M1

Matemática 1

UNIDAD 01

CLASE 02

CONSTRUYENDO LA MATEMÁTICA

| Conversiones entre los diferentes sistemas de numeración.

| ¿Cómo se puede realizar la conversión de un número de una base a otra?

ISSD

-Des-
Desarrollo de Software

MÓDULO DIDÁCTICO
2020

¡Hola, hola, hola, hola! ¿Cómo les va? ¿Cómo han pasado esta semana? Seguro que se les pasó volando, entretenidos con las tareas de Matemática 1. ¿Y cómo estamos para nuestra segunda clase? ¿Listos? No deben preocuparse si estudiaron la primera, ya que hoy seguiremos con los mismos procedimientos o, mejor dicho, con procedimientos muy parecidos a los que ya aprendieron.

Haciendo un breve resumen, en la clase anterior aprendimos a escribir una cantidad en cualquier base (cantidad de símbolos del sistema) y luego de ello hicimos las conversiones de base b a base 10, y de la base 10 a la base b. ¿Con qué creen que empezaremos hoy? Y sí, convertiremos números de una base cualquiera a otra base cualquiera, mayor o menor.

Conversión de un número en base b a otra base b'

Para realizar la conversión de una base **b**($\neq$ 10) a otra **b'**($\neq$ 10), se usará como base auxiliar la decimal. Para ello, se convierte el número de la primera base (**b**) a la base decimal y de esta a la segunda base (**b'**), como ya se ha estudiado.

Ejemplo N°1:
Para pasar $313,2_{(4}$ a base 2 pasamos primero a base decimal:

$$313{,}2_{(4} = \mathbf{3} \cdot 4^2 + \mathbf{1} \cdot 4 + \mathbf{3} + \mathbf{2} \cdot 4^{-1} = 55{,}5$$

Luego dividimos 55 sucesivas veces en 2. |1|

Formamos el número en base 2, en orden inverso:

$$55 = 110111_{(2}$$

Convertimos la parte decimal:

$$0{,}5 \times 2 = \mathbf{1}{,}0 \quad * \quad 0{,}1$$

Como la nueva parte decimal es nula, ya no se sigue multiplicando por 2, resultando: $0{,}5 = 0{,}1_{(2}$

Entonces ⟶ $55{,}5 = 110111{,}1_{(2}$

Finalmente: ⟶ $313{,}2_{(4} = 110111{,}1_{(2}$

Entonces $313{,}2_{(4}$ representa la misma cantidad que $110111{,}1_{(2}$.

Como ya lo hicimos en la clase anterior, utilicé ejemplos para hacer más simple y comprensible la explicación, espero que esta vez también les haya quedado claro (pero no tan claro que no se vea). Para asegurarnos de ello, les pido por favor que resuelvan el ejercicio 4 que les presento a continuación. Pero no crean que tienen todo el día para hacerlo, tan solo les doy… quince minutos o hasta veinte puede ser, ya que si hacen las operaciones sin calculadora puede que les lleve unos minutos más.

|1|

$$\begin{array}{llllllll}
55 & \underline{|\,2} & & & & & \\
\mathbf{1} & 27 & \underline{|\,2} & & & & \\
 & \mathbf{1} & 13 & \underline{|\,2} & & & \\
 & & \mathbf{1} & 6 & \underline{|\,2} & & \\
 & & & \mathbf{0} & 3 & \underline{|\,2} & \\
 & & & & \mathbf{1} & \mathbf{1} &
\end{array}$$

Desempeño 4

Convertí a la base indicada.

a. 435 a base 7
b. $222_{(3}$ a base 10
c. $51{,}2_{(6}$ a base 4
d. $1011_{(2}$ a base 4
e. $CAF{,}E_{(16}$ a base 5

Respuestas
a. $1161_{(7}$
b. 26
c. $133{,}111111_{(4}$
d. $23_{(4}$
e. 100442,4141...

Recuerden lo que les comenté sobre los resultados de los ejercicios al compararlos. A no desesperar y rehacerlos todas las veces que sea necesario.

Muy bien, hasta acá hemos trabajado con cualquier sistema de numeración, por supuesto haciendo siempre referencia al decimal por ser el más conocido por todos nosotros, pero a partir de ahora vamos a estudiar algunos sistemas de numeración muy especiales, como los son el binario, octal y hexadecimal. Hasta que se acostumbren, quizás le parezca raro, pero a veces 1 + 1 = 10 o 4 + 5 = 1001 y muchas otras situaciones poco habituales pero simpáticas.

Sistema binario, octal y hexadecimal

Debido al uso que se da a estos tres sistemas de numeración en el campo de la computación es que realizaremos a continuación un estudio particular de ellos en lo que respecta a la conversión directa de uno a otro (es decir, sin usar la base decimal como auxiliar) y a las operaciones elementales en el sistema binario (adición, sustracción, multiplicación y división) que dan lugar a lo que se llama aritmética binaria. También analizaremos en esta sección la conversión rápida de sistema binario a decimal y viceversa.

Conversión de binario a octal

Observemos que entre la base binaria (b = 2) y la octal (b = 8) existe la relación $8 = 2^3$.

Esto nos indica (no se demuestra en este curso el porqué) que **SIEMPRE** que combinemos **TRES** dígitos del sistema binario (0 y 1) obtenemos un dígito de la base octal (1, 2, ...6 y 7). Además, cualquier dígito de la base octal puede ser representado por tres cifras del sistema binario. |2|

Esta importante afirmación es la que va a permitir realizar la conversión de binario a octal y viceversa, en forma directa.

REGLA DE BINARIO A OCTAL:

Dado un número expresado en el sistema binario, se reúnen sus cifras en grupos de tres, desde la coma hacia la izquierda y desde la coma hacia la derecha, y a cada grupo se le hace corresponder la cifra octal asociada (según la tabla 1).

|2|

Binario	Octal
000	0
001	1
010	2
011	3
100	4
101	5
110	6
111	7

Ejemplo N°2:

Para pasar a octal $111010,0011_{(2}$ se completa con ceros (a la izquierda en la parte entera y a la derecha en la parte decimal) para poder formar grupos de tres cifras:

$$\begin{array}{cccccc} 111 & 010 & , & 001 & 100 \\ \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow \\ 7 & 2 & , & 1 & 4 \end{array}$$

Entonces $\longrightarrow$ **$111010,0011_{(2} = 72,14_{(8}$**

Si bien estoy totalmente seguro que no han tenido ninguna dificultad para comprender la conversión de binario a octal, para "variar" les voy a pedir que resuelvan un ejercicio que les permita afianzar lo que aprendieron. Como es tan simple, tan solo les doy cinco minutos para la resolución, pero traten de hacer su propia tabla.

Al alumno que esta afirmación no le resulte muy convincente, pruebe convertir los números binarios de la izquierda de la tabla a decimal (como hemos visto que se hace) y observará que obtiene los de la derecha.
Por otro lado, piense cuál es el número binario que le sigue al 111, ¿tiene tres cifras?

Desempeño 5

Convertí a octal en forma directa:

a. $101110_{(2}$
b. $11110{,}00001_{(2}$

Respuestas

a. 56_8
b. $36{,}02_8$

Conversión de octal a binario

Usando también la tabla Nº 1 podemos realizar la conversión directa de octal a binario teniendo en cuenta la siguiente regla:

REGLA DE OCTAL A BINARIO:
Dado un número expresado en sistema octal, se reemplaza cada dígito de dicho número por sus correspondientes TRES dígitos binarios, respetando la coma.

Ejemplo Nº3:
Para pasar a binario $701{,}4_{(8}$ usando la tabla Nº 1 se reemplaza cada cifra por su correspondiente binario de tres cifras:

$$\begin{array}{cccc} 7 & 0 & 1 & 4 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 111 & 000 & 001 & 100 \end{array}$$

Entonces: $\longrightarrow$ $\mathbf{701{,}4_{(8} = 111000001{,}100_{(2}}$

Esta conversión también ha sido muy simple, pero no van a dejar de hacer algún ejercicio por ello , les pido que en no más de cinco minutos resuelvan el ejercicio seis ¡Ojo con los resultados!

Desempeño 6

Convertí a número binario a:

a. $712_{(8}$
b. $6{,}01_{(8}$
c. $2003_{(8}$

Respuestas

a. $111001010_{(2}$
b. $110{,}000001_{(2}$
c. $10000000011_{(2}$

Conversión de binario a hexadecimal

Nuevamente, podemos observar entre la base binaria (b = 2) y la hexadecimal (b = 16) la relación:

$$16 = 2^4$$

Esto nos indica que **SIEMPRE** que combinemos **CUATRO** dígitos del sistema binario (0 y 1), obtenemos un dígito de la base hexadecimal (1, 2, ..., E y F). Además, cualquier dígito de la base hexadecimal puede ser representado por cuatro cifras del sistema binario.

Esa correspondencia es **(Tabla Nº 2)**. |3|

Entonces, teniendo en cuenta la tabla Nº 2 y la siguiente regla se puede realizar la conversión directa de sistema binario a hexadecimal:

REGLA DE BINARIO A HEXADECIMAL:
Dado un número expresado en el sistema binario, se reúnen sus cifras en grupos de cuatro, desde la coma hacia la izquierda y desde la coma hacia la derecha, a cada grupo se hace corresponder la cifra hexadecimal asociada (según la tabla Nº 2).

Ejemplo Nº4:
Para pasar a hexadecimal $110011110{,}0010_{(2}$ se hacen grupos de cuatro cifras:

|3|

Binario	Hexadecimal
0000	0
0001	1
0010	2
0011	3
0100	4
0101	5
0110	6
0111	7
1000	8
1001	9
1010	A
1011	B
1100	C
1101	D
1110	E
1111	F

0001 1001 1110 , 0010

1 9 E , 2

Entonces: → **$110011110{,}0010_{(2} = 19E{,}2_{(16}$**

¡No me digan que no entendieron esta conversión! No lo tomen a mal, pero es lo mismo que las anteriores, solo que más larga por la cantidad de símbolos que relacionan los sistemas. Sí, lo adivinaron, ahora a practicar mediante un ejercicio sencillo que deberán resolver en no más de cinco minutos.

Desempeño 7

Para pasar a sistema hexadecimal.

a. $100001100011_{(2}$

b. $1000001,011_{(2}$

c. $11110111,11_{(2}$

Respuestas:

a. 863_{16}

b. $41,6_{16}$

c. $F7,C_{16}$

Conversión de hexadecimal a binario

REGLA DE HEXADECIMAL A BINARIO:
Dado un número expresado en sistema hexadecimal, se reemplaza cada dígito de dicho número por sus correspondientes CUATRO dígitos binarios, respetando la coma.

Ejemplo N° 5
Para pasar a binario $10{,}F2_{(16}$ se reemplaza cada dígito:

1	0	,	F	2
0001	0000	,	1111	0010

Entonces: → $\mathbf{10{,}F2_{(16} = 10000{,}1111001_{(2}}$

Supongo que tampoco en esta conversión han tenido problemas, ya que es más de lo mismo, y espero que no se me hayan aburrido y mucho menos cansado, porque aun nos falta un tema para ver en la clase de hoy. ¡No! Estaba pensando que me había olvidado de darles el ejercicio... ¡no me lo olvidaré nunca! ¡Espero! Bueno, resuelvan el ejercicio 8, y en cinco minutos continuamos con el desarrollo teórico.

Desempeño 8

Expresa en sistema binario a:

a. $78A{,}2_{(16}$
b. $10B_{(16}$
c. $C1F_{(16}$

Hay situaciones en las que necesitamos hacer rápidamente una conversión de binario a decimal, o al revés, sin la necesidad de llevar a cabo los procedimientos explicados la clase anterior.

Respuestas:

a. $11110001010{,}001_{(2}$
b. $100001011_{(2}$
c. $110000011111_{(2}$

Conversión rápida de binario a decimal y viceversa (para números enteros)

Cuando un número binario o decimal es de pocas cifras, la conversión de un sistema de numeración a otro se puede hacer mentalmente.

Es necesario para esto recordar las primeras potencias de 2. |4|

Conversión rápida de binario a decimal

Un número binario tiene por cifras ceros y unos solamente, por ejemplo:

$$11001_{(2}$$

Al hacer su conversión, haríamos:

$$1 \,.\, 2^4 + 1 \,.\, 2^3 + 0 \,.\, 2^2 + 0 \,.\, 2 + 1$$

Vemos en esta expresión que solo tienen **“peso”** las potencias de dos que figuran en los términos con cifras no nulas, resultando:

$$16 + 8 + 0 + 0 + 1 = 25$$

Por lo tanto, surge una regla práctica para números de pocas cifras:

|4|

$2^0 \longrightarrow 1$

$2^1 \longrightarrow 2$

$2^2 \longrightarrow 4$

$2^3 \longrightarrow 8$

$2^4 \longrightarrow 16$

$2^5 \longrightarrow 32$

$2^6 \longrightarrow 64$

Idea

Con estas conversiones rápidas no es necesario que memorices las tablas 1 y 2, pues puedes obtener los números requeridos a través de ellas.

Para una conversión rápida de BINARIO a DECIMAL, se suman las potencias de dos correspondientes a las posiciones donde se encuentran los unos en el número binario.

Ejemplo N°6:

Para convertir rápidamente 1 0 1 1 0 $1_{(2}$ a decimal, vemos que hay **1** en las posiciones: 5 3 2 0.
Sumamos entonces las potencias: $2^5 + 2^3 + 2^2 + 2^0$, resultando: 32 + 8 + 4 + 1 = 45

Entonces: → **$101101_{(2} = 45$**

Recordemos que al hacer la conversión a decimal de un número, el exponente de la base va creciendo en 1de derecha a izquierda desde cero a medida que se cambia en las cifras una posición.

Ejemplo N°7:

Pasar a decimal $10110_{(2}$ las potencias de dos que "pesan" son: 2^1, 2^2, 2^4. Su suma es 22.

Entonces: → **$10110_{(2} = 22$**

¿Y? ¿Ya recuerdan las potencias de 2? Como lo habrán podido observar, es muy necesario para hacer esto. Verán que luego de hacer un par de ejercicios no se las olvidan más, por eso les pido que resuelvan el número 9.

Desempeño 9

Practica la conversión mental de la columna izquierda de la tabla N° 2 a decimal.

Binario	Hexadecimal
0000	0
0001	1
0010	2
0011	3
0100	4
0101	5
0110	6
0111	7
1000	8
1001	9
1010	A
1011	B
1100	C
1101	D
1110	E
1111	F

* tabla N° 2

Conversión rápida de decimal a binario

Para convertir, por ejemplo, el número 23 a binario sin hacer las sucesivas divisiones, una forma alternativa es pensarlo como suma de potencias de 2:

$$23 = 16 + 4 + 2 + 1$$

Esto es $\longrightarrow 23 = 2^4 + 2^2 + 2^1 + 2^0$

Ahora, a las potencias que figuran les ponemos 1 y a las que no 0, resultando:

$$\mathbf{23 = 10111_{(2}}$$

Entonces:

Para una conversión rápida de DECIMAL A BINARIO, se debe descomponer al número en una suma de potencias de dos. Una vez logrado esto, se forma el número binario colocando '1' en las posiciones correspondientes a los exponentes de las potencias de dos usadas y colocando '0' en las posiciones correspondientes a las potencias ausentes.

Ejemplo N° 8:

Expresa en binario 12 y 19.

Se descomponen los números en una suma de potencias de dos:

$$12 = 8 + 4 = 2^3 + 2^2 \longrightarrow \text{entonces} \longrightarrow 12 = 1100_{(2}$$

$$19 = 16 + 2 + 1 = 2^4 + 2^1 + 2^0 \longrightarrow \text{entonces} \longrightarrow 19 = 10011_{(2}$$

Idea

Al hacer esta descomposición es conveniente comenzar con las potencias de dos más grandes pero que no excedan al número, y así sucesivamente buscar las otras potencias.

Bueno, bueno, bueno, para terminar la clase de hoy no me queda más que pedirles por favor que resuelvan ahora el ***desempeño 10*** para practicar esta última conversión, y por supuesto mañana o pasado, "no más", repasen con la ayuda del ***desempeño 11*** y los otros propuestos. No se dejen estar y estudien lo que les solicité, gracias y hasta la próxima clase.

Desempeño 10

Expresá en binario los siguientes números sin hacer sucesivas divisiones:

a. 13
b. 33
c. 44
d. 8

Respuestas:

a. 1101
b. 100001
c. 101100
d. 1000

Desempeño 11

Expresá en la base indicada, utilizando la conversión que sea más rápida:

a. $1010101111_{(2}$ a octal
b. $139A{,}2F_{(16}$ a binario
c. $111011000_{(2}$ a hexadecimal.
d. $110{,}011_{(2}$ a decimal.
e. 91 a binario.

Respuestas:

a. $1257_{(8}$
b. $1001110011010{,}00101111_{(2}$
c. $1D8_{(16}$
d. $6{,}375_{(10}$
e. $1011011_{(2}$

Desempeño de síntesis

1 Escribí los números correspondientes a la notación expandida presentada e indicá el sistema de numeración al que pertenecen:

a| $A \,.\, 16^2 + 3 \,.\, 16 + F + 2 \,.\, 16^{-3}$

b| $-(3 \,.\, 4^5 + 2 \,.\, 4^3 + 2)$

c| $1 \,.\, 2^6 + 1 + 1 \,.\, 2^{-1}$

d| $B \,.\, 12^5 + A \,.\, 12^4 + A \,.\, 12 + 9$

2 ¿Pueden corresponder los siguientes números a las bases indicadas? Justificá:

$12{,}3_{(5}$; $0{,}A56_{(11}$; $43_{(4}$; $113_{(2}$; F,B7

3 ¿Qué ocurre con el número de cifras que representa a un número en una determinada base (aumenta, disminuye o no cambia), cuando se expresa dicho número en una base con mayor cantidad de dígitos? ¿Y si la base tiene menor cantidad? (observá todas las conversiones realizadas y sacá tus conclusiones).

4 a. El número 11011 representa la misma cantidad que 4617 en el sistema decimal. ¿En qué base está escrito el primero?

b. El número 112244 representa la misma cantidad que FEA en el sistema hexadecimal. ¿En qué base está escrito el primero?

c. El número 134 representa la misma cantidad que 10000110 en el sistema binario. ¿En qué base está escrito el primero?

5 Realizá la conversión indicada sin utilizar la base decimal como auxiliar:

a| $100{,}1100_{(2}$ a (8 y (16
b| $2BECA_{(16}$ a (2 y (8
c| $771{,}7_{(8}$ a (2 y (16

6 Realizá la conversión mentalmente, de binario a decimal o viceversa, según corresponda:

$1101_{(2}$; 131 ; $1100_{(2}$; 28 ; $1000001_{(2}$; 200

Respuestas

1|
a) A3F,002 (16
b) –302002 (4
c) 1000001,1 (2
d) BA00A9 (12

2| Si ; Si ; No ; No ; No

4|
a. 8
b. 5
c. 10

5|
a) $4{,}6_{(8}$ $4{,}C_{(16}$
b) $1010111110110010 10_{(2}$ $537312_{(8}$
c) $111111001{,}111_{(2}$ $1F9{,}E_{(16}$

6| 13; $10000011_{(2}$; 12 ; $11100_{(2}$; 65 ; $11001000_{(2}$

¿Y? ¿Cómo están después de tantos números?

Hasta aquí vimos todo lo relacionado con la conversión de números de un sistema a otro. Como habrán notado, hay formas de conversión generales a cualquier sistema y hay formas específicas para los sistemas que se utilizan en todo lo que es informática.

Les doy unos consejos:
| Practiquen mucho los diferentes tipos de conversiones (con ayuda de las clases si quieren...)
| Como cierre, realicen conversiones sin fijarse en ningún lado, a modo de autoevaluación. Verán que al principio cuesta, pero lo lograrán.

¡Hasta la próxima clase!

Créditos

Imágenes

Encabezado: Image by Elchinator from Pixabay
https://pixabay.com/photos/math-work-mathematics-formulas-4711302/

Tipografía

Para este diseño se utilizó la tipografía ***Source Sans Pro*** diseñada por Paul D. Hunt.
Extraida de Google Fonts.

Si detectás un error del tipo que fuere (falta un punto, un acento, una palabra mal escrita, un error en código, etc.), por favor comunicate con nosotros a *correcciones@issd.edu.ar* e indicanos por cada error que detectes la página y el párrafo. Muchas gracias por tu aporte.

Bibliografía

Hoffman y Kunze (1979): Álgebra Lineal. Ed Prentice/Hall. México

Howard, Antón (1976): Introducción al Álgebra Lineal. Ed Limusa. México

Molina, Félix J. (2000): Álgebra y Geometría. (Editado en fascículos) Ed. Científica Universitaria. Córdoba. Argentina

Rojo, Armando (1996): Álgebra. Armando. Ed El Ateneo. Bs. As. Argentina