M1

Matemática 1

UNIDAD 02

CLASE 03

UNIENDO FUERZAS...

APLICACIONES CON CONJUNTOS

| Funciones.
| Interpretación de gráficos.

| ¿Qué es una función?
| ¿Tiene relación con la vida cotidiana?
| ¿Se puede leer un gráfico?

ISSD

-Des-
Desarrollo de Software

MÓDULO DIDÁCTICO
2020

Introducción

Cuando escuchamos hablar de matemática, lo primero que se nos viene a la cabeza son los números, las operaciones.

Sin embargo, hay otro concepto que sin dudas es muy importante y muy utilizado en matemática y en las otras ciencias.

No fue fácil llegar a él, muchas mentes muy brillantes han dedicado enormes esfuerzos durante siglos para que tuviera una definición consistente y precisa.

Estoy hablando, por supuesto, del concepto de **función**, que en esta última parte de la Unidad Nº 2 será nuestra estrella.

Los invito a que cada vez que lean algo, traten de ver que tiene muchísima relación con la vida cotidiana. ¡Como casi todo! ¡Mucha suerte!

Funciones

Las funciones son un caso particular de relaciones, en donde en el conjunto de partida A se deben cumplir ciertas condiciones. En la definición quedan establecidas:

Una FUNCIÓN f:A $\longrightarrow$ B es una relación que verifica que a cada elemento del conjunto de partida A le corresponde un único elemento en el conjunto de llegada B.

A esta definición hay que analizarla con cuidado:

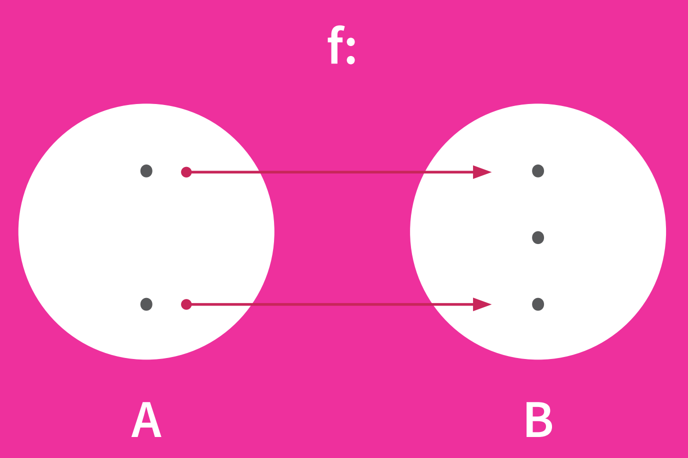
| Al decir "**a cada** elemento del conjunto de partida", debemos tener presente que para que a una "relación" se la pueda considerar función, el conjunto elegido como partida debe tener todos los elementos relacionados: |1|

| Al decir "**un único** elemento" debemos entender que de un elemento del conjunto de partida no pueden partir dos o más flechas: |2|

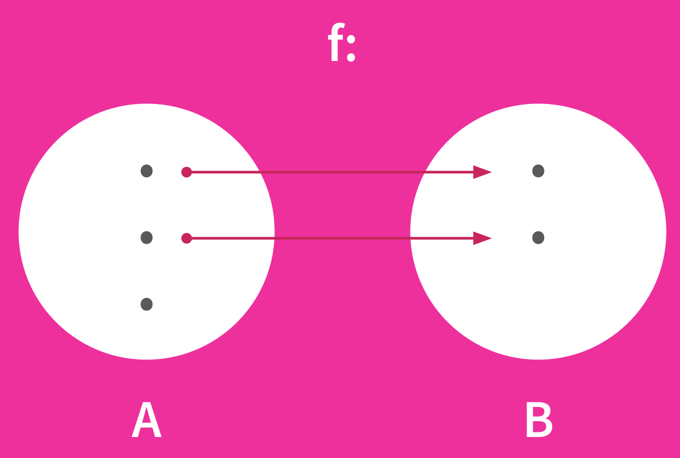
Dentro las funciones nos interesarán principalmente las que utilicen conjuntos numéricos.

Como habrán podido observar, no es complicado en concepto de función, solo se debe tener en cuenta la condición en el dominio. Para variar, les pido por favor que resuelvan los siguientes desempeños. Calculo que les hará falta un tiempo aproximado de quince minutos; tómenselos y a trabajar.

|1|

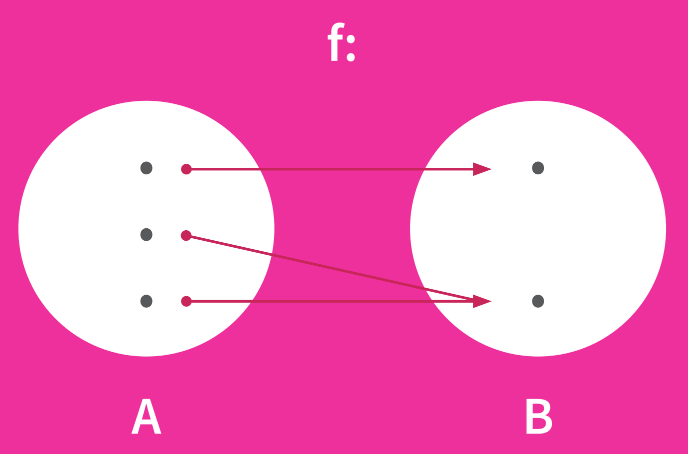


SÍ es función, pues cumple con la definición.

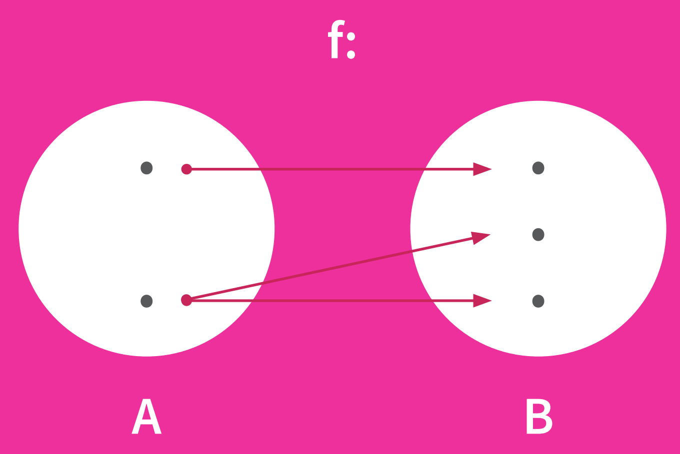


NO es función, pues un elemento no está relacionado.

|2|



SÍ es función, pues cada pre-imagen tiene una sola imagen.



NO es función, pues una pre-imagen tiene dos imágenes.

Desempeño 31

A Dados los conjuntos $M = \{x \,/\, x \in \mathbf{Z} \wedge -1 < x \leq 3\}$;

$P = \{x \,/\, x \in \mathbf{Z} \wedge 3 < x \leq 9\}$

Y la relación $R: M \longrightarrow P$ / ... es divisor de ...

a. Obtengan el producto cartesiano que contiene a la relación.

b. Determinen el conjunto relación por extensión.

c. Escriban dominio e imagen por extensión.

d. Representen la relación por diagrama y sistema cartesiano, .

e. Respondan:

i| ¿6 es la imagen de qué valor?

ii| ¿Tiene 7 una pre-imagen? ¿Cuál?

iii| ¿Cuál es la imagen de 2?

iv| ¿Es 5 la imagen de 3? ¿Por qué?

B Dados los conjuntos: $A = \{0, 1, 3, 9, 18, 27\}$;

$B = \{0, 1, 3, 6, 9, 12\}$

a. Definan tres relaciones distintas: una de ellas función, las otras no.

b. Realicen la representación cartesiana de cada una de ellas.

c. Determinen si R de la parte A) es función. Explicar por qué.

Existen situaciones (muchas de ellas son funciones) en donde se relacionan datos de tal forma que uno depende del otro. Por ejemplo, cuando se realiza una llamada telefónica, la tarifa que se debe abonar depende del tiempo de duración de la conversación; el combustible que gasta un auto depende de los kilómetros recorridos; el tiempo para envasar los productos de una fábrica depende del número de máquinas que estén funcionando.

Cabe recordar que la variable independiente se ubica en el eje de las abscisas (horizontal) y la variable dependiente en el eje de las ordenadas (vertical).

Interpretación de gráficos

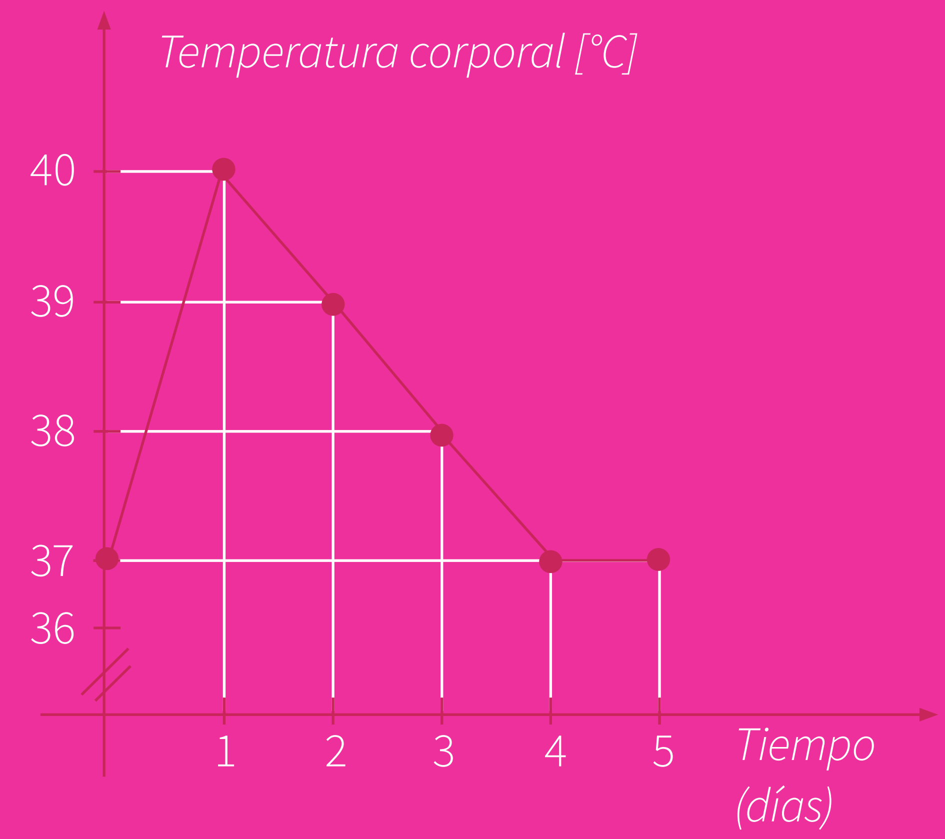
Para interpretar la información que brinda un gráfico, se debe tener en cuenta lo siguiente: |3|

Muchas veces se presentan gráficos y es necesario saber interpretarlos. Aquí trabajaremos algunos ejemplos; les pido que se dejen llevar por lo que ya conocen y por la lectura que ustedes hacen del gráfico. Pero, antes, es necesario conocer la diferencia entre variable discreta y variable continua.

Una **variable discreta** es una variable que solo puede tomar valores dentro de un conjunto numerable, es decir, no acepta cualquier valor sino solo aquellos que pertenecen al conjunto. Dicho de otro modo, entre dos valores sucesivos de la variable, no existe otro valor intermedio.
Por ejemplo, el número de autos de una concesionaria.

Una **variable continua** puede tomar un valor cualquiera dentro de un intervalo predeterminado. Y siempre entre dos valores determinados va a existir otro valor intermedio que también podría

|3|



Qué tipos de datos se relacionan.
(Cada tipo de dato se denomina variable)

Qué información brinda el gráfico.
La temperatura corporal de una persona con gripe a medida que transcurren los días. Como el tiempo (en días) puede tomar valores intermedios, la gráfica tiene un trazo continuo.

Qué escala se utilizó en cada eje para representar los valores de la variable.
La escala en cada eje es diferente. En el eje Y aparecen dos rayitas para indicar que comienza a partir de los 36°.

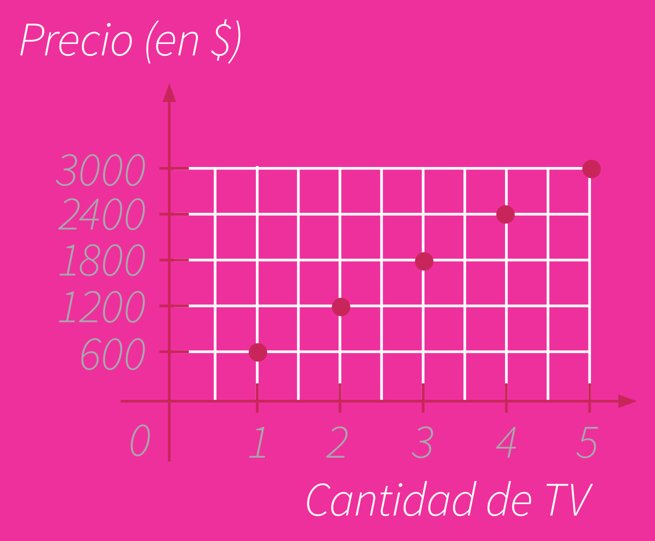
Cuáles son los cambios que se observan en la gráfica.
A partir del momento en que se inicia la infección, la temperatura comienza a subir hasta los 40°. Luego del primer día, la temperatura comienza a descender hasta que se estabiliza al cuarto día.

tomar la variable continua. Por ejemplo, si se considera el peso de un niño en el primer año de vida, puede ser 3,500 kg al momento de nacer y 4 kg. al mes de vida. Pero dentro de ese intervalo está, por ejemplo, 3,600 kg.

A continuación van algunos ejemplos simples para analizar y trabajar:

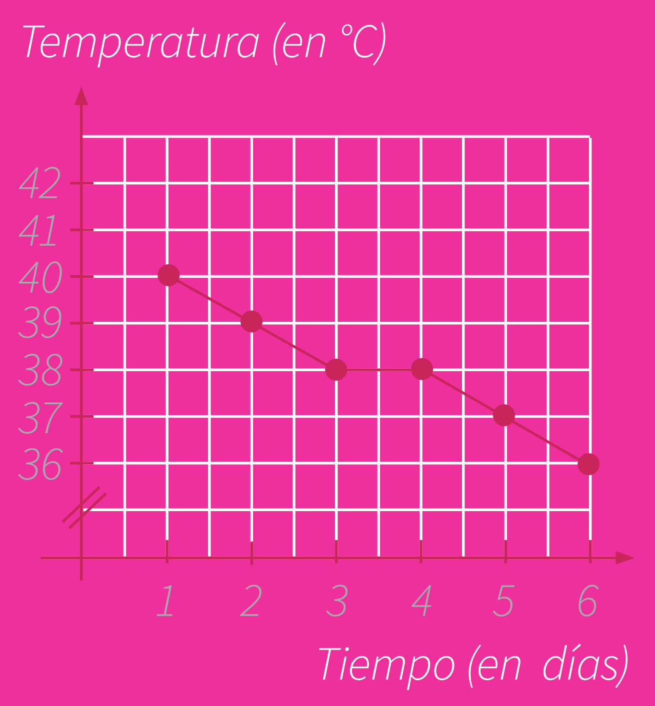
Ejemplo
Observen los siguientes gráficos: |4|

|4|



a| Relación entre la cantidad de televisores y su precio en $.

En este gráfico se han elegido distintas escalas en cada uno de los ejes. Además, se marcaron solamente puntos aislados, ya que la cantidad de televisores es un número natural (no tiene sentido indicar el precio de ½ televisor).



b| Relación entre los días transcurridos y la temperatura corporal de un enfermo.

En este otro gráfico la recta sobre el eje vertical comienza en el 36, y debe representarse como se muestra cada vez que no se empieza por la unidad. Además, es un trazo continuo porque entre dos días consecutivos la temperatura del paciente también se modifica.

Desempeño 32

En un almacén venden las nueces sueltas o en paquetes de 200g.

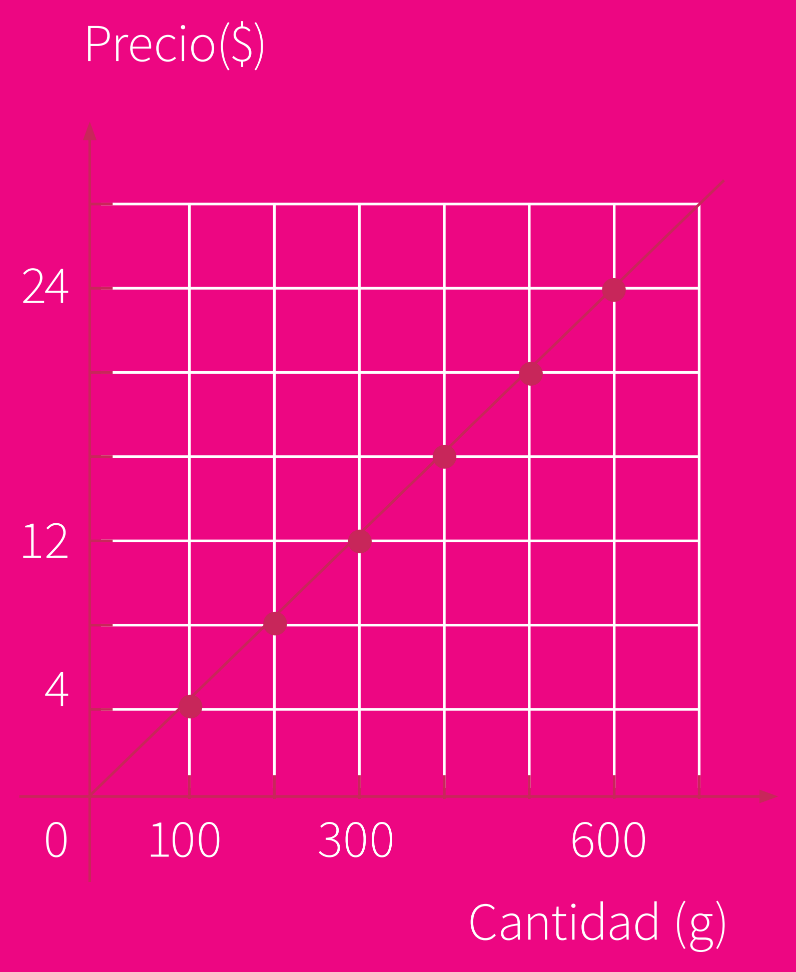
a. Expliquen cuál de los gráficos representa cada situación. Explica.

b. Cada gráfico, ¿representa una función? Expliquen la respuesta y aclaren cuáles son las variables.

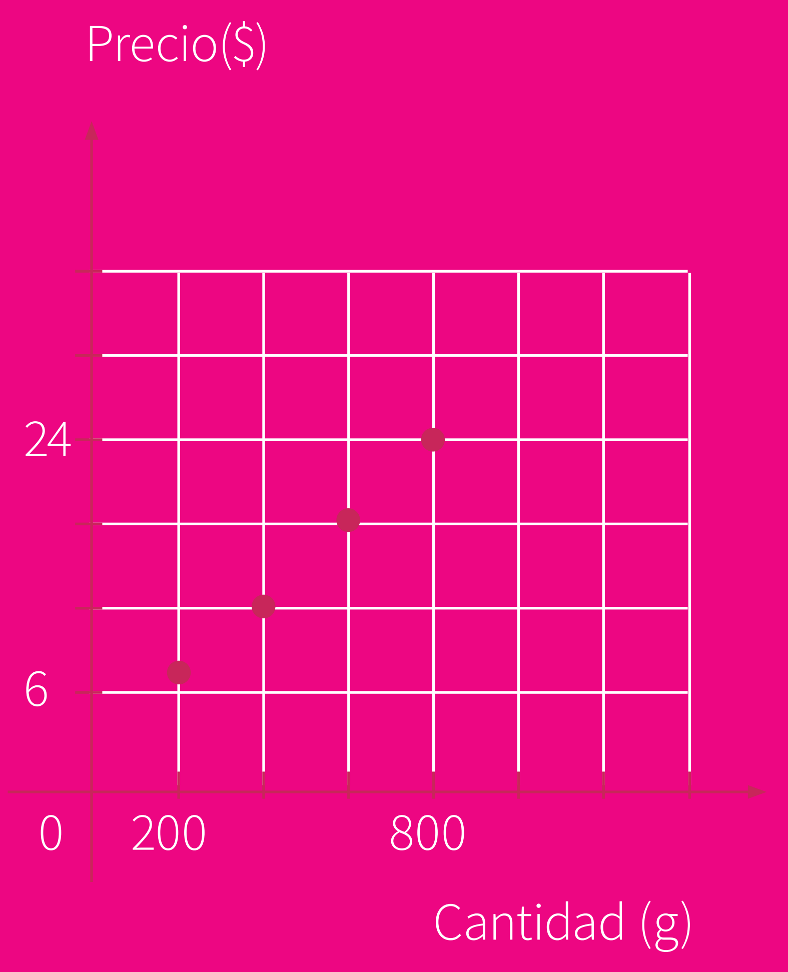
c. Si una persona tiene que comprar 1kg de nueces, ¿le conviene comprarlas sueltas o en paquetes?

d. Juliana compró 1,250kg de nueces sueltas. ¿Cuánto tuvo que pagar?

A



B



Desempeño de síntesis

1 A. Dados los conjuntos $M = \{x / x \in Z \wedge -1 < x \leq 3\}$;
$P = \{x / x \in Z \wedge 3 < x \leq 9\}$

Y la relación $R: M \longrightarrow P$ / ... "es divisor de" ...

a. Obtengan el producto cartesiano que contiene a la relación.
b. Determinen el conjunto relación por extensión.
c. Escriban dominio e imagen por extensión.
d. Representen la relación por diagrama y sistema cartesiano.
e. Respondan:
   I| ¿6 es la imagen de qué valor?
   II| ¿Tiene 7 una pre-imagen? ¿Cuál?
   III| ¿Cuál es la imagen de 2?
   IV| ¿Es 5 la imagen de 3? ¿Por qué?

B. Dados los conjuntos: $A = \{0, 1, 3, 9, 18, 27\}$;
$B = \{0, 1, 3, 6, 9, 12\}$

a. Definan tres relaciones distintas: una de ellas función, las otras no.
b. Realicen la representación cartesiana de cada una de ellas.
c. Determinen si R de la parte A) es función. Explicar por qué.

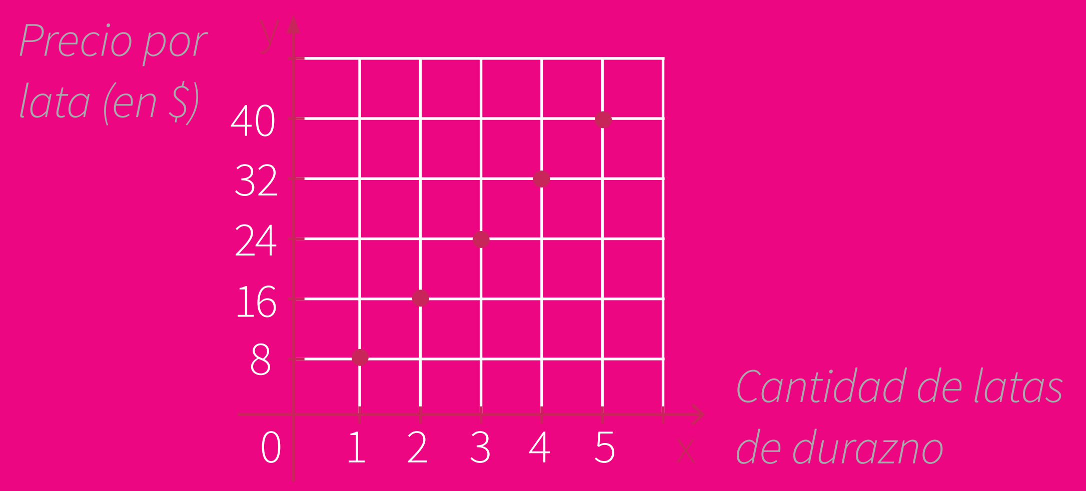
2 Dados los conjuntos: $A=\{3,4,5,6,7,8\}$;
$B=\{6,8,10,12\}$

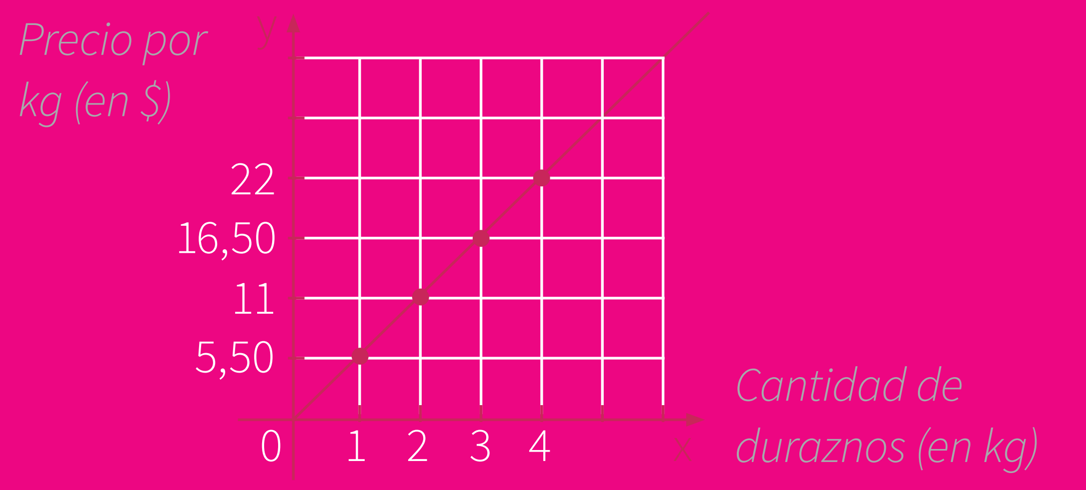
a. Definan por comprensión los conjuntos A y B.
b. Definan por diagrama AxB.
c. Definan por extensión, diagrama y grafico cartesiano la relación
$R1 = A \longrightarrow B$/ ...."la mitad de"....
d. Definan por extensión el dominio e imagen de la relación.
e. Analicen si la relación dada es o no función. Justificar.

3 Analicen si la relación dada es o no una función. Antes de responder, deben tener en claro cuáles son los conjuntos de partida y llegada de cada relación. Explicar.

R_1=….”es el doble de”….
R_2=….”tiene por hermano a”….
R_3=….”es la mitad de”….
R_4=….”tienen por hijo a”….
R_5=….”es el cuadrado de”….
R_6=….”es la capital de”….
R_7=….”es menor o igual que”….
R_8=….”tiene por nº de teléfono”….

4 Lean la información de cada gráfico y respondan.

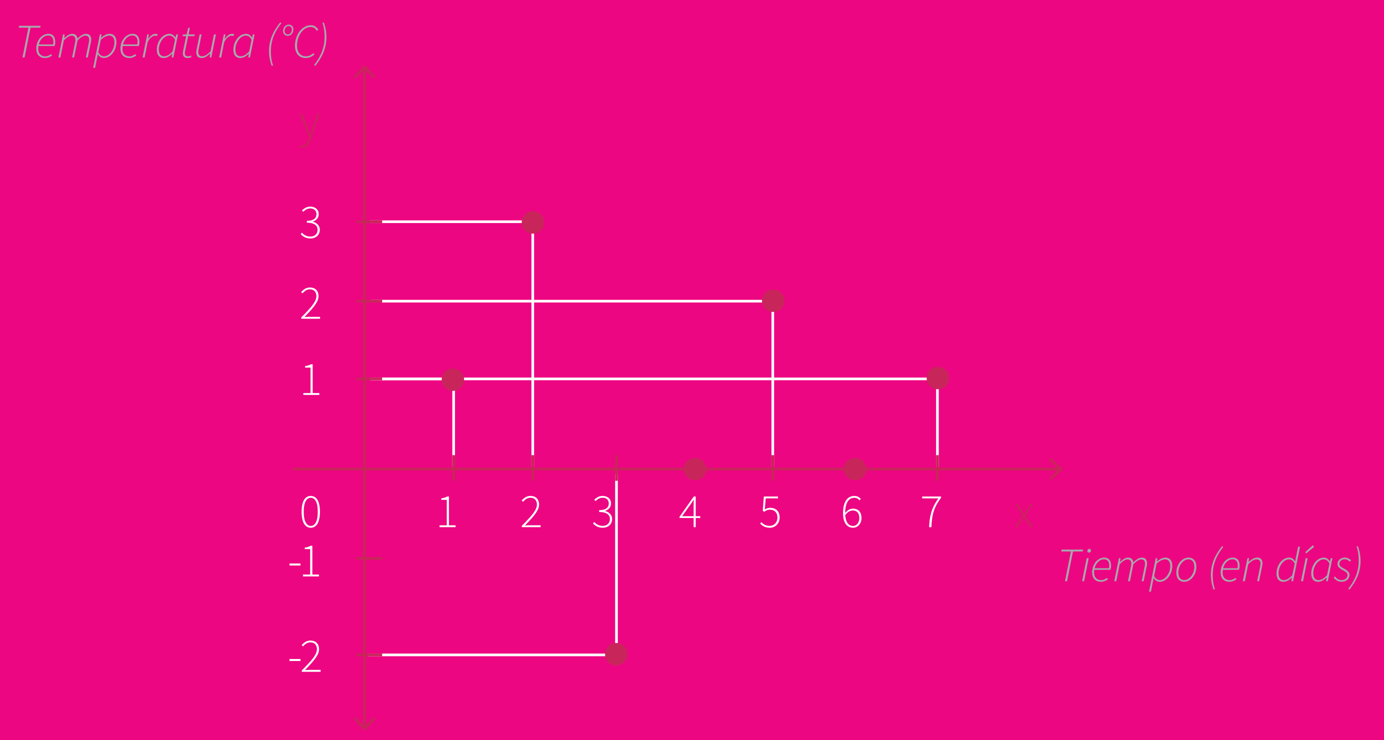




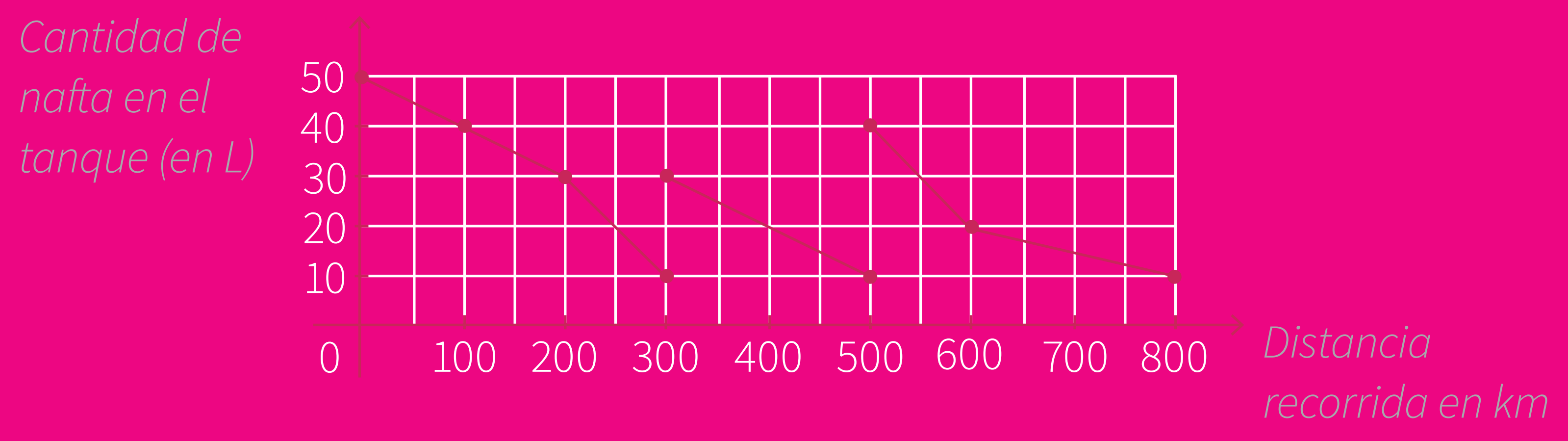
¿Por qué en el primer gráfico aparecen puntos aislados y en el otro una línea continua?

5 Tengan en cuenta que el gráfico que informa la teperatura promedio diaria en una ciudad durante una semana y respondan:

a. ¿Qué días se registró 0°C de temperatura promedio?
b. ¿Cuál fue la mayor temperatura promedio? ¿Y la menor?
c. Calculen la amplitud térmica de esa semana.



6 El gráfico muestra la cantidad de nafta que hubo en el tanque de un auto durante el viaje que realizó desde Buenos Aires a una ciudad del sur del país.



a. Si inició el viaje con el tanque lleno, ¿cuántos litros puede contener el tanque?
b. ¿Cuántas veces paró a cargar nafta? ¿Cuántos litros cargó cada una de las veces?
c. ¿En qué tramos gastó más cantidad de nafta?
d. ¿Cuántos km recorrió en total?

7. Tengan en cuenta cada situación y completen escribiendo *"independiente"* o *"dependiente"*, según corresponda.

a. En el supermercado, el kg de tomates cuesta $6. La cantidad de tomates es la variable __________. El precio es la variable __________.

b. En una ciudad se midió la temperatura cada hora durante toda la mañana. La temperatura es la variable __________. El tiempo es la variable __________.

c. El precio de una llamada telefónica se cobra según los minutos hablados. El precio que se debe pagar es la variable __________. El tiempo que se habla es la variable __________.

d. En un tiempo determinado, un automóvil recorrió 500 km a una velocidad de 90 km/h. La velocidad es la variable __________. La distancia recorrida es la variable __________.

8. Dados los conjuntos:

$\mathcal{U} = \{ x/x \in N \wedge x < 12\}$

$A = \{2;4;6;8,10\}$

$B = \{1,2,5,10\}$

$C = \{2;3;4;5\}$

D = {x/x ∈ N ∧ x µ 8 ∧ x < 16}

a. Definan por comprensión a los conjuntos B y C.

b. Realicen un **único** diagrama para los conjuntos definidos.

c. Obtengan el resultado de las siguientes operaciones, y escriban luego el resultado por extensión:

$\overline{(A \cap B)} \cup C$ = ...

$(B - A) \cap C$ = ...

$(\mathcal{U} - C) \cap (C \cup A)$ = ...

d. Consideren al conjunto A (dado en este desempeño) y al conjunto $P = \{1,2,3,4,5,6,7,\}$. Encuentren (inventen) una relación tal que:

$R1 : A \longrightarrow P$ / $R1$ sea función. Escriban lo que se pide a continuación:

(Por comprensión)
$R1$: ....
Dm = ...
Im = ...

e. Inventen un conjunto M tal que se pueda definir por comprensión una relación que sea función.
($R_2 : M \longrightarrow B$ / R_2 sea función.). Realicen el gráfico y definan cuál es la relación que elegieron.

Hemos llegado al final de la segunda unidad. Para mí estuvo muy buena, ojalá que a ustedes también les haya gustado y, por supuesto, que la hayan comprendido. No me queda más que solicitarles que repasen y resuelvan los ejercicios del trabajo práctico hasta el final.

¡Nos vemos la próxima clase!

Créditos

Imágenes

Encabezado: Image by Elchinator from Pixabay
https://pixabay.com/photos/math-work-mathematics-formulas-4711302/

Tipografía

Para este diseño se utilizó la tipografía ***Source Sans Pro*** diseñada por Paul D. Hunt.
Extraida de Google Fonts.

Si detectás un error del tipo que fuere (falta un punto, un acento, una palabra mal escrita, un error en código, etc.), por favor comunicate con nosotros a *correcciones@issd.edu.ar* e indicanos por cada error que detectes la página y el párrafo. Muchas gracias por tu aporte.

Bibliografía

Hoffman y Kunze (1979): Álgebra Lineal. Ed Prentice/Hall. México

Howard, Antón (1976): Introducción al Álgebra Lineal. Ed Limusa. México

Molina, Félix J. (2000): Álgebra y Geometría. (Editado en fascículos) Ed. Científica Universitaria. Córdoba. Argentina

Rojo, Armando (1996): Álgebra. Armando. Ed El Ateneo. Bs. As. Argentina