INTELIGÊNCIA ARTIFICIAL

Parte 9A

Lógica Proposicional

Representação de Argumentos

Prof. Me. Celso Gallão - 2015

1 – Lógica Proposicional

1.1 – Introdução:

- É um formalismo matemático do qual pode-se abstrair a estrutura de um argumento, eliminado possíveis ambiguidades próprias da linguagem natural.

- Este formalismo compreende-se por uma linguagem formal e por um conjunto de regras de inferência, os quais permitem analisar um argumento de forma precisa e avaliar a sua validade.

1 – Lógica Proposicional

1.1 – Introdução:

- Entende-se como um **argumento** uma sequência de **premissas** seguida de uma **conclusão**.
- Dizemos que um argumento á válido quando sua conclusão é uma consequência necessária de suas premissas.

Por exemplo:

– *Sempre que chove, o trânsito fica congestionado.*

– *Está chovendo muito.*

– *Logo, o trânsito está congestionado.*

O argumento é válido, pois é uma consequência necessária de suas premissas.

1 – Lógica Proposicional

1.1 – Introdução:

Princípios (axiomas) da Lógica Proposicional:

- **princípio da <u>não contradição</u>**: Uma proposição não pode ser verdadeira <u>e</u> falsa ao mesmo tempo.
- **princípio do <u>terceiro excluído</u>**: Uma proposição só pode assumir um de dois valores possíveis, ou verdadeiro ou falso, não meio termo (verifica-se sempre um destes casos e nunca um terceiro. Bivalência).
- **princípio da <u>identidade</u>**: Se uma proposição é verdadeira ela é verdadeira e se uma proposição é falsa ela é falsa.

1 – Lógica Proposicional

1.2 – Proposições:

- Entende-se por proposição uma declaração afirmativa a qual se pode associar um valor verdadeiro ou falso, mas não ambos.

  Por exemplo:

  – *O Brasil fica na América. (É uma proposição verdadeira.)*

  – *A lua é de queijo. (É uma proposição falsa.)*

- A proposição é o elemento básico a partir do qual os argumentos são construídos, sendo também o principal objeto de estudo na lógica proposicional.

1 – Lógica Proposicional

1.3 – Sintaxe:

- Os símbolos usados como constantes (**valores-verdade**):
  - *False*, *Falso*, *0*, $\perp$
  - *True*, *Verdadeiro*, *1*, $\top$
- **Conectivos lógicos**, na ordem de precedência:

$\neg$, ~ (no, **negação**):

$\wedge$ (and, **conjunção**):

$\vee$ (or, **disjunção**):

$\oplus$ (Xor, **disjunção exclusiva**):

$\rightarrow$, $\Rightarrow$ (**implicação**, condicional):

$\leftrightarrow$, $\Leftrightarrow$ (**se e somente se**, bicondicional):

Utiliza-se parênteses para uma ordem diferente, por exemplo:

¬p ^ q é diferente de ¬(p ^ q)

1 – Lógica Proposicional

1.3 – Sintaxe:

- Símbolos **proposicionais**:
  - letras minúsculas do alfabeto <u>latino</u>, por exemplo: p, q
- **Fórmulas genéricas**:
  - letras minúsculas do alfabeto <u>grego</u>, por exemplo: α, β

Pronúncia	Minúscula	Maiúscula	Pronúncia	Minúscula	Maiúscula
alfa	α	A	ni	ν	N
beta	β	B	ksi	ξ	Ξ
gama	γ	Γ	omicron	ο	O
delta	δ	Δ	pi	π	Π
épsilon	ε	E	rho	ρ	P
dzeta	ζ	Z	sigma	σ	Σ
eta	η	H	tau	τ	T
teta	θ	Θ	upsilon	υ	Y
iota	ι	I	phi	φ	Φ
capa	κ	K	khi	χ	X
lâmbda	λ	Λ	psi	ψ	Ψ
mi	μ	M	ômega	ω	Ω

1 – Lógica Proposicional

1.3 – Sintaxe:

- A forma $\neg\alpha$ é denominada **negação** da fórmula α, e dizemos que $\neg\alpha$ e α são fórmulas **complementares**.

- A forma $\alpha \wedge \beta$ é denominada **conjunção**.

- A forma $\alpha \vee \beta$ é denominada **disjunção**.

- A forma $\alpha \rightarrow \beta$ é denominada **condicional**, sendo α o seu **antecedente** e β o seu **consequente**.

1 – Lógica Proposicional

1.4 – Formalização de Argumentos:

- Utiliza-se a lógica proposicional para formalizar um argumento escrito originalmente em linguagem natural.

- Deve-se reconhecer as proposições e conectivos que compõem o argumento, de modo que possamos expressá-lo usando **fórmulas bem formadas**.

1 – Lógica Proposicional

1.4 – Formalização de Argumentos:

- Chama-se de **proposição simples (atômica)** aquela que não contêm nenhuma outra proposição como parte integrante de si mesma, por exemplo:
  - *A lâmpada está acesa.*
  - *O Wumpus está na sala.*

- Chama-se de **proposição composta (molecular)** aquela formada pela combinação de duas ou mais proposições, são **fórmulas proposicionais**, por exemplo:
  - *A lâmpada está acesa quando o botão está para cima.*
  - *Se o Wumpus está na sala, então há fedor nas salas vizinhas.*

1 – Lógica Proposicional

1.4 – Formalização de Argumentos:

- Como exemplo, vamos formalizar o seguinte argumento:
  - *(1) Se o time joga bem, ganha o campeonato.*
  - *(2) Se o time não joga bem, o técnico é culpado.*
  - *(3) Se o time ganha o campeonato, torcedores ficam contentes.*
  - *(4) Os torcedores não estão contentes.*
  - *Logo...*

1 – Lógica Proposicional

1.4 – Formalização de Argumentos:

- Como exemplo, vamos formalizar o seguinte argumento:
  - *(1) Se o time joga bem, ganha o campeonato.*
  - *(2) Se o time não joga bem, o técnico é culpado.*
  - *(3) Se o time ganha o campeonato, torcedores ficam contentes.*
  - *(4) Os torcedores não estão contentes.*
  - *Logo, o técnico é culpado!*

1 – Lógica Proposicional

1.4 – Formalização de Argumentos:

- Como exemplo, vamos formalizar o seguinte argumento:
  - *(1) Se o time joga bem, ganha o campeonato.*
  - *(2) Se o time não joga bem, o técnico é culpado.*
  - *(3) Se o time ganha o campeonato, torcedores ficam contentes.*
  - *(4) Os torcedores não estão contentes.*
  - *Logo, o técnico é culpado!*

Associa-se um símbolo proposicional à cada proposição:

p: o time joga bem.

q: o time ganha o campeonato.

r: o técnico é culpado.

s: os torcedores contentes.

PASSO 1

1 – Lógica Proposicional

1.4 – Formalização de Argumentos:

- Como exemplo, vamos formalizar o seguinte argumento:
  - *(1) Se o time joga bem, ganha o campeonato.*
  - *(2) Se o time não joga bem, o técnico é culpado.*
  - *(3) Se o time ganha o campeonato, torcedores ficam contentes.*
  - *(4) Os torcedores não estão contentes.*
  - *Logo, o técnico é culpado!*

Escreve-se as fórmulas correspondentes às sentenças do argumento :

(1) $p \rightarrow q$

(2) $\neg p \rightarrow r$

(3) $q \rightarrow s$

(4) $\neg s$

(5) r

PASSO 2

1 – Lógica Proposicional

1.4 – Formalização de Argumentos:

- Como exemplo, vamos formalizar o seguinte argumento:
  - *(1) Se o time joga bem, ganha o campeonato.*
  - *(2) Se o time não joga bem, o técnico é culpado.*
  - *(3) Se o time ganha o campeonato, torcedores ficam contentes.*
  - *(4) Os torcedores não estão contentes.*
  - *Logo, o técnico é culpado!*

Representa-se o argumento:

$$\{p \rightarrow q,\ \neg p \rightarrow r,\ q \rightarrow s,\ \neg s\} \models r$$

PASSO 3

É a ideia de que uma sentença **decorre logicamente** de outra.

1 – Lógica Proposicional

1.4 – Formalização de Argumentos – Exemplo 1:

(1) Quem é alta e magra, é considerada elegante.

(2) Todas as elegantes são altas e magras.

(3) Aline é elegante.

Logo, ...

1 – Lógica Proposicional

1.4 – Formalização de Argumentos – Exemplo 1:

(1) Quem é alta e magra, é considerada elegante.

(2) Todas as elegantes são altas e magras.

(3) Aline é elegante.

Logo, Aline é alta e magra.

1 – Lógica Proposicional

1.4 – Formalização de Argumentos – Exemplo 1:

(1) Quem é alta e magra, é considerada elegante.

(2) Todas as elegantes são altas e magras.

(3) Aline é elegante.

Logo, Aline é alta e magra.

p: alta.

q: magra.

r: elegante.

1 – Lógica Proposicional

1.4 – Formalização de Argumentos – Exemplo 1:

(1) Quem é alta e magra, é considerada elegante.

(2) Todas as elegantes são altas e magras.

(3) Aline é elegante.

Logo, Aline é alta e magra.

p: alta.

q: magra.

r: elegante.

(1) $(p \wedge q) \rightarrow r$

(2) $r \rightarrow (p \wedge q)$

(3) r

$(p \wedge q)$

ou

(1) $(p \wedge q) \leftrightarrow r$

(2) r

$(p \wedge q)$

1.4 – Formalização de Argumentos – Exemplo 1:

(1) Quem é alta e magra, é considerada elegante.

(2) Todas as elegantes são altas e magras.

(3) Aline é elegante.

Logo, Aline é alta e magra.

p: alta.
q: magra.
r: elegante.

(1) $(p \wedge q) \rightarrow r$
(2) $r \rightarrow (p \wedge q)$
(3) r
$(p \wedge q)$

ou

(1) $(p \wedge q) \leftrightarrow r$
(2) r
$(p \wedge q)$

Representação do argumento: $\{(p \wedge q) \leftrightarrow r, r\} \models (p \wedge q)$

1 – Lógica Proposicional

1.4 – Formalização de Argumentos – Exemplo 2:

(1) Quem é rico, não precisa de empréstimos.

(2) Quem não é rico, pode precisar de empréstimos ou não.

(3) Bia não precisa de empréstimo.

Logo, ...

1 – Lógica Proposicional

1.4 – Formalização de Argumentos – Exemplo 2:

(1) Quem é rico, não precisa de empréstimos.

(2) Quem não é rico, pode precisar de empréstimos ou não.

(3) Bia não precisa de empréstimo.

Logo, Bia pode ser rica ou não.

1 – Lógica Proposicional

1.4 – Formalização de Argumentos – Exemplo 2:

(1) Quem é rico, não precisa de empréstimos.

(2) Quem não é rico, pode precisar de empréstimos ou não.

(3) Bia não precisa de empréstimo.

Logo, Bia pode ser rica ou não.

p: rico.

q: precisa de empréstimo.

1 – Lógica Proposicional

1.4 – Formalização de Argumentos – Exemplo 2:

(1) Quem é rico, não precisa de empréstimos.

(2) Quem não é rico, pode precisar de empréstimos ou não.

(3) Bia não precisa de empréstimo.

Logo, Bia pode ser rica ou não.

p: rico.

q: precisa de empréstimo.

(1) $p \rightarrow \neg q$

(2) $\neg p \rightarrow (q \oplus \neg q)$

(3) $\neg q$

$(p \oplus \neg p)$

1 – Lógica Proposicional

1.4 – Formalização de Argumentos – Exemplo 2:

(1) Quem é rico, não precisa de empréstimos.

(2) Quem não é rico, pode precisar de empréstimos ou não.

(3) Bia não precisa de empréstimo.

Logo, Bia pode ser rica ou não.

p: rico.

q: precisa de empréstimo.

(1) $p \rightarrow \neg q$

(2) $\neg p \rightarrow (q \oplus \neg q)$

(3) $\neg q$

$(p \oplus \neg p)$

Representação do argumento: $\{p \rightarrow \neg q, \neg p \rightarrow (q \oplus \neg q), \neg q\} \models (p \oplus \neg p)$

1 – Lógica Proposicional

1.4 – Formalização de Argumentos – Exemplo 3:

(1) Quem ama a natureza, é certo que ama as plantas e os animais.

(2) Celina ama as plantas.

(3) Cíntia ama os animais e não ama as plantas.

Logo, ...

1 – Lógica Proposicional

1.4 – Formalização de Argumentos – Exemplo 3:

(1) Quem ama a natureza, é certo que ama as plantas e os animais.

(2) Celina ama as plantas.

(3) Címtia ama os animais e não ama as plantas.

Logo, Celina pode amar ou não amar a natureza.

1 – Lógica Proposicional

1.4 – Formalização de Argumentos – Exemplo 3:

(1) Quem ama a natureza, é certo que ama as plantas e os animais.

(2) Celina ama as plantas.

(3) Cíntia ama os animais e não ama as plantas.

Logo, Celina pode amar ou não amar a natureza.

p: amar a natureza.
q: amar as plantas.
r: amar os animais.

1 – Lógica Proposicional

1.4 – Formalização de Argumentos – Exemplo 3:

(1) Quem ama a natureza, é certo que ama as plantas e os animais.

(2) Celina ama as plantas.

(3) Cíntia ama os animais e não ama as plantas.

Logo, Celina pode amar ou não amar a natureza.

p: amar a natureza.
q: amar as plantas.
r: amar os animais.

(1) $p \rightarrow (q \wedge r)$
(2) q
$(p \oplus \neg p)$

1 – Lógica Proposicional

1.4 – Formalização de Argumentos – Exemplo 3:

(1) Quem ama a natureza, é certo que ama as plantas e os animais.

(2) Celina ama as plantas.

(3) Cíntia ama os animais e não ama as plantas.

Logo, Celina pode amar ou não amar a natureza.

p: amar a natureza.

q: amar as plantas.

r: amar os animais.

(1) $p \rightarrow (q \wedge r)$

(2) q

$(p \oplus \neg p)$

Representação do argumento para Celina:

$$\{p \rightarrow (q \wedge r), q\} \models (p \oplus \neg p)$$

1.4 – Formalização de Argumentos – Exemplo 3:

(1) Quem ama a natureza, é certo que ama as plantas e os animais.

(2) Celina ama as plantas.

(3) Cíntia ama os animais e não ama as plantas.

Logo, Cíntia não ama a natureza.

p: amar a natureza.

q: amar as plantas.

r: amar os animais.

(1) $p \rightarrow (q \wedge r)$

(2) $(\neg q \wedge r)$

$\neg p$

1 – Lógica Proposicional

1.4 – Formalização de Argumentos – Exemplo 3:

(1) Quem ama a natureza, é certo que ama as plantas e os animais.

(2) Celina ama as plantas.

(3) Líntia ama os animais e não ama as plantas.

Logo, Líntia não ama a natureza.

p: amar a natureza.

q: amar as plantas.

r: amar os animais.

(1) $p \rightarrow (q \wedge r)$

(2) $(\neg q \wedge r)$

$\neg p$

Representação do argumento para Líntia:

$$\{p \rightarrow (q \wedge r), (\neg q \wedge r)\} \models \neg p$$

1 – Lógica Proposicional

1.4 – Formalização de Argumentos – Exemplo 4:

(1) Quem joga na loteria, pode ficar rico ou desiludido.

(2) Quando se joga na loteria, pode-se ganhar ou perder.

(3) Daniela jogou na loteria.

(4) Dayse ganhou.

Logo, ...

1 – Lógica Proposicional

1.4 – Formalização de Argumentos – Exemplo 4:

(1) Quem joga na loteria, pode ficar rico ou desiludido.

(2) Quando se joga na loteria, pode-se ganhar ou perder.

(3) Daniela jogou na loteria.

(4) Dayse ganhou.

Logo, Daniela é rica ou desiludida, e ganhou ou perdeu.

1 – Lógica Proposicional

1.4 – Formalização de Argumentos – Exemplo 4:

(1) Quem joga na loteria, pode ficar rico ou desiludido.

(2) Quando se joga na loteria, pode-se ganhar ou perder.

(3) Daniela jogou na loteria.

(4) Dayse ganhou.

Logo, Daniela é rica ou desiludida, e ganhou ou perdeu.

p: jogar na loteria

q: rico

r: desiludido

s: ganhar

1.4 – Formalização de Argumentos – Exemplo 4:

(1) Quem joga na loteria, pode ficar rico ou desiludido.

(2) Quando se joga na loteria, pode-se ganhar ou perder.

(3) Daniela jogou na loteria.

(4) Dayse ganhou.

Logo, Daniela é rica ou desiludida, e ganhou ou perdeu.

p: jogar na loteria

q: rico

r: desiludido

s: ganhar

(1) $p \rightarrow (q \vee r)$

(2) $p \rightarrow (s \oplus \neg s)$

(3) p

$(q \vee r) \wedge (s \oplus \neg s)$

1 – Lógica Proposicional

1.4 – Formalização de Argumentos – Exemplo 4:

(1) Quem joga na loteria, pode ficar rico ou desiludido.

(2) Quando se joga na loteria, pode-se ganhar ou perder.

(3) Daniela jogou na loteria.

(4) Dayse ganhou.

Logo, Daniela é rica ou desiludida, e ganhou ou perdeu.

p: jogar na loteria	**(1)** $p \rightarrow (q \vee r)$
q: rico	**(2)** $p \rightarrow (s \oplus \neg s)$
r: desiludido	**(3)** p
s: ganhar	$(q \vee r) \wedge (s \oplus \neg s)$

Representação do argumento para Daniela:

$$\{p \rightarrow (q \vee r),\ p \rightarrow (s \oplus \neg s),\ p\} \models (q \vee r) \wedge (s \oplus \neg s)$$

1 – Lógica Proposicional

1.4 – Formalização de Argumentos – Exemplo 4:

(1) Quem joga na loteria, pode ficar rico ou desiludido.

(2) Quando se joga na loteria, pode-se ganhar ou perder.

(3) Daniela jogou na loteria.

(4) Dayse ganhou.

Logo, Dayse é rica ou desiludida.

p: jogar na loteria	**(1)** $p \rightarrow (q \vee r)$
q: rico	**(2)** $p \rightarrow (s \oplus \neg s)$
r: desiludido	**(3)** s
s: ganhar	$(q \vee r)$

Representação do argumento para Dayse:

$$\{p \rightarrow (q \vee r), p \rightarrow (s \oplus \neg s), s\} \models (q \vee r)$$

1.4 – Formalização de Argumentos – Exemplo 5:

(1) Com frio ou chuva, Elisa fica em casa assistindo TV.

(2) Está chovendo.

(3) Está calor.

Logo, ...

1 – Lógica Proposicional

1.4 – Formalização de Argumentos – Exemplo 5:

(1) Com frio ou chuva, Elisa fica em casa assistindo TV.

(2) Está chovendo.

(3) Está calor.

Logo, Elisa fica em casa assistindo TV.

1 – Lógica Proposicional

1.4 – Formalização de Argumentos – Exemplo 5:

(1) Com frio ou chuva, Elisa fica em casa assistindo TV.

(2) Está chovendo.

(3) Está calor.

Logo, Elisa fica em casa assistindo TV.

p: frio.
q: chuva.
r: ficar em casa.
s: assistir TV.

1.4 – Formalização de Argumentos – Exemplo 5:

(1) Com frio ou chuva, Elisa fica em casa assistindo TV.

(2) Está chovendo.

(3) Está calor.

Logo, Elisa fica em casa assistindo TV.

p: frio.
q: chuva.
r: ficar em casa.
s: assistir TV.

(1) $(p \vee q) \rightarrow (r \wedge s)$
(2) q
(3) $\neg p$
$(r \wedge s)$

1 – Lógica Proposicional

1.4 – Formalização de Argumentos – Exemplo 5:

(1) Com frio ou chuva, Elisa fica em casa assistindo TV.

(2) Está chovendo.

(3) Está calor.

Logo, Elisa fica em casa assistindo TV.

p: frio.
q: chuva.
r: ficar em casa.
s: assistir TV.

(1) $(p \vee q) \rightarrow (r \wedge s)$
(2) q
(3) $\neg p$
$(r \wedge s)$

Representação do argumento: $\{(p \vee q) \rightarrow (r \wedge s), q, \neg p\} \models (r \wedge s)$

Bibliografias

Obrigatórias:

1. RUSSELL, Stuart J; NORVIG, Peter. **Inteligência Artificial.** 2ª ed. Rio de Janeiro: Campus, 2004, Capítulo 7.

Bibliografias

Recomendadas:

1. Tese, Capítulo 3, disponível em http://paginas.fe.up.pt/~lpreis/Tese/Capitulo3.PDF
2. Pereira, Silvio do Lago. Lógica Proposicional, IME, USP, SP.
3. Loureiro, Antonio Alfredo Ferreira. Fundamentos da Lógica Proposicional, UFMG/ICEx/DCC.
4. http://pt.scribd.com/doc/70460341/Exercicios-Logica-Proposicional-1
5. https://rodrigoguedes.wordpress.com/2010/10/08/alfabeto-grego/