

02

UNIDAD

–Des–
Desarrollo de
Software

M1

Matemática 1

ENTRE TODOS ES MEJOR OPERACIONES CON CONJUNTOS



• Operaciones entre conjuntos. Propiedades.



- ¿Se pueden resolver operaciones entre conjuntos? ¿Cuáles?
- ¿Cómo se resuelven las operaciones entre conjuntos?
- ¿Tienen relación las operaciones con conjuntos numéricos con las operaciones entre conjuntos?

MÓDULO
DIDÁCTICO
2020

ISSD

06

CLASE

INTRODUCCIÓN

¡Muy buenas tardes! ¿Cómo han pasado la semana de estudio? ¿Están preparados para la clase de hoy? Estoy seguro que ya han estudiado lo que vimos la clase pasada, ¿es así, verdad? Hagamos entonces un breve repaso. Dijimos que un conjunto es una colección “bien definida” de elementos que puede definirse por medio de un diagrama, por comprensión o por extensión. También acordamos que la relación entre elemento y conjunto es la pertenencia, en cambio, entre conjuntos es la inclusión, y que dos conjuntos son iguales cuando tienen exactamente los mismos elementos. ¡Ah! Casi me olvido que también conocimos tres conjuntos muy especiales como lo son el unitario, el universal y el conjunto vacío.

En la clase de hoy comenzaremos a definir las operaciones posibles de hacer entre conjuntos, e inmediatamente realizaremos los ejercicios que nos permitan aplicarlas y así fijar el concepto y el procedimiento.

OPERACIONES CON CONJUNTOS

En general, cuando se estudia álgebra, se estudian operaciones y propiedades y no siempre el ‘ente matemático’ con el cual se opera es el número. A lo largo de Matemática, en la carrera verás varios ejemplos.

En este caso, el ente matemático con el cual se operará es el **conjunto**, y las operaciones serán la *complementación*, la *unión* y la *intersección*. Al realizar estas operaciones, se obtendrá como resultado otro conjunto con elementos del mismo tipo que los elementos de los conjuntos operados.

Por último, se estudiará una cuarta operación, el *producto cartesiano*, cuyo resultado no será un conjunto de elementos del mismo tipo, sino un conjunto de pares de dichos elementos, al cual llamaremos *pares ordenados*.

COMPLEMENTACIÓN

Hemos destacado ya el hecho de que, cuando hablamos de elementos de un determinado conjunto A , estamos presuponiendo la existencia de un *universo de discurso*, el conjunto universal \mathcal{U} , al cual pertenecen todos los objetos de los conjuntos bajo estudio.

Definición: Dado un conjunto A y el conjunto universal \mathcal{U} , llamaremos *complemento de A al conjunto \bar{A}* (que leeremos *complemento de A o A complemento*), formado por todos los elementos del conjunto universal que no pertenecen al conjunto A .

En símbolos: $\bar{A} = \{x / x \in \mathcal{U} \wedge x \notin A\}$

Gráficamente *, lo representamos sombreando todo lo que **NO** es A .

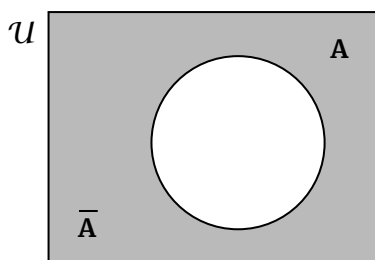


Figura 4: Complemento de A (área sombreada)

Suele denotarse al complemento de A como A^c o A' .

También se define en forma análoga el *complemento de un conjunto A respecto de otro cualquiera B* , llamado a veces *diferencia entre los conjuntos A y B* .

DIFERENCIA ENTRE CONJUNTOS

Definición: Dados dos conjuntos A y B , llamaremos *complemento de A respecto de B al conjunto $B - A$, (que leeremos B menos A , o complemento de A respecto de B)*, formado por todos los elementos de B que no pertenecen al conjunto A .

En símbolos: $B - A = \{x / x \in B \wedge x \notin A\}$

También suele denotarse al complemento de A respecto de B como A_B^c o A_B' .

Gráficamente*, la diferencia es:

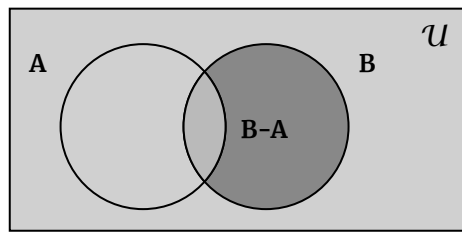


Figura 5: Complemento de A respecto de B , $B - A$ (área sombreada)

Ejemplo N°1:

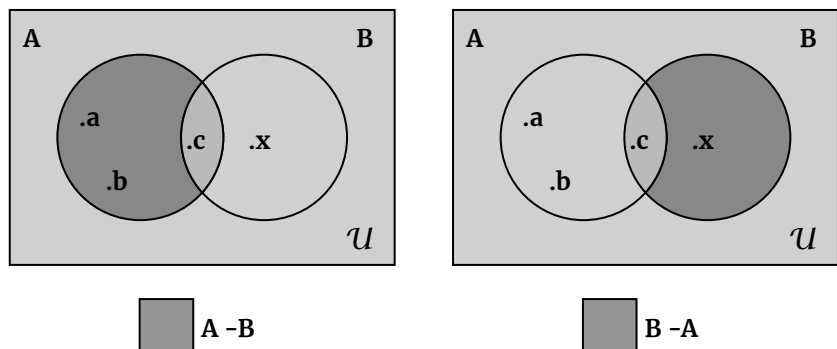
Dados $A = \{a, b, c\}$ y $B = \{c, x\}$, determina $B - A$ y $A - B$.

Solución:

Del diagrama de Venn y la definición de complementación respecto de un conjunto, se sigue que

$B - A = \{x\}$ (Todo elemento B que no esté en A) $A - B = \{a, b\}$ (Todo elemento de A que no esté en B)
--

Gráficamente es:



El ejemplo anterior demuestra por *contraejemplo* que la complementación de conjuntos no es conmutativa.

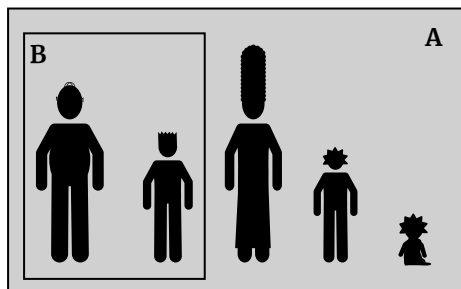
Hagamos un ejercicio sencillo que nos permita aplicar esta operación.

Sean $A = \{x/x \text{ es un integrante de la familia Simpson}\}$
 $B = \{\text{Homer, Bart}\}$

Si hacemos $A - B$ tendríamos que encontrar cuáles son los elementos de A que no están en B , esto sería, los integrantes de la familia Simpson que no sean Homer ni Bart. Por lo tanto, nos quedaría:

$A - B = \{\text{Marge, Lisa, Maggie}\}$

¿Cómo escribirían el conjunto $A - B$ por comprensión?



INTERSECCIÓN

La idea intuitiva de *intersección* en el lenguaje ordinario se refiere a puntos comunes de dos líneas que se cortan, al cruce de dos calles, etc. Esta misma idea es la que el término expresa referida a conjuntos.

Definición: Dados dos conjuntos A y B , llamaremos *intersección de A y B* al conjunto $A \cap B$, (que leeremos *A intersección B*), formado por todos los elementos comunes de A y de B .

En símbolos:

$$A \cap B = \{x / x \in A \wedge x \in B\}$$

Formalmente:

El símbolo " \cap ", utilizado para denotar la intersección de conjuntos, tiene la forma suavizada del símbolo de conjunción de la lógica matemática, y efectivamente tiene acción decisiva en la definición precedente.

Gráficamente*, la intersección es:

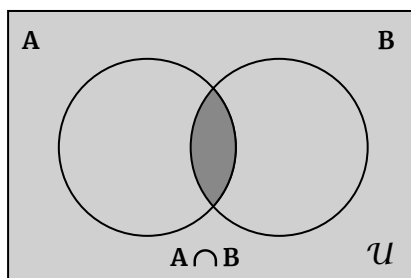


Figura 6: Intersección de A y B (área sombreada)

Ejemplo N°2:

Dados $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ y $B = \{5, 6, 7, 8, 10\}$ determine $A \cap B$.

Solución:

Estando los conjuntos definidos por extensión, pueden verse claramente los elementos comunes a ambos conjuntos, por lo cual

$$A \cap B = \{5, 6, 7, 8\}$$

Dados dos conjuntos A y B, pueden darse cuatro situaciones diferentes respecto a la intersección, a saber:

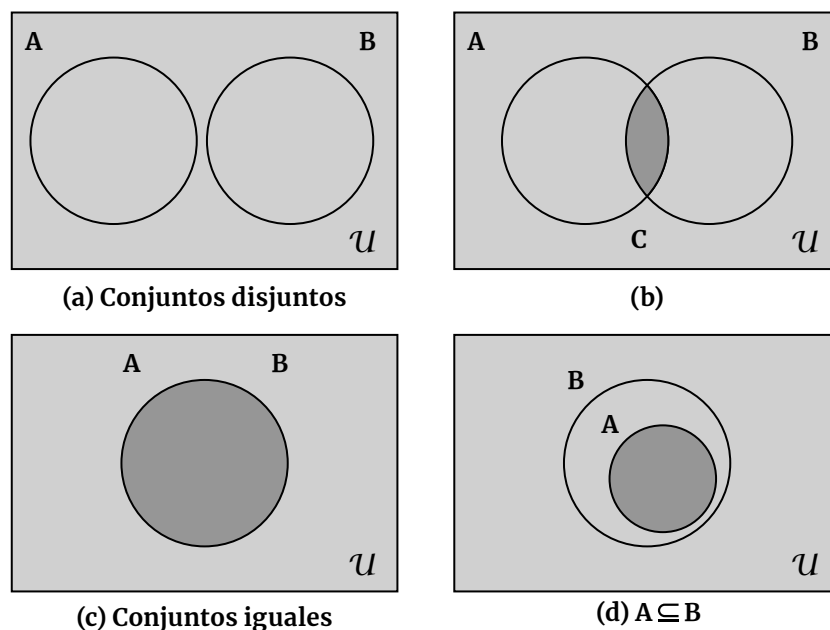


Figura 7: Posibilidades de la intersección de dos conjuntos..

a| Si los conjuntos no tienen elementos en común, se dice que son **dis-juntos** y su intersección es, por lo tanto, el conjunto vacío:

$$A \cap B = \emptyset$$

b| Si los conjuntos tienen algunos elementos en común y otros no, entonces su intersección estará compuesta por los elementos ubicados en el área común a ambos en la figura. Esta es la forma más general de representar la intersección.

$$A \cap B = C$$

c| Si los conjuntos son iguales, entonces la intersección es el mismo conjunto A.

$$A \cap B = A = B$$

d| Si se trata del caso en que uno de los conjuntos está incluido en el otro, entonces la intersección de ambos es el conjunto incluido.

$$A \cap B = A$$

Bueno, resolvamos entre todos otro ejemplo que nos aclare la idea.

Sean: $M = \{x/x \text{ es una provincia argentina que limita con Chile}\}$
 $N = \{x/x \text{ es una provincia de la región de Cuyo}\}$

Si queremos hacer $A \cap B$, tendremos que buscar los elementos que se encuentren en ambos conjuntos, o sea, que las provincias argentinas que limitan con Chile y estén en Cuyo. Quedaría entonces:

$$A \cap B = \{\text{San Juan, Mendoza}\}$$

Si bien no se ha hablado sobre la relación de inclusión entre conjuntos, ésta es muy intuitiva. Un conjunto está incluido en otro ($A \subset B$) cuando todos los elementos del primero están en el segundo. La inclusión puede ser amplia o estricta. La primera da la posibilidad de que los conjuntos sean iguales.

UNIÓN

La operación de *unión* de conjuntos aplica la idea de *disyunción lógica* al ámbito de los conjuntos en el sentido que relaciona las proposiciones de pertenencia de elementos utilizando el conectivo "ó". Formalmente:

Definición: Dados dos conjuntos cualesquiera A y B, llamaremos *unión de A y B* al conjunto $A \cup B$ (que leeremos A unión B), formado por todos los elementos de A y todos los de B.

En símbolos:

$$A \cup B = \{x / x \in A \vee x \in B\}$$

Gráficamente*, la operación de unión presenta el siguiente aspecto:

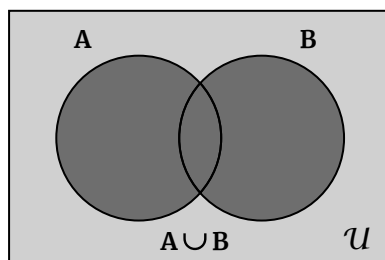


Figura 8: Unión de dos conjuntos (área sombreada).

El símbolo " \cup " utilizado para denotar la unión de conjuntos tiene la forma suavizada del símbolo " \vee " de la disyunción lógica y, como puede verse claramente en la definición presentada de la operación, es coherente la semejanza.

Ejemplo N°3:

Dados $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9\}$ y
 $B = \{5, 6, 7, 8, 10\}$, determine $A \cup B$.

Solución:

La respuesta es sencilla: para determinar el conjunto unión de A y B, tenemos que listar primero los elementos de A y a continuación los elementos de B. Así:

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 5, 6, 7, 8, 10\}$$

Pero por definición de conjunto, suelen no listarse los elementos repetidos (ya que no aportan nada a la determinación del conjunto), con lo cual obtenemos:

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 5, 10\}$$

Antes de continuar con la última operación, por ser bastante diferente, se van a tomar media hora y resolverán los desempeños que a continuación les presento. No se olviden que pueden comparar sus respuestas con las que aparecen luego del trabajo práctico, pero tampoco se olviden de la estrategia que ya les conté en las clases anteriores.



Desempeño 24

1| Dados los siguientes conjuntos:

$$U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$C = \{5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$E = \{2, 4, 6, 8\}$$

$$B = \{4, 5, 6, 7\}$$

$$D = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

$$F = \{1, 5, 9\}$$

Para cada ítem definan por extensión y representen por medio de Diagramas de Venn, teniendo en cuenta los conjuntos mencionados en cada caso:

a| $A \cup B$

d| $B \cap F$

g| $D \cup F$

j| $(D - B) \cup E$

b| $A \cap B$

e| $E \cap F$

h| $(A \cup B) \cap C$

c| $B \cup D$

f| $B \cap F$

i| $A \cup B$

2| Sean $U = \{x / x \text{ es un dígito}\}$,

$$A = \{0, 3, 5\}$$

$$B = \{7, 8, 9\}$$

$$C = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

a. Realicen un diagrama de Venn de todos los conjuntos con sus elementos.

b. Enumeren por extensión los siguientes conjuntos:

a| \overline{A} , \overline{B} y \overline{C}

b| $A - C$

c| $\overline{A \cap B \cup C}$

Bueno, espero que el tiempo que les di para resolver el ejercicio haya sido suficiente. A continuación, el último tema de nuestra clase de hoy también se refiere a una operación entre conjuntos, pero como se los dije hace un rato, es diferente a las demás, ya que el resultado no es conjunto de la misma naturaleza que los operados.

PRODUCTO CARTESIANO

En la idea de conjunto, el orden de sus elementos no tiene ninguna significación en cuanto a su determinación. Así, hemos expresado que:

$$\{a, b\} = \{b, a\},$$

ya que ambos miembros de la igualdad son en realidad el mismo conjunto.

Definiremos ahora un ente matemático en el cual el orden en que aparecen sus componentes sí tiene importancia:

Definición: Dados dos objetos a y b , llamaremos par ordenado y lo denotaremos con (a, b) a sus arreglos ordenados, y diremos que ' a ' es el primer componente, y que ' b ' es el segundo componente del par ordenado.

De la definición precedente, se desprende que, en general,

$$(a, b) \neq (b, a)$$

a menos que se verifique $a = b$ y, basado en este hecho, se dice que un par ordenado es igual a otro si, y solo si, sus componentes correspondientes son iguales. En símbolos:

$$(a, b) = (c, d) \iff a = c \wedge b = d$$

Utilizando este ente, definiremos una nueva operación de conjuntos que recibe el nombre de **producto cartesiano** en honor al matemático y filósofo francés *René Descartes* (1596-1650), quien es considerado hoy el padre de la geometría analítica.

Definición: Dados dos conjuntos no vacíos A y B , llamaremos conjunto producto de A y B o producto cartesiano de A y B al conjunto $A \times B$ (que leeremos A por B) cuyos elementos son los pares ordenados que tienen como primer componente un elemento de A y como segundo componente un elemento de B .

En símbolos:

$$A \times B = \{(a, b) / a \in A \wedge b \in B\}$$

En particular, utilizaremos la notación A^2 para referirnos al producto de un conjunto por sí mismo, $A \times A$.

Ejemplo N°4:

Determiná el producto cartesiano de $A = \{1, 2, 3\}$ y $B = \{a, b\}$, en ese orden.

Solución:

El producto de $A = \{1, 2, 3\}$ y $B = \{a, b\}$ será, por definición:

$$A \times B = \{(1, a), (1, b), (2, a), (2, b), (3, a), (3, b)\}.$$

Por definición de par ordenado, evidentemente el producto cartesiano no es conmutativo. Además, pueden demostrarse varias propiedades como, por ejemplo, que es distributivo a derecha o a izquierda respecto de la unión.

Ya dimos un ejemplo, ahora les toca trabajar a ustedes. En el ejercicio que sigue, tendrán que hacer algunos productos cartesianos que quizás les resulten aburridos y cansadores. Debido a esto, he tenido la delicadeza de no darles conjuntos tan grandes, por lo que les pido que escriban los resultados completos (nada de poner puntos suspensivos u

otra idea rara para escribir menos). Creo que con diez minutos que se tomen estará bien.

Observen que esta es una operación diferente a las anteriores, ya que el resultado NO tiene por elementos los mismos tipos de elementos que el de los conjuntos operados. Matemáticamente, se dice que esta operación NO es cerrada.



Desempeño 25

• Dados los conjuntos:

$$A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$$

$$B = \{a, b, c\}$$

$$C = \{1, 3, 5\}$$

$$D = \{a, o, u\}$$

1| Definan por extensión los siguientes conjuntos:

a| $A \times B$

b| $C \times D$

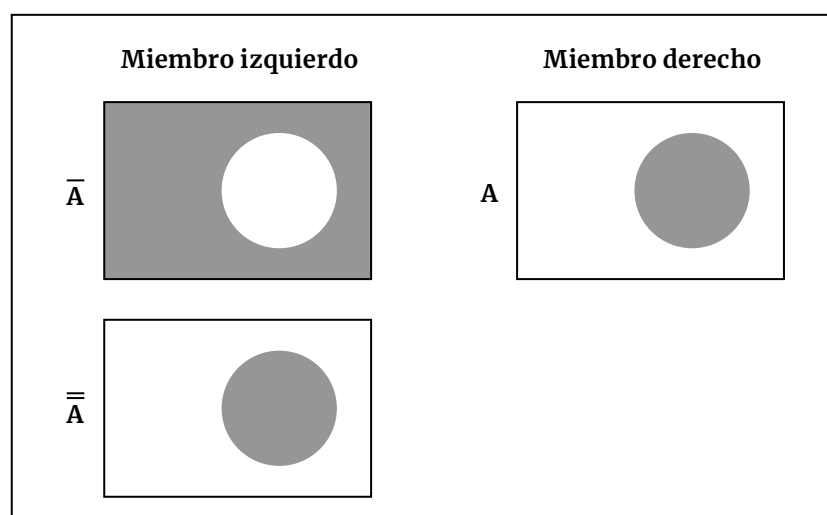
PROPIEDADES DE LAS OPERACIONES CON CONJUNTOS

Sean A , B y C tres conjuntos cualesquiera y sean $\overline{}$, \cap y \cup los símbolos de las operaciones de complementación, intersección y unión de conjuntos respectivamente, se cumplen las siguientes propiedades:

1| **Involución:** El complemento del complemento de un conjunto es igual al mismo conjunto.

$$\overline{\overline{A}} = A$$

Demostración gráfica:



La demostración gráfica se basa en realizar el gráfico correspondiente de cada uno de los miembros de la igualdad a demostrar y constatar que son iguales.

Entonces, como los diagramas de los dos miembros de la igualdad resultan ser los mismos, podemos asegurar que:

$$\overline{\overline{A}} = A$$

2| Idempotencia:

a| De la intersección:

$$A \cap A = A$$

La intersección de un conjunto con sí mismo es igual al mismo conjunto.

b| De la unión:

$$A \cup A = A$$

La unión de un conjunto con sí mismo es igual al mismo conjunto.

3| Conmutatividad:

a| De la intersección:

$$A \cap B = B \cap A$$

La operación de intersección es conmutativa, es decir, el orden de los conjuntos no altera el resultado.

b| De la unión:

$$A \cup B = B \cup A$$

La operación de unión es conmutativa, es decir, el orden de los conjuntos no altera el resultado.

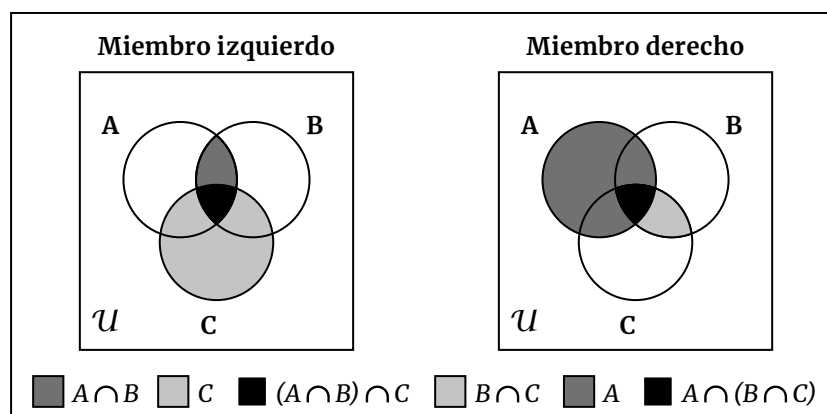
4| Asociatividad:

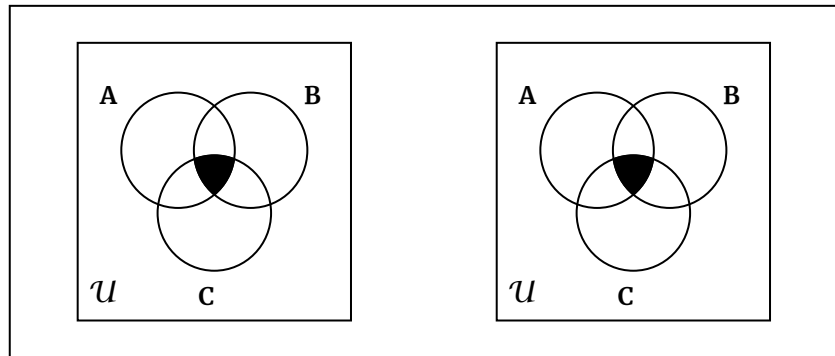
a| De la intersección:

$$A \cap B \cap C = (A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$$

La intersección de tres conjuntos es igual a la intersección del 1º con la intersección de los otros dos, y es igual a la intersección del 3º conjunto con la intersección de los dos primeros.

Demostración gráfica: Haremos la segunda igualdad:





Entonces, como los diagramas de ambos miembros resultan ser los mismos, se puede asegurar que:

$$A \cap B \cap C = (A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$$

b) De la unión:

$$A \cup B \cup C = (A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$$

La unión de tres conjuntos es igual a la unión del 1º con la unión de los otros dos, y es igual a la unión del 3º conjunto con la unión de los dos primeros.

5| Distributividad:

a) De la intersección respecto de la unión: $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

Observen que a diferencia de lo que estamos acostumbrados con el producto y la suma, aquí son válidas las dos distributivas.

b) De la unión respecto de la intersección: $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

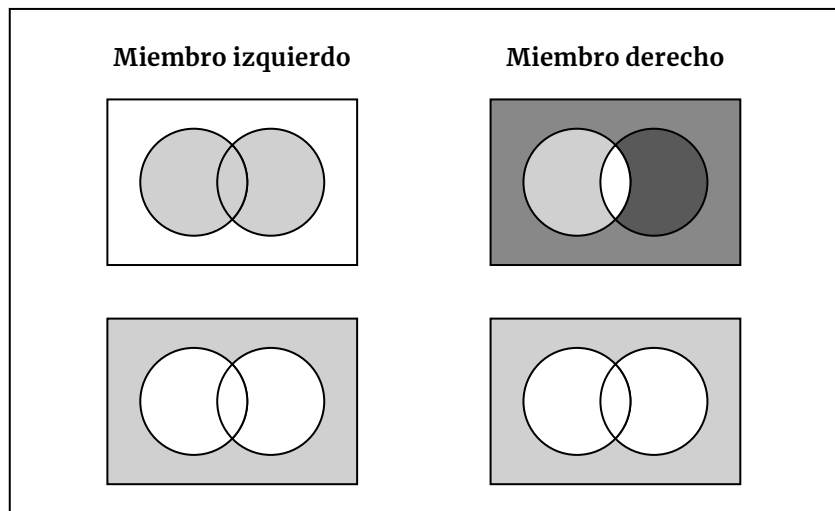
6| Leyes de De Morgan:

a)

$$A \cup B = A \cap B$$

El complemento de una unión de conjuntos es igual a la intersección de los respectivos complementos de cada conjunto.

Demostración gráfica



Entonces, como los diagramas de ambos miembros resultan ser los mismos, se puede asegurar que:

$$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$$

b|

$$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$$

El complemento de una intersección de conjuntos es igual a la unión de los respectivos complementos de cada conjunto.

Ya casi terminamos con las propiedades, pero antes resuelvan por favor el desempeño 26 sobre las leyes de De Morgan.



Desempeño 26

- Realicen la demostración gráfica de la parte b.

7| Ley de acotación:

a| $A \cup \mathcal{U} = \mathcal{U}$

La unión de un conjunto con el conjunto universal es igual al conjunto universal.

b| $A \cap \emptyset = \emptyset$

La intersección de conjunto con el conjunto vacío es igual al conjunto vacío.

8| Ley de complemento:

a| $A \cup \overline{A} = \mathcal{U}$

La unión de un conjunto con su complemento es igual al conjunto universal.

b| $A \cap \overline{A} = \emptyset$

La intersección entre un conjunto y su complemento es el conjunto vacío.

Como les dije recién, estas propiedades pueden traer confusión en su aplicación, pero yo les puedo dar un secreto para que eso no les suceda. ¿Saben cuál es? Lo mejor para no confundirse es estudiárselas muy bien y aplicarlas inmediatamente en ejercicios, no en uno, sino en muchos; si hacen eso no les surgirán dudas.



Desempeño de síntesis

- 1| Encuentren el conjunto B sabiendo que:

$$A = \{2, 4, 6, 8\}, \quad A \cap B = \{6, 8\} \quad \text{y} \quad A \cup B = \{2, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

2| Ídem si:

$$A = \{1, 2, 4, 5\}, \quad A \cap B = \{2, 4\} \quad \text{y} \quad A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

3| Si A y B son conjuntos distintos de vacío, completar con = o \neq según corresponda y explicar por qué:

$$A \cup B \text{ ----- } B \cup A$$

$$A \cup \emptyset \text{ ----- } A$$

$$\text{Si } A \subset B \longrightarrow A \cup B \text{ ----- } B$$

$$\text{Si } A \cup B = B \text{ y } A \cap B = B \text{ entonces } A \text{ ----- } B$$

$$\emptyset \cup A \text{ ----- } \emptyset$$

$$A \cup A \text{ ----- } A$$

4| Supongan que $A = \{a, b, c\}$ y que $A \cup B = \{a, b, c, d\}$

a| Den dos posibilidades diferentes para el conjunto B.

b| Supongan que A y B son conjuntos disjuntos y encuentren B.

5| Para todo conjunto A, indicar:

$$A \cup \emptyset = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$A \cap \emptyset = \underline{\hspace{2cm}}$$

6| Sean los conjuntos $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ $B = \{4, 5, 6, 7\}$

$\mathcal{U} = \{x / x \text{ es un dígito}\}$. Si se sabe que algunas operaciones entre ellos dan como resultado los siguientes conjuntos:

a| $\{4, 5\}$

b| $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

c| $\{0, 6, 7, 8, 9\}$

d| $\{0, 8, 9\}$

e| $\{0, 1, 2, 3, 8, 9\}$

f| \emptyset

g| $\{0, 4, 5, 8, 9\}$

h| $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 8, 9\}$,

Indiquen a qué operación es igual cada uno de ellos.

7| Si:

$$E = \{x / x \in \mathbb{N} \wedge x \text{ es par} \vee x = 1\}$$

$$F = \{1, 5, 2\}$$

$$G = \{x / x \in \mathbb{N} \wedge x \text{ es impar} \vee x = 4\}$$

Consideren $\mathcal{U} = \{x / x \text{ es un n}^\circ \text{ dígito}\}$.

A| Calculen por extensión:

a| $E \cup F$

b| $E \cup G$

c| $E \cap F$

d| $E \cap G$

f| $G - E$

g| $G - F$

B| Realicen el diagrama para una unión, una intersección y una diferencia.

8| Si:

$$\mathcal{U} = \{x / x \in \mathbb{N} \wedge x < 15\}$$

$$A = \{1, 5, 7\}$$

$$B = \{7, 3, 2, 4, 1\}$$

$C = \{ 5 \}$
 $D = \{ 2, 9, 7 \}$

A| Calculen por extensión:

- a| \overline{A} ; \overline{B} ;
 b| $((B-A)UC)$; $((B-A)-(CUD))$; $((AUB) - (DUC))$; $(AU(B-D))$
 c| $\overline{A} \cup \overline{B}$; $A \cap B$; $A \cup B \cup C$; $\overline{A} \cap \overline{B} \cap \overline{C}$
 ¿Qué conclusión pueden sacar?
 d| $A \times B$; $A \times D$; $A \times A$;

Repuestas:

3| Son iguales todas menos la 5º.

4| b) $B = \{ D \}$

- 6| a| $A \cap B$
 b| $A \cup B$
 c| \overline{A}
 d| $\overline{A \cup B}$
 e| B
 f| $\overline{U} \circ A \cap \overline{A}$; $B \cap \overline{B}$, etc
 g| $(A \cap B) \cup (\overline{A \cup B})$
 h| $(\overline{B-A}) \circ (A \cap B) \cup \overline{B}$

7| 9) $E = \{1, 2, 4, 6, 8\}$
 $G = \{4, 1, 3, 5, 7, 9\}$

- A| a| $\{1, 2, 4, 6, 8, 5\}$
 b| $\{1, 2, 4, 6, 8, 3, 5, 7, 9\}$
 c| $\{1, 2\}$
 d| $\{1, 4\}$
 e| $\{2, 6, 8\}$
 f| $\{3, 5, 7, 9\}$
 g| $\{4, 3, 7, 9\}$

8| A| a| $\overline{A} = \{2, 3, 4, 9, 6, 8, 10, 11, 12, 13, 14, 15\}$
 $\overline{B} = \{5, 9, 6, 8, 10, 11, 12, 13, 14, 15\}$
 $\overline{C} = U - \{5\}$
 $\overline{D} = \{5, 1, 3, 4, 6, 8, 10, 11, 12, 13, 14, 15\}$

- b| $((B-A) \cup C) = \{3, 4, 2, 5\}$
 $((B-A) - (C \cup D)) = \{3, 4\}$
 $(A \cup B) - (D \cup C) = \{1, 3, 4\}$
 $A \cup (B - D) = \{5, 1, 7, 4, 3\}$

c| $\overline{A \cup B} = \{5, 3, 4, 2, 9, 6, 8, 10, 11, 12, 13, 14, 15\}$
 $\overline{A \cap B} = \{5, 3, 4, 2, 9, 6, 8, 10, 11, 12, 13, 14, 15\}$

Comparando $\overline{A \cup B} = \overline{A \cap B}$

$\overline{A \cup B \cup C} = \{6, 8, 10, 11, 12, 13, 14, 15\}$
 $\overline{A \cap B \cap C} = \{6, 8, 10, 11, 12, 13, 14, 15\}$

Comparando $\overline{A \cup B \cup C} = \overline{A \cap B \cap C}$

- b| $A \times B = \{ (1,7); (1,3); (1,2); (1,4); (1,1); (5,7); (5,3); (5,2); (5,4); (5,1);$
 $(7,7); (7,3); (7,2); (7,4); (7,1) \}$
 $A \times D = \{ (1,7); (1,2); (1,9); (5,7); (5,2); (5,9); (7,7); (7,2); (7,9) \}$
 $A \times A = \{ (1,1); (1,5); (1,7); (5,1); (5,5); (5,7); (7,1); (7,5); (7,7) \}$

Llegamos al final de las operaciones entre conjuntos y sus propiedades. Los invito a que hagan un buen repaso para poder comenzar la próxima clase con unos problemas problemáticos.

¡Hasta la próxima clase!

Si detectás un error del tipo que fuere (falta un punto, un acento, una palabra mal escrita, un error en código, etc.), por favor comunicate con nosotros a **correcciones@issd.edu.ar** e indicanos por cada error que detectes la página y el párrafo.
MUCHAS GRACIAS POR TU APOORTE.