

M1

Matemática 1

UNIDAD 03
CLASE 12

¡UNA VERDADERA LÓGICA!



| Semántica del lenguaje. Implicación y equivalencia lógica.



| ¿Pueden dos fórmulas diferentes, ser equivalentes, es decir tener el mismo valor de verdad?

ISSD

-Des-

Desarrollo de
Software

MÓDULO

DIDÁCTICO

2020

Introducción

¡Buenas tardes señores estudiantes! Bienvenidos a nuestra última clase de la Matemática 1. Como ya se los anticipé la semana pasada, será muy corta ya que solo nos queda ver un tema relacionado a un par de definiciones que amplían los conceptos ya aprendidos sobre los procedimientos de construcción de tablas de verdad.

Implicación y equivalencia lógica

Dadas A y B f.b.f., diremos que A implica lógicamente a B si **toda vez** que el valor de A es 1 resulta que el valor de B es 1.

En símbolos, $A \longrightarrow B$ si para toda d.d.v.v. tal que $\Phi(A)=1$ resulta $\Phi(B)=1$.

Esta fue nuestra primera definición. ¿Vieron?, no es más que una ampliación de los procedimientos ya aprendidos. Veamos entonces algunos ejemplos:

Ejemplos

a) Sean $A = (p \wedge q)$ y $B = p$

Construyamos las tablas de A y B **juntas**. [1]

Vemos que toda vez que A tiene valor 1, resulta que el valor de B es 1, por tanto $A \longrightarrow B$.

Para saber si $B \longrightarrow A$, debemos verificar si toda vez que B toma valor 1 resulta el valor de A igual a 1. Para δ_3 el valor de B es 1 y el valor de A resulta 0, por lo que B **no implica lógicamente** a A.

b) Sean $B=(p \longrightarrow t)$ y $C=(s \longrightarrow t)$

[1]

δ	p	q	$A = (p \wedge q)$	$B = p$
δ_1	0	0	0	0
δ_2	0	1	0	0
δ_3	1	0	0	1
δ_4	1	1	1	1

Para saber si B implica lógicamente a C o C implica lógicamente a B, debemos construir las tablas de verdad de cada f.b.f. juntas. Notemos que si bien en cada fórmula intervienen dos variables proposicionales, para comparar las distribuciones de ambas al mismo tiempo debemos hacer que intervengan las variables de cada una de ellas. Luego debemos considerar a las variables p, t, s con lo que tenemos 8 d.d.v.v. distintas. [\[2\]](#)

Para saber si $B \implies C$, debemos verificar si toda vez que B toma valor 1 resulta el valor de C igual a 1. Para δ_2 el valor de B es 1 y el valor de C resulta 0, por lo que B **no implica lógicamente** a C.

Para saber si $C \implies B$, debemos verificar si toda vez que C toma valor 1 resulta el valor de B igual a 1. Para δ_5 el valor de C es 1 y el valor de B resulta 0, por lo que C **no implica lógicamente** a B.

Equivalencia lógica

Dos f.b.f. A y B son lógicamente equivalentes (y los denotamos $A \iff B$ si y solo si el valor de A es igual al valor de B para toda distribución de valores de verdad de sus variables).

En símbolos $A \iff B$ si y solo si $\phi(A) = \phi(B)$ para todo δ d.d.v.v.

Terminamos con el teórico, esta ha sido la última definición de la unidad y el punto final de nuestra Matemática 1. Para finalizar, veamos unos ejemplos entre todos y después les doy unos ejercicios.

Ejemplos

a) Sean $A = p$ y $B = (p \wedge p)$

δ	p	t	s	$B = (p \longrightarrow t)$	$C = (s \longrightarrow t)$
δ_1	0	0	0	1	1
δ_2	0	0	1	1	0
δ_3	0	1	0	1	1
δ_4	0	1	1	1	1
δ_5	1	0	0	0	1
δ_6	1	0	1	0	0
δ_7	1	1	0	1	1
δ_8	1	1	1	1	1

Observamos que A y B son lógicamente equivalentes, porque para cualquier distribución de valores de verdad, el valor de A es igual al valor de B. **|3|**

b| Sean **A = (p → t)** y **B = (¬ p ∨ q)** **|4|**

De la tabla de verdad de A y B puede deducirse que A ↔ B. Pues el valor que toma A para cada d.d.v.v. coincide para esa misma d.d.v.v. con el valor que toma B.

Acá los dejo solos y les pido que en no más de veinte minutos resuelvan los desempeños 37, 38 y 39. Suerte y ¡nos vemos en un rato!

|3|

δ	P	A = p	B=(p ∧ p)
δ ₁	0	0	0
δ ₂	0	0	0
δ ₃	1	1	1
δ ₄	1	1	1

|4|

δ	p	q	A = (p → q)	B = (¬ p ∨ q)
δ ₁	0	0	1	1
δ ₂	0	1	1	1
δ ₃	1	0	0	0
δ ₄	1	0	1	1



Desempeño 37

Dada la siguiente f.b.f. $A = (\neg (t \longrightarrow \neg p) \vee q)$

a. Construyan la tabla de verdad de A.

b. Identifiquen en dicha tabla la d.d.v.v.

$$\delta(p) = 1 \mid \delta(q) = 0 \mid \delta(t) = 1$$

Respuesta

(tpq)(01010111)

c. Determinen si A es Contingencia, Contradicción o Tautología. Justifiquen claramente.

d. Determinen si A implica lógicamente a $B = (p \vee \neg p)$ y si B implica lógicamente a A . Justifiquen.

Respuesta

(11111111)



Desempeño 38

Dada la siguiente f.b.f. **B** = $(\neg q \longrightarrow (r \longrightarrow \neg p))$

a. Construyan la tabla de verdad de B.

Respuesta

(11111011) (pqr)

b. Identifiquen en dicha tabla la d.d.v.v.

$\delta(p) = 1$ | $\delta(q) = 1$ | $\delta(r) = 0$

c. Determinen si B es Contingencia, Contradicción o Tautología. Justifiquen claramente.

d. Determinen si B implica lógicamente a $C = (p \vee \neg p)$ y si C implica lógicamente a B. Justifique.



Desempeño 39

- a Si A es una contradicción y B es una f.b.f ¿Puede $A \longrightarrow B$? y ¿ $B \longrightarrow B$?
- b Si A es una tautología y B es una f.b.f ¿Puede $A \longrightarrow B$? y ¿ $B \longrightarrow B$?

En ambos casos justifiquen claramente sus respuestas.



Desempeño de síntesis

Ahora sí, hemos llegado al final de nuestro curso de Matemática 1, y para seguir con el mismo ritmo de “pesado”, los invito a repasar los conceptos mañana o pasado y a resolver los siguientes desempeños de síntesis.

Desempeño 1

Respondé o definí:

- Reglas que definen una f.b.f.
- Conectores. Clasificación.
- ¿Qué permite la semántica formal?
- Definí: contingencia, contradicción y tautológica.
- Definí: implicación y equivalencia lógica.

Desempeño 2

Dada la fórmula $A = (((\neg p \wedge q) \vee (\neg r)) \longrightarrow \neg q$

- Indicá si es o no una f..b.f. Justificá en caso de no serlo y corregí el o los errores cometidos.
- Definí la sucesión estructural correspondiente.
- Teniendo en cuenta la f.b.f, construí la tabla de verdad.

Respuesta

(11111011) (pqr)

- Realizá el árbol genealógico.
- Identificá en la tabla la ddvv para $\delta(p) = 1$; $\delta(q) = 0$ y $\delta(r) = 1$
- Determiná si es contingencia, tautología o contradicción. Justificá.

g. Determiná si A implica lógicamente a B y si B implica lógicamente a A.
Justificá. Siendo $B = (p \vee \neg r)$.

Respuesta

B: (10101111) A no implica B y B no implica A.

Desempeño 3

Ídem para

$$A = (p \vee \neg q) \longrightarrow \neg r \vee (p \wedge q)$$

$$B = (q \longrightarrow \neg p)$$

Respuesta

A: (10111011) A no implica B y B no implica A.

B: (11111100)

Desempeño 4

Ídem para

$$A = (p \longrightarrow \neg (\neg q)) \vee (\neg p \longleftrightarrow (q \wedge r))$$

$$B = (p \longrightarrow (q \wedge r))$$

Respuesta

A= (11111111) A no implica lógicamente a B

B= (11110001) B implica lógicamente a A

Por lo tanto no es una
equivalencia lógica

Es mi deseo que todo marche bien, y solo resta decirles que quedo a su entera disposición para las consultas en el campus o personalmente en el Instituto.

¡Hasta pronto!

Créditos

Imágenes

Encabezado: Image by Elchinator from Pixabay

<https://pixabay.com/photos/math-work-mathematics-formulas-4711302/>

Tipografía

Para este diseño se utilizó la tipografía *Source Sans Pro* diseñada por Paul D. Hunt.

Extraída de Google Fonts.

Si detectás un error del tipo que fuere (falta un punto, un acento, una palabra mal escrita, un error en código, etc.), por favor comunicate con nosotros a correcciones@issd.edu.ar e indicanos por cada error que detectes la página y el párrafo. Muchas gracias por tu aporte.

Bibliografía

Hoffman y Kunze (1979): Álgebra Lineal. Ed Prentice/Hall. México

Howard, Antón (1976): Introducción al Álgebra Lineal. Ed Limusa. México

Molina, Félix J. (2000): Álgebra y Geometría. (Editado en fascículos) Ed. Científica Universitaria. Córdoba. Argentina

Rojo, Armando (1996): Álgebra. Armando. Ed El Ateneo. Bs. As. Argentina