

# 1 Débits et lois de conservation

## 1.1 Loi de conservation en cylindrique

Soit un écoulement dont le champ de vitesse s'écrit en coordonnées cylindriques sous la forme  $\vec{v} = v(r)\vec{e}_r$ .

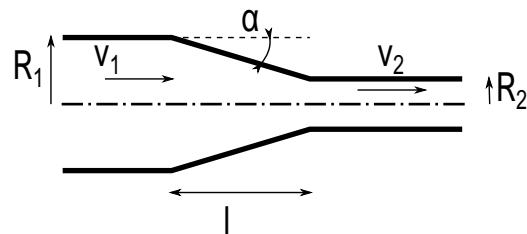
1. Donner l'expression du flux  $\Phi(R)$  qui traverse un cylindre de rayon  $R$ .
2. En déduire une équation locale traduisant la conservation de la masse.
3. Donner l'expression de l'opérateur divergence pour cette géométrie

## 1.2 Loi de conservation en sphérique

C'est le petit frère de l'exercice précédent. Soit un écoulement dont le champ de vitesse s'écrit en coordonnées **sphériques** sous la forme  $\vec{v} = v(r)\vec{e}_r$ . Mêmes questions que pour l'exercice 1.1.

## 1.3 Accélération d'un fluide dans une tuyère

On veut accélérer la circulation d'un fluide parfait dans une tuyère (voir schéma) de telle sorte que la vitesse soit multipliée par 4 en sortie.



1. Calculer le rapport  $\frac{R_1}{R_2}$  nécessaire
2. En déduire  $l$  la longueur de la section intermédiaire. A.N:  $R_1 = 50 \text{ mm}$ ,  $\alpha = 15^\circ$ .

## 1.4 Calcul de débit

Soit un écoulement d'eau dans un tuyau cylindrique de rayon  $R$  et d'axe  $\mathbf{z}$ . On admet que le champ de vitesse dans le référentiel du tuyau s'écrit en coordonnées cylindrique:  $\vec{v} = v_0(1 - \frac{r^2}{R^2})\vec{u}_z$  avec  $v_0 \geq 0$ .

1. Représenter le profil sur une section;
2. Calculer le débit volumique d'eau à travers une section;
3. Définir et exprimer la vitesse moyenne débitante sur une section

BONUS Quel sens donner à la valeur du champ de vitesse en  $r = R$  ?

## 1.5 Courir sous la pluie

Il pleut. Un Homme, assimilé à un parallélépipède rectangle  $h \times L \times l$  se déplace à la vitesse (supposée constante)  $\vec{v} = v\vec{u}_x$  pour parcourir une distance  $d$ .  $\vec{u}_x$  est un vecteur unitaire horizontal dans le trièdre cartésien attaché au sol. On modélisera la pluie par un écoulement de champ de vitesse  $\vec{U} = -U\vec{u}_z$ .

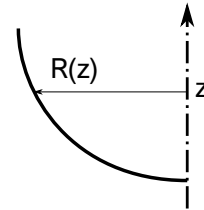
1. Quelle masse d'eau est reçue pendant le trajet? Faut-il mieux courir ou marcher sous la pluie?
2. Il vente. Le champ de vitesse de la pluie a une composante supplémentaire  $v_p\vec{u}_x$ . Mêmes questions. Discuter selon la valeur de  $v_p$ .

## 1.6 Vidange d'un bol

Soit un bol dont le rayon varie avec la profondeur  $z$  selon:  $R(z) = R_0 z^n$

On perce un trou de surface  $S$  au fond du bol.

1. Relier la variation du niveau d'eau  $\frac{dh}{dt}$  avec la vitesse de l'écoulement au niveau du trou.
2. On suppose  $S \ll R_0^2$ . Comparer  $\frac{dh}{dt}$  et la vitesse en sortie
3. On suppose que en sortie, la vitesse de l'écoulement est celle obtenue au moment de l'impact avec le sol lors d'une chute libre avec une vitesse initiale  $\frac{dh}{dt}$ . En déduire une équation différentielle sur  $h$ . Donner le temps de vidange.
4. Quel exposant  $n$  choisir pour mesurer l'écoulement du temps avec ce bol?



## 1.7 West-Brown-Enquist model 🐘

A la fin des années 90, Geoffrey West et ses collaborateurs James Brown et Brian Enquist ont publié une série d'articles où ils décrivent différents aspects relatifs à la physiologie chez les organismes vivants. Notamment, ils proposent une loi d'échelle pour relier le métabolisme de base  $B$  à la masse de l'organisme  $M$ .  $B \propto M^{3/4}$ . Cet exposant peut être dérivé à partir d'un modèle simple pour décrire la structure du réseau sanguin chez les mammifères. On se propose d'étudier de manière simplifiée ce modèle.

Le réseau sanguin est constitué de vaisseaux circulaire et a une structure ramifiée. A chaque étage de ramification  $k$ , les vaisseaux ont une longueur  $l_k$ , un rayon  $r_k$ . La vitesse débitante est  $u_k$  et il y a  $N_k$  vaisseaux. On note  $Q_k$  le débit volumique dans un vaisseau de l'étage  $k$ . Les taux de ramification, facteur d'échelle pour le rayon et facteur d'échelle pour les longueurs sont constants  $n = \frac{N_{k+1}}{N_k}$ ,  $\beta = \frac{r_{k+1}}{r_k}$ ,  $\gamma = \frac{l_{k+1}}{l_k}$

1. Donner une relation entre  $Q_{k+1}$  et  $Q_k$ . En déduire l'expression de  $\beta$  en fonction de  $n$ . Relier  $Q_0$  et  $Q_k$ .
2. Il y a  $N$  étages de ramification, après quoi les vaisseaux deviennent des capillaires, indicés par  $c$ . Donner le nombre de capillaires  $N_c$ .
3. On suppose tout les vaisseaux remplis de sang. Donner le volume  $V_b$  de liquide dans le système en fonction de  $\beta, \gamma, n, V_c$ . Où  $V_c$  est le volume de sang dans un vaisseau à l'étage  $c$ .

## 2 Hydrostatique

### 2.1 Ballon sonde

Soit un ballon sonde (de météorologue par exemple) dans l'atmosphère. La masse du ballon est notée  $M$  et celle de l'ensemble des instruments transportés  $m$ . On suppose que le ballon a une forme sphérique, de rayon  $R$ . On considère que le gradient de température dans l'atmosphère est constant, c'est-à-dire que la température dépend de l'altitude selon:  $T(z) = T_0(1 - \alpha z)$ . On fait l'hypothèse que l'atmosphère est un gaz parfait de masse molaire  $M_a$ .

1. Montrer que la pression atmosphérique  $P$  est donnée par la loi  $P(z) = P_0(1 - \alpha z)^\beta$ . Exprimer  $\beta$  en fonction des données du problème et de deux constantes physiques.

2. En déduire l'expression de la masse volumique  $\rho$  de l'atmosphère en fonction de l'altitude  $z$ .

Le ballon est gonflé à la pression  $P_H$  avec de l'hélium (de masse molaire  $M_H$ ).

1. Donner la norme de la poussée d'Archimède en fonction de  $z$ .
2. Donner la masse maximale  $m_{\max,h}$  d'instruments pouvant être embarqués pour atteindre l'altitude  $h$ .
3. Donner la masse maximale  $m_{\max,0}$  permettant le décollage.
4. A.N: Calculer ces deux masses.

## 2.2 Détermination de la masse volumique d'un liquide

Voici une méthode pour mesurer la masse volumique  $\rho$  d'un fluide. Soit un tube en U, où est suspendue dans une extrémité une masse  $M$  à un ressort. L'autre extrémité est laissée ouverte, de telle sorte que la pression est équilibrée avec la pression atmosphérique  $p_{\text{atm}}$ . Le ressort a une raideur  $k$  et une longueur à vide  $l_0$ . La masse oscille sans frottement dans le tube.

1. Donner l'état du ressort à l'équilibre en l'absence de fluide dans le tube.
2. On ajoute maintenant le fluide. On note  $O$  le point qui correspond à la masse du ressort. Déterminer la pression  $p$  au point  $O$  à l'équilibre.
3. En déduire la masse volumique du fluide.

## 2.3 Iceberg

Un iceberg de masse volumique  $\rho = 920 \text{ kg/m}^3$  flotte sur l'océan (de masse volumique  $\rho_w = 1020 \text{ kg/m}^3$ ). Quelle fraction de son volume est sous l'eau?

Réponse: 90%

# 3 Écoulements visqueux

## 3.1 Écoulement de Couette oscillant

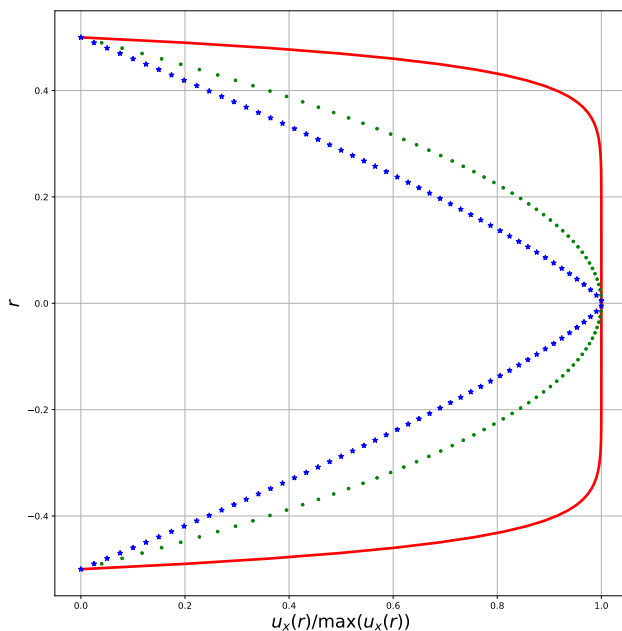
Soit un fluide newtonien confiné entre deux plaques horizontales parallèles et infiniment longues, d'écartement  $h$ . La plaque inférieure est immobile, tandis que la plaque supérieure est entraînée en translation dans la direction  $\vec{e}_x$  (horizontale). La direction horizontale est repérée par  $\vec{e}_x$ . L'écoulement est incompressible.

1. On cherche un champ de vitesse de la forme  $\vec{v} = v(x, z, t)\vec{e}_x$ . Montrer que  $v$  ne dépend pas de la direction horizontale  $x$ .
2. Dessiner le volume de fluide compris entre  $x$  et  $x + dx$  sur la direction horizontale et  $z$  et  $z + dz$  pour la direction verticale.
3. Exprimer: l'accélération du volume de fluide dans le référentiel lié à la plaque immobile, ainsi que la résultante des forces de viscosité subies par le volume de fluide. En déduire une équation aux dérivées partielles pour le champ de vitesses.
4. La plaque supérieure se déplace à une vitesse constante  $V_0$ . En régime permanent, déterminer le champ de vitesse. On précisera un temps caractéristique du régime transitoire.
5. On suppose maintenant que le forçage est périodique, i.e  $\bar{V}_0 = V_0 e^{j\Omega t}$ . A partir de l'équation obtenue en 3, obtenir une équation pour  $\bar{v}(z)$ , la transformée de fourier en temps du champ de vitesse dans le fluide.
6. Les plaques sont espacées de telle sorte que  $h \gg 1$ . La condition de non-glissement s'exprime désormais en  $z = -\infty$ . Résoudre le champ de vitesse du fluide et le représenter.

### 3.2 Écoulement de Poiseuille pour un fluide non-Newtonien

On cherche à étudier ici l'écoulement d'un fluide non-Newtonien visqueux dans une conduite horizontale. On considère un tube horizontal, d'axe  $\vec{u}_x$ , de rayon  $R$  rempli d'un liquide dont la contrainte visqueuse s'écrit:  $dF = K(\frac{dv_x}{dr})^n dS \vec{u}_x$ .  $n$  est appelé l'indice de non-linéarité du fluide et  $n$  est un réel positif. L'écoulement est supposé stationnaire et incompressible. On impose une différence de pression  $\Delta P > 0$  entre les deux embouchures de la conduite.

1. Donner la dimension du coefficient  $K$  pour que  $dF$  ait la dimension d'une force.
2. Quelles conditions aux limites l'écoulement doit vérifier sur les parois de la conduite? La force de pesanteur étant négligée, on cherche un champ de vitesse sous la forme  $\vec{v} = v_x(x, r)\vec{u}_x$ . Montrer que  $v_x$  ne dépend pas de  $x$ .
3. Soit une particule de fluide située entre  $r$  et  $r + dr$ . Exprimer son accélération. Exprimer le principe fondamental de la dynamique appliqué sur cette particule.
4. En déduire que  $\frac{dv_x}{dr} \propto (\frac{dP}{dx})^{1/n}$ .
5. Montrer que  $(\frac{dP}{dx})$  est constant selon  $x$ . En déduire le profil du champ de vitesse.
6. Associer, pour la figure ci-contre, chaque courbe à un des cas suivants:  $n = 1$ ,  $n < 1$ ,  $n > 1$ .
7. Calculer la résistance hydraulique associée. Comparer au cas Newtonien.



## 4 Loi de Bernoulli, bilans

### 4.1 Reconversion

Après vos études d'ingénieurs, vous choisissez de refermer cette parenthèse scientifique et de vous reconverter dans les métiers du soin. Infirmier-ière fraîchement sorti-e de l'école, vous voici face à votre première piqûre seul-e. Et la mécanique des fluides vous rattrape. Vous avez entre vos mains une seringue de rayon  $R = 1$  cm et une aiguille de diamètre intérieur  $r = 1$  mm., L'aiguille comme la seringue a une longueur de 8 cm. Dans la seringue, le liquide à injecter est de densité 1 et a une viscosité de  $\eta = 3.10^{-3}$  Pa.s. Vous injectez finalement 1 mL de solution en 10 s. La pression du sang dans l'artère est de 1.016 bar. Quelle force devez-vous appliquer sur le piston de la seringue pour faire l'injection?

## 4.2 En vacances

Un vacancier souhaite boire avec une paille un jus de fruits. La paille est de rayon  $r$ , de longueur  $l$  et est posée verticalement dans le verre. Le contenant est de rayon  $R$  et est rempli à la hauteur  $h_0$  de liquide. Le vacancier place sa bouche à une hauteur  $z$  du sol. Quelle est la dépression  $\Delta P$  que doit appliquer le vacancier pour faire remonter le jus jusqu'à sa bouche?

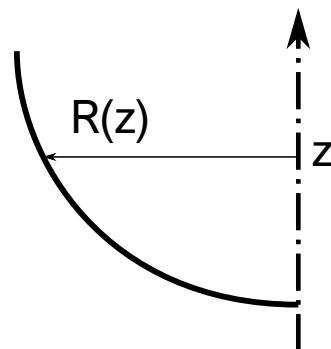
## 4.3 Clepsydre

Soit un cylindre de rayon  $R$ , où l'on a percé un trou circulaire de surface  $S$  au fond. On le remplit jusqu'à une hauteur  $h_0$  d'eau, que l'on supposera être un liquide non visqueux, homogène et en écoulement incompressible. On souhaite étudier l'intérêt de ce dispositif pour mesurer l'écoulement du temps.

1. Relier la variation du niveau d'eau  $\frac{dh}{dt}$  avec la vitesse de l'écoulement au niveau du trou.
2. On laisse l'eau s'écouler. Au bout d'un temps  $t$ , on relève le niveau d'eau. En utilisant la loi de Bernoulli, donner la valeur  $h(t)$  du niveau d'eau.
3. Est-ce que ce dispositif est le plus pratique pour mesurer l'écoulement du temps?

Nous allons chercher une forme de bol telle que la variation du niveau d'eau  $\frac{dh}{dt}$  soit constante. Considérons un bol dont le rayon varie avec l'altitude  $z$  selon:  $R(z) = R_0 z^n$  (voir schéma ci-contre).

1. Exprimer la vitesse de l'écoulement en sortie en fonction de  $\frac{dh}{dt}$ . En déduire une équation différentielle sur  $h$ . Donner le temps de vidange.
2. Quel exposant  $n$  choisir pour mesurer efficacement l'écoulement du temps avec ce bol?



## 4.4 Taille d'un jet d'eau

On place un robinet à une hauteur  $h$  et on laisse écouler de l'eau de celui-ci. L'écoulement est supposé non visqueux, homogène et incompressible. Le débit en sortie du robinet est constant. On choisit un repère placé à l'origine de la sortie du robinet dont l'axe vertical  $z$  est orienté vers le bas.

1. À l'aide de la loi de Bernoulli, donner la valeur de la vitesse de l'écoulement à la cote  $z$ .
2. En déduire le rayon du filament d'eau  $R(z)$  à la cote  $z$ . (On suppose que la forme du filament reste invariante par rotation autour de l'axe  $z$  au cours de l'écoulement).
3. On ne laisse passer qu'un tout petit débit  $Q \approx 10^{-9} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$  dans un robinet à  $\approx 1 \text{ m}$  du sol. Discuter de la validité du profil  $R(z)$  calculé précédemment.

## 4.5 Ressaut hydraulique

On ouvre un robinet et on place une plaque en verre sans rugosités sous celui-ci. Le jet d'eau percute la surface avec une vitesse  $v_0$  et un rayon  $R_0$ .

## 4.6 Puit canadien [Adapté de CCP 2013 PSI]

Un puit canadien est un système de chauffage passif utilisé pour préchauffer des habitations. On considère un tuyau horizontal enfou sous terre à une profondeur  $h = 2.0 \text{ m}$ . À l'intérieur de ce tuyau, l'air considéré comme un gaz parfait incompressible de capacité thermique massique  $C_p$  est en écoulement permanent. Il rentre dans ce tuyau à la température  $T_{ext}$ . On considère que le sol est à la température  $T_{sol}$ .

1. Écrire le premier principe pour un système ouvert et donner la signification de chaque terme. Faire apparaître le débit massique  $D_m$ .
2. On considère une portion  $dx$  de tuyau selon l'axe de la conduite. Cette portion reçoit une puissance thermique dont l'expression est

$$\Omega P_{th} = \alpha dx (T_{sol} - T(x))$$

Quel symbole choisir entre  $d$  et  $\delta$  pour remplacer  $\Omega$ ? Donner la dimension de  $\alpha$ .

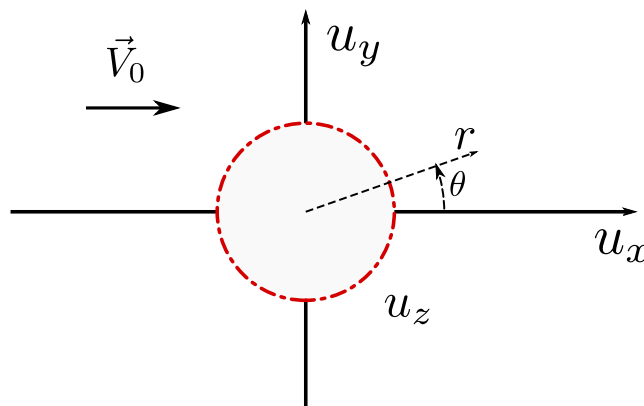
3. Déterminer à partir du premier principe en système ouvert une équation différentielle pour  $T(x)$ . Introduire une échelle de longueur  $l_0$ .
4. Résoudre cette équation différentielle. Établir l'expression de la longueur  $L$  de la conduite nécessaire à l'obtention d'une température en sortie (i.e dans la maison) égale à  $\beta T_{sol}$  où  $\beta < 1$ . De dire de: a) l'effet du débit sur la température atteinte en sortie? b) l'effet du rayon de la conduite (à débit constant)?

#### 4.7 Écoulement autour d'un cylindre [Mines-Ponts PC 2017]

Soit un cylindre immobile de rayon  $R$ . On considère un écoulement incompressible d'un fluide parfait projeté sur le cylindre. Loin du cylindre, le champ de vitesse est de la forme  $\vec{V} = V_0 \vec{u}_x$ . On donne la forme du champ de vitesse du fluide:

$$v_r = \left(-\frac{A}{r^2} + V_0\right) \cos \theta$$

$$v_\theta = -\left(\frac{A}{r^2} + V_0\right) \sin \theta,$$



où  $A$  est un paramètre.

1. Déterminer l'expression de  $A$ .
2. Vérifier la validité du champ de vitesses loin du cylindre.
3. Tracer les lignes de courant autour du cylindre.
4. Déterminer le champ de pression  $P(R, \theta)$  à la **surface du cylindre** et calculer la résultante des forces de pression projetées sur l'axe  $x$  sur le cylindre. Commentaire ?
5. On suppose maintenant que le cylindre est en rotation autour de son axe à la vitesse angulaire  $\vec{\omega} = -\omega \vec{u}_z$ . Le champ de vitesse est modifié et s'écrit sous la forme:

$$v_r = \left(-\frac{A}{r^2} + V_0\right) \cos \theta$$

$$v_\theta = -\left(\frac{A}{r^2} + V_0\right) \sin \theta + \Gamma/(2\pi r),$$

Donner l'expression de  $\Gamma$ .

6. Discuter l'existence de points où la vitesse de l'écoulement est nulle (points d'arrêts) en fonction de  $\Gamma$ . Faire un schéma avec leur localisation.
7. Déterminer le champ de pression à la surface du cylindre.
8. Sans calcul, que dire de la résultante des forces de pression selon l'axe  $x$ . Et l'axe  $y$ ?

#### 4.8 Le tourniquet hydraulique

Soit un tourniquet constitué de deux bras de longueur  $a$  dont les extrémités sont recourbées. L'eau arrive par un conduit placé dans l'axe avec un débit massique  $D_m$  et est éjectée avec la vitesse  $u$  dans le référentiel du tourniquet. On note  $\omega$  la vitesse de rotation du tourniquet. Initialement, le tourniquet est immobile.

1. Définir le système fermé approprié pour l'étude du tourniquet ici. On notera  $J_\Delta$  son moment d'inertie par rapport à l'axe de rotation.
2. On négligera les frottements. Donner l'équation différentielle sur  $\omega(t)$ . Donner l'évolution de  $\omega(t)$ .
3. En pratique, il y a des frottements solides au niveau de la liaison pivot. Rappeler les lois du frottement solide. Si  $\mu$  est le coefficient de frottement, déterminer le débit  $D_m$  minimal pour initier le mouvement.

*Elements de réponse*

1. Equation du mouvement:  $J_\Delta = \frac{d\omega}{dt} = D_m a(u - a\omega)$ .
2.  $\omega(t) = u/a(1 - \exp(-t/\tau))$ , où  $\tau = \frac{J_\Delta}{D_m a^2}$ .

#### 4.9 Tuyère calorifugée

On considère une tuyère, c'est-à-dire une conduite de section variable, dans laquelle un gaz se détend tout en accélérant. Soit un gaz parfait en écoulement dans une tuyère calorifugée. La vitesse d'entrée du fluide est supposée négligeable devant la vitesse de sortie. On indicera les grandeurs d'entrée par 0.

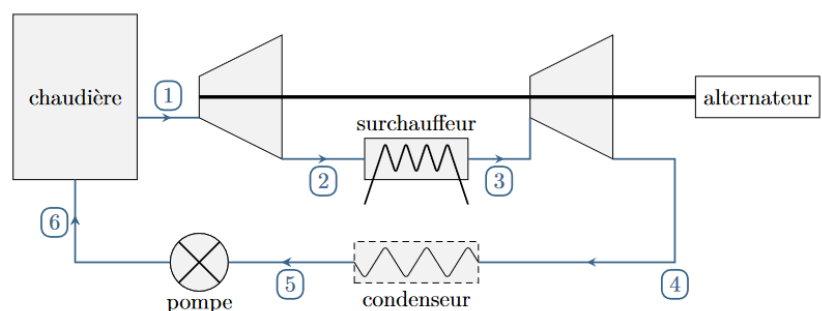
1. Montrer que  $h(x) + 1/2v(x)^2 = \text{Cste}$ , avec  $h$  l'enthalpie massique du gaz,  $v$  la vitesse de l'écoulement.
2. En déduire que  $v(x) = \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \left( \frac{P_0}{\rho_0} - \frac{P(x)}{\rho(x)} \right)}$  avec  $\gamma$  le coefficient isentropique du gaz.
3. Dans l'hypothèse d'un écoulement isentropique, en déduire le profil des vitesses:

$$v(x) = \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \frac{P_0}{\rho_0} \left( 1 - \left( \frac{P(x)}{P_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right)}, \quad (1)$$

C'est la loi dite de Barré de Saint-Venant

#### 4.10 Cycle de Hirn

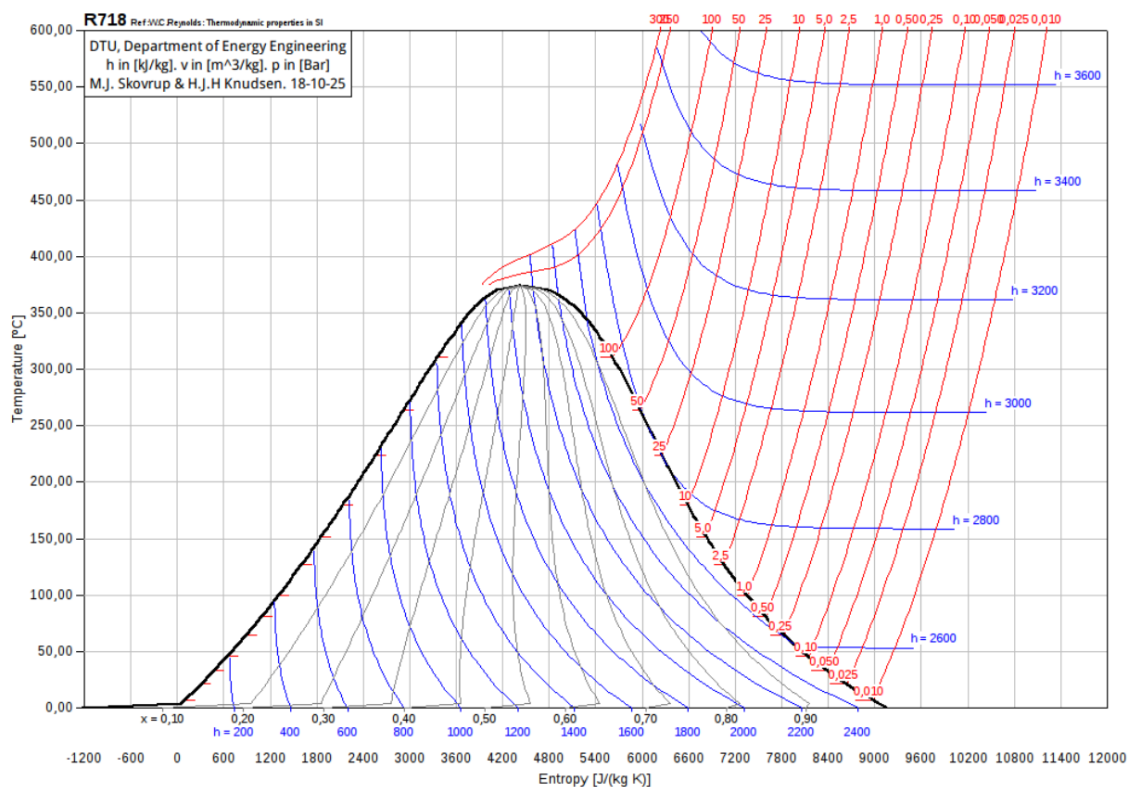
On s'intéresse à l'installation ci-contre qui est un modèle pour une centrale thermique à gaz ou charbon. Le fluide considéré est de l'eau, qui suit un cycle dit de Hirn avec resurchauffe.



L'eau est chauffé par la chaudière thermique. En sortie (**état 1**), on a un débit de la vapeur d'eau à 550°C

et 100 baz. Cette vapeur suit une détente adiabatique réversible dans une première turbine à haute pression, d'où elle sort à la pression de 10 baz (**état 2**). Un surchauffeur isobare, lui aussi relié à la chaudière, ramène la vapeur à la température initiale (**état 3**). La vapeur passe dans la seconde turbine à basse pression où elle subit une détente adiabatique réversible. Il en sort de l'eau à la température de 40 °C (**état 4**). Cette eau parcourt ensuite un condenseur d'où elle sort à l'état de liquide juste saturant (**état 5**), puis elle est pompée de manière adiabatique réversible (**état 6**) et renvoyée en entrée du cycle où elle subit un échauffement isobare. Les turbines sont reliées par leurs arbres.

1. Tracer le cycle parcouru par l'eau dans le diagramme entropique ci-joint. Pourquoi les points 5 et 6 sont-ils confondus? Commenter le sens de parcours du cycle.
2. Donner la température de l'eau dans l'état 2 et l'état de l'eau dans l'état 4.
3. Déterminer les enthalpies massiques de l'eau aux six points du cycle. Interpréter le fait que  $h_5 = h_6$ .
4. On considère que l'alternateur a un rendement électromécanique de 90%, déterminer le débit à imposer pour obtenir une puissance électrique de 400 MW.
5. Quelle est la quantité de chaleur massique dépensée au surchauffeur?
6. Calculer le rendement thermodynamique de l'installation.



Source: Etienne Thibierge - Lycée Blaise Pascal

## 5 Autres

### 5.1 Euler ou Lagrange?

Quelle description adopter dans les cas suivants?

1. Une feuille qui se déplace à la surface d'un ruisseau;
2. La dynamique d'une tâche de colorant;



3. Le trafic routier à un péage;
4. Bilan sur un système ouvert (Surface fermée  $S$  appelée surface de contrôle);
5. Bilan sur un système fermé;

## 5.2 Incinérateur de déchets [Adapté de Mines-Pont PSI II - 2011]

On étudie ici un dispositif de traitement de déchets ménages par incinération. Seront considérés successivement, le dispositif d'acheminement des déchets dans le four et l'étude du four de combustion.

**Dispositif d'acheminement** Cette partie consiste en un tapis roulant horizontal, animé à la vitesse  $\vec{v} = v\vec{e}_x$ . Les déchets verticalement par l'extrémité gauche du tapis et sont acheminés jusqu'à l'extrémité droite du tapis qui correspond à l'entrée du four. On suppose que l'écoulement des déchets est en régime permanent.

1. Le dispositif doit incinérer 25 tonnes de déchets par jour en fonctionnant en continu. Donner le débit massique moyen  $D_m$  d'arrivée des déchets sur le tapis en unités S.I.
2. On note  $F = \vec{F} \cdot \vec{e}_x$  la composante selon l'axe  $x$  de l'action des déchets sur le tapis. En effectuant un bilan de quantité de mouvement en projection sur l'axe  $x$ , déterminer  $F$  en fonction de  $D_m$  et  $v$ . Dans un premier temps, on pourra présenter le volume de contrôle choisi.

**Thermodynamique du four d'incinération** Pour fonctionner correctement, la température du four ne doit pas excéder  $T_M = 900^\circ\text{C}$ . Un capteur mesure la température à l'intérieur du four  $T_s(t)$ . Si cette valeur dépasse  $T_M$  le système de refroidissement est déclenché : De l'eau est injectée avec un débit  $D_w = 0.5\text{kg.s}^{-1}$ . L'injection est coupée lorsque  $T_s$  atteint  $T_{min} = 850^\circ\text{C}$ . L'eau entre dans le four sous forme liquide à la température  $T_{ext} = 25^\circ\text{C}$  et subit 3 transformations.

1. Un échauffement isobare de  $T_{ext}$  à  $100^\circ\text{C}$ ;
2. Une vaporisation isotherme et isobare à  $100^\circ\text{C}$ ;
3. Un échauffement isobare de la vapeur de  $100^\circ\text{C}$  à  $T_s$ .

L'enthalpie de vaporisation de l'eau est notée  $L_{vap} = 2.2610^6\text{J.kg}^{-1}$ . Les capacités thermiques à pression constantes de l'eau liquide et de la vapeur d'eau ont respectivement pour valeurs  $c_{eau} = 4200\text{J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$  et  $c_{vapeur} = 2300\text{J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$

1. Evaluer la variation d'enthalpie massique pour ces trois transformations en supposant  $T_s = T_M$ . En déduire la valeur de  $\mathcal{P}_{ref}$ , la valeur de la puissance apportée par l'eau. Commenter le signe de cette grandeur.
2. Calculer la durée de la phase de refroidissement. On note  $C_0 = 2510^5\text{J.K}^{-1}$  la capacité thermique du four.

### Elements de réponse

1.  $F = D_m v$ ; on considère les déchets contenus sur le tapis, auxquels on ajoute à  $t$  une masse  $\delta m = D_m \delta t$  qui correspond aux déchets entrants. A  $t + \delta t$ , on ajoute la masse qui quitte le tapis. D'où  $\delta \vec{P} = \vec{P}_f(t + \delta t) - \vec{P}_f(t) + \delta m \vec{v}$ . On est en R.P d'où etc...
2.  $\Delta h = c_{eau}(T^* - T_{ext}) + L_{vap} + c_{vap}(T_M - T^*)$  où  $T^*$  est la température de changement d'état. AN.  $\Delta h = 4.4210^6\text{J.kg}^{-1}$ . Et  $\mathcal{P}_{ref} = 2.2110^6\text{W}$ .
3.  $\Delta t = C_0 \frac{T_M - T_{min}}{\mathcal{P}_{ref}} = 57\text{ s}$ .

### 5.3 Le frisbee 🦶🦶🦶

On lâche un frisbee d'une hauteur  $h$  très petite (devant la taille caractéristique du frisbee, son diamètre). Déterminer la dynamique de chute de l'objet.

*Indice:*  $h$  est vraiment tout petit, introduire un paramètre  $\epsilon = \frac{h}{\bullet} \ll 1$

### 5.4 Quelques Reynolds

Estimer le nombre de Reynolds pour:

- Un avion airbus
- Une bactérie
- Une balle de tennis lors d'un service de Roger Federer
- Un pingouin dans l'eau
- Un colibri