

01

UNIDAD

–Des–
Desarrollo de
Software

M1

Matemática 1

UNO MÁS UNO SIEMPRE ES DOS

OPERACIONES ELEMENTALES
EN SISTEMA BINARIO



• Sistema binario. Operaciones.



• Sabemos resolver operaciones en el sistema decimal...Pero, ¿se pueden resolver operaciones en el sistema binario?
• ¿Cómo se resuelven las operaciones en el sistema binario? ¿Es más sencillo o no? ¿En qué se utiliza?

MÓDULO
DIDÁCTICO
2020

ISSD

03

CLASE

INTRODUCCIÓN

¡Hola! ¿Cómo va? Sabía que vendrían por acá. Yo estoy muy bien, contento de tenerlos otra vez. Así como dijo Piñón Fijo, estoy contento de encontrarme nuevamente con ustedes, espero, deseo y ansío que les pase algo parecido, tampoco pretendo que estén ansiosos por estudiar Matemática, pero sí por aprender cosas nuevas en general.

Hoy vamos a comenzar con una parte muy entretenida que ya les anticipamos clases atrás, la aritmética binaria, es decir, operaciones con números escritos en el sistema binario.

Que no sorprenda que $1 + 1$ sea 10. Pensemos que en decimal $1 + 1$ es 2, y que este número representa una cantidad que en binario se expresa 10 (ver tabla al final de la Introducción).

OPERACIONES ELEMENTALES EN SISTEMA BINARIO

Se analizará a continuación el procedimiento para realizar las operaciones de adición, sustracción, multiplicación y división en el sistema de numeración binario. Estos procedimientos permitirán operar directamente en base 2, sin tener que usar como auxiliar la base decimal.

El operar en una determinada base sin recurrir a la base decimal da lugar a lo que se llama “**aritmética en la base referida**”. Aquí entonces se estudiará la **aritmética binaria**.

ARITMÉTICA BINARIA

Adición

Para realizar esta operación en el sistema binario basta con recordar la siguiente tabla (que contiene todas las posibles combinaciones para la suma de dos dígitos binarios) y la forma en que se realiza la suma en el sistema decimal (es decir, encolumnando las unidades, decenas, centenas, etc. y sumar de derecha a izquierda).

+	0	1
0	0	1
1	1	10

Quizás les parezca demasiado simple hacer esta operación, y efectivamente así lo es, pero no por ello dejaremos de prestarle atención al resolverla, porque cuando los sumandos son dos es bien simple, no así cuando son tres o más, ya que puede complicarse.

Veamos con un par de ejemplos lo que acabamos de aprender:

1) Para sumar 1010 y 1111.

Sumamos dígito de la misma posición, de derecha a izquierda, y en caso de obtener diez como resultado, se coloca 0 y se acarrea 1 a la columna inmediata de la izquierda.

$$\begin{array}{r}
 11 \leftarrow \text{Acarreos} \\
 1010 \\
 + 1111 \\
 \hline
 11001
 \end{array}$$

2| Suma 11101 , 1111 y 110

Ya que les debe haber quedado claro cómo realizar la adición de números en binario, les voy a dar diez minutos para que las practiquen mediante la resolución del desempeño 12, que a continuación les presento (no más de diez minutos, miren que si no les quito la hoja...).

$ \begin{array}{r} 1 \\ 1011 \leftarrow \text{Acarreos} \\ + 11101 \\ 1111 \\ 110 \\ \hline 110010 \leftarrow \text{Resultado} \end{array} $	<p>En la 3er columna sumamos: $1 + 1 = 10$ luego sumamos 1 más, $10 + 1 = 11$ y por último 1 más, del acarreo: $11 + 1 = 100$. Colocamos 0 y acarreamos 10.</p>
--	--



Desempeño 12

• Suma:

a| 11100 y 10111

b| 1111 y 1111

c| 1111, 111 y 1101

Respuestas

a| 110011

b| 11110

c| 100011

Sustracción

Vimos que la adición de números binarios se realiza con el mismo mecanismo de la adición decimal. En el caso de la sustracción, definiremos **complementos** para evitar la posibilidad de “prestar” repetidamente de una columna a otra.

¿Qué es lo que quiero decirles con esto? Que la sustracción también se puede realizar de la manera habitual, pero se nos presenta la dificultad cuando el minuendo es menor al sustraendo y debo “pedir” al dígito anterior, y si con ese pasa lo mismo, debo pedir al otro. Es en esos “pedidos” reiterados donde se nos puede complicar el cálculo y cometer algún error.

Por este motivo es que se busca una manera más mecánica de efectuar la sustracción, y esa forma es utilizando el concepto de complemento.

El complemento puede ser a la base menos uno y a la base. Veamos sus definiciones y algunos ejemplos, y por qué no, ejercicios que nos ayuden con estos conceptos.

Los complementos los definiremos de modo general y luego los particularizaremos en la sustracción binaria.

Hay dos tipos de complementos:

Complemento a la base menos uno, por ejemplo en la base binario ($b = 2$) es complemento a 1; en la base decimal ($b = 10$) es complemento a 9; en la base octal ($b = 8$) es complemento a 7; etc.

En toda base b el complemento a $(b - 1)$ de un número A se obtiene restando $(b - 1)$ a cada dígito de A , sin considerar el signo.

En base decimal, el complemento a 9 de **5384** es **4615**. Esto se obtiene restando '9' a cada dígito (5, 3, 8, 4) o, lo que es lo mismo, cada dígito menos '9', ya que sino no se considera.

En base octal, el complemento a 7 de **165** es **612**. Esto se obtiene restando '7' a cada dígito (1, 6, 5).

En base 13, el complemento a 12 de **1AB8** es **B214**. Esto se obtiene restando '12' a cada dígito (1, 10, 11, 8).



Desempeño 13

• Hallen el complemento $(b-1)$ de:

a| $874_{(9)}$

b| 1251

c| $A04C_{(15)}$

Respuestas

a| 014

b| 8748

c| 4EA2

Complemento a la base: por ejemplo, en base binaria complemento a 2, en base decimal complemento a 10, en base hexadecimal complemento a 16, etc.

Estando en base b , el complemento a b de un número se obtiene de sumar 1 al complemento $(b-1)$ de dicho número.

En base decimal, el complemento a 10 de **5384** es **4616**. Esto se obtiene de sumar 1 a 4615 (su complemento a 9 calculado en el ejemplo anterior).

En base octal, el complemento a 8 de **165** es **613**. Esto se obtiene de sumar 1 a 612 (su complemento a 7).

En base 13, el complemento a 13 de **1AB8** es **B215**. Esto se obtiene de sumar 1 a B214 (su complemento a 12).



- ## Respuestas

- ISSD | Pág. 5

Realizamos la suma

$$\begin{array}{r} 10111 \\ + 1111 \\ \hline 100110 \end{array}$$

Entonces, la diferencia (sin considerar el último acarreo) es -110 .

¡Bravo! ¡Bravo! ¡Bravo! ¡Bravísimo, bravo! Terminamos con la sustracción, y como habrán podido ver, tenía razón yo cuando les dije que este procedimiento es más mecánico.

Ahora nos tomaremos unos quince o veinte minutos para resolver los siguientes ejercicios que nos permitirán repasar la adición y la sustracción. ¿Qué les había dicho de los resultados?

Idea ¡Resta sin pedir!

La resta puede hacerse directamente (sin usar complementos) si los dígitos quedan encolumnados de tal manera que no sea necesario “pedir”, por ejemplo:

$$\begin{array}{r} 11001101 \\ - 1000100 \\ \hline 10001001 \end{array} \quad \text{se hace directamente.}$$



Desempeño 15

• Realiza las operaciones indicadas (todos los números están dados en base 2).

a| $111011 + 1001 + 11011$

b| $1001101 + 101111$

c| $110000 - 11101$

d| $1111100 - 11100000$

Respuestas:

a| $1011111_{(2)}$

b| $1111100_{(2)}$

c| $10011_{(2)}$

d| $-1100100_{(2)}$

Y para concluir la clase de hoy, veremos las operaciones de multiplicación y división que se basan simplemente en cuatro combinaciones en las que solo es 1 cuando los dos números son 1. Comencemos con la multiplicación.

Multiplicación binaria

El mecanismo de multiplicación en el sistema binario es exactamente el mismo que en el sistema decimal, pero más sencillo por la menor cantidad de dígitos de la base *.

En el sistema binario solo hay que recordar que:

X	0	1
0	0	0
1	0	1

Esto corresponde a la tabla del 0 y del 1.

$$\begin{array}{r}
 100111 \\
 \times 101 \\
 \hline
 100111 \\
 000000 \\
 100111 \\
 \hline
 11000011
 \end{array}$$

*** ¡UNA AYUDA!**

Pensá cómo resolverías en el sistema decimal la siguiente multiplicación:

$$\begin{array}{r}
 102537 \\
 \times 324 \\
 \hline
 \end{array}$$

Es más complicado porque tenés que recordar todas las tablas de multiplicar.



Desempeño 16

a| Verifica que el resultado obtenido en el ejemplo anterior es correcto, realizando la multiplicación en el sistema decimal.

b| Multiplica:

1| 1001 por 11

2| 111001 por 1100001

Respuestas:

a| 11011

b| 1010110011001

División binaria

Nuevamente, la división binaria la realizaremos con el mismo mecanismo que la división decimal, con la única diferencia que se explicitará la resta que, en el caso decimal, se hace mentalmente.

Realizaremos paralelamente una división binaria y una decimal.

División binaria	División decimal
$ \begin{array}{r} 110'1'1'1'0' \overline{)110} \\ \underline{-110} \\ 000111 \\ \underline{-111} \\ 0010 \end{array} $	$ \begin{array}{r} 215'2'2'4'3' \overline{)215} \\ \underline{-215} \\ 000224 \\ \underline{-215} \\ 0093 \end{array} $

Observemos que la división binaria es más sencilla que la decimal, pues solo hay dos posibilidades para el cociente:

Si las diferencias son menores que el divisor, “está” de ‘0’ y se “baja” un dígito más. Si las diferencias son mayores o iguales al divisor, “está” de ‘1’.

Si al plantear la resta es necesario “pedir” para realizarla, debemos hacerlo por complementos.

$ \begin{array}{r} 100'1'1'0' \overline{) 110} \\ - \\ \hline * 110 \\ \hline 111 \\ ** - 110 \\ \hline 0010 \\ \nearrow \end{array} $	Cálculos auxiliares
	$ \begin{array}{r} * 1001 \\ - 110 \\ \hline 0110 \\ \text{completamos} 0110 \\ \text{complemento a b - 1} 1001 \\ \text{complemento a b} 1010 \end{array} $
	$ \begin{array}{r} \text{Sumamos} 1001 \\ 1010 \\ \hline 0011 \end{array} $
	Resultado de la resta 11
	$ \begin{array}{r} ** 111 \\ - 110 \\ \hline 001 \end{array} $
	Resultado de la resta 1

Ahora si, ya casi terminamos, solo les pido que se tomen diez minutos como máximo y resuelvan las dos divisiones que les planteo a continuación. Como ya se los dije en las clases anteriores, no hoy, sino mañana o pasado, tomen el trabajo práctico y resuelvan todos los ejercicios relacionados con el tema, incluso aquellos que combinan las operaciones.



Desempeño 17

• Divide (ten en cuenta que TODOS estos números están en base 2):

a| 111010101 en 101

b| 111000010 en 11

Respuestas:

a| C=1011101 R=100

b| C=10010110 R=0



Desempeño de síntesis

1| Escribe los complementos de: 11001; 100; 11; 1011a 1 y a 2.

2| Resuelve:

a| $11011_{(2)} + 1010_{(2)}$

b| $1011_{(2)} + 11100_{(2)} + 1100_{(2)}$

c| $1101_{(2)} - 110_{(2)}$

d| $11001100_{(2)} - 11100111_{(2)}$

3| Multiplica y divide en el sistema binario:

- a| $11001_{(2)}$ por $1011_{(2)}$
- b| $10001_{(2)}$ por $111_{(2)}$
- c| $111010_{(2)}$ dividido en $11_{(2)}$
- d| $10100111_{(2)}$ dividido en $111011_{(2)}$

4| Resuelve las siguientes operaciones en el sistema binario:

(todos los números y sus respuestas están en base 2)

- a| $((110)_2 + 1010) : 100 - (1101 \times 11) =$
- b| $(1101)_2 + (10000) : 100 - 1001 =$
- c| $1101 \times 101 - 11110 : 110 - (101)_2 =$
- d| $1001001 : 101 =$

Respuestas

- 1|
- a| c a 1 00110
- b| 011 00 0100
- c| a 2 00111
- d| 100 01 0101

- 2|
- a| $100101_{(2)}$
- b| $110011_{(2)}$
- c| $111_{(2)}$
- d| $-11011_{(2)}$

- 3|
- a| 1000 100 11
- b| 1110 111
- c| C=10011 Resto=1
- d| C = 10 Resto = 110001

- 4|
- a| 1011
- b| 10101100
- c| 100011
- d| C=1110 Resto=11

Hasta acá hemos trabajado con muchos ceros y unos. Como ya se deben haber dado cuenta, las operaciones son más simples que en el sistema decimal, ya que las opciones de respuestas son solo 2... "0" y "1".

En el campus se encontrarán con actividades para reforzar el trabajo. Además, les recomiendo muy especialmente que vean este video de Adrian Paenza, aclara mucho esto del Sistema Binario.

Tengan ustedes muy buenas noches o muy buenas tardes, y espero me sigan aguantando. Si ya lo hicieron hasta acá, ¡cómo no me van a aguantar un poco más! Ya falta menos.

¡Hasta la próxima clase!