M1

Matemática 1

UNIDAD 01

CLASE 03

UNO MÁS UNO SIEMPRE ES DOS

OPERACIONES ELEMENTALES EN SISTEMA BINARIO

| Sistema binario. Operaciones.

| Sabemos resolver operaciones en el sistema decimal...Pero, ¿se pueden resolver operaciones en el sistema binario?

| ¿Cómo se resuelven las operaciones en el sistema binario? ¿Es más sencillo o no? ¿En qué se utiliza?

ISSD

-Des-
Desarrollo de Software

MÓDULO DIDÁCTICO
2020

Introducción

¡Hola! ¿Cómo va? Sabía que vendrían por acá. Yo estoy muy bien, contento de tenerlos otra vez. Así como dijo Piñón Fijo, estoy contento de encontrarme nuevamente con ustedes, espero, deseo y ansío que les pase algo parecido, tampoco pretendo que estén ansiosos por estudiar Matemática, pero sí por aprender cosas nuevas en general.

Hoy vamos a comenzar con una parte muy entretenida que ya les anticipamos clases atrás, la aritmética binaria, es decir, operaciones con números escritos en el sistema binario.

Que no sorprenda que 1 + 1 sea 10. Pensemos que en decimal 1 + 1 es 2, y que este número representa una cantidad que en binario se expresa 10 (ver tabla al final de la Introducción).

Operaciones elementales en sistema binario

Se analizará a continuación el procedimiento para realizar las operaciones de adición, sustracción, multiplicación y división en el sistema de numeración binario. Estos procedimientos permitirán operar directamente en base 2, sin tener que usar como auxiliar la base decimal.

El operar en una determinada base sin recurrir a la base decimal da lugar a lo que se llama **"aritmética en la base referida"**. Aquí entonces se estudiará la **aritmética binaria**.

Aritmética binaria

Adición

Para realizar esta operación en el sistema binario basta con recordar la siguiente tabla (que contiene todas las posibles combinaciones para la suma de dos dígitos binarios) y la forma en que se realiza la suma en el sistema decimal (es decir, encolumnando las unidades, decenas, centenas, etc. y sumar de derecha a izquierda). |1|

Quizás les parezca demasiado simple hacer esta operación, y efectivamente así lo es, pero no por ello dejaremos de prestarle atención al resolverla, porque cuando los sumandos son dos es bien simple, no así cuando son tres o más, ya que puede complicarse.

Veamos con un par de ejemplos lo que acabamos de aprender:

|1|

+	0	1
0	0	1
1	1	10

1| Para sumar 1010 y 1111.
Sumamos dígito de la misma posición, de derecha a izquierda, y en caso de obtener diez como resultado, se coloca **0** y se acarrea **1** a la columna inmediata de la izquierda. |2|

2| Suma 11101 , 1111 y 110 |3|

Ya que les debe haber quedado claro cómo realizar la adición de números en binario, les voy a dar diez minutos para que las practiquen mediante la resolución del desempeño 12, que a continuación les presento (no más de diez minutos, miren que si no les quito la hoja…).

|2|

```
  11  ←→ Acarreos
  1010
+ 1111
------
 11001
```

|3|

```
   1
   1011  ←→ Acarreos
+ 11101
   1111
    110
-------
 110010  ←→ Resultado
```

En la 3er columna sumamos:
1 + 1 = 10
luego sumamos 1 más,
10 + 1= 11
y por último 1 más, del acarreo:
11 + 1 = 100.
Colocamos 0 y acarreamos 10.

Desempeño 12

Suma:

a| 11100 y 10111
b| 1111 y 1111
c| 1111, 111 y 1101

Respuestas

a. 110011
b. 11110
c. 100011

Sustracción

Vimos que la adición de números binarios se realiza con el mismo mecanismo de la adición decimal. En el caso de la sustracción, definiremos **complementos** para evitar la posibilidad de "prestar" repetidamente de una columna a otra.

¿Qué es lo que quiero decirles con esto? Que la sustracción también se puede realizar de la manera habitual, pero se nos presenta la dificultad cuando el minuendo es menor al sustraendo y debo "pedir" al dígito anterior, y si con ese pasa lo mismo, debo pedir al otro. Es en esos "pedidos" reiterados donde se nos puede complicar el cálculo y cometer algún error.

Por este motivo es que se busca una manera más mecánica de efectuar la sustracción, y esa forma es utilizando el concepto de complemento.

El complemento puede ser a la base menos uno y a la base. Veamos sus definiciones y algunos ejemplos, y por qué no, ejercicios que nos ayuden con estos conceptos.

Los complementos los definiremos de modo general y luego los particularizaremos en la sustracción binaria.

Hay dos tipos de complementos:
Complemento a la base menos uno, por ejemplo en la base binario (b = 2) es complemento a 1; en la base decimal (b = 10) es complemento a 9; en la base octal (b = 8) es complemento a 7; etc.

En toda base b el complemento a (b - 1) de un número A se obtiene restando (b - 1) a cada dígito de A, sin considerar el signo.

En base decimal, el complemento a 9 de **5384** es **4615**. Esto se obtiene restando ‘9’ a cada dígito (5, 3, 8, 4) o, lo que es lo mismo, cada dígito menos ‘9’, ya que sino no se considera.

En base octal, el complemento a 7 de **165** es **612**. Esto se obtiene restando ‘7’ a cada dígito (1, 6, 5).

En base 13, el complemento a 12 de **1AB8** es **B214**. Esto de obtiene restando ‘12’ a cada dígito (1, 10, 11, 8).

Desempeño 13

Hallen el complemento (b-1) de

a| $874_{(9}$
b| 1251
c| $A04C_{(15}$

Respuestas

a. 014
b. 8748
c. 4EA2

Complemento a la base: por ejemplo, en base binaria complemento a 2, en base decimal complemento a 10, en base hexadecimal complemento a 16, etc.

Estando en base b, el complemento a b de un número se obtiene de sumar 1 al complemento (b-1) de dicho número.

En base decimal, el complemento a 10 de **5384** es **4616**. Esto se obtiene de sumar 1 a 4615 (su complemento a 9 calculado en el ejemplo anterior).

En base octal, el complemento a 8 de **165** es **613**. Esto se obtiene de sumar 1 a 612 (su complemento a 7).

En base 13, el complemento a 13 de **1AB8** es **B215**. Esto se obtiene de sumar 1 a B214 (su complemento a 12).

Desempeño 14

Calcula el complemento:

a. a nueve y a diez (base decimal) de: 9351, 99, 1326.

b. a siete y a ocho (base octal) de: $432_{(8}$, $1352_{(8}$, $22_{(8}$.

c. a quince y a dieciséis (base hexadecimal) de: $78_{(16}$, $69A_{(16}$, $453_{(16}$

d. a uno y a dos (base binario) de: $101_{(2}$, $1111_{(2}$, $1100_{(2}$.

Respuestas

a. 0648-0649 /00-01 / 8673-8674

b. 345-346 / 6425-6426 /55-56

c. 87-88 / 965-966 / BAC –BAD

d. 010-011 / 0000 –0001 / 0011-0100

Con estas definiciones del complemento, ahora estamos en condiciones de conocer y entender el modo de realizar una sustracción. Veamos cómo, con la siguiente regla:

REGLA DE SUSTRACCIÓN BINARIA:
Para realizar la sustracción entre dos números binarios de igual cantidad de cifras, se le suma al minuendo el complemento a dos del sustraendo, sin colocar el último acarreo si lo hubiera.

En caso de no tener igual cantidad de cifras, se completan con ceros a la izquierda, antes de calcular el complemento.

Para hacer la resta 1101000 – 10110, observamos que el minuendo tiene 7 dígitos y el sustraendo 5, entonces completamos con dos ceros a la izquierda:

0010110

Calculamos el complemento a (b-1) → 1101001

Calculamos el complemento a b → 1101010

Sumamos este número con el minuendo: →

$$\begin{array}{r} 1\,1\,0\,1\,0\,0\,1 \\ +\,1\,1\,0\,1\,0\,1\,0 \\ \hline \cancel{1}\,1\,0\,1\,0\,0\,1\,0 \end{array}$$

Entonces: 1101000 – 10110 = 1010010
(Observar que no se consideró el último acarreo en el resultado final)

Si se presentara el caso del minuendo menor que el sustraendo, la sustracción se realiza conmutando los números y colocando al resultado un signo negativo.

Realiza 10001 - 10111.
Aquí el minuendo es menor que el sustraendo entonces hacemos:

10111 - 10001

El complemento a 1 de 10001 es 01110.
El complemento a 2 es 01111

Realizamos la suma

$$\begin{array}{r} 10111 \\ +\ 1111 \\ \hline \cancel{1}00110 \end{array}$$

Entonces, la diferencia (sin considerar el último acarreo) es -110.

¡Bravo! ¡Bravo! ¡Bravo! ¡Bravísimo, bravo! Terminamos con la sustracción, y como habrán podido ver, tenía razón yo cuando les dije que este procedimiento es más mecánico.

Ahora nos tomaremos unos quince o veinte minutos para resolver los siguientes ejercicios que nos permitirán repasar la adición y la sustracción. ¿Qué les había dicho de los resultados?

Idea ¡Resta sin pedir!
La resta puede hacerse directamente (sin usar complementos) si los dígitos quedan encolumnados de tal manera que no sea necesario “pedir”, por ejemplo:

$$\begin{array}{r} 11001101 \\ -\ 1000100 \\ \hline 10001001 \end{array}$$

se hace directamente.

Desempeño 15

Realiza las operaciones indicadas (todos los números están dados en base 2).

a. 111011 + 1001 + 11011

b. 1001101 + 101111

c. 110000 - 11101

d. 1111100 - 11100000

Respuestas:

a. $1011111_{(2}$

b. $1111100_{(2}$

c. $10011_{(2}$

d. $-1100100_{(2}$

Y para concluir la clase de hoy, veremos las operaciones de multiplicación y división que se basan simplemente en cuatro combinaciones en las que solo es 1 cuando los dos números son 1. Comencemos con la multiplicación.

Multiplicación binaria

El mecanismo de multiplicación en el sistema binario es exactamente el mismo que en el sistema decimal, pero más sencillo por la menor cantidad de dígitos de la base *.

En el sistema binario solo hay que recordar que: |4|

Esto corresponde a la tabla del 0 y del 1. |5|

|4|

X	0	1
0	0	0
1	0	1

|5|

```
   100111
    x 101
 --------
   100111
  000000
 100111
 --------
 11000011
```

* **_¡UNA AYUDA!_**

Pensá cómo resolverías en el sistema decimal la siguiente multiplicación:

102537

x 324

Es más complicado porque tenés que recordar todas las tablas de multiplicar.

Desempeño 16

a Verifica que el resultado obtenido en el ejemplo anterior es correcto, realizando la multiplicación en el sistema decimal.

b Multiplica:

1. 1001 por 11
2. 111001 por 1100001

Respuestas:

a. 11011

b. 1010110011001

División binaria

Nuevamente, la división binaria la realizaremos con el mismo mecanismo que la división decimal, con la única diferencia que se explicitará la resta que, en el caso decimal, se hace mentalmente.

Realizaremos paralelamente una división binaria y una decimal. |6|

|6|

División binaria	División decimal
1 1 0' 1' 1' 1' 0' | 1 1 0 -1 1 0 1 0 0 1 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 0 0 1 0	2 1 5' 2' 2' 4' 3' | 2 1 5 -2 1 5 1 0 0 1 0 0 0 2 2 4 - 2 1 5 0 0 9 3

Observemos que la división binaria es más sencilla que la decimal, pues solo hay dos posibilidades para el cociente:
Si las diferencias son menores que el divisor, "está" de **'0'** y se "baja" un dígito más. Si las diferencias son mayores o iguales al divisor, "está" de **'1'**.

Si al plantear la resta es necesario "pedir" para realizarla, debemos hacerlo por complementos. |7|

Ahora si, ya casi terminamos, solo les pido que se tomen diez minutos como máximo y resuelvan las dos divisiones que les planteo a continuación. Como ya se los dije en las clases anteriores, no hoy, sino mañana o pasado, tomen el trabajo práctico y resuelvan todos los ejercicios relacionados con el tema, incluso aquellos que combinan las operaciones.

|7|

1 0 0' 1' 1' 0'	1 1 0
-	1 1 0
* 1 1 0	
1 1 1	
** - 1 1 0	
0 0 1 0	

Cálculos auxiliares

*	1001
	- 110
completamos	0110
complemento a b - 1	1001
complemento a b	1010
Sumamos	1001
	1010
	10011
Resultado de la resta	**11**
**	111
	- 110
	001
Resultado de la resta	**1**

Desempeño 17

Divide (ten en cuenta que TODOS estos números están en base 2):

a. 111010101 en 101

b. 111000010 en 11

Respuestas:

a. C=1011101 R=100

b. C=10010110 R=0

Desempeño de síntesis

1 Escribe los complementos de: 11001; 100; 11; 1011a 1 y a 2.

2 Resuelve:

a. $11011_{(2} + 1010_{(2}$
b. $1011_{(2} + 11100_{(2} + 1100_{(2}$
c. $1101_{(2} - 110_{(2}$
d. $11001100_{(2} - 11100111_{(2}$

3 Multiplica y divide en el sistema binario:

a. $11001_{(2}$ por $1011_{(2}$
b. $10001_{(2}$ por $111_{(2}$
c. $111010_{(2}$ dividido en $11_{(2}$
d. $10100111_{(2}$ dividido en $111011_{(2}$

4 Resuelve las siguientes operaciones en el sistema binario:
(todos los números y sus respuestas están en base 2)

a. ((110)2+1010 100:110) – (1101 x 11) =
b. (1101)2 + (10000 100:1011) – 1001 =
c. 1101 x 101 – 11110 : 110 – (101)2 =
d. 1001001 : 101 =

Respuestas

1|

a. c a 1   00110

b. 011   00   0100

c. a 2   00111

d. 100   01   0101

2|

a. $100101_{(2}$

b. $110011_{(2}$

c. $111_{(2}$

d. $-11011_{(2}$

3|

a. 1000 100 11

b. 1110 111

c. C=10011   Resto=1

d. C = 10   Resto = 110001

4|

a. 1011

b. 10101100

c. 100011

d. C=1110 Resto=11

Hasta acá hemos trabajado con muchos ceros y unos. Como ya se deben haber dado cuenta, las operaciones son más simples que en el sistema decimal, ya que las opciones de respuestas son solo 2… “0” y “1”.

En el campus se encontrarán con actividades para reforzar el trabajo. Además, les recomiendo muy especialmente que vean este ***video de Adrian Paenza***, aclara mucho esto del Sistema Binario.

Tengan ustedes muy buenas noches o muy buenas tardes, y espero me sigan aguantando. Si ya lo hicieron hasta acá, ¡cómo no me van a aguantar un poco más! Ya falta menos.

¡Hasta la próxima clase!

Créditos

Imágenes

Encabezado: Image by Elchinator from Pixabay
https://pixabay.com/photos/math-work-mathematics-formulas-4711302/

Tipografía

Para este diseño se utilizó la tipografía ***Source Sans Pro*** diseñada por Paul D. Hunt.
Extraida de Google Fonts.

Si detectás un error del tipo que fuere (falta un punto, un acento, una palabra mal escrita, un error en código, etc.), por favor comunicate con nosotros a *correcciones@issd.edu.ar* e indicanos por cada error que detectes la página y el párrafo. Muchas gracias por tu aporte.

Bibliografía

Hoffman y Kunze (1979): Álgebra Lineal. Ed Prentice/Hall. México

Howard, Antón (1976): Introducción al Álgebra Lineal. Ed Limusa. México

Molina, Félix J. (2000): Álgebra y Geometría. (Editado en fascículos) Ed. Científica Universitaria. Córdoba. Argentina

Rojo, Armando (1996): Álgebra. Armando. Ed El Ateneo. Bs. As. Argentina