

# Resumen para coloquio de Matemática

## Unidad 1

- a. Nombra 3 procedimientos diferentes de conversión de un número de una base a otra. Explica en forma muy simple. Ejemplifica.

Tenemos 3 formas diferentes de hacer la conversión de un número de una base a otra.

**ACLARAR PRIMERAMENTE QUE PARA PASAR UN NÚMERO DE UNA BASE A OTRA HAY QUE VER SI ES POSIBLE, O SEA QUE EL NÚMERO BINARIO SEA CORRECTO.**

- El primer caso sería cuando tenemos un número de base 'b' (base cualquiera) y lo queremos pasar a base 10 (base decimal), lo que se hace es notación expandida, que es que, primero, cada dígito del número en base 'b' tiene una posición, comenzando desde la derecha (posición 0) hacia la izquierda, luego escribo cada dígito multiplicado por la base elevada a la potencia de su posición y por último evalúa cada término de la notación expandida sumando los resultados de las multiplicaciones.

$b \rightarrow 10$

Notación expandida

- El segundo caso que tenemos sería al revés, cuando tenemos un número en base decimal y lo queremos pasar a una base 'b' cualquiera, lo que se hace es dividir al número por la base a la que quiero cambiarlo, luego cuando se termina la división, el último cociente será el primer número, y luego yendo de abajo hacia arriba los restos de las divisiones serán los siguientes números.

En el caso que el número aparte de la parte entera tenga una parte decimal, los decimales se multiplican por la base a la que lo quiero pasar, y solo guardamos la parte entera del resultado, luego tomamos devuelta la parte fraccionaria del resultado anterior y repetimos el paso.

$10 \rightarrow b$

División / Multiplicación

- Y el último caso es si tenemos un número de base 'b' y lo queremos pasar a base 'b'', lo que hacemos es una fusión de los pasos anteriormente explicados, primero al número que tenemos lo pasamos a base 10 haciendo notación expandida y luego con ese resultado lo pasamos a base 'b'' mediante división y multiplicación.

$b \rightarrow b'$

1ero base 10 / luego base b'

- b. ¿Por qué se usan errores absolutos y relativos?

**Números en forma exponencial:**

- ✧ Una **mantisa**, en la que se colocan las cifras significativas\* del número según estén de izquierda a

derecha, pero sin ningún valor posicional, pues se considera a la coma colocada siempre a la izquierda de la primera cifra no nula del número

- ✧ Una **base**, que en cualquier sistema de numeración es 10.
- ✧ Un **exponente**, que es el que determina la posición real de la coma decimal.

MANTISA. BASE<sup>EXPONENTE</sup>

Como la base siempre es '10' y en la computadora se deben representar en una sola línea los caracteres, se reemplaza el '10' por la letra 'E', seguida del exponente.

$$0,52618352 \cdot 10^5 = 52618352E5$$

A partir de los diferentes cálculos de suma, resta, multiplicación y división, se hacía mención a la pérdida de dígitos debido a la forma en que las computadoras almacenan los datos y como resultado de operar con ellos. Esto hace que las computadoras no sean tan precisas y encuentre ERRORES. Entonces estos se consideran errores absolutos y errores relativos.

- Hablamos de **error absoluto** cuando hacemos referencia a la diferencia que hay entre el valor verdadero del número y el valor calculado.

Si A es el valor verdadero y A' el calculado, entonces el error absoluto E es:  $E_a = |A - A'|$

Este error, si bien nos da una idea de la diferencia entre los valores, no es suficiente.

- Para tener una mejor idea de la 'gravedad' del error se define el **error relativo** como el cociente entre el error absoluto y el valor verdadero.

Entonces:  $E_r = |A - A'| / A$

Este error se suele dar en forma de porcentaje (Lo llevamos a porcentaje (%) multiplicándolo \* 100)

### Tipos de errores

#### **Errores de truncamiento y redondeo**

Es el que se produce al introducir un número y expresarlo en formato exponencial.

El *truncamiento* se da cuando se sacan dígitos del número (porque tiene más que las posiciones utilizadas) sin considerar cuál es la primera cifra que se saca.

El *redondeo* es cuando sí se considera la primera cifra que se saca. El redondeo se hace teniendo presentes las siguientes reglas:

| Si la primera cifra a suprimir es menor que '5', las cifras anteriores no varían.

| Si la primera cifra a suprimir es mayor a '5' (o igual que '5' seguida de algunas cifras no nulas), se le suma '1' a la última cifra que se deja.

| Si la primera cifra a suprimir es igual a '5' seguida de ceros, se incrementa en '1' la última cifra si es impar y no se modifica si es par.

#### **Errores de propagación**

Estos son los que se producen al realizar operaciones con los números en formato exponencial y es necesario eliminar dígitos para conservar este formato. El error se 'propaga' con la operación.

El cálculo de estos errores, en la mayoría de los casos, es complejo desde el punto de vista matemático, por lo que no se desarrollará en este curso.

#### **Errores de conversión**

Como verán en las asignaturas específicas, la computadora no trabaja con números decimales sino con números binarios. Al convertir unos en otros se producen errores que también quitan precisión a las computadoras.

c. ¿Qué es el complemento a la base de un número?

Defino *complementos* para evitar la posibilidad de “prestar” repetidamente de una columna a otra.

La sustracción también se puede realizar de la manera habitual, pero se nos presenta la dificultad cuando el minuendo es menor al sustraendo y debo “pedir” al dígito anterior, y si con ese pasa lo mismo, debo pedir al otro. Es en esos “pedidos” reiterados donde se nos puede complicar el cálculo y cometer algún error.

Hay dos tipos de complementos:

**Complemento a la base menos uno**, por ejemplo en la base binario ( $b = 2$ ) es complemento a 1; En toda base  $b$  el complemento a  $(b - 1)$  de un número  $A$  se obtiene restando  $(b - 1)$  a cada dígito de  $A$ , sin considerar el signo.

**Complemento a la base:** por ejemplo, en base binaria complemento a 2, en base decimal complemento a 10, en base hexadecimal complemento a 16, etc.

Estando en base  $b$ , el complemento a  $b$  de un número se obtiene de sumar 1 al complemento  $(b-1)$  de dicho número.

Y para terminar la resta lo que hago es sumar este número (el complemento de la base) con el minuendo y el resultado sería el resultado de la resta.

d. ¿Qué sucede en general con la cantidad de dígitos de un número cuando se pasa de una base a otra base mayor? ¿Por qué?

En general, cuando se convierte un número de una base menor a una base mayor, la cantidad de dígitos del número tiende a disminuir. Esto se debe a la relación entre las bases y cómo se representa la misma cantidad numérica en diferentes sistemas de numeración.

*Consideremos el número 255 en diferentes bases.*

- En base 10 (decimal):  $255_{10}$  (Este número tiene 3 dígitos.)
- En base 2 (binario):  $255_{10} = 11111111_2$  (Aquí, 255 se representa con 8 dígitos.)
- En base 16 (hexadecimal):  $255_{10} = FF_{16}$  (Aquí, 255 se representa con 2 dígitos.)

e. ¿A qué base puede corresponder el número 765? ¿Por qué?

El número 765 tiene los dígitos 7, 6 y 5. La base mínima en la que este número puede ser válido debe ser mayor que el mayor de estos dígitos. En este caso, el mayor dígito es 7.

Por lo tanto, la base mínima en la que 765 es un número válido es la base 8 (octal), ya que en cualquier base menor que 8, el dígito 7 no sería válido.

f. Para resolver una suma en formato exponencial, ¿Qué es lo que se tiene que tener en cuenta y como se soluciona?

En caso que tengamos los **exponentes iguales**, sumamos las mantisas.

En caso de tener **diferentes exponentes** debemos expresar los números en los mismos exponentes para luego hacer la suma, para eso se corrige el que figura con menor exponente. De esta manera se pierden dígitos, pero en el número representa una menor cantidad.

- g. La resta de binarios, ¿siempre se resuelve de la misma manera? Escribe un ejemplo para el que no pueda resolverse directamente y justifica la elección de tu ejemplo, indicando como se resolvería.

En la resta de números binarios, normalmente se siguen reglas similares a las de la resta en el sistema decimal, con la posibilidad de tener que realizar "préstamos" cuando se resta un 1 de un 0. Sin embargo, hay casos en los que la resta no puede resolverse directamente, especialmente cuando el minuendo (el número del que se resta) es menor que el sustraendo (el número que se resta). En estos casos, es útil utilizar el complemento a 2 para realizar la operación.

- h. ¿Qué es un sistema de numeración?

Un sistema de numeración es un conjunto de reglas y símbolos utilizados para representar números.

Componentes de un sistema de numeración:

- Base
- Símbolos o dígitos
- Valor posicional

Sistema de numeración comunes:

- Sistema decimal (base 10)
- Sistema Binario (base 2)
- Sistema octal (base 8)
- Sistema hexadecimal (base 16)

- i. Cómo se realiza el truncamiento y como el redondeo de un número a 3 cifras? Explica los criterios de redondeo.

El **truncamiento** se da cuando se sacan dígitos del número (porque tiene más que las posiciones utilizadas) sin considerar cuál es la primera cifra que se saca.

El **redondeo** es cuando sí se considera la primera cifra que se saca.

El redondeo se hace teniendo presentes las siguientes reglas:

- | Si la primera cifra a suprimir es menor que '5', las cifras anteriores no varían.
- | Si la primera cifra a suprimir es mayor a '5' (o igual que '5' seguida de algunas cifras no nulas), se le suma '1' a la última cifra que se deja.
- | Si la primera cifra a suprimir es igual a '5' seguida de ceros, se incrementa en '1' la última cifra si es impar y no se modifica si es par

## Unidad 2

Una **función** es cuando a cada elemento del conjunto de partida le corresponde un único elemento del conjunto de llegada (una única imagen).

El conjunto de partida debe tener todos sus elementos relacionados.

Todos los elementos tienen que tener una única imagen

Ejemplos:

- Función cuadrática:  $f(x) = x^2 + x + c$
- Función por partes:  $g(x) = \begin{cases} 2x + 1 & \text{si } x < 0 \\ x^2 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

**¿Qué es el producto cartesiano entre dos conjuntos?**

El producto cartesiano entre dos conjuntos es una operación que produce un nuevo conjunto, compuesto por todos los pares ordenados posibles formados por un elemento de cada uno de los conjuntos originales. Si A y B son dos conjuntos, su producto cartesiano, denotado como  $A \times B$ , es el conjunto de todos los pares ordenados (a,b) donde a es un elemento de A y b es un elemento de B.

*Es una operación entre dos conjuntos en la cual formamos pares ordenados compuestos por un 1er elemento del conjunto A y un 2do elemento del conjunto B.*

### ¿Qué significa definir un conjunto por extensión? ¿Y por comprensión?

Por **extensión**: significa enumerar explícitamente todos los elementos que pertenecen al conjunto. Es decir, se listan los miembros del conjunto uno por uno.

Por **comprensión**: significa especificar una propiedad o condición que caracteriza a todos los elementos del conjunto. En lugar de listar cada elemento individualmente, se describe una regla que los elementos deben cumplir para pertenecer al conjunto.

### ¿Qué es una variable independiente? ¿y la dependiente?

#### *Variable Independiente*

La variable independiente en una función es el valor de entrada para el cual se calcula el valor de salida. Es la variable sobre la cual se basa la función. (eje horizontal (x))

#### *Variable Dependiente*

La variable dependiente en una función es el valor de salida que resulta de aplicar la función a la variable independiente. Su valor depende del valor de la variable independiente.

## Unidad 3

Fórmulas bien formadas (f.b.f) : Una expresión es una f.b.f si y solo si existe una sucesión estructural que termine en ella.

Una fórmula está bien formada (fbf) cuando sigue las reglas sintácticas del sistema lógico, utilizando operadores y variables de manera correcta y con una estructura adecuada. Las fórmulas bien formadas deben ser sintácticamente correctas y deben respetar las reglas de formación establecidas para ser interpretadas y analizadas correctamente en lógica formal.

NO debe haber ambigüedad en la lectura.

#### 1. Sintaxis Correcta:

- Debe seguir las reglas gramaticales del sistema lógico al que pertenece (proposicional, de predicados, etc.).
- Debe contener símbolos y operadores que estén definidos en el sistema lógico.

#### 2. Uso Correcto de Operadores Lógicos:

- Los operadores lógicos (como  $\neg$ ,  $\wedge$ ,  $\vee$ ,  $\rightarrow$ ,  $\leftrightarrow$ ) deben ser utilizados de manera adecuada, siguiendo las reglas de formación de fórmulas.

#### 3. Estructura Adecuada:

- Debe haber una correcta anidación de operadores y paréntesis, y las fórmulas deben ser correctamente balanceadas.

#### 4. Variables y Constantes:

- Las variables y constantes deben ser usadas conforme a las reglas del sistema y deben ser

correctamente cuantificadas si se trata de lógica de predicados.

Fórmula:  $(p \wedge q) \rightarrow \neg r$

Justificación: Esta fórmula está bien formada porque:

- Usa correctamente los operadores lógicos ( $\wedge$ ,  $\rightarrow$ ,  $\neg$ ).
- Está estructurada de acuerdo con las reglas sintácticas de la lógica proposicional.
- Los paréntesis están correctamente balanceados y anidados.

**La sintaxis** se refiere al conjunto de reglas y normas que determinan cómo se deben construir correctamente las expresiones y fórmulas dentro de un lenguaje formal. Es el aspecto formal del lenguaje, que define la estructura y la gramática.

**Ejemplo:** Considera la fórmula  $\neg(p \vee q) \wedge r$ :

- **Sintaxis Correcta:** La fórmula está bien formada si se ajusta a las reglas gramaticales del lenguaje formal.
- **Sintaxis Incorrecta:** La fórmula  $p \vee \neg \rightarrow q$  es incorrecta porque no sigue las reglas de formación, faltan operadores o paréntesis adecuados.

**La semántica** se refiere al significado y la interpretación de las expresiones y fórmulas dentro de un lenguaje formal. Se ocupa de cómo se interpretan las fórmulas en términos de los conceptos que representan y cómo se relacionan con la realidad o con modelos matemáticos.

**Ejemplo:** Considera la fórmula  $\neg(p \vee q) \wedge r$ :

- **Semántica:** La interpretación de esta fórmula depende de los valores de verdad asignados a  $p$ ,  $q$ , y  $r$ . La fórmula es verdadera si  $\neg(p \vee q)$  es verdadera y  $r$  es verdadera bajo una interpretación específica.

¿Cualquier enunciado puede formar parte del Lenguaje Lógico Formal?

No, no cualquier enunciado puede formar parte del Lenguaje Lógico Formal. Solo aquellos enunciados que cumplen con las reglas de sintaxis y semántica del lenguaje formal en cuestión pueden ser considerados válidos en ese lenguaje. Estas reglas definen cómo se deben construir las fórmulas y cuál es su significado dentro del sistema lógico.

*Una sucesión estructural es una sucesión de términos, donde cada uno de los términos se obtiene a partir de otro que está definido anteriormente y el último elemento de la sucesión coincide con la fórmula.*

Pertenece cuando es un elemento.

Esta incluido cuando es un conjunto.