S.S.D. ING-IND/15

Disegno e Metodi dell’Ingegneria Industriale

PROTOTIPAZIONE VIRTUALE

Analisi strutturale in ambiente virtuale

Giuseppe Di Gironimo

University of Naples Federico II

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA INDUSTRIALE

Fraunhofer Joint-Lab

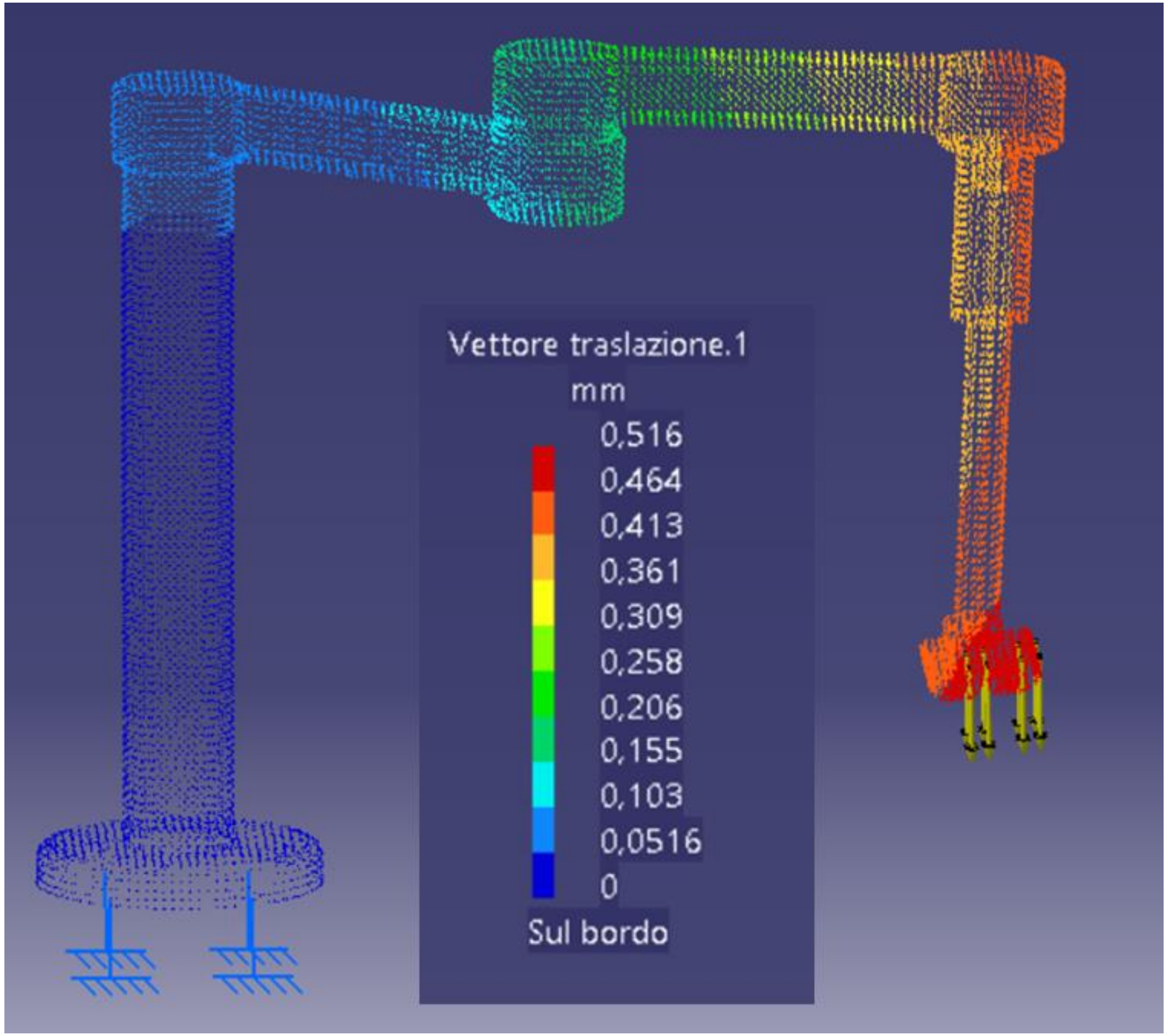
ideas

INTERACTIVE DESIGN AND ERGONOMICS APPLICATIONS IN VIRTUAL REALITY

ideainvr

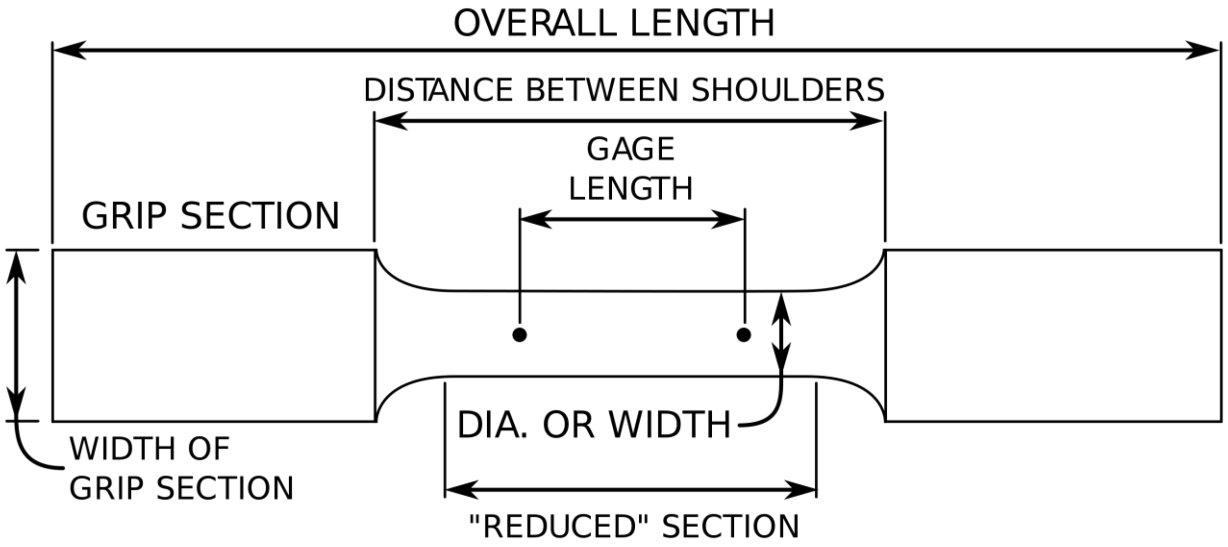
Introduction

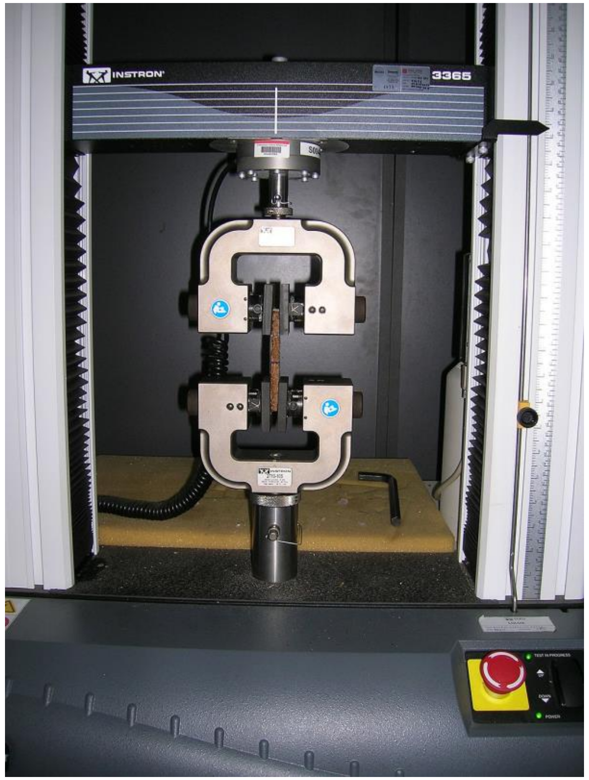
- Structural Analysis deals essentially with the determination of stress and displacement distributions under prescribed loads, temperatures and constraints, both under static and dynamic conditions.

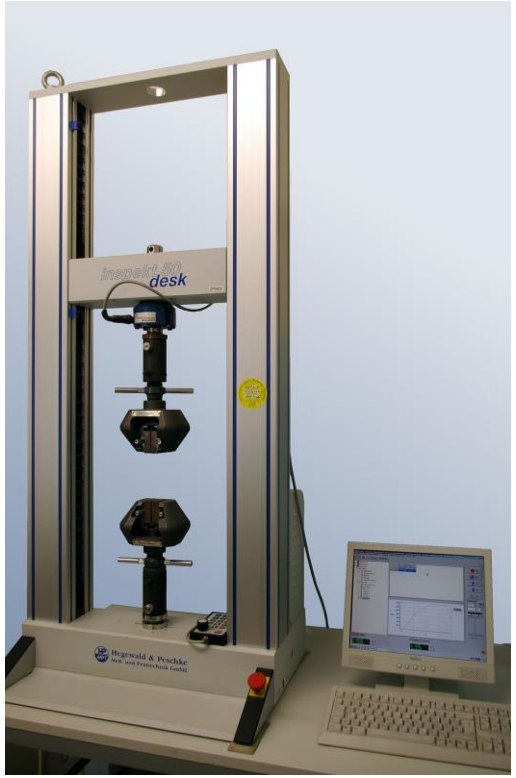


Tensile testing

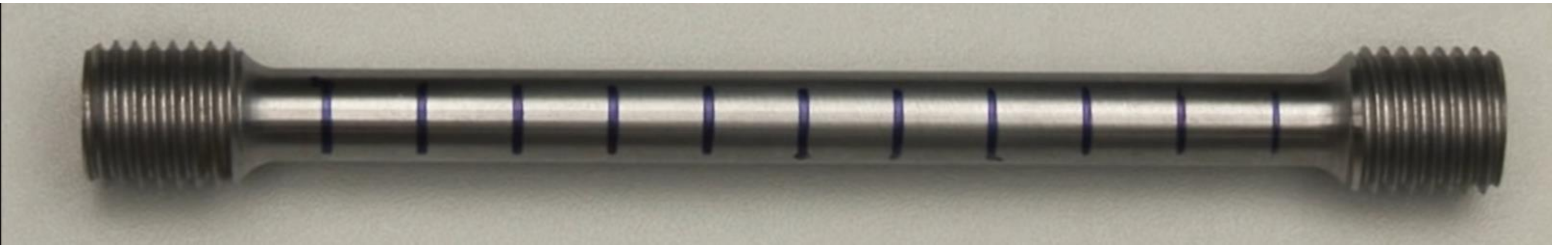
bisogna usare un provino del materiale di una certa lunghezza, con delle parti terminali più grandi usate per afferrare il materiale (più grande per ottenere una rottura centrale e non in corrispondenza delle zone di afferraggio)

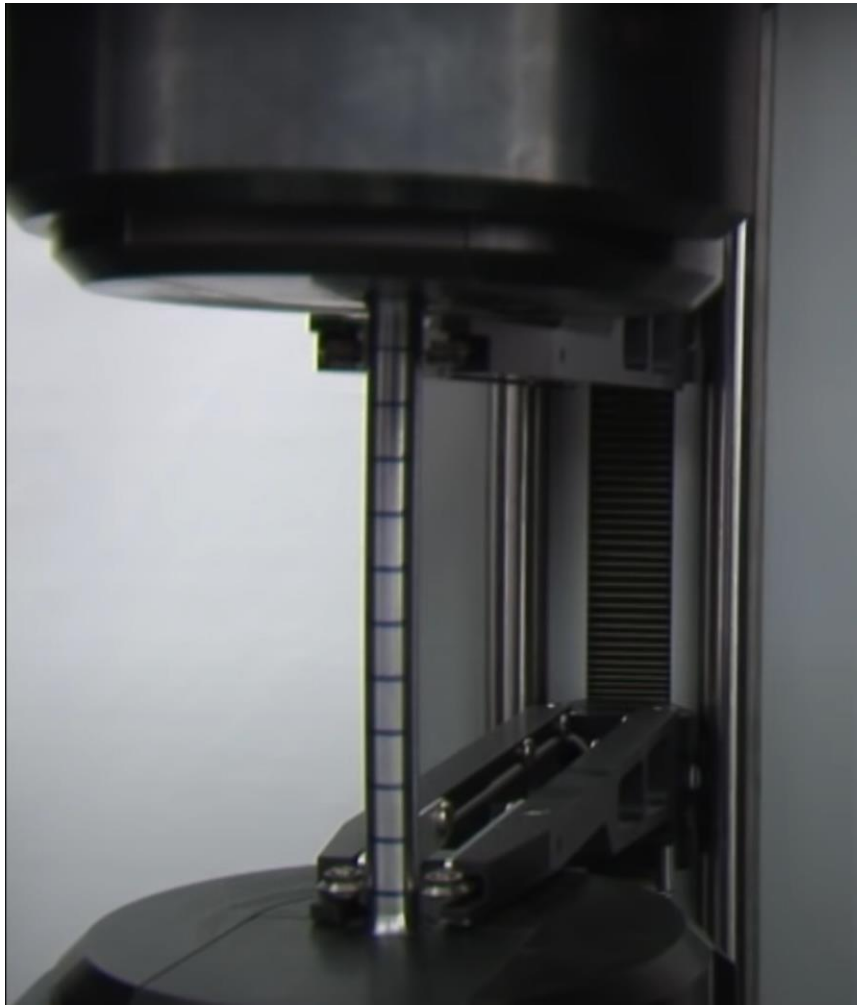




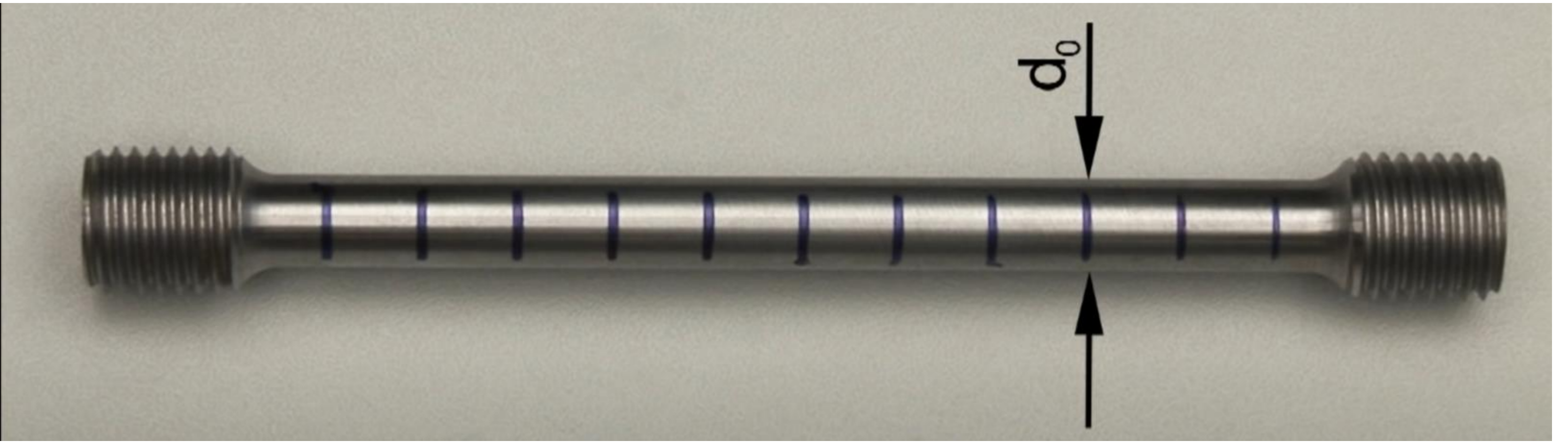


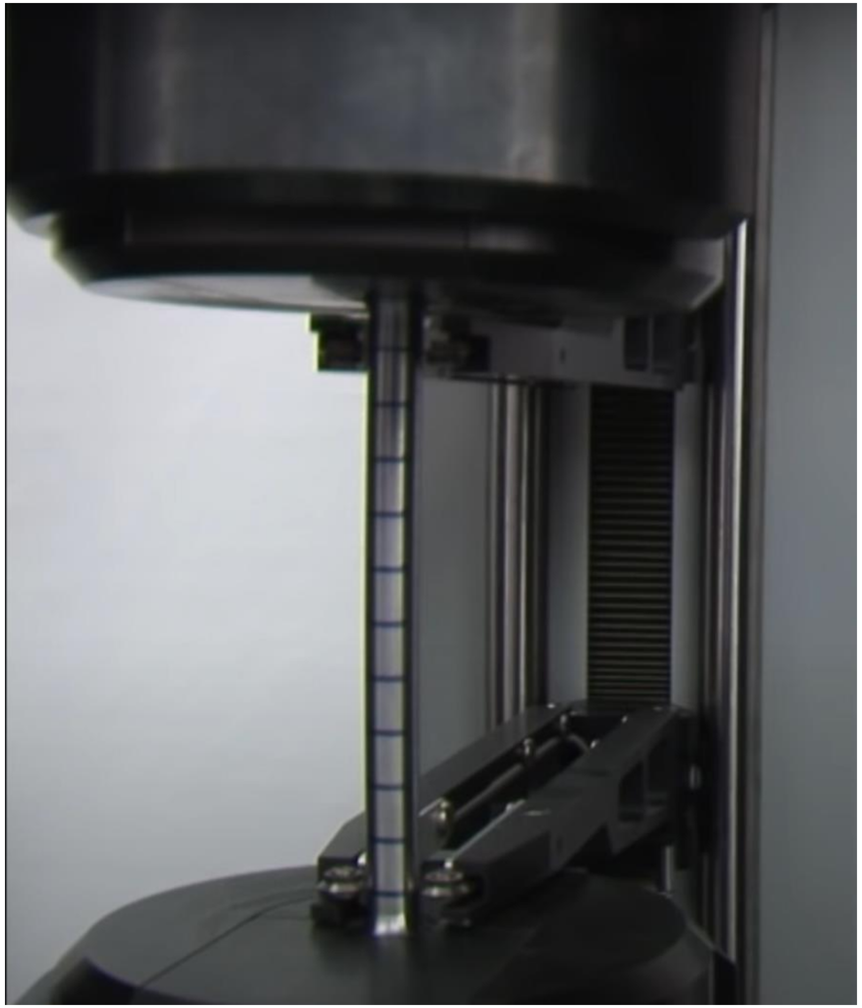
Tensile testing





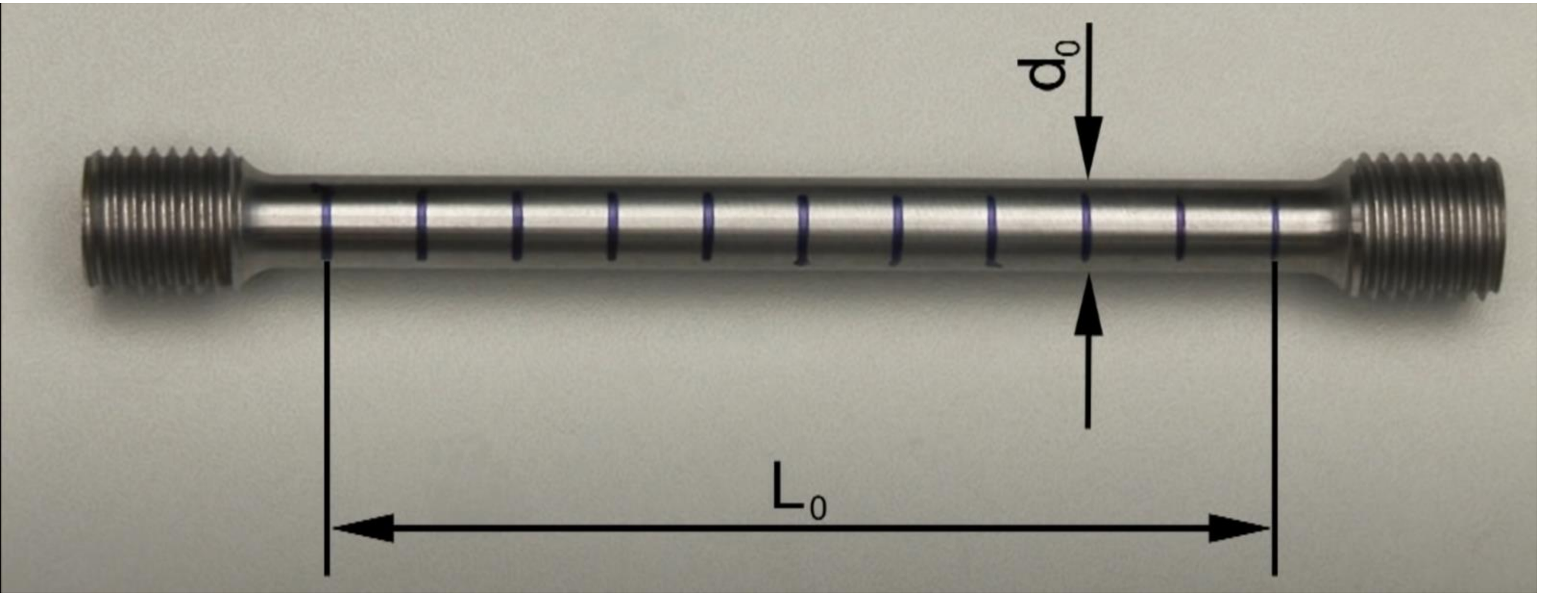
Tensile testing

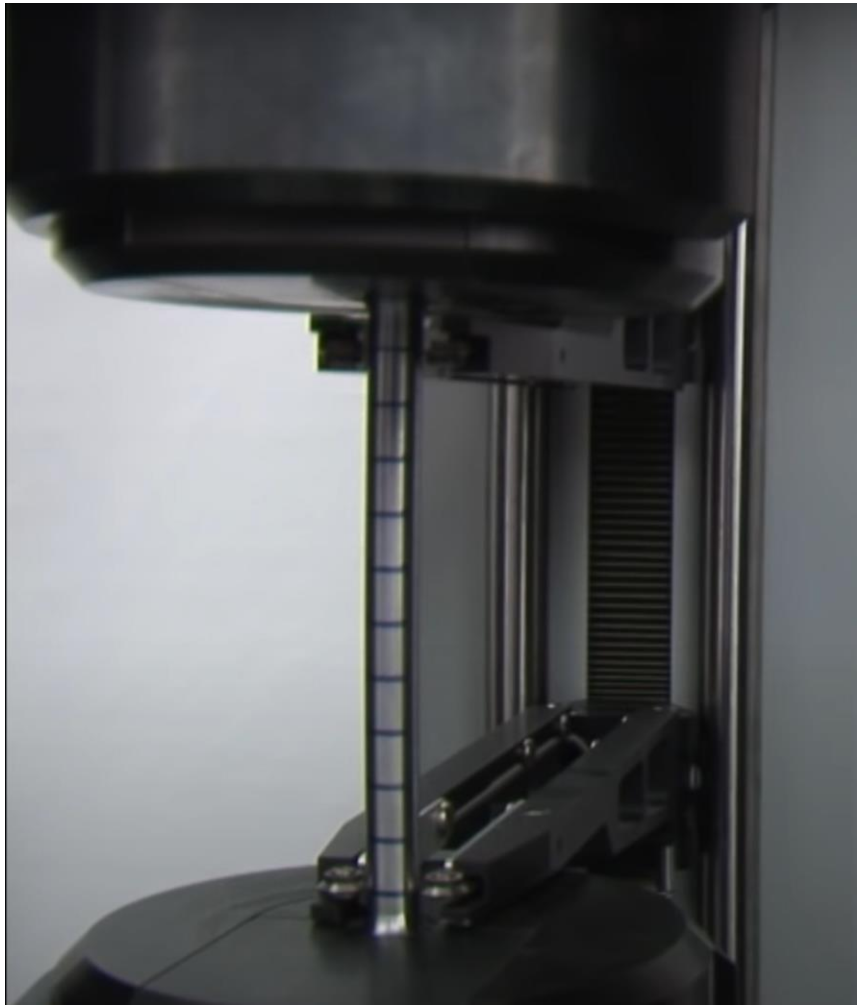




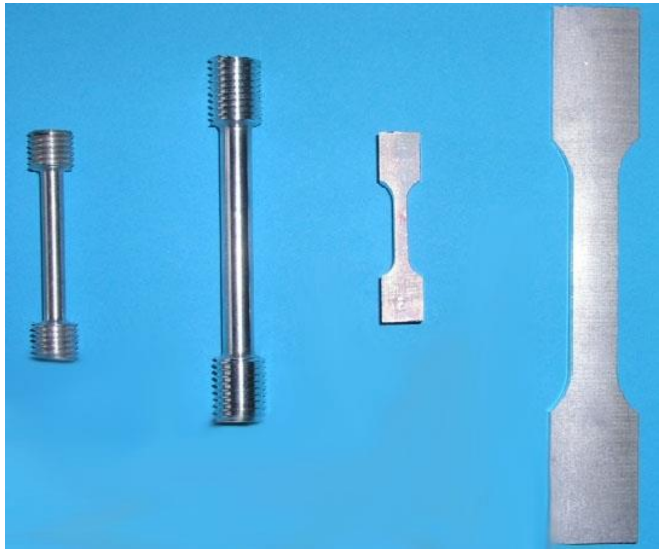
https://www.youtube.com/watch?v=D8U4G5kcpcM

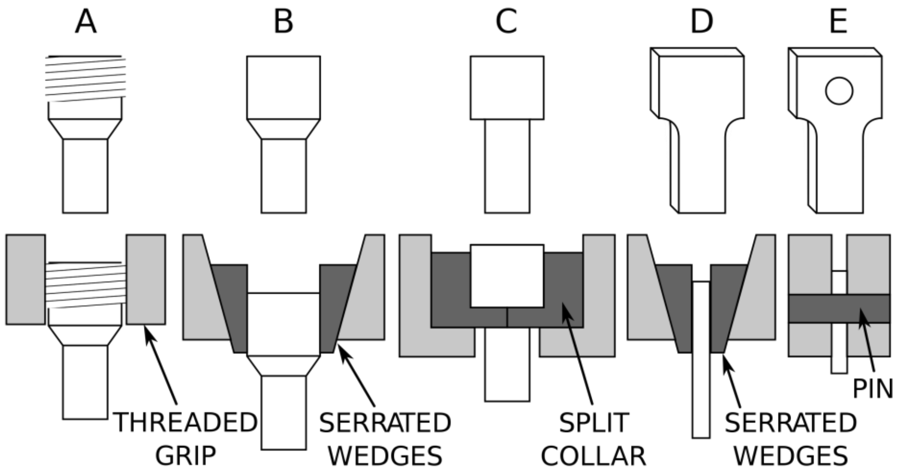
Tensile testing





Tensile testing

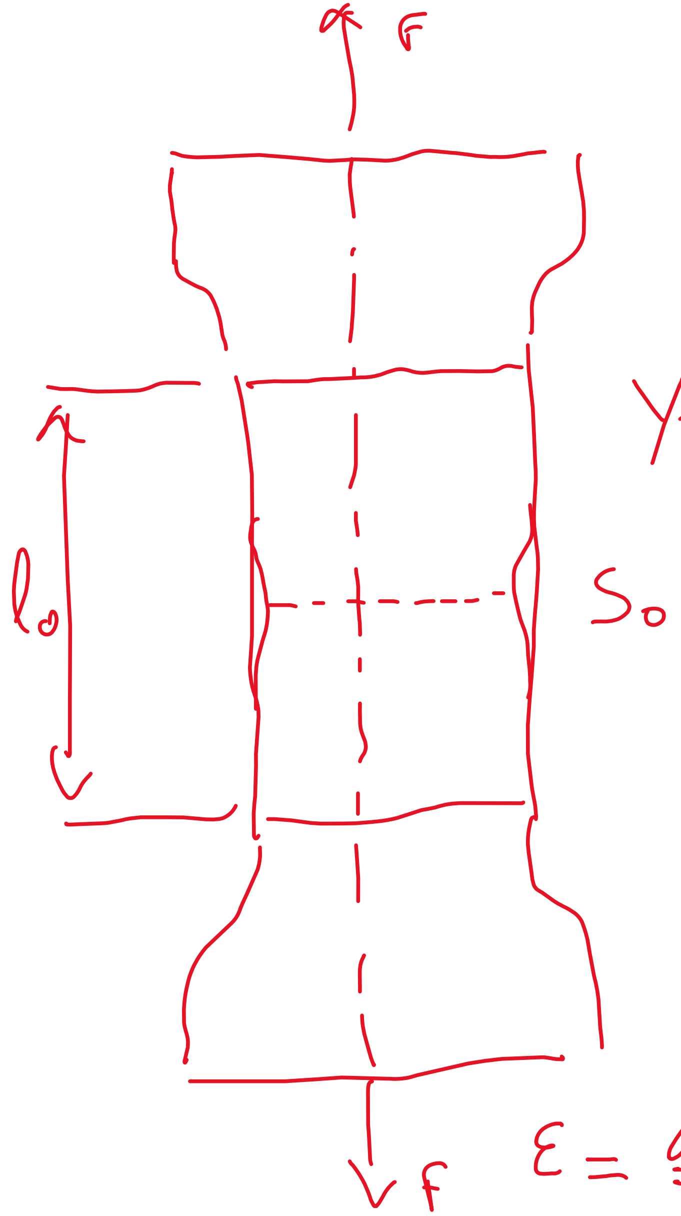


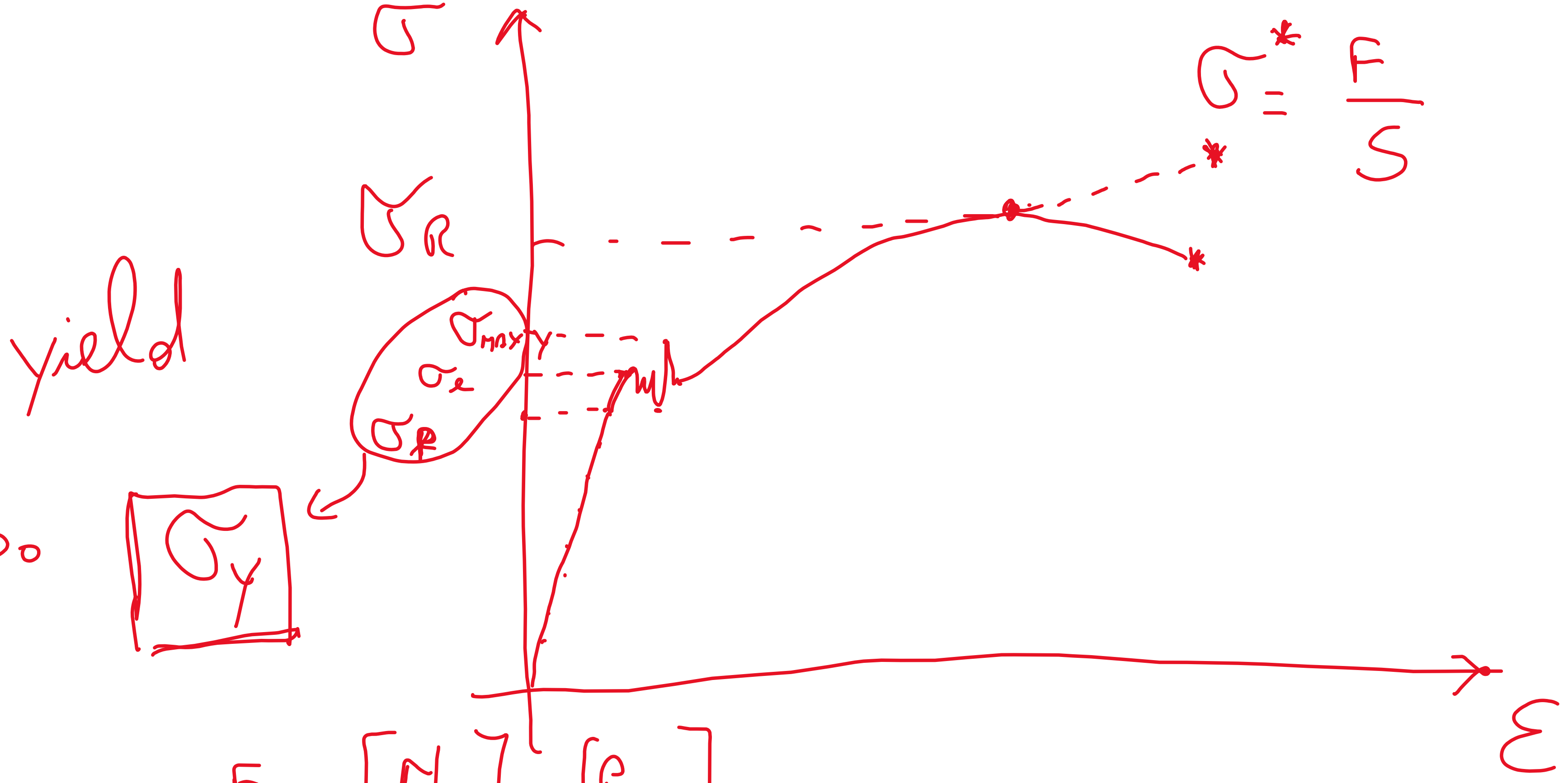


A schematic of various shoulder styles for tensile specimens.
Keys A through C are for round specimens,
keys D and E are for flat specimens.

A. A threaded shoulder for use with a threaded grip
B. B. A round shoulder for use with serrated grips
C. A butt end shoulder for use with a split collar
D. A flat shoulder for used with serrated grips
E. A flat shoulder with a through hole for a pinned grip

Based on an image from Tensile testing by Joseph R. Davis





$$\sigma^* = \frac{F}{S}$$

$$\sigma = \frac{F}{S_0} \quad \left[\frac{N}{m^2}\right] = [Pa]$$

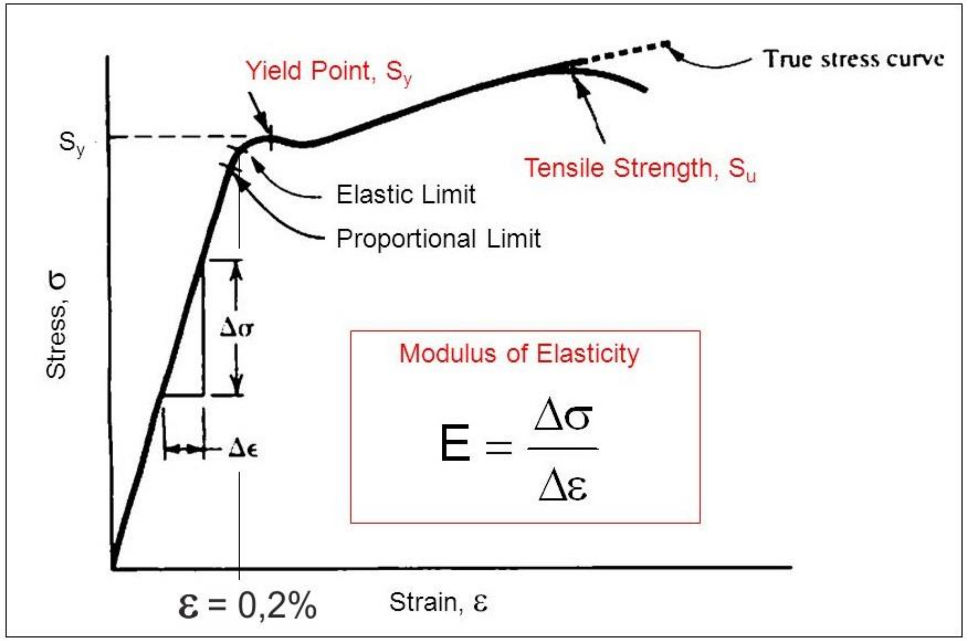
$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{l - l_0}{l_0} \quad \%$$

$$\sigma = E\,\varepsilon$$

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} \quad [MPa]$$

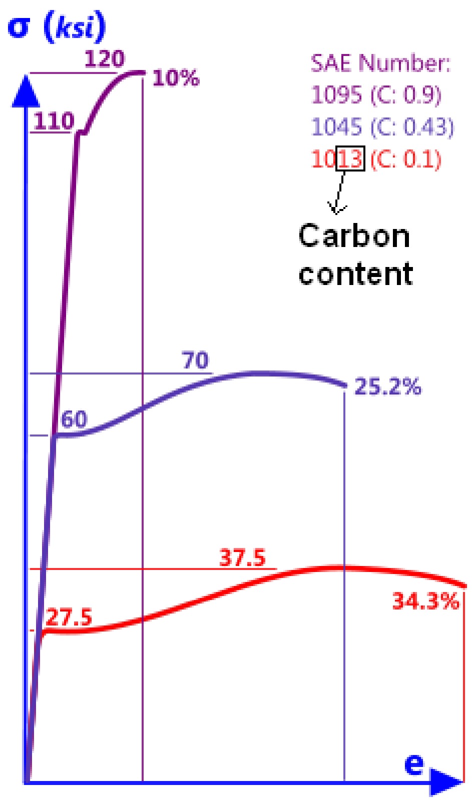
Tensile testing

Stress-Strain Curve for Steel



La forza va incrementata in maniera lenta per consentire la stabilizzazione in una condizione di equilibrio (prova statica).

modulo di elasticità = modulo di Young (tipicamente in in GPa)



SFORZO E DEFORMAZIONE NOMINALI

TENSIONE NOMINALE

$$\sigma = \frac{F}{A_0}$$

F ← forza a trazione assiale media

N/m^2=Pa (MPa)

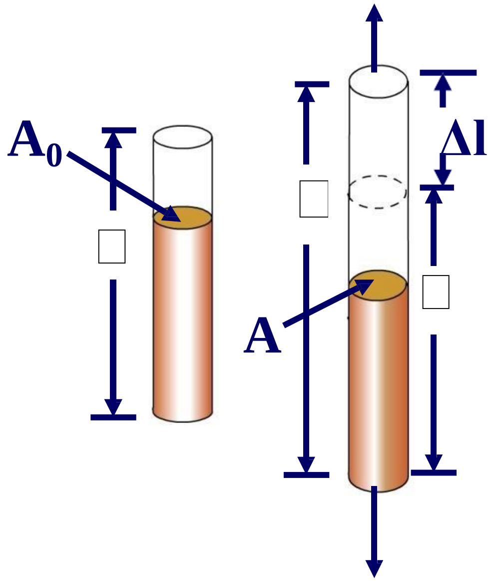
A_0 ← superficie resistente iniziale

DEFORMAZIONE NOMINALE

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$$

Δl ← variazione di lunghezza del provino ad un certo istante della prova

l_0 ← lunghezza del tratto utile del provino



Unità della tensione: PSI (pound per square inch) or N/m^2 (Pascal) 1 PSI = 6.89 x 10^3 Pa

1 MPa = 10^6 Pa = 1 N/mm^2

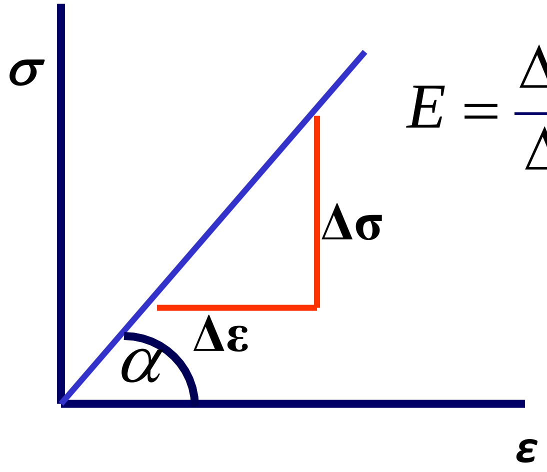
1 GPa = 10^9 Pa = 10^3 MPa

STRESS – STRAIN RELATION

Stress and strain have a linear relationship in the elastic field (Hooke's law)

Elastic Modul (Young) (E) :

$$E = \frac{\sigma \text{ (stress)}}{\varepsilon \text{ (strain)}}$$



$$E = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon} = \tan\alpha$$

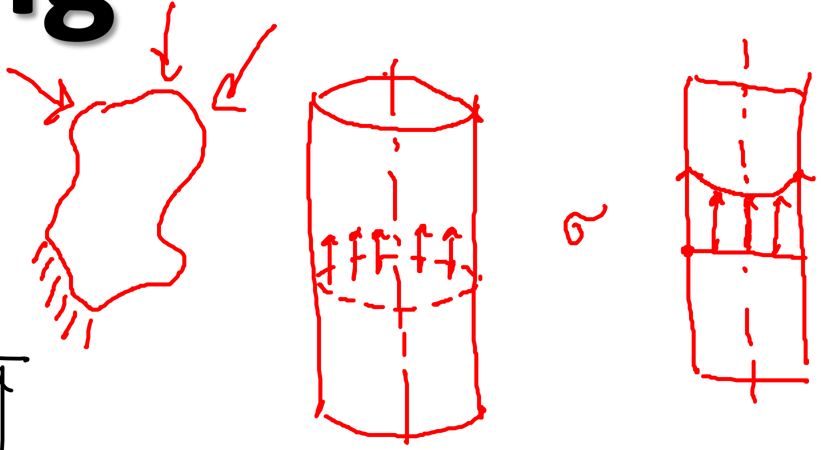
in un primo momento il materiale non conserva informazioni sulla storia della deformazione (?) e vuole tornare nelle condizioni iniziali

Example: YOUNG MODUL (STEEL): 207 GPa

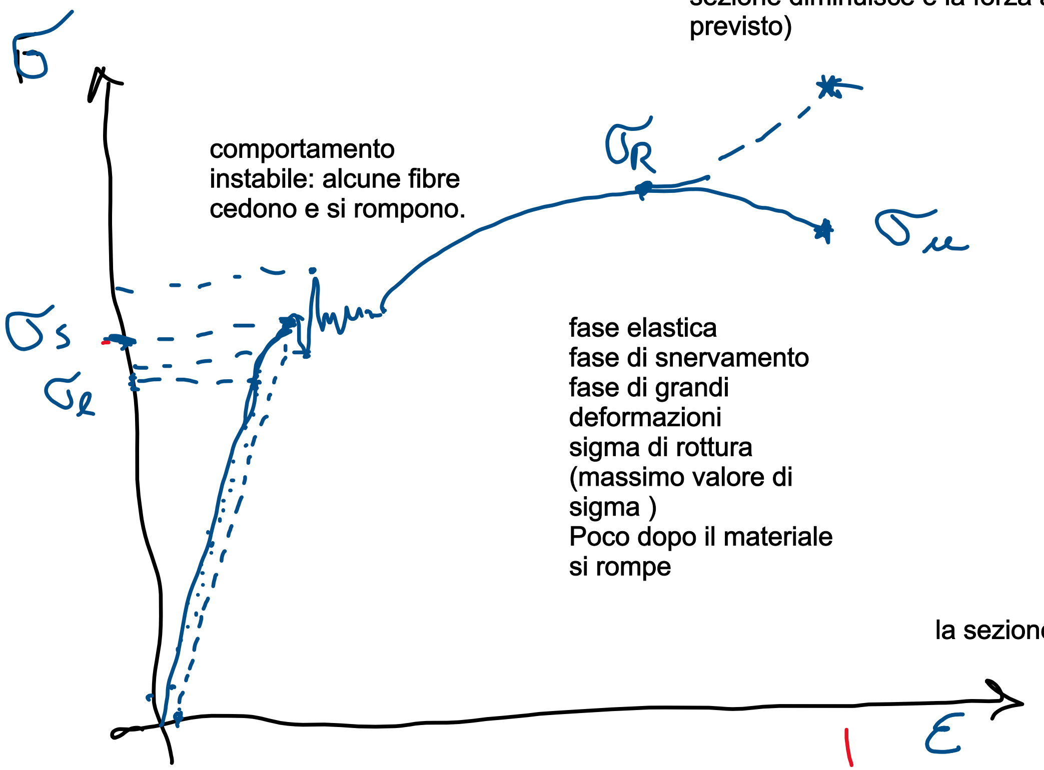
YOUNG MODUL (ALUMINUM): 76 GPa

Tensile testing

Si suppone che σ sia la stessa in ogni punto della sezione (semplificazione)



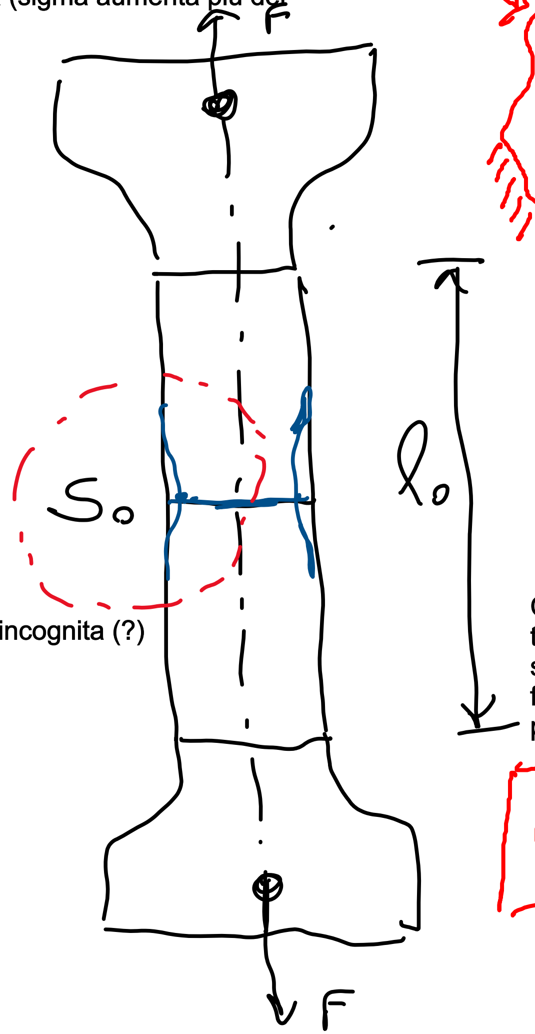
tratteggiata la curva reale: la sigma varia in modo diverso perchè la sezione diminuisce e la forza aumenta (sigma aumenta più del previsto)



comportamento instabile: alcune fibre cedono e si rompono.

fase elastica
fase di snervamento
fase di grandi deformazioni
sigma di rottura (massimo valore di sigma)
Poco dopo il materiale si rompe

$$\sigma = E\,\varepsilon$$



la sezione S_0 è incognita (?)

$$\sigma = \frac{F}{S_0} \quad \left[\frac{N}{m^2}\right]$$

C >1 : coefficiente di sicurezza: tiene conto delle non linearità del sistema tipicamente C = 1.5 funzione dell'ambito di progettazione

funzione del materiale

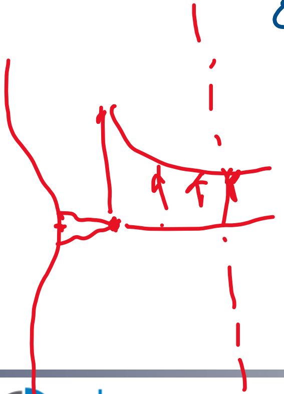
$f(\text{mat})$

$$\boxed{C \cdot \sigma < \sigma_Y}$$

σ_s

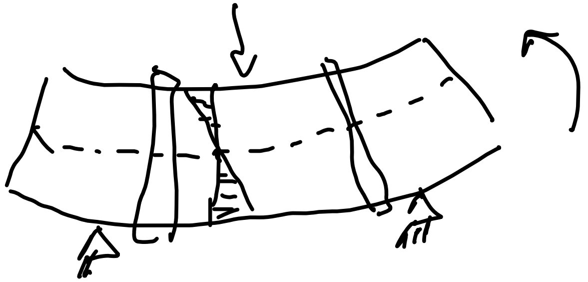
σ funzione dei carichi e della geometria

$f(\text{geom};\ \text{loads};\ \text{bound.})$



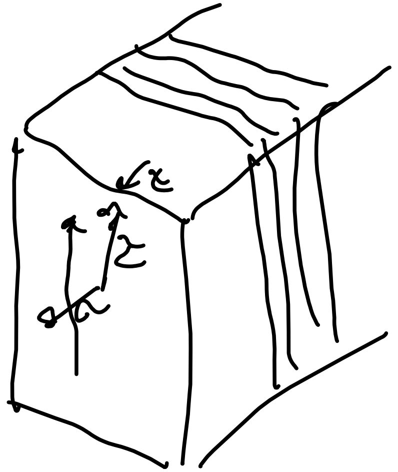
La curva reale fa riferimento alla sezione successiva alla strizione (durante l''allungamento la sezione diminuisce)

σamm= σs/C

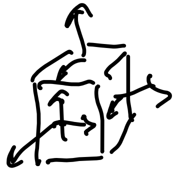


Elementary stresses

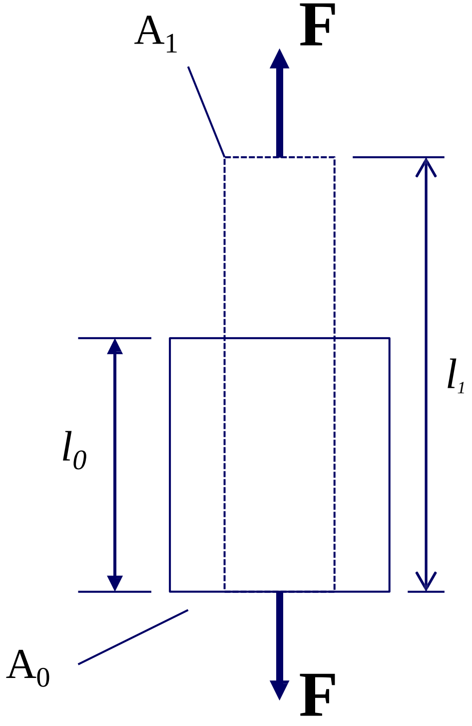
consideriamo un concio (cubo di dimensioni infinitesime), si vuole capire quali sono le tensioni che agiscono sulle facce del cubo.(descriviamo lo stato tensionale).
σ: tensioni fuori piano
τ: tensioni nel piano



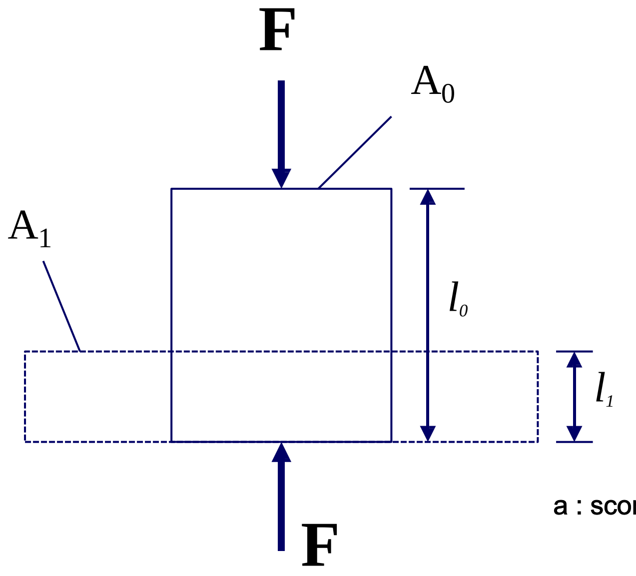
- A_0, l_0 = initial section and length
- A_1, l_1 = final section and length
- A, l = instantaneous section and length



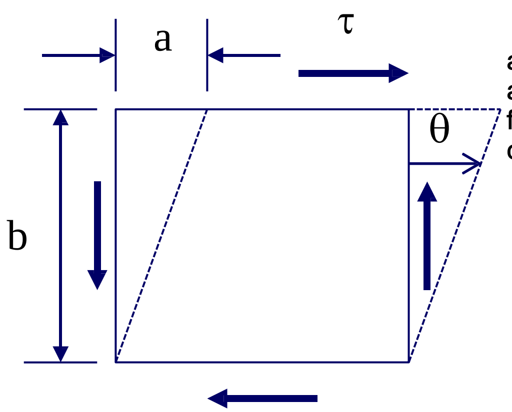
trazione e compressione generano σ



Uniform traction



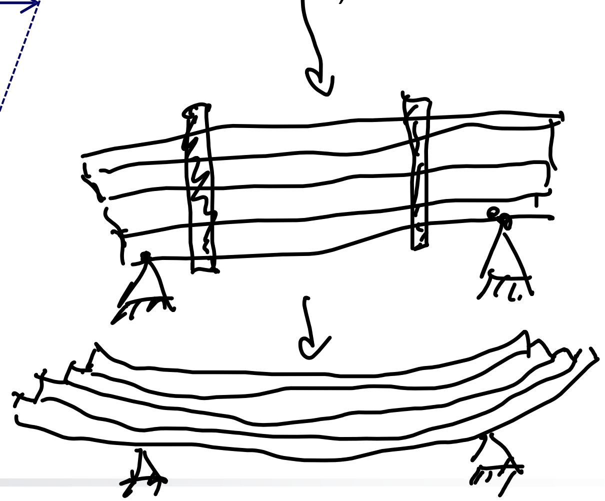
Uniform compression



a : scorrimento. ipotesi piccoli spostamenti

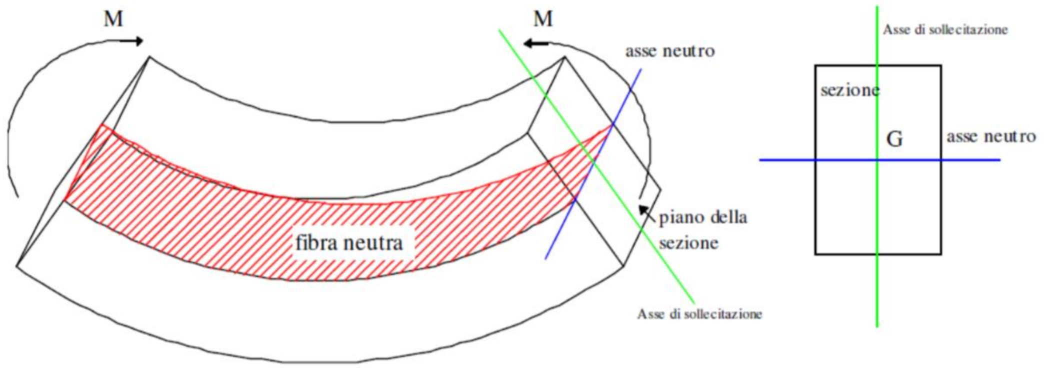
Shear

applicando una forza di taglio (o un momento di flessione) avviene uno scorrimento tra le piastre e quindi una flessione + alcune trazioni e compressioni (che considereremo come σ)



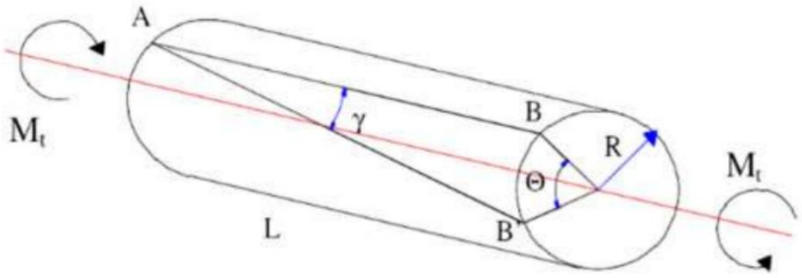
τ : tensione che si crea tra uno strato e l'altro di materiale

Elementary stresses



Bending

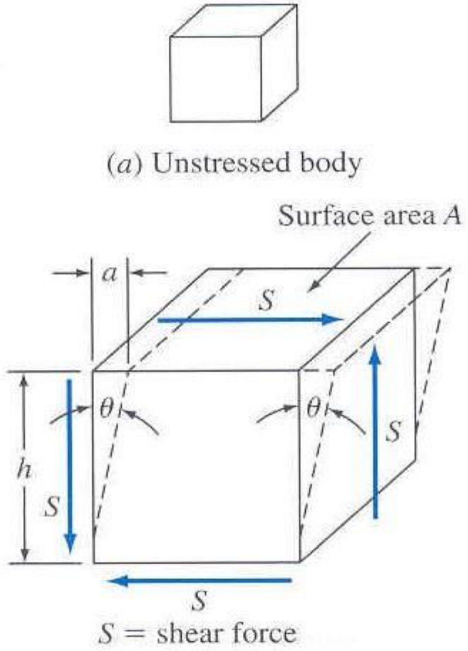
generano tensioni nel piano (taglio e torsione)
generano tensioni fuori piano (trazione e compressione e flessione)



Torsion

SFORZO E DEFORMAZIONE DI TAGLIO

$$\tau = \frac{\text{S (forza di taglio)}}{\text{A (superficie di applicazione della forza di taglio)}}$$ [MPa]



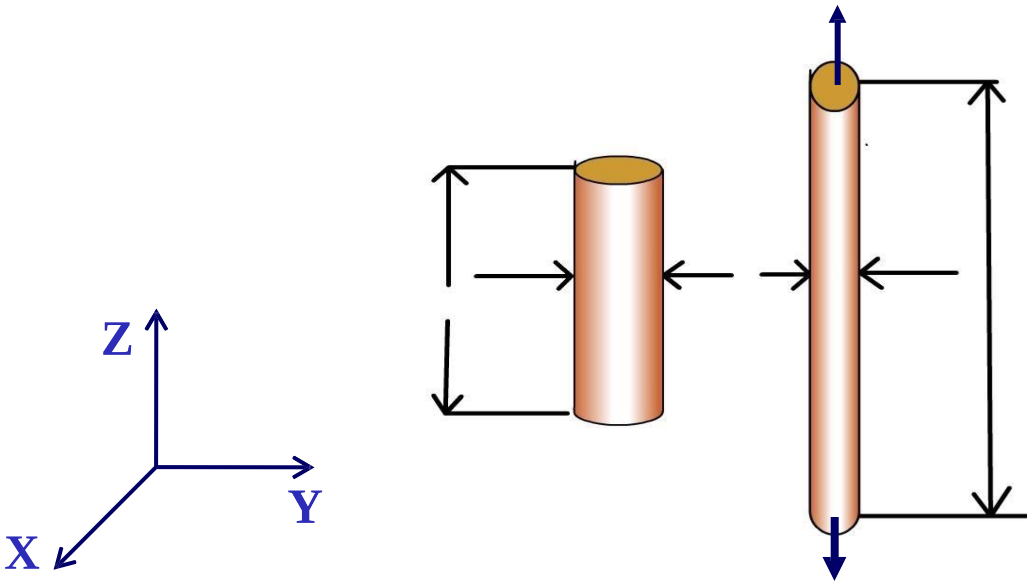
$$\gamma = \frac{\text{spostamento a}}{\text{distanza “h” sulla quale agisce lo sforzo}}$$ scorrimento (θ nel disegno)

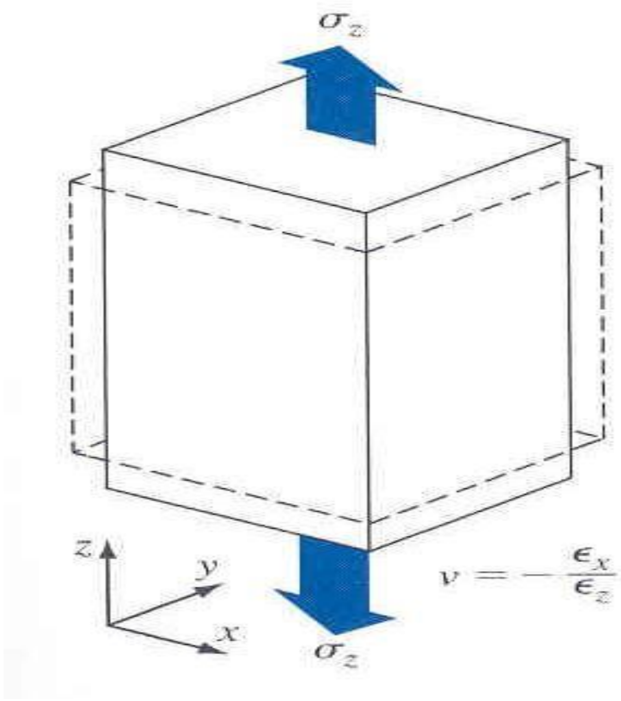
Modulo di taglio G = τ / γ

POISSON’S RATIO

The deformation (expansion or contraction) of a material in directions perpendicular to the direction of loading.
The value of Poisson's ratio is the negative of the ratio of transverse strain to axial strain.
For small values of these changes, is the amount of transversal elongation divided by the amount of axial compression.

$$\nu = -\frac{\varepsilon(lateral)}{\varepsilon(longitudinal)} = -\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_z} = -\frac{\varepsilon_x}{\varepsilon_z}$$





isotropic materials

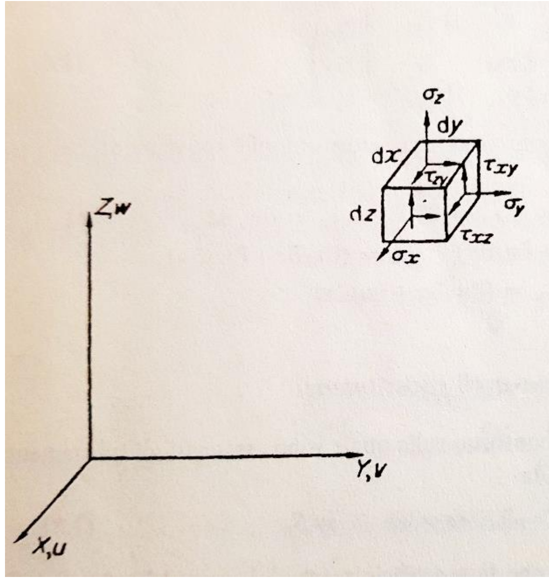
$$-\varepsilon_x = -\varepsilon_y$$

i materiali compositi non sono isotropi (fibre immerse in una resina, che ha il compito di tenere insieme le fibre).

Example: Stainless steel → 0.28
copper → 0.33

Most materials have Poisson's ratio values ranging between 0.0 and 0.5.

STATO DI SFORZO



In un punto interno di un corpo lo stato di tensione è definito dal tensore degli sforzi

$$\begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{pmatrix}$$

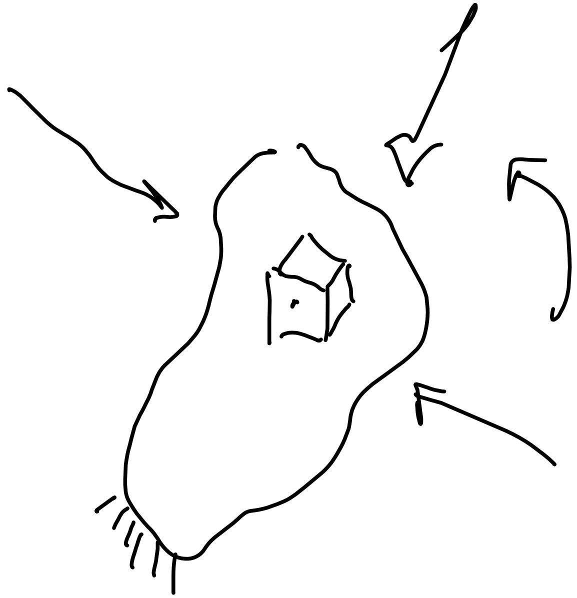
dove

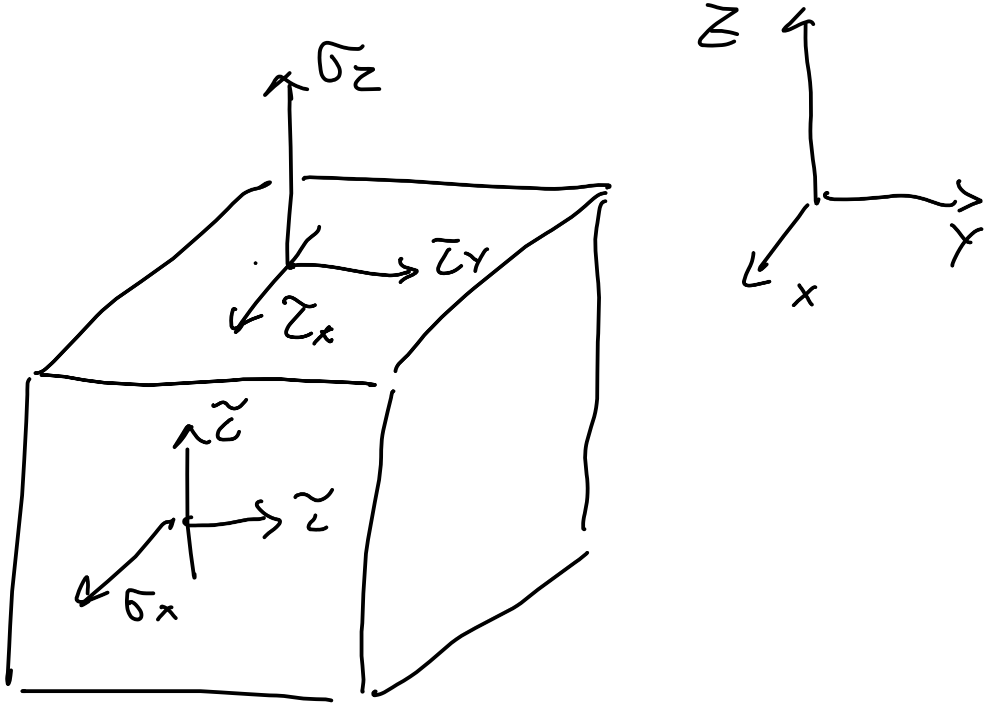
$\tau_{xy} = \tau_{yx}$ $\quad \tau_{xz} = \tau_{zx}$ $\quad \tau_{yz} = \tau_{zy}$

Le componenti dl tensore degli sforzi devono soddisfare in tutto il corpo le seguenti equazioni di equilibrio

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + b_x = 0$$
$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + b_y = 0$$
$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + b_z = 0$$

dove b_x, b_y e b_z sono forze di volume




σz
τY
τx
τ̃
τ̃
σx
Z
Y
x

STRESS – STRAIN RELATION

Stress-strain general relation for an elastic-linear material can be written in the form (Navier-Cauchy equations)

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{15} & d_{16} \\ & d_{22} & d_{23} & d_{24} & d_{25} & d_{26} \\ & & d_{33} & d_{34} & d_{35} & d_{36} \\ & & & d_{44} & d_{45} & d_{46} \\ & \text{simm.} & & & d_{55} & d_{56} \\ & & & & & d_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{Bmatrix}$$

σ= E* ε

Which for a generic material has 21 independent parameters.

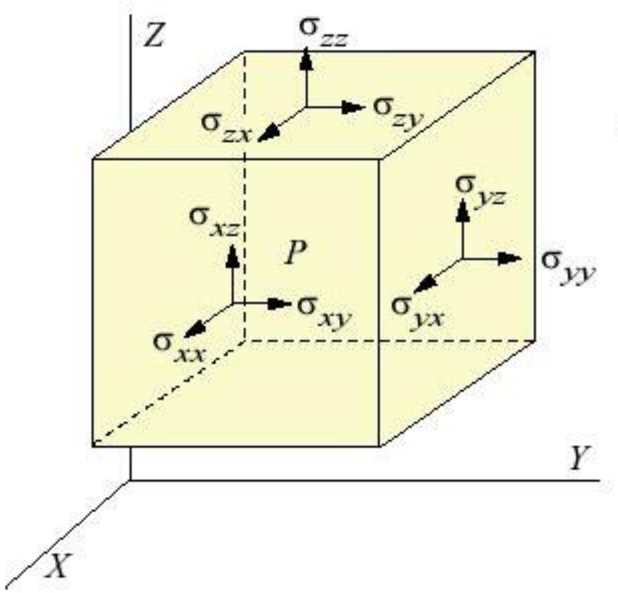
For an **isotropic material** there are **only two** independent parameters, and the **stiffness matrix** is particularized in:

dipende solo dal modulo di Poisson e dal modulo di Young

$$\mathbf{D} = \frac{E}{2(1+\nu)} \begin{bmatrix} \frac{2(1-\nu)}{1-2\nu} & \frac{2\nu}{1-2\nu} & \frac{2\nu}{1-2\nu} & & & \\ & \frac{2(1-\nu)}{1-2\nu} & \frac{2\nu}{1-2\nu} & & 0 & \\ & & \frac{2(1-\nu)}{1-2\nu} & & & \\ & & & 1 & 0 & 0 \\ & \text{simm.} & & & 1 & 0 \\ & & & & & 1 \end{bmatrix}$$

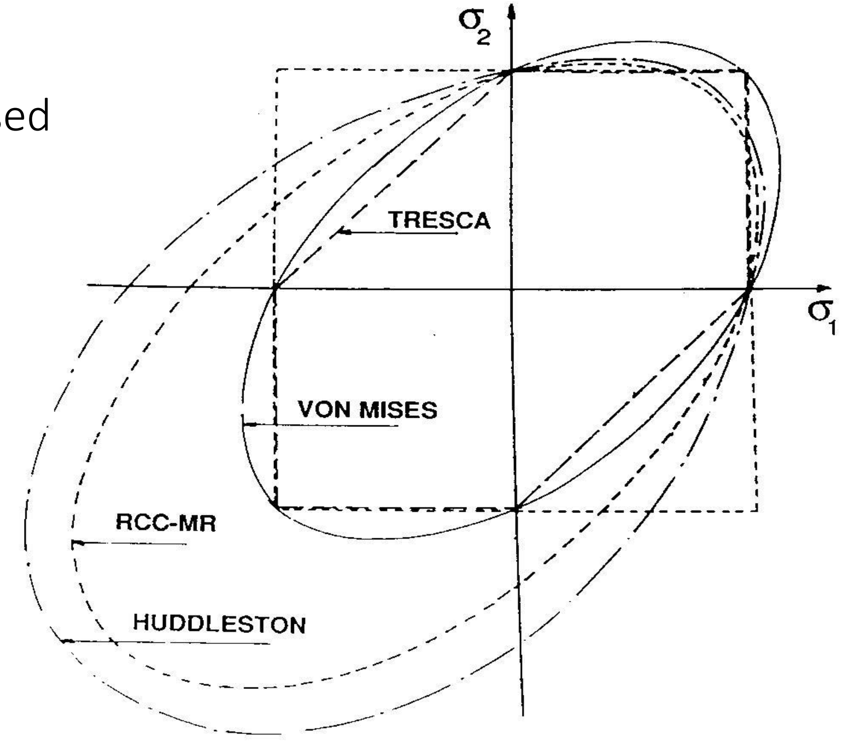
STRESS INTENSITY

To verify a structure, it is necessary to compare the stress state in the most stressed point of a structure with an admissible stress value



si cerca uno stato tensionale equivalente di uno stato tensionale complesso per trovare solo un valore si σ ammissibile da confrontare con la σs ottenuta dalla prova di trazione (σ di pura trazione)

$$\sigma_{von\,mises} = \sqrt{\frac{1}{2}\left[(\sigma_x-\sigma_y)^2+(\sigma_x-\sigma_z)^2+(\sigma_y-\sigma_z)^2\right]+3\left(\tau_{xy}^2+\tau_{xz}^2+\tau_{yz}^2\right)}$$



TRESCA : $\bar{\sigma}_{TR} = \mathrm{Max}\,[\,|\sigma_2-\sigma_1|,\,|\sigma_1-\sigma_3|,\,|\sigma_3-\sigma_2|\,]$

VON MISES : $\bar{\sigma}_{VM} = (1/\sqrt{2})\sqrt{(\sigma_1-\sigma_2)^2+(\sigma_2-\sigma_3)^2+(\sigma_3-\sigma_1)^2}$

RCC-MR, addenda Nov.87 : (Austenitic steels) $\bar{\sigma}_{RCC} = 0.867\;\bar{\sigma}_{VM} + 0.133\,(\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3)$

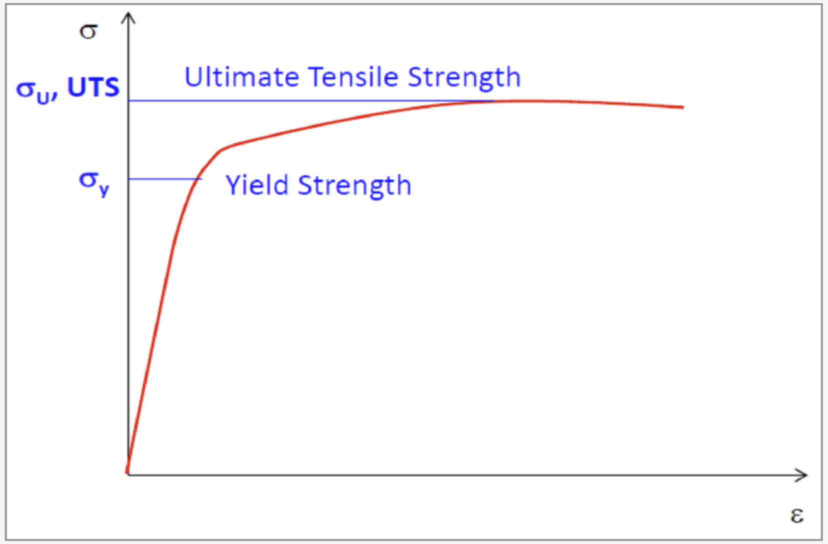
TENSIONE AMMISSIBILE

$$\sigma_{eq} = f\left(\sigma_T, \sigma_f, \tau_T, \tau_{Tor}\right) <$$

$$\frac{\text{cond. carico e vincoli}}{\text{geometria}} < \sigma_a \rightarrow \text{materiale, criterio di progett.}$$

$$\sigma_a = \frac{\sigma_y}{1.5}$$

UTS = sigma di snervamento



Norma	Modello	Tensione ammissibile
Asme VIII Divisione 1.	Dbf	$S_m = min\left(\frac{UTS}{3{,}5}\frac{\sigma_y}{1{,}5}\right)$
Asme VIII Divisione 2.	Dbf + Dba	$S_m = min\left(\frac{UTS}{2{,}4}\frac{\sigma_y}{1{,}5}\right)$
En 13445.	Dbf	$f_d = min\left(\frac{UTS}{2{,}4}\frac{\sigma_y}{1{,}5}\right)$
En 13445.	Dba	$f_d = min\left(\frac{UTS}{1{,}875}\frac{\sigma_y}{1{,}5}\right)$

TENSIONE AMMISSIBILE

Design by Formulas (DBF)

il dimensionamento e la verifica sono basati su relazioni pre-confezionate (formulas) ideate per coprire, con adeguati coefficienti di sicurezza, tutte le principali situazioni che si è soliti incontrare nel progetto di un recipiente in pressione;

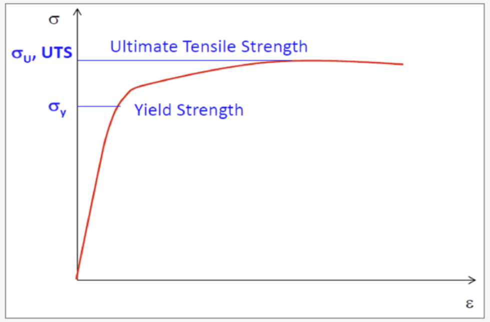
le formule sono solitamente basate su modelli semplici o semi-empirici non molto accurati, per cui i coefficienti di sicurezza tendono ad essere più elevati.

Design by Analysis (DBA)

il dimensionamento e la verifica sono basati su analisi accurate dell'effettivo stato di tensione, solitamente ottenibile solo con medelli basati sul Finite Element Method (FEM).

L'approccio DBA si rende necessario per i casi non coperti dalle relazioni relative al metodo DBF, ma viene impiegato anche in alternativa a quest'ultimo, salvo i casi in cui i modelli analitici semplici.

Fidando sulla maggiore accuratezza
dell'analisi, i coefficienti di sicurezza impiegati tendono ad essere più bassi.



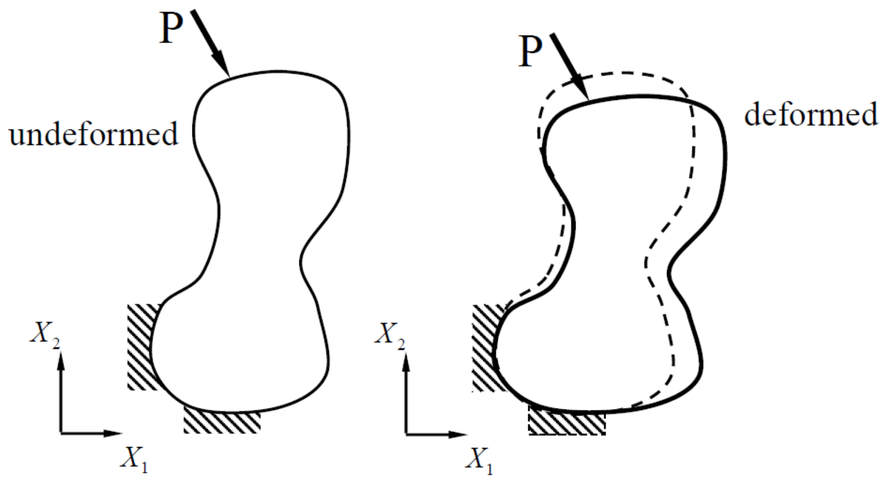
Norma	Modello	Tensione ammissibile
Asme VIII Divisione 1.	Dbf	$S_m = min\left(\frac{UTS}{3{,}5}, \frac{\sigma_y}{1{,}5}\right)$
Asme VIII Divisione 2.	Dbf + Dba	$S_m = min\left(\frac{UTS}{2{,}4}, \frac{\sigma_y}{1{,}5}\right)$
En 13445.	Dbf	$f_d = min\left(\frac{UTS}{2{,}4}, \frac{\sigma_y}{1{,}5}\right)$
En 13445.	Dba	$f_d = min\left(\frac{UTS}{1{,}875}, \frac{\sigma_y}{1{,}5}\right)$

ANALISI STRUTTURALE

Problema fondamentale

<u>Assegnata</u>

- la regione entro la quale si vuole considerare il campo (la superficie che racchiude la geometria) (*Boundary*)
- la natura dei materiali contenuti entro la regione (*material properties*)
- le condizioni al contorno della regione e la posizione e l'intensità delle sorgenti (*boundary conditions*)



<u>Vogliamo conoscere</u> in ogni punto del materiale il valore di:

- spostamenti
- sforzi
- deformazioni

Geometry
Material properties
Boundary conditions

→

Stress, strains, displacements
at each material point

DESIGN CRITERIA

- Design criteria guarantee the material's integrity. (Not meeting the design criteria does not mean the component will actually fail!)
- Design Codes or Standards are provided (and are mandatory) by a government authority for common types of structures to ensure safe component operation and prevent harm, e.g. the EN13445 Standard for *unfired pressure vessels* is provided by the European committee for Standardization (CEN)
- Different types of components → different design criteria

- Design criteria define:
  - Material properties
  - Fabrication requirements
  - Inspection and testing requirements
  - Verification methods (design by testing/design by formulae – DBF / design by analysis - DBA). In case of design by analysis:
    - Load factors for different types of loads
    - Stress/strain limits

Finite element methods

The behavior of a continuous system is governed by partial differential equations.

$$\begin{cases} \nabla^2 u + \dfrac{1}{1-2\nu} \cdot \dfrac{\partial}{\partial x}\left(\dfrac{\partial u}{\partial x} + \dfrac{\partial v}{\partial y} + \dfrac{\partial w}{\partial z}\right) + \dfrac{X}{G} = 0 \\ \nabla^2 v + \dfrac{1}{1-2\nu} \cdot \dfrac{\partial}{\partial y}\left(\dfrac{\partial u}{\partial x} + \dfrac{\partial v}{\partial y} + \dfrac{\partial w}{\partial z}\right) + \dfrac{Y}{G} = 0 \\ \nabla^2 w + \dfrac{1}{1-2\nu} \cdot \dfrac{\partial}{\partial z}\left(\dfrac{\partial u}{\partial x} + \dfrac{\partial v}{\partial y} + \dfrac{\partial w}{\partial z}\right) + \dfrac{Z}{G} = 0 \end{cases}$$

Finite element methods are techniques suitable for approximating these differential equations with a system of algebraic equations in a finite number of unknown's parameters

Small Displacement Theory & Rotations

- Small displacement theory:

  $\sin(\Phi) = \tan(\Phi) = \Phi$

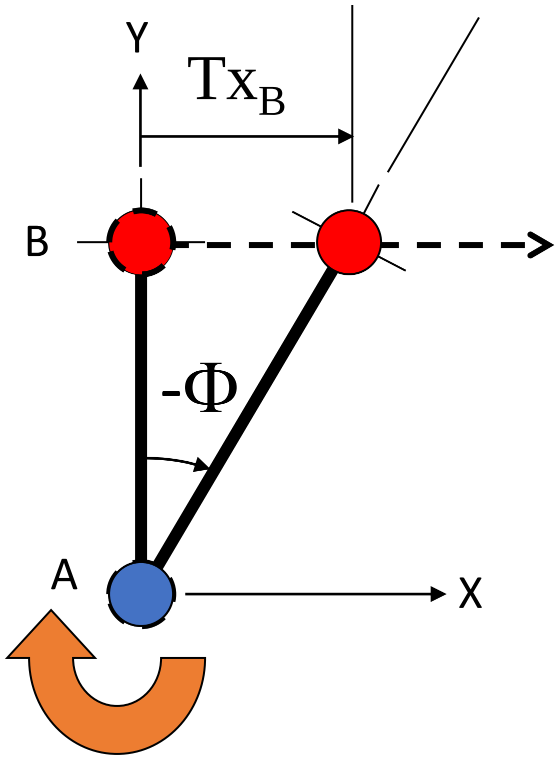
  $\cos(\Phi) = 1$

- For Rz @ A

  $Rz_B = Rz_A = \Phi$

  $Tx_B = (-\Phi) * L_{AB}$

  $Ty_B = 0$



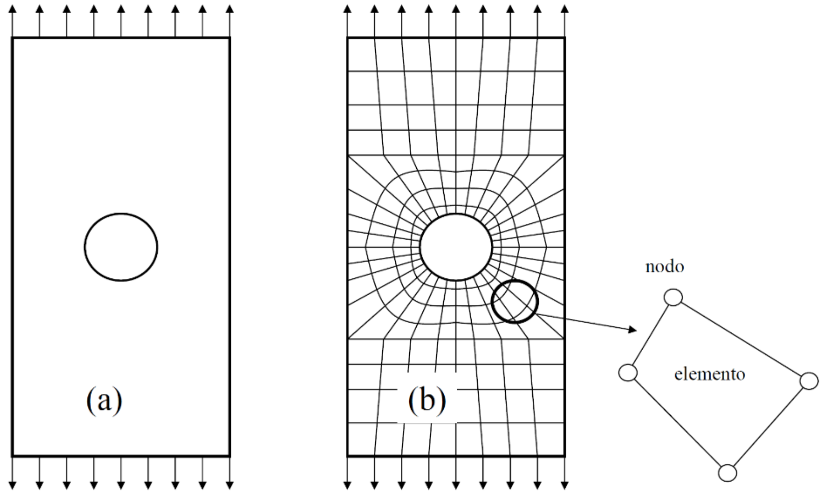
METODO DEGLI ELEMENTI FINITI

- Metodo per la risoluzione numerica di una equazione differenziale, sia essa alle derivate totali o parziali
- Più precisamente si tratta di un metodo per approssimare una equazione differenziale con un sistema di equazioni algebriche

Il metodo è fondato sulla suddivisione del dominio di partenza in sottodomini che sono elementi di forma e comportamento tipici.

Descrizione

- Divide la struttura in diversi elementi (parti di struttura)
- Riconnette gli elementi ai nodi
- Tale processo porta ad un set di equazioni algebriche risolvibili simultaneamente



In questo metodo si discretizza il continuo, che ha infiniti gradi di libertà, con un insieme di elementi di dimensioni finite, tra loro interconnessi in punti predefiniti (nodi).

METODO DEGLI ELEMENTI FINITI

Tutti i fenomeni ingegneristici sono descrivibili in un set di equazioni di governo e di condizioni vincolari, che con il metodo agli elementi finiti si riducono ad un set di equazioni algebriche risolvibili simultaneamente.

$$[K]\{u\} = \{F\}$$

$$\Downarrow$$

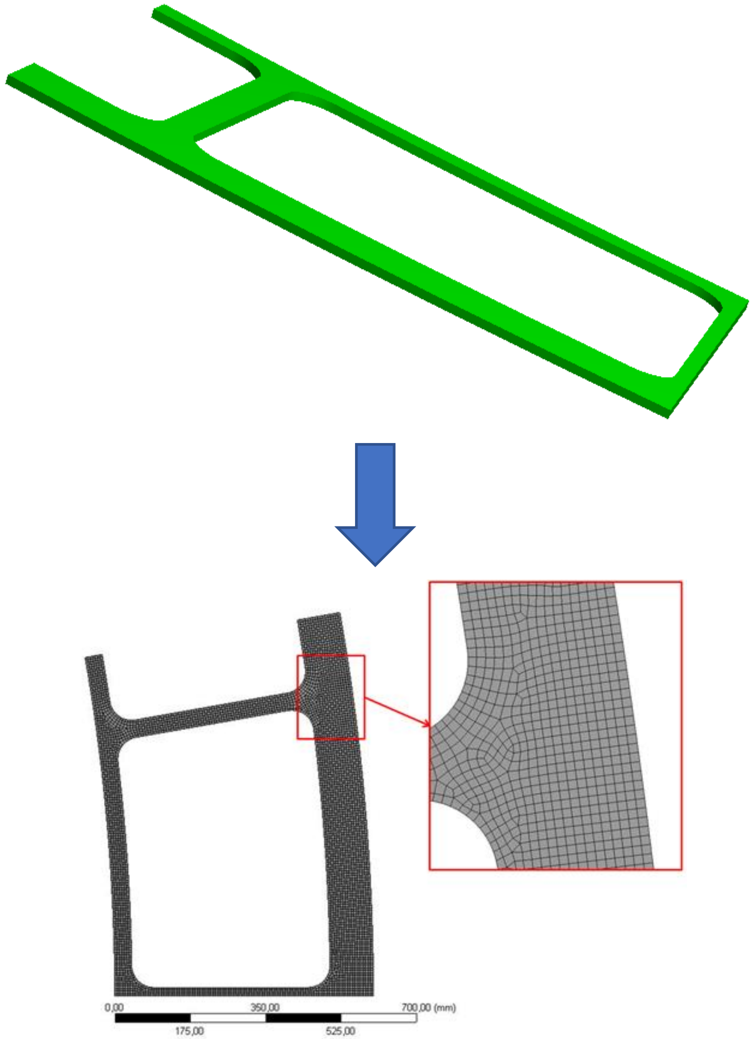
$$\{u\} = [K]^{-1}\{F\}$$

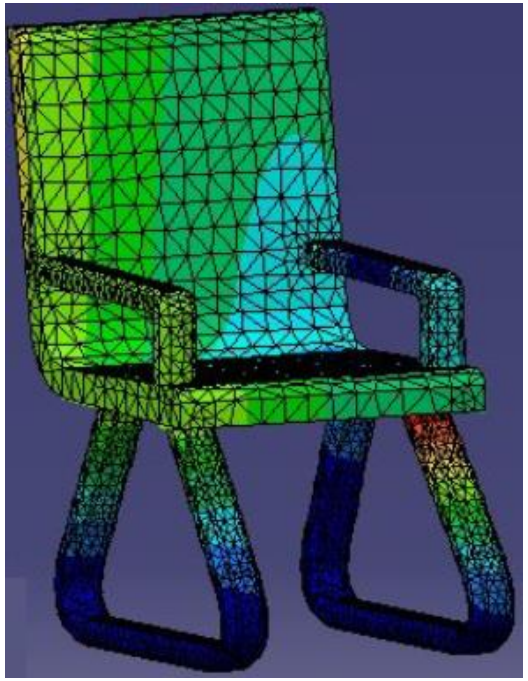
$[K]$: proprietà
$\{u\}$: comportamento
$\{F\}$: azione

	Proprietà	Comportamento	Azione
Elastico	Rigidezza	Deformazioni	Forze
Termico	Conduttività	Temperatura	Sorgenti di calore
Fluido-dinamica	Viscosità	Velocità	Forze volumetriche

METODO DEGLI ELEMENTI FINITI

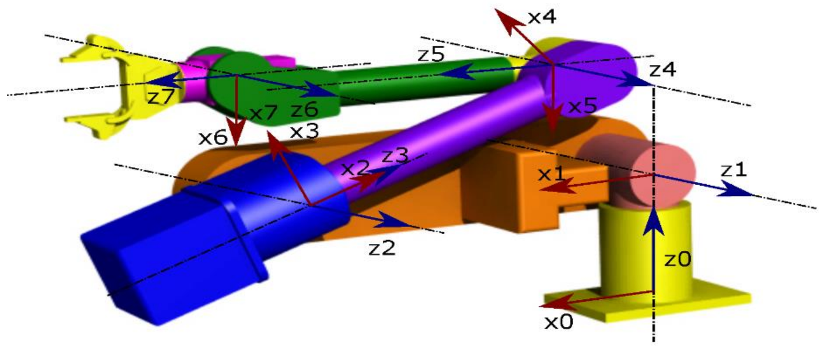
Il dominio è suddiviso in piccoli elementi semplici che condividono i vincoli e i carichi attraverso i nodi





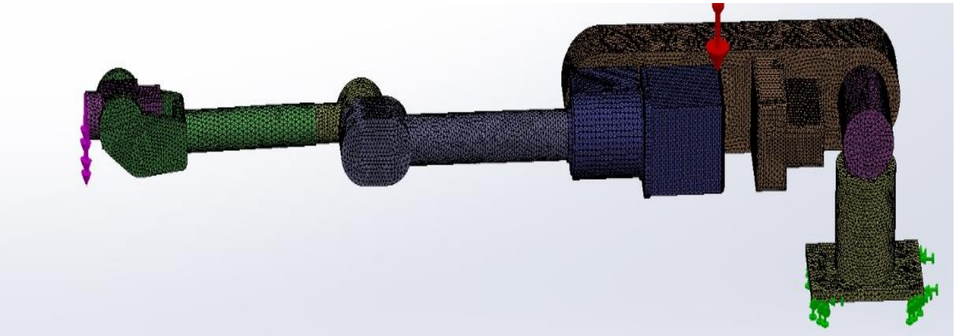
1. Per ogni nodo si calcolano Forze e Spostamenti → reazioni vincolari
2. Per ogni elemento deformazioni(ε), stress (σ)

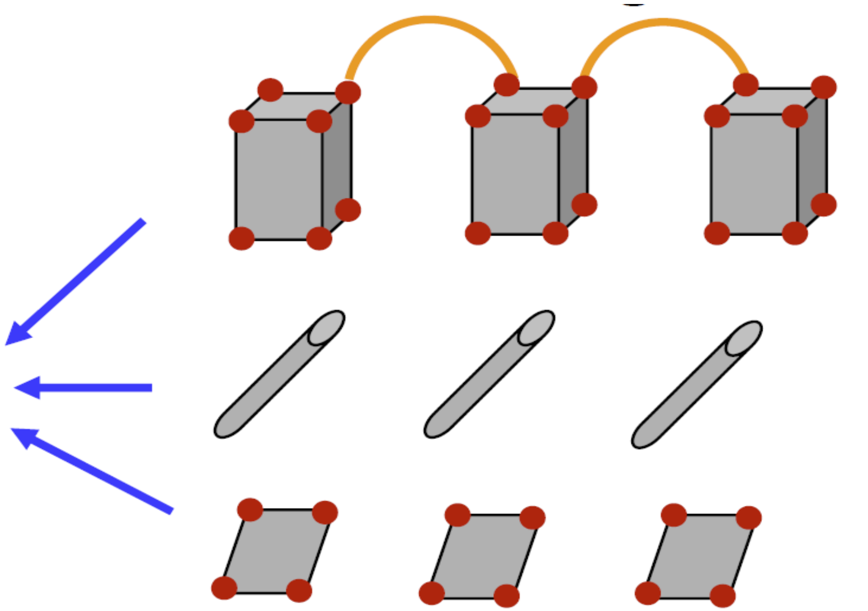
METODO DEGLI ELEMENTI FINITI



I nodi degli elementi adiacenti trasmettono vincoli e carichi tra gli elementi

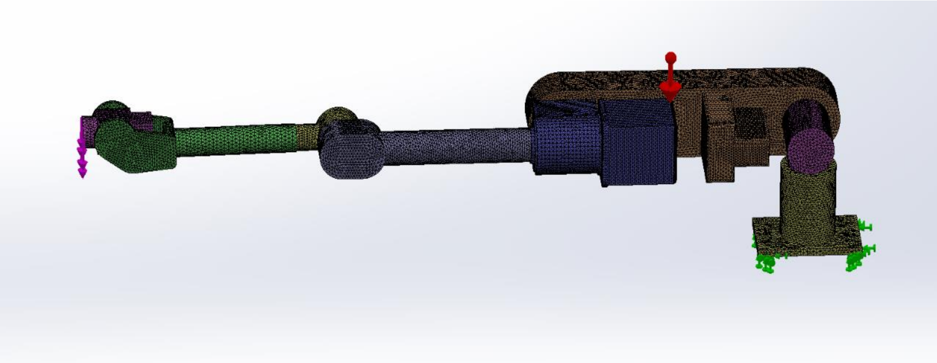
elementi tetraedrici o esaedrici , bidimensionali o monodimensionali (alla fine del progetto gli elementi saranno tridimensionali)

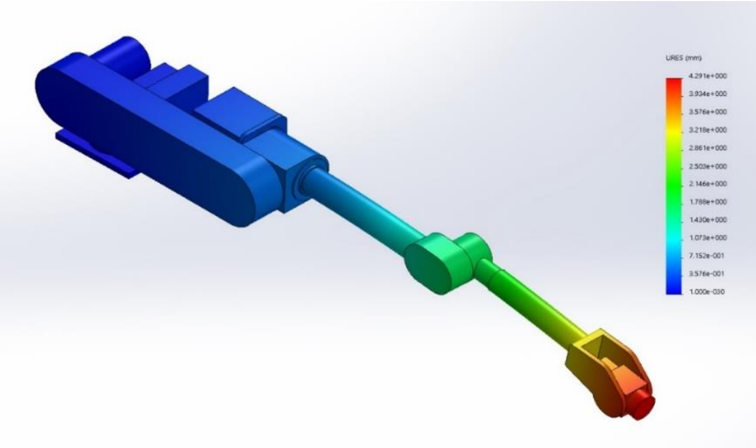


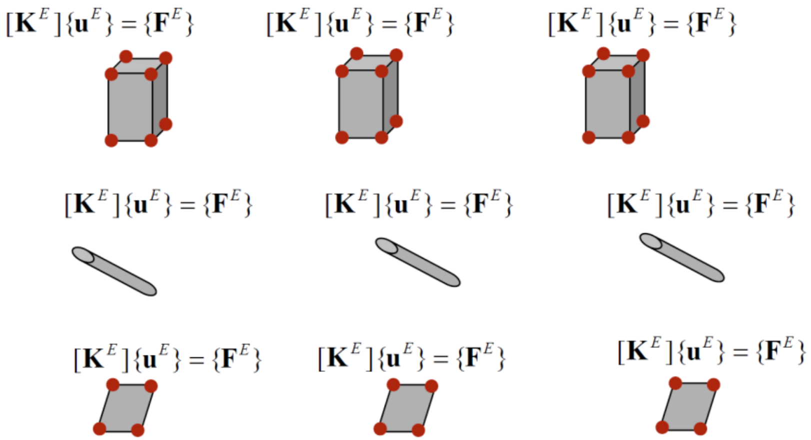


METODO DEGLI ELEMENTI FINITI

Le equazioni algebriche per ogni elemento sono ricavate in maniera semplice e combinate per ottenere le variabili incognite ai nodi





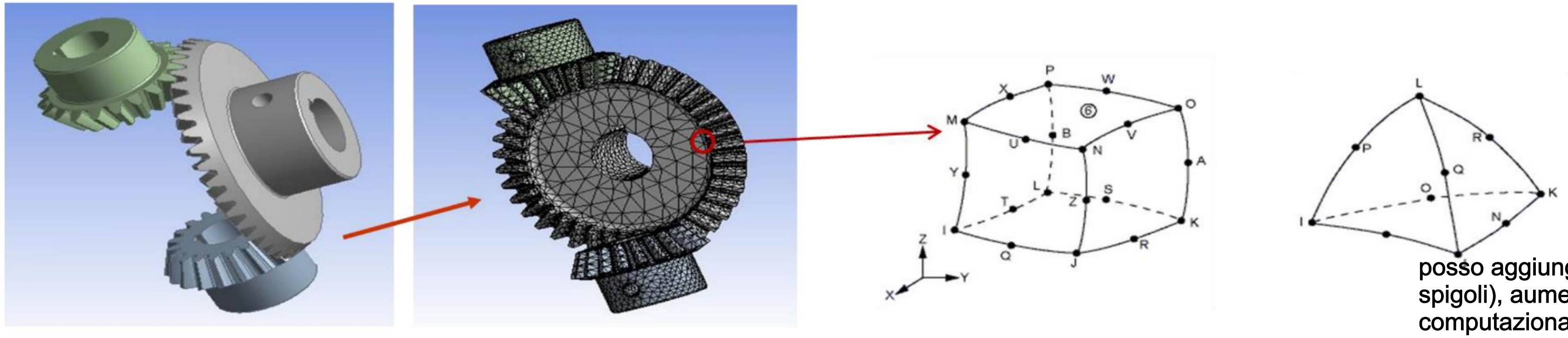


$$\{u\} = [K]^{-1}\{F\}$$

PREPROCESSING

- Definisco la Geometria
- Assegno le proprietà dei materiali
- Definisco il tipo di elemento da utilizzare
- Genero la mesh della struttura

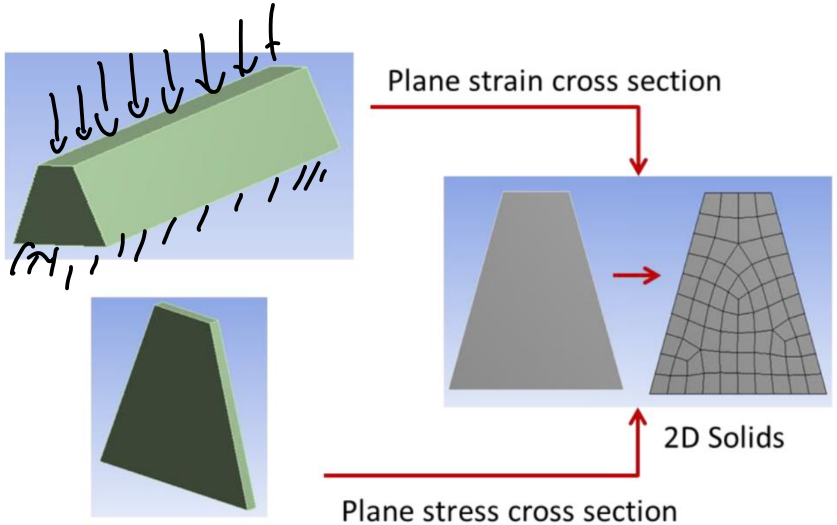
ELEMENTI SOLIDI - BRICK

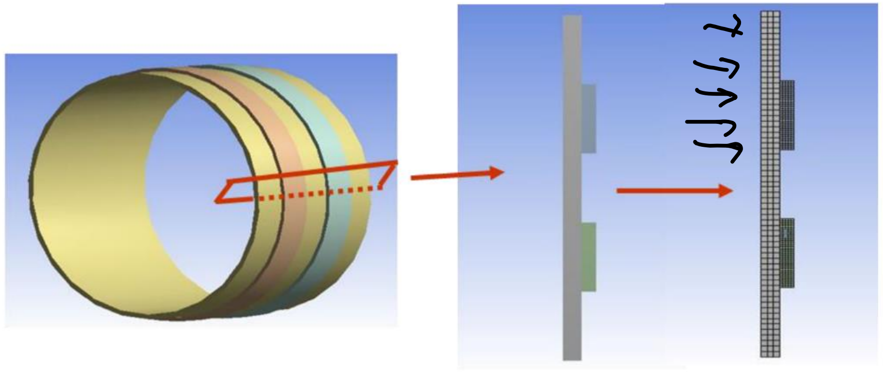


posso aggiungere nodi intermedi (non solo gli spigoli), aumentando la complessità computazionale

3D Solids → 3D Element   Hex Element   Tet Element

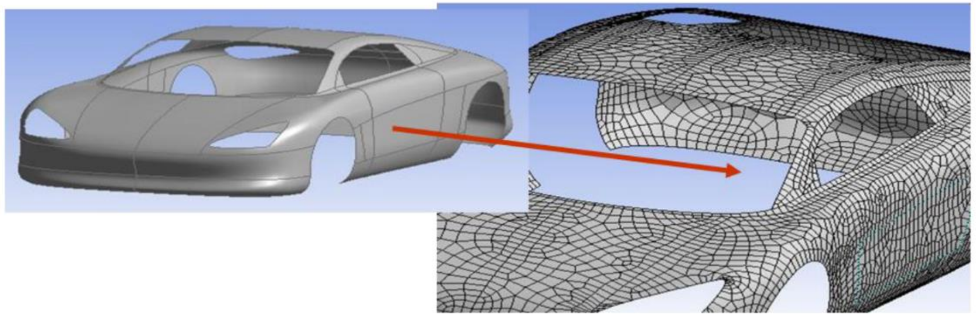
SHELL ELEMENTS



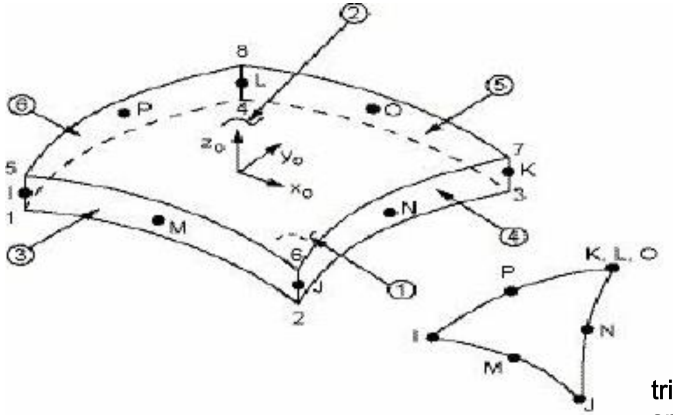


Axisymmetric cross section

2D Solids

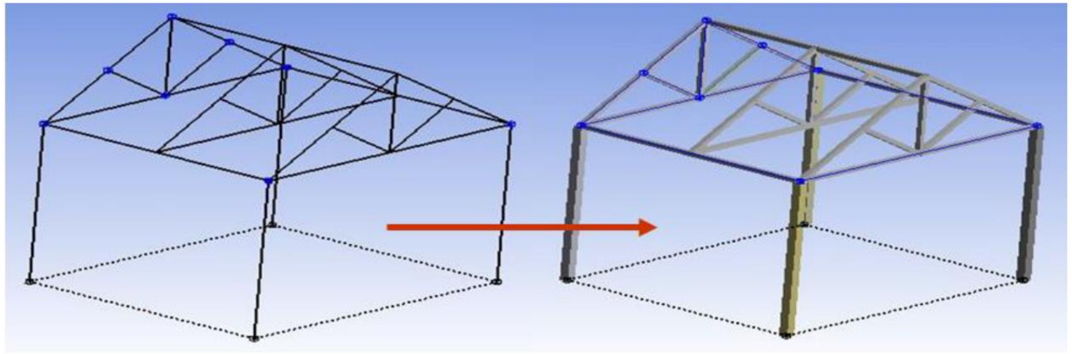


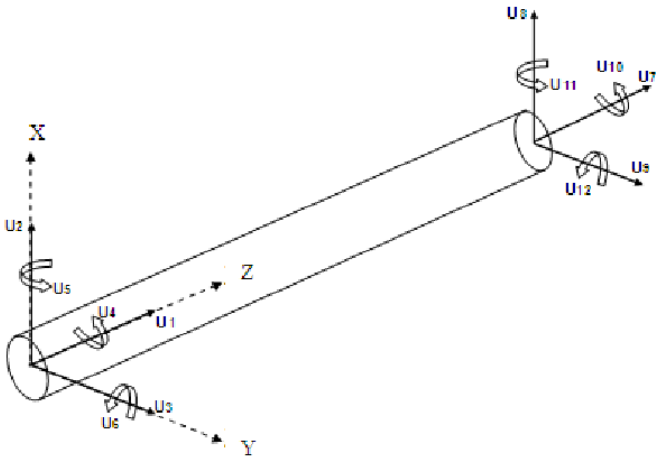
Surface Body

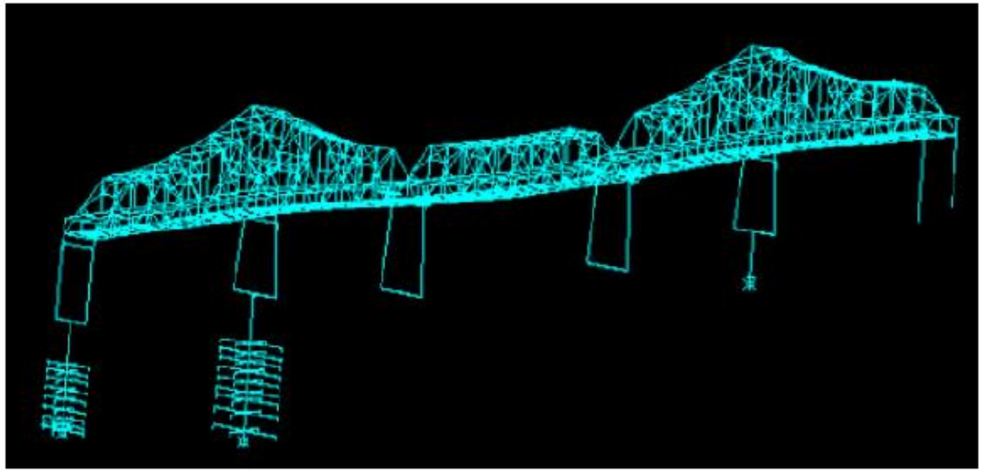


triangolari o quadratici (parabolici o lineari), con spessore costante (lungo tutto lo spessore però il comportamento deve essere uguale)

MONODIMENSIONAL ELEMENTS - BEAM


Line Body



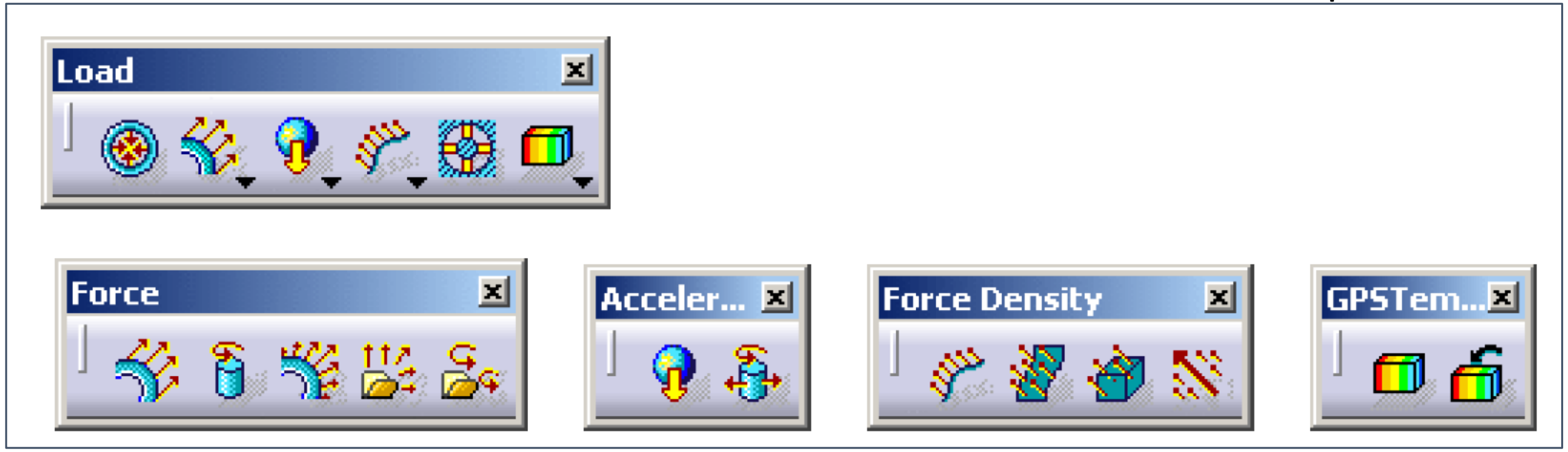


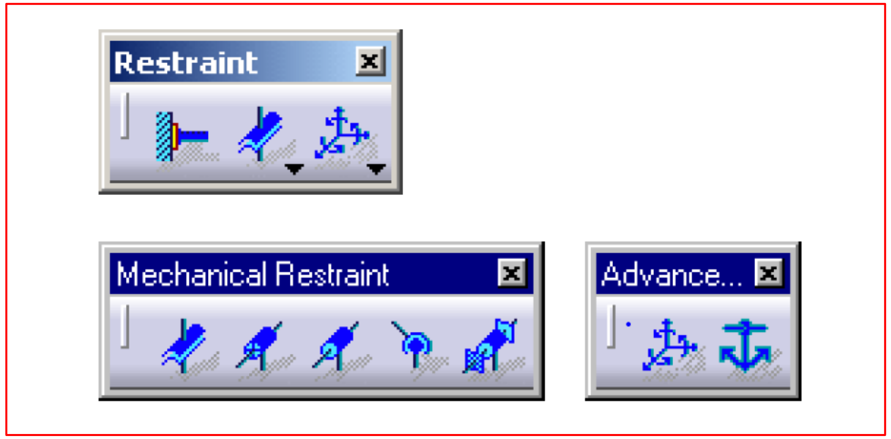
SOLUTION

- Application of loads
- Application of Restraints
- Calculation of results

Pressures
Distributed loads
Accelerations
Force density
Temperature

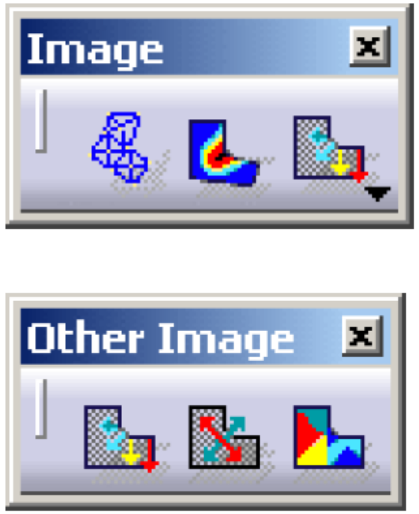
CAD->FEM

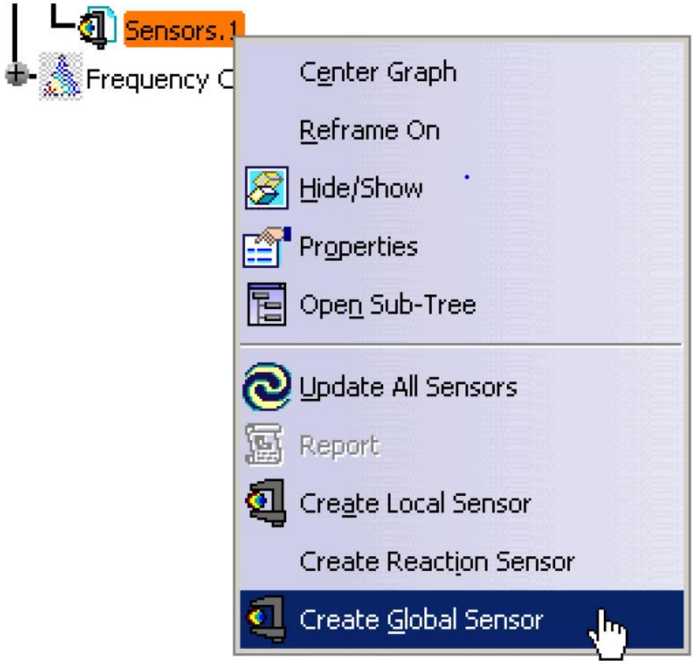




POST-PROCESSING

Analisi dei risultati e confronto con le tensioni ammissibili



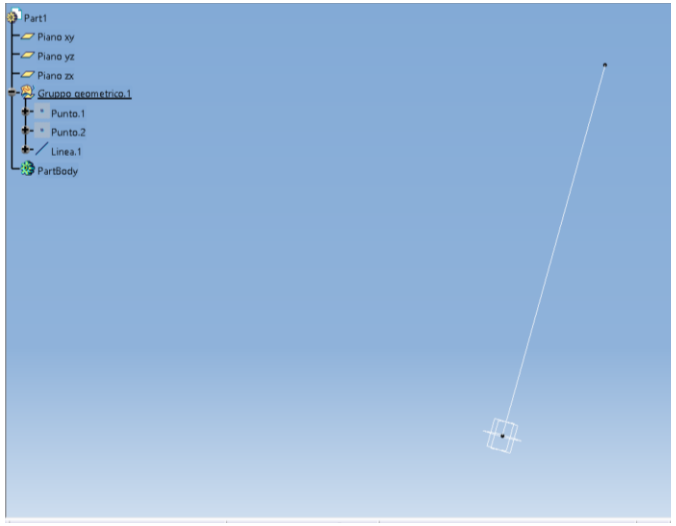


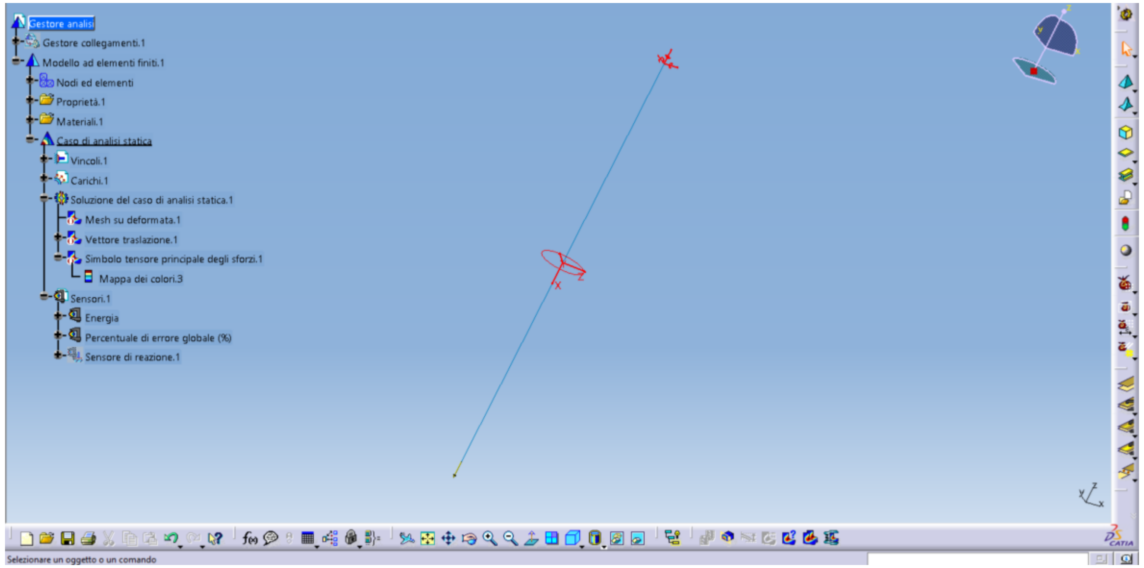
Per una prima verifica della correttezza del modello è buona pratica verificare l'equilibrio della struttura alla traslazione e alla rotazione, calcolando le reazioni vincolari mediante la creazione di un sensore.

ESEMPIO – 1

Elementi monodimensionali

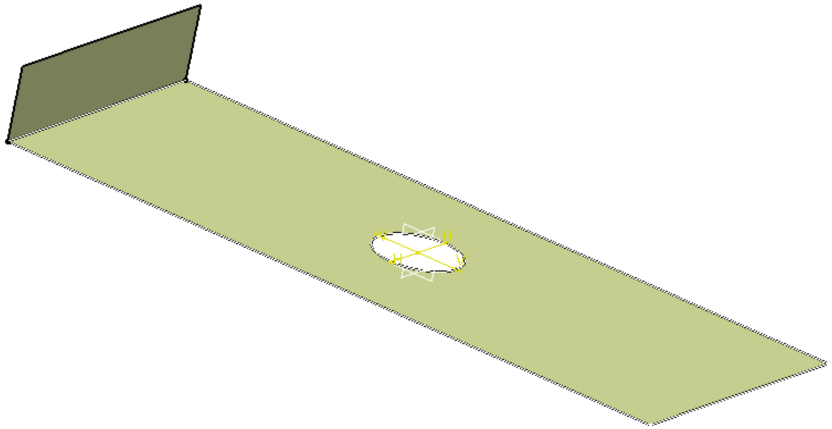
- You cannot select a sketch geometry.
- You cannot mesh 1D body belonging to hybrid body.

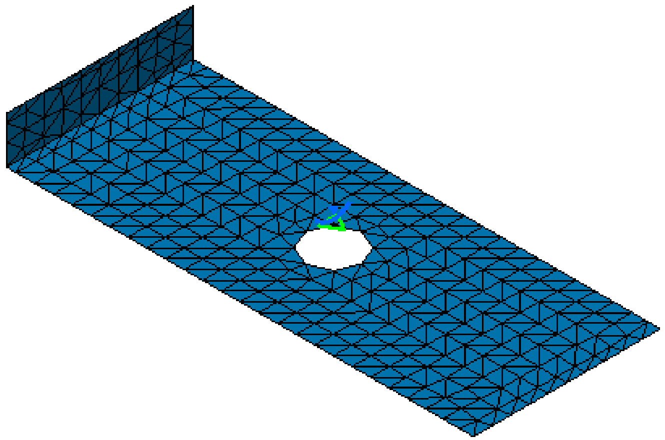




ESEMPIO – 2

Elementi shell





ESEMPIO – 3 Elementi solidi