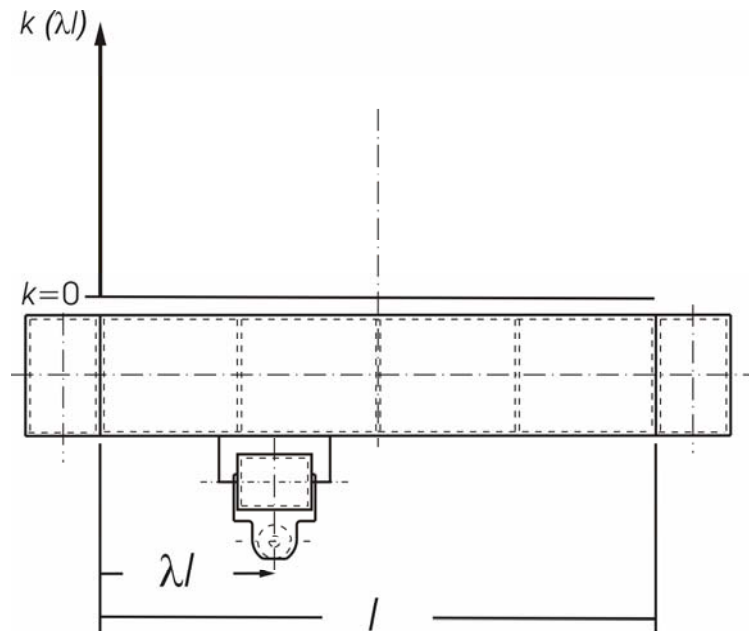


Bild A2.2. Verlauf der in 1-Richtung Wirksamen Steifigkeit.

Anmerkung: **Bitte Verlauf in Ausarbeitung aufnehmen.**