PROYECTO PORTAFOLIOS ÓPTIMOS

DIEGO CHAN
BERNI CHUVAC
MARIO CASTRO

PES 2025
Programación II

¿INVERTIR POR CORAZONADA?

Invertir sin criterio puede llevar a decisiones impulsivas y riesgos innecesarios. La intuición y la información limitada no son suficientes para alcanzar el éxito financiero. Un enfoque basado en la teoría de portafolios óptimos ofrece un marco estructurado para maximizar rendimientos y gestionar riesgos de manera efectiva.

¿EXISTE UNA FORMA MEJOR?

En 1952, el economista Harry Markowitz demostró que invertir puede ser una ciencia, no un juego de adivinación.

MODELO ESTÁNDAR DE MARKOWITZ

La Teoría Moderna de Portafolios (MPT), desarrollada por Harry Markowitz en 1952, responde a una pregunta fundamental en finanzas:

¿Cómo construir un portafolio que maximice las posibilidades de éxito del inversor, dada su aversión al riesgo?

¿Cómo construir un portafolio que maximice las posibilidades de éxito del inversor, dada su aversión al riesgo?

MODELO ESTÁNDAR DE MARKOWITZ

Suponemos que una empresa AA puede invertir en distintos valores financieros: $S_1, S_2, \ldots, S_n$ (por ejemplo, acciones, bonos o cuentas bancarias).

Se define un portafolio como:

$$x = (x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n)$$

donde cada x_j representa el porcentaje del presupuesto invertido en el valor financiero S_j.

Restricción: se invierte todo el presupuesto disponible:

$$\sum_{j=1}^{n} x_j = 1, \quad x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, \ldots, n$$

Markowitz define dos criterios fundamentales para evaluar un portafolio: el **retorno esperado** y la **volatilidad del mismo**.

MODELO ESTÁNDAR DE MARKOWITZ

1.1 Retorno esperado del portafolio

Sea $\mu_j = E[r_j]$ el **retorno esperado** del activo financiero S_j, y sea x_j la proporción del presupuesto invertida en ese activo.
El **retorno esperado del portafolio** $R_P(x)$ se define como la media ponderada de los retornos esperados individuales:

$E[R_P(x)] = \sum_{j=1}^{n} x_j \, \mu_j = x' \mu$

donde:

$x = (x_1, x_2, \ldots, x_n)'$ es el vector de pesos del portafolio, y
$\mu = (\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_n)'$ es el vector de retornos esperados.

MODELO ESTÁNDAR DE MARKOWITZ

1.2 Volatilidad del portafolio

El riesgo del portafolio se mide mediante la varianza o su raíz cuadrada (la desviación estándar). Sea Σ la matriz de covarianzas de los retornos de los activos, donde el elemento $\sigma_{ij} = \mathrm{Cov}(r_i, r_j)$ representa la covarianza entre los activos i y j.

La varianza del retorno del portafolio se expresa como:

$$\mathrm{Var}(R_P(x)) = x'\Sigma x$$

y la volatilidad (desviación estándar) del portafolio es:

$$\sigma_P = \sqrt{\mathrm{Var}(R_P(x))} = \sqrt{x'\Sigma x}$$

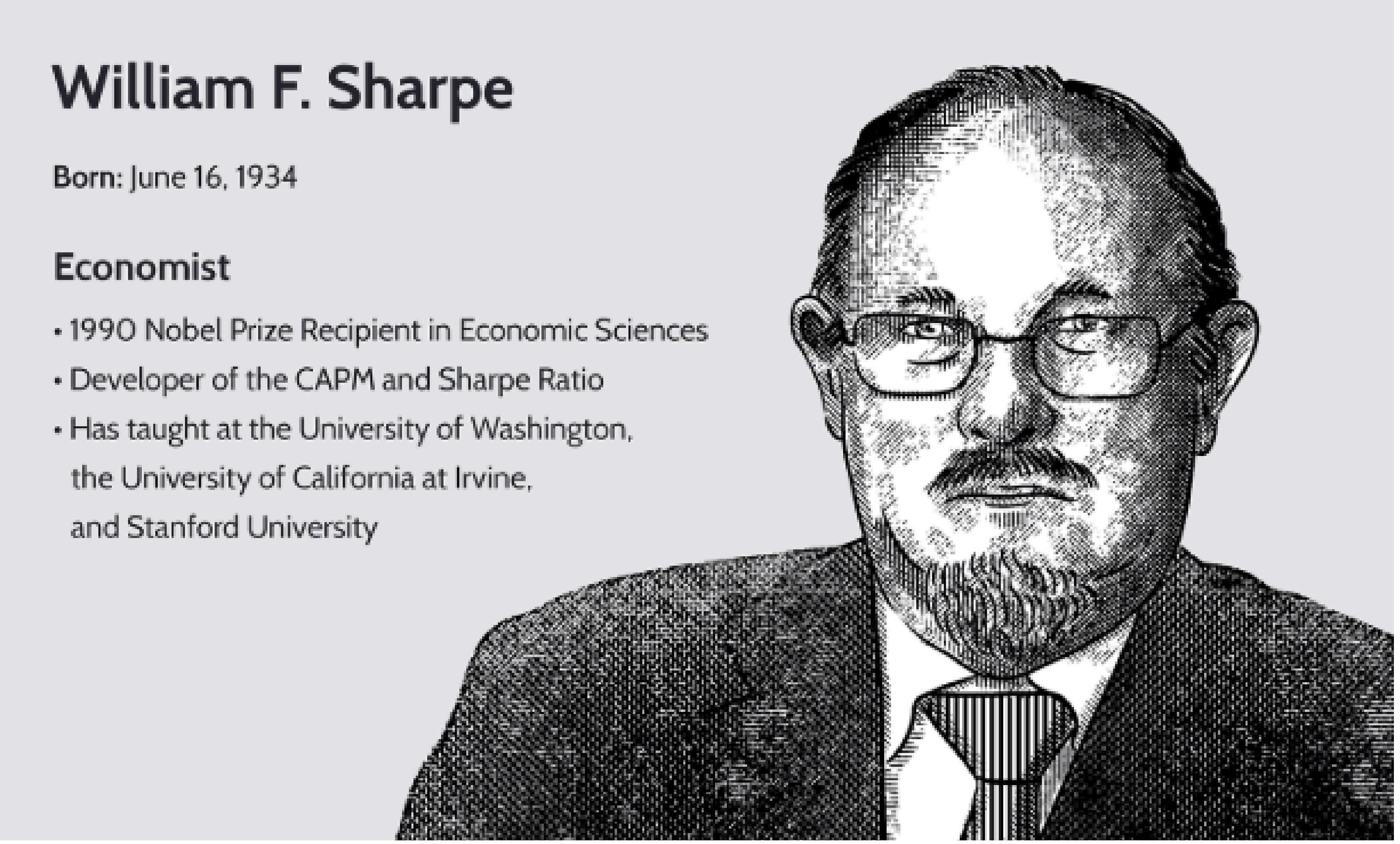
MODELO ESTÁNDAR DE MARKOWITZ

Tabla 1. Información de dos valores financieros

Valor financiero	Retorno esperado	Desviación estándar
Valor financiero 1	15%	5%
Valor financiero 2	10%	3%

La tabla muestra un claro compromiso entre riesgo y retorno: el Valor financiero 1 ofrece un retorno esperado superior (15%) al del Valor 2 (10%), pero exige asumir un riesgo significativamente mayor.

RATIO DE SHARPE



Definición

Es una medida utilizada para evaluar la eficiencia de un portafolio de inversión.

Propósito

Determinar cuánto rendimiento adicional obtiene un inversionista por cada unidad de riesgo asumido, considerando la rentabilidad esperada y la volatilidad del portafolio.

DEFINICIÓN

Se define como el cociente entre el exceso de retorno del portafolio respecto a la tasa libre de riesgo y la volatilidad del portafolio.

Interpretación

- S > 0 Portafolio rinde peor que el activo libre de riesgo.
- 0 < S > 1 Rentabilidad baja para el riesgo asumido.
- 1 < S > 2 Rentabilidad adecuada.
- 2 < S > 3 Muy buen desempeño.
- S > 3 Excepcional.

Expresión matematica

$$S = \frac{E[R_P] - R_f}{\sigma_P}$$

Donde:

- E[Rp] es el retorno esperado del portafolio.
- Rf es la tasa libre de riesgo.
- σp es la desviación estandar. (volatilidad del portafolio)

MAXIMIZACIÓN DEL RATIO SHARPE

El objetivo de la maximización del ratio de Sharpe es encontrar la combinación de activos (pesos del portafolio) que genera el mayor rendimiento ajustado por riesgo.

$$\max_{w} \frac{E[R_p] - R_f}{\sigma_p} \quad \text{sujeto a} \sum w_i = 1,\ w_i \geq 0$$

El punto donde se alcanza ese máximo se conoce como portafolio tangente o portafolio de máxima eficiencia, y representa la pendiente más alta de la línea del mercado de capitales (CML).

MAXIMO DE SHARPE EN R

1. Descarga precios historicos de yahoo con (tq_get) y calcula rendimientos logaritmicos.

```
returns_daily <- prices_wide %>%
    arrange(date) %>%
    mutate(across(all_of(tickers), ~ log(.x / lag(.x)))) %>%
    select(date, all_of(tickers)) %>%
    drop_na()
```

2. Calcula la media anualizada (μ) y la matriz de covarianza (Σ).

```
mu <- colMeans(returns_matrix) * 252
Sigma <- cov(returns_matrix) * 252
```

3. Genera muchos portafolios posibles recorriendo diferentes retornos objetivo:

```
for (target in seq(min_ret, max_ret, length.out = 40)) {
    ........................
}
```

MAXIMO DE SHARPE EN R

4. En cada iteración, usa solve.QP() para obtener los pesos óptimos.

```
sol <- try(solve.QP(Dmat, dvec, Amat_f, bvec_f, meq = 2), silent = TRUE)
if (inherits(sol, "try-error")) next
```

5. Calcula para cada portafolio.

```
ret <- sum(w * mu)
vol <- sqrt(t(w) %*% Sigma %*% w)
sharpe <- (ret - rf) / vol
```

6. Guarda el Sharpe más alto y los pesos que lo logran:

```
if (sharpe > best_sharpe) {
    best_sharpe <- sharpe
    best_w <- w
    best_ret <- ret
    best_vol <- vol
}
```

PORTAFOLIOS ÓPTIMOS

Objetivo principal

Lograr la **diversificación eficiente**: combinar activos de manera que, al tener comportamientos no perfectamente correlacionados, se reduzca el riesgo total del portafolio sin sacrificar el rendimiento esperado.

Aplicando dos modelos

- Minima Varianza (Conservador)
- Ratio de Sharpe (Riesgo/Redimiento)

PORTAFOLIOS ÓPTIMOS

LOS DATOS

Para un proceso de análisis necesitamos datos en el tiempo de valores financieros. Con herramientas online podemos obtener datos reales de activos y sus pesos (precios) en el tiempo.

Fuentes de datos: Yahoo Finance vs. Tiingo

Los precios históricos de activos se obtuvieron mediante APIs financieras. Evaluamos dos fuentes principales:

Característica	Yahoo Finance	Tiingo
Acceso	Gratuito, sin API key	Gratuito con API key (registro simple)
Cobertura	Acciones, ETFs, índices globales	Acciones, ETFs, forex, cripto, noticias
Calidad de datos	Buena para activos líquidos; puede tener errores en fechas o splits	Más limpia y consistente; ajustes de dividendos/splits más confiables
Frecuencia de actualización	Hasta 1–2 días hábiles de retraso	Hasta 1 día hábil de retraso
Uso en este proyecto	Opción predeterminada en `tidyquant`	Recomendada para mayor robustez

PORTAFOLIOS ÓPTIMOS

TRATAMIENTO DE LOS DATOS

Se toma de lo obtenido 2 variables

- **Fecha (Date)**
- **Precio ajustado (Adjusted)**

- **Fecha**
- **Precio de apertura** (`open`)
- **Precio máximo** (`high`)
- **Precio mínimo** (`low`)
- **Precio de cierre** (`close`)
- **Precio ajustado** (`adjusted`) ← ¡Este es el que usamos!
- **Volumen**

El **precio ajustado** ya incorpora los efectos de: - **Dividendos** - **Desdoblamientos (splits)** - **Agrupamientos (reverse splits)**

Esto es crucial porque permite calcular **rendimientos reales** que reflejan el retorno total del inversor.

Transformaciones aplicadas:

1. **Selección de** `adjusted`: Para evitar sesgos por dividendos no reinvertidos.
2. **Rendimientos logarítmicos**:

$$r_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right)$$

   Son estacionarios, simétricos y aditivos en el tiempo.

3. **Anualización**:
   - Rendimientos diarios → anuales: $\mu_{\text{anual}} = \mu_{\text{diario}} \times 252$
   - Covarianza diaria → anual: $\Sigma_{\text{anual}} = \Sigma_{\text{diario}} \times 252$

   (252 = días hábiles típicos en bolsa)

PORTAFOLIOS ÓPTIMOS

HERRAMIENTAS USADAS

Usamos librerias para tratar y manipular los datos, resolver ecuaciones lineales cuadraticas y graficamos de una manera eficiente

Librerías clave y su rol en el proyecto

Librería	Función principal	Por qué es esencial
`tidyverse`	Manipulación y visualización de datos (`dplyr`, `ggplot2`, `tidyr`)	Permite un flujo de trabajo limpio, legible y eficiente.
`tidyquant`	Descarga de datos financieros integrada con `tidyverse`	Moderna alternativa a `quantmod`; soporta múltiples fuentes (Yahoo, Tiingo, etc.).
`quadprog`	Resolución de problemas de optimización cuadrática	Implementa el algoritmo de Markowitz de forma precisa y eficiente.
`plotly`	Creación de gráficos interactivos	Transforma gráficos estáticos en experiencias exploratorias (tooltips, zoom, etc.).

Juntas, estas librerías forman un **ecosistema moderno y coherente** para la ciencia de datos financiera en R, evitando el uso de herramientas anticuadas o fragmentadas.

PORTAFOLIOS ÓPTIMOS

Libreria quadprog y la funcion solve.QP

Sintaxis

solve.QP(Dmat, dvec, Amat, bvec, meq = 1)

Esta es la función principal del paquete **{quadprog}**.
Resuelve el problema cuadrático de la forma:

$$\min_{\mathbf{w}} \left(\frac{1}{2} \mathbf{w}^T D \mathbf{w} - \mathbf{d}^T \mathbf{w} \right)$$

sujeto a

$$A^T \mathbf{w} \geq \mathbf{b}$$

, donde `meq` se le asigna el numero de restricciones que son de igualdad.

Parámetros:

Parámetro	Significado	Interpretación
`Dmat`	Matriz simétrica positiva definida	Matriz D, aqui es la matriz de covarianzas Σ de los rendimientos
`dvec`	Vector d del término lineal	Usualmente un vector de ceros, porque solo se minimiza la varianza (sin término lineal).
`Amat`	Matriz de restricciones	Define las restricciones $\sum_i w_i = 1, \quad w_i \geq 0$
`bvec`	Vector del lado derecho	Por ejemplo, $b = 1$ para restriccion de suma de pesos o $b_i = 0$ para restriccion de no negatividad
`meq`	Número de igualdades	`meq = 1` indica que solo la primera restricción es igualdad

MINIMIZA EL RIESGO (VARIANZA)

Formulación teórica

$$\min_{\mathbf{w}} \quad \sigma_p^2 = \mathbf{w}^T \Sigma \mathbf{w}$$

$$\text{sujeto a} \quad \sum_{i=1}^{n} w_i = 1$$

$$w_i \geq 0 \quad \forall i$$

Implementación en R

```r
#Función auxiliar: calcular rendimiento y volatilidad de un portafolio
portfolio_metrics <- function(weights, mu, Sigma) {
    ret <- sum(weights * mu)
    vol <- sqrt(t(weights) %*% Sigma %*% weights)
    return(c(return = ret, volatility = vol))

# Matriz cuadrática (Dmat) y vector lineal (dvec)
Dmat <- Sigma
dvec <- rep(0, n_assets)

# Restricciones:
# - Igualdad: sum(w) = 1
# - Desigualdad: w >= 0
A_eq <- rep(1, n_assets)
A_ineq <- diag(n_assets)
Amat <- cbind(A_eq, A_ineq)
bvec <- c(1, rep(0, n_assets))

# Resolver (meq = 1: primera restricción es igualdad)
sol <- solve.QP(Dmat = Dmat, dvec = dvec,
                Amat = Amat, bvec = bvec, meq = 1)
```

PORTAFOLIO DE MÁX RATIO DE SHARPE

Maximiza la relación riesgo-rendimiento.

Formulación teórica

$$\max_{\mathbf{w}} \quad \frac{\mathbf{w}^T\boldsymbol{\mu} - r_f}{\sqrt{\mathbf{w}^T\Sigma\mathbf{w}}}$$

sujeto a:

$$\sum_{i=1}^{n} w_i = 1, \quad w_i \geq 0$$

Implementación en R

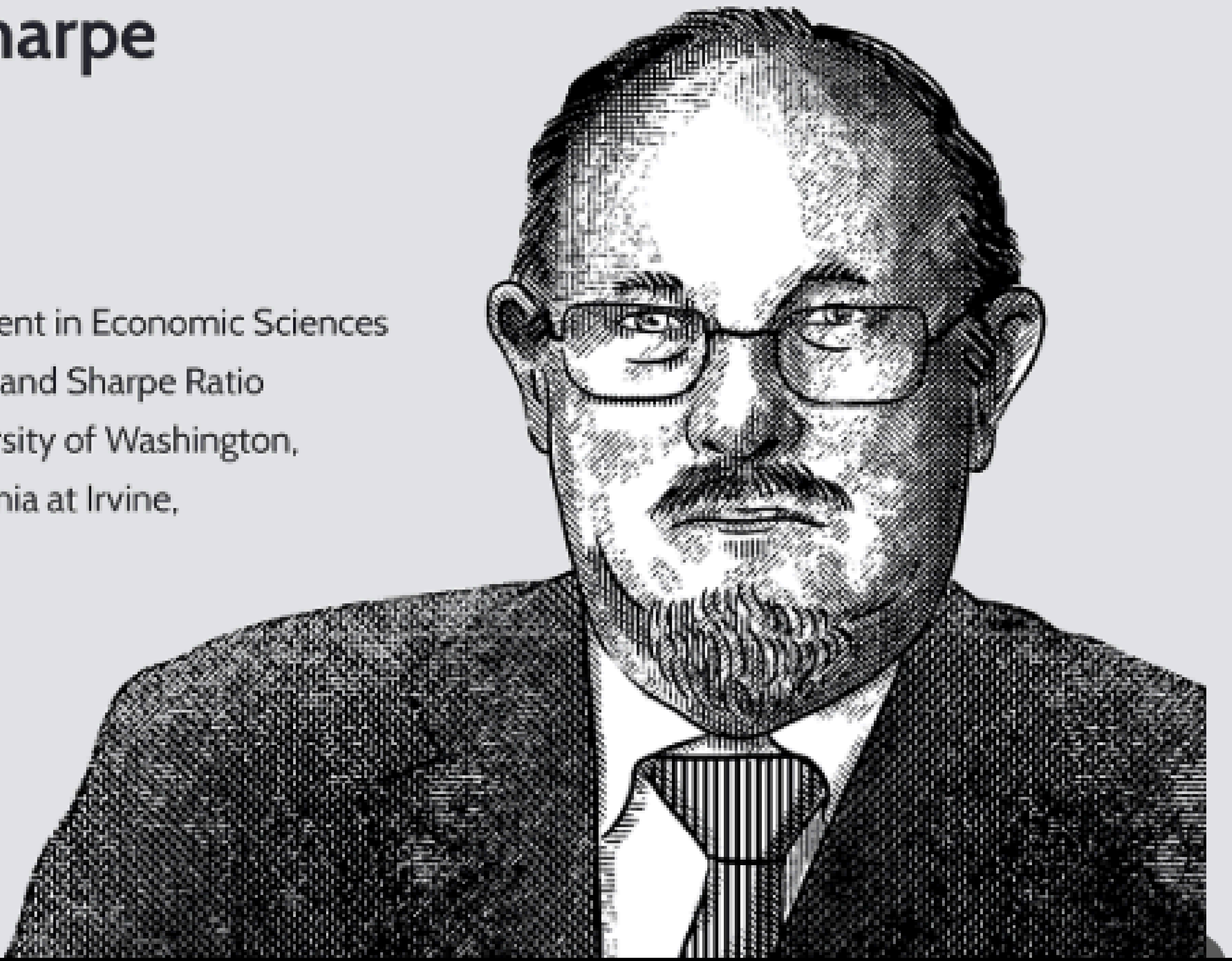
```r
# Generar múltiples objetivos de rendimiento
target_returns <- seq(min_ret, max_ret, length.out = 40)

best_sharpe <- -Inf
for (target in target_returns) {
  # Resolver modelo 2 con este target
  sol <- solve.QP(Dmat = Sigma, dvec = rep(0, n_assets),
                  Amat = Amat_f, bvec = bvec_f, meq = 2)

  w <- sol$solution
  ret <- sum(w * mu)
  vol <- sqrt(t(w) %*% Sigma %*% w)
  sharpe <- (ret - rf) / vol

  if (sharpe > best_sharpe) {
    best_sharpe <- sharpe
    best_w <- w
  }
}
```

William F. Sharpe

Born: June 16, 1934

Economist

- 1990 Nobel Prize Recipient in Economic Sciences
- Developer of the CAPM and Sharpe Ratio
- Has taught at the University of Washington, the University of California at Irvine, and Stanford University



Harry Markowitz

Born: August 24, 1927

Economist

- 1990 Nobel Prize Recipient in Economic Sciences for developing the modern portfolio theory
- His work popularized concepts like diversification and overall portfolio risk and return, shifting the focus away from the performance of individual stocks