

Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Санкт-Петербургский Политехнический университет Петра Великого»  
Институт физики, нанотехнологий и телекоммуникаций  
**Кафедра «Космические исследования»**

Работа допущена к защите  
Заведующий кафедрой ФИ  
\_\_\_\_\_ Варшалович Д.А.  
« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2017 г.

ВЫПУСКНАЯ РАБОТА БАКАЛАВРА  
**«Моделирование тепловой эволюции нейтронных звезд с  
внутренними источниками нагрева»**

Направление: 03.03.02 – «Физика»  
Профиль: 03.03.02.05 – «Физика космоса»

Выполнил  
Студент гр. 43412/1 \_\_\_\_\_ **Чайкин Е. А.**

Руководитель  
Ведущий научный сотрудник,  
профессор, ФТИ им. А. Ф. Иоффе \_\_\_\_\_ **Каминкер А. Д.**

Санкт-Петербург  
2017

## Аннотация

Разработан одномерный код остывания для моделирования тепловой эволюции нейтронной звезды. В коде использованы численные методы, позволяющие с высокой степенью точности вычислять изменения температуры в коре нейтронной звезды на относительно малых временных масштабах. В качестве приложений кода решена задача о тепловой эволюции нейтронных звёзд с внутренними источниками нагрева, расположенными в их коре. Предположено, что исходно квазистационарный источник нагрева может увеличивать или уменьшать мощность выделения тепла в определённые периоды времени. Исследованы вариации теплового излучения звезды, связанные с переменностью источника. Показано, что с поверхности звезды излучается лишь небольшая часть тепловой энергии источника (не более нескольких процентов), а большая её часть уносится из звезды потоками нейтрино. Вариации теплового излучения поверхности звезды запаздывают, размываются во времени и ослабляются по сравнению с вариациями интенсивности источника. Эти эффекты зависят от мощности, размеров и глубины расположения источника. Результаты могут быть полезны при интерпретации наблюдений нейтронных звёзд с немонотонной во времени светимостью. В частности, они могут быть использованы для теоретического объяснения переменных светимостей магнитаров и аккрецирующих нейтронных звёзд в составе рентгеновских транзиентов.

**Перечень ключевых слов:** нейтронные звезды, сверхплотная материя, тепловое излучение, численное моделирование, магнитары, внутренние источники нагрева.

# Содержание

<b>1</b>	<b>Введение</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Основы теории остывания нейтронных звёзд</b>	<b>5</b>
2.1	Строение . . . . .	5
2.2	Механическая структура . . . . .	6
2.3	Тепловая структура . . . . .	7
2.4	Остывание . . . . .	8
<b>3</b>	<b>Численное моделирование остывания нейтронных звёзд</b>	<b>10</b>
3.1	Одномерный код остывания . . . . .	10
3.2	Схема численного интегрирования для одномерного кода . . . . .	10
3.3	Теплоизолирующий слой. Сетка вблизи поверхности звезды . . . . .	12
3.4	Микрофизика в одномерном коде . . . . .	13
3.5	Пример работы одномерного кода . . . . .	13
<b>4</b>	<b>Приложения одномерного кода</b>	<b>15</b>
4.1	Нейтронные звёзды с внутренними источниками тепла . . . . .	15
4.2	Стационарные источники . . . . .	16
4.3	Переменные источники . . . . .	18
4.3.1	Общая информация . . . . .	18
4.3.2	Всплески . . . . .	19
4.3.3	Провалы . . . . .	22
4.3.4	Всплески и провалы. Итоговый анализ . . . . .	23
4.3.5	Результаты . . . . .	24
<b>5</b>	<b>Заключение</b>	<b>26</b>
	<b>Список литературы</b>	<b>27</b>

# 1 Введение

Нейтронные звёзды являются уникальными объектами во Вселенной [1, 2]. Они рождаются в процессе взрывов сверхновых с температурой около  $10^{11}$  К и массой порядка солнечной. Их радиус составляет всего около 10 километров. Такое непривычное на первый взгляд соотношение масса-радиус является следствием чрезвычайно высокой плотности материи в нейтронной звезде, среднюю величину которой по объёму звезды можно оценить как  $7 \times 10^{14}$  г см<sup>-3</sup>, что в несколько раз превышает плотность ядерной материи  $\rho_0 = 2.8 \times 10^{14}$  г см<sup>-3</sup>. При таких массах и радиусах пространство-время вокруг нейтронной звезды сильно искривлено, поэтому любые вычисления, связанные с нейтронными звёздами, должны проводиться с учётом эффектов общей теории относительности.

Нейтронная звезда – одна из возможных заключительных стадий эволюции массивных звёзд с массой  $M \gtrsim 8M_\odot$  ( $M_\odot$  – масса Солнца), образующаяся при гравитационном коллапсе. На начальной стадии коллапса ( $\tau \sim 0.01$  сек) внутренние слои звезды сжимаются, и энергия электронов в них начинает расти, что в определённый момент открывает возможность протекания реакции электронного захвата:  $(A, Z) + e^- \rightarrow (A, Z - 1) + \nu_e$ . Равновесие прямой и обратной реакций не может установиться, так как нейтрино свободно покидают коллапсирующую звезду, а бета распад нейтрона невозможен в силу заполненности электронных уровней. Таким образом нарабатывается огромное количество нейтронов. Нейтроны подчиняются принципу запрета Паули, поэтому при дальнейшем сжатии нейтронный газ создаёт вырожденное давление, которое является главной причиной установления механического равновесия внутри нейтронной звезды.

Нейтронные звёзды также могут обладать сверхсильными магнитными полями, которые для некоторых звезд достигают  $10^{15}$  Гс. Типичные магнитные поля нейтронных звезд ( $\sim 10^{12}$  Гс) являются следствием сохранения магнитного потока при коллапсе обычной звезды с магнитным полем в пределах  $10^3$  Гс. Нейтронные звёзды с магнитными полями порядка  $10^{14}$  Гс и выше образуют отдельный подкласс Магнитаров.

Нейтронные звёзды могут быстро вращаться вокруг своей оси с периодами от сотых долей секунды до десятков секунд. Сверхбыстрое вращение нейтронных звезд можно объяснить законом сохранения момента импульса во время коллапса материнской звезды. В двойных системах также существуют нейтронные звёзды с периодами вращения, достигающими нескольких миллисекунд. В данном случае периоды вращения объясняются передачей углового момента при аккреции. Вращающиеся нейтронные звёзды с магнитным полем испускают узконаправленные потоки излучения, которые могут периодически попадать в поле зрения внешнего наблюдателя, если магнитная ось нейтронной звезды не совпадает с осью её вращения. Такие объекты называют пульсарами. Они могут излучать практически во всём диапазоне спектра электромагнитных волн. Нейтронные звезды могут проявлять себя как радиопульсары, оптические, рентгеновские и гамма-пульсары. Первая нейтронная звезда была открыта именно как радиопульсар – в 1967 году в Маллардской радиоастрономической обсерватории Кембриджского университета Дж.

Белл и Э. Хьюиш обнаружили чрезвычайно стабильный пульсирующий источник с периодом 1.34 сек [3] на длине волны 3.5 м. При последующем анализе данных оказалось, что только нейтронная звезда подходит для теоретического объяснения свойств данного объекта.

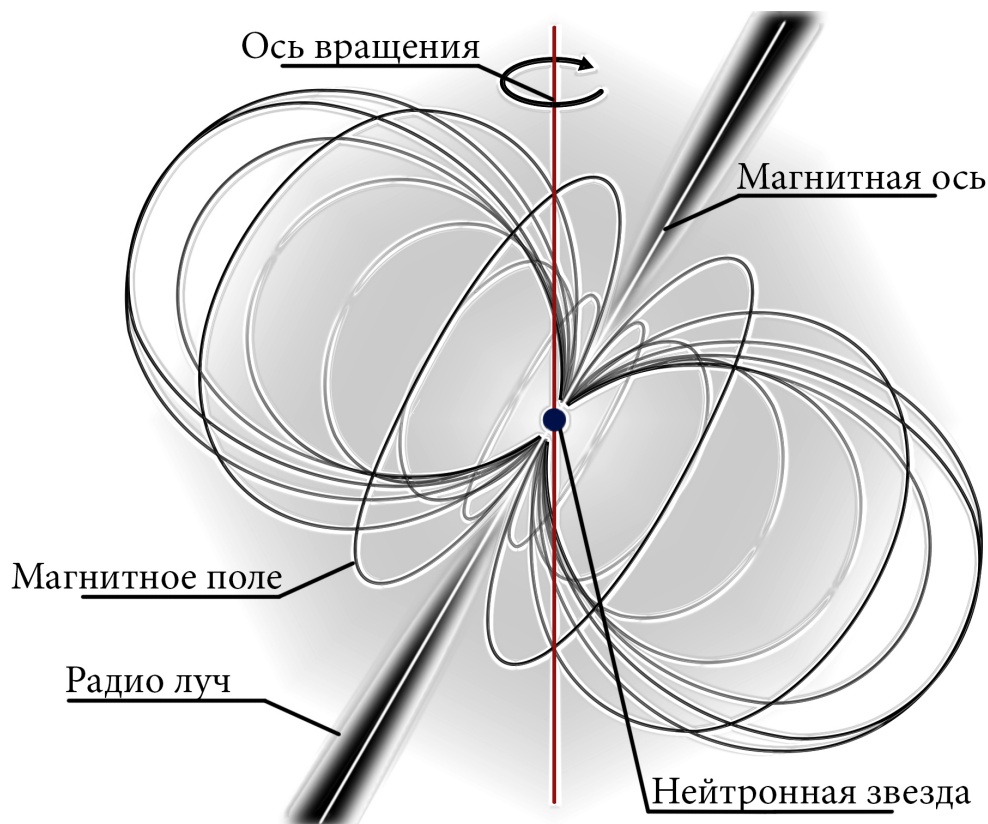


Рис. 1: Схематическая иллюстрация радиопульсара.

В настоящий момент верхние слои нейтронных звёзд и атмосфера хорошо изучены, однако более глубокие слои скрывают в себе много тайн. Считается, что большинство нейтронных звёзд состоит из нейтронов с примесью протонов, электронов и мюонов. Тем не менее, существуют основания для более сложной структуры материи (см. главу 2 пункт 1). Нейтроны и протоны в более глубоких слоях звезды могут находиться в сверхтекучем состоянии, несмотря на высокую внутреннюю температуру звезды [4].

Резюмируя вышесказанное, нейтронные звёзды являются чрезвычайно важными объектами для изучения, так как позволяют экспериментально проверять современные теоретические модели, рассматривая вещество в экстремальных условиях, которые невозможно реализовать в лаборатории.

## 2 Основы теории остывания нейтронных звёзд

### 2.1 Строение

Нейтронную звезду по физическим свойствам и составу материи можно разделить на пять основных слоёв: *атмосферу*, *внешнюю кору*, *внутреннюю кору*, *внешнее ядро* и *внутреннее ядро*.

*Атмосфера* – тонкий слой плазмы, толщина которого обычно не превышает нескольких сантиметров для горячих звёзд ( $T \sim 3 \times 10^6$  К), а для холодных ( $T \approx 3 \times 10^5$  К) может составлять всего пару миллиметров. В атмосфере формируется спектр теплового излучения нейтронной звезды, который позволяет получить важную информацию о свойствах и составе атмосферы и внутреннем строении объекта.

*Внешняя кора* составляет приблизительно несколько сотен метров и простирается от основания атмосферы до плотности  $\rho = \rho_d \sim 4.3 \times 10^{11}$  г см<sup>-3</sup> (граница между внутренней и внешней корой), выше которой начинают появляться свободные нейтроны. Материя во внешней коре состоит из сильно вырожденных релятивистских электронов и тяжёлых ядер (атомов, полностью ионизованных давлением электронов), которые образуют кристаллическую структуру.

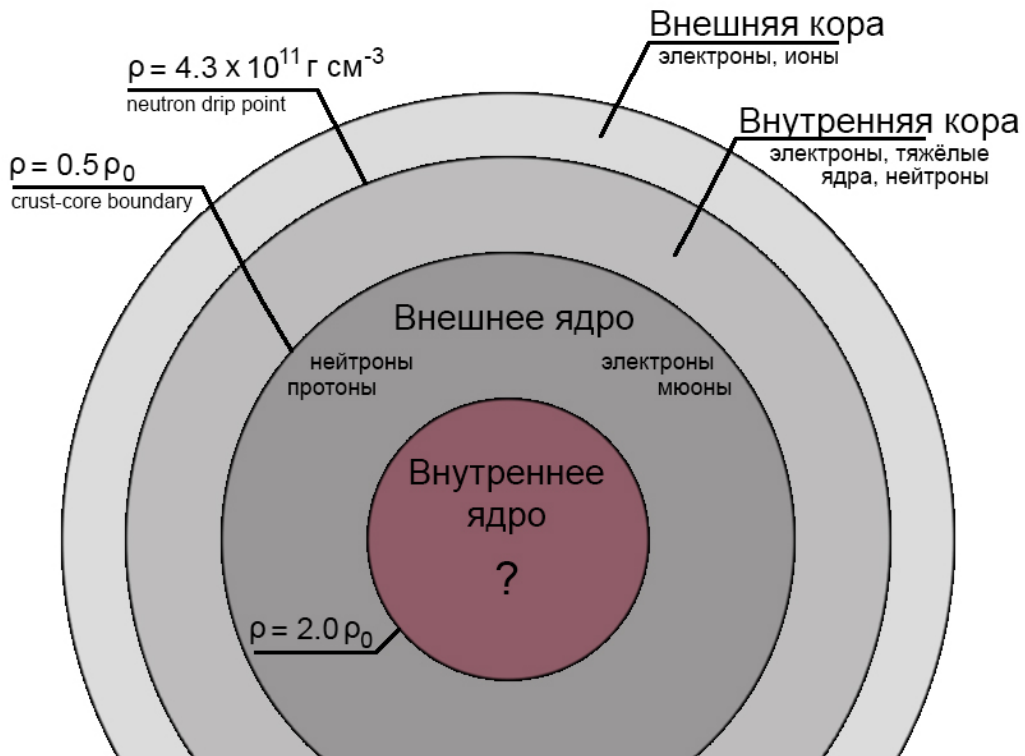


Рис. 2: Иллюстрация внутренней структуры нейтронной звезды.

*Внутренняя кора* имеет толщину около одного километра и состоит из тяжёлых ядер, электронов и свободных нейтронов. Свободные нейтроны могут находиться в сверхтекучем состоянии ( $^1S_0$  куперовское спаривание) при температурах  $T \lesssim 10^9$  К. Нижняя граница внутренней коры по плотности равна  $\sim 0.5\rho_0$ , где  $\rho_0 = 2.8 \times 10^{14}$  г см<sup>-3</sup> – плотность ядерной материи. У

основания коры тяжёлые ядра могут сливаться и иметь несферическую форму. На границе с ядром звезды они исчезают, оставляя отдельные нейтроны и протоны.

*Внешнее ядро* занимает плотности от  $0.5\rho_0$  до  $2\rho_0$ , что по протяжённости составляет несколько километров. Во внешней части ядра материя состоит из нейтронов, небольшого количества протонов, электронов и, возможно, мюонов (так называемая *прем-материя*). Равновесное состояние такого вещества определяется условиями бета-равновесия и электронейтральности. Электроны и мюоны образуют почти идеальный релятивистский Ферми газ, а нейтроны и протоны – сильно взаимодействующую нерелятивистскую Ферми жидкость. Нуклоны могут переходить в сверхтекучее состояние.

*Внутреннее ядро* существует только в звёздах с массой  $M \gtrsim 1.5M_\odot$  и имеет плотность  $\rho \geq 2\rho_0$ . Максимальная плотность во внутреннем ядре может достигать  $(10 - 15)\rho_0$  с толщиной ядра до нескольких километров. Состав и свойства материи в этой области звезды плохо изучены и представляют основную "загадку" массивных нейтронных звёзд. Предполагается, что во внутреннем ядре кроме *прем-материи* могут существовать Каон-конденсат и Пион-конденсат, образовываться  $\Lambda$  и  $\Sigma^-$ -гипероны или даже происходить деконфайнмент – переход к кварк-глюонной плазме.

Отметим, что в данной работе мы будем рассматривать только *прем-материю*.

## 2.2 Механическая структура

Нейтронные звёзды рождаются с температурой  $T \sim 10^{11}$  К, но за следующие несколько дней их температура падает до  $T \sim 10^9$  К. Энергия Ферми  $\epsilon_F$  всех частиц намного больше их тепловой энергии почти во всём объёме нейтронной звезды, кроме самых внешних слоёв, которые не влияют на механическую структуру звезды. Следовательно, хорошим приближением является описание материи нейтронной звезды как холодной ядерной материи в бета-равновесии. Уравнение состояния будет иметь баротропный вид, а механическая структура звезды не будет никак зависеть от её тепловой структуры. Для численного моделирования тепловой эволюции звезды это огромное преимущество, так как позволяет вычислить механическую структуру независимо от симуляций тепловой эволюции и держать её фиксированной на протяжении всего моделирования.

Хорошим приближением является также предположение о сферической симметрии в нейтронной звезде. Существенные отклонения от сферической симметрии могут быть вызваны сверхсильными магнитными полями ( $B \gtrsim 10^{17}$  Гс) или очень быстрым вращением (период вращения меньше нескольких миллисекунд), но в данной работе мы не будем рассматривать подобные экстремальные случаи. Таким образом, пространство-время внутри звезды будет описываться метрикой Шварцшильда [5]

$$ds^2 = e^{2\Phi(r)} c^2 dt^2 - e^{2\lambda(r)} dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2). \quad (1)$$

Метрическая функция  $\lambda(r)$  определяется из уравнения

$$e^{2\lambda(r)} = \frac{1}{\left(1 - \frac{2GM_r}{rc^2}\right)}, \quad (2)$$

где  $M_r = \int_0^r 4\pi r^2 \rho(r) dr$  имеет смысл гравитационной массы, заключённой в сфере с радиальной координатой  $r$ . Вторая неизвестная функция в метрике  $\Phi(r)$  есть решение уравнения

$$\frac{d\Phi}{dr} = -\frac{1}{\rho c^2} \frac{dP}{dr} \left(1 + \frac{P}{\rho c^2}\right)^{-1} \quad (3)$$

с граничным условием на поверхности звезды  $e^{2\Phi(R)} = 1 - \frac{2GM_R}{c^2 R}$ , где  $M_R$  – гравитационная масса всей звезды,  $R$  – окружный радиус звезды. Функция  $\Phi(r)$  по смыслу представляет безразмерный гравитационный потенциал,  $G$  есть гравитационная постоянная,  $c$  – скорость света в вакууме,  $P$  – давление,  $\rho$  – плотность.

Для построения полной механической структуры нейтронной звезды решается следующая система уравнений:

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{G\rho m}{r^2} \left(1 + \frac{P}{\rho c^2}\right) \left(1 + \frac{4\pi r^3 P}{mc^2}\right) \left(1 - \frac{2Gm}{rc^2}\right)^{-1}, \quad (4)$$

$$\frac{dM_r}{dr} = 4\pi r^2 \rho, \quad (5)$$

$$P = P(\rho), \quad (6)$$

где выражение (4) описывает условие гидростатического равновесия в общей теории относительности (уравнение Толмена-Оппенгеймера-Волкова), а выражение (6) есть уравнение состояния материи нейтронной звезды, для которой должна быть использована одна из существующих моделей. Граничными условиями являются определённое давление  $P_c$  и нулевое значение гравитационной массы  $M_r$  в центре звезды ( $r = 0$ ).

После нахождения связей  $P$ ,  $\rho$ ,  $M_r$  с радиальной координатой  $r$  из системы уравнений (4)–(6), легко решить уравнение (3), получив тем самым функцию  $\Phi(r)$ .

## 2.3 Тепловая структура

Тепловая структура нейтронной звезды в приближении сферической симметрии описывается с помощью уравнения диффузии тепла, написанным для метрики Шварцшильда [6]

$$C_V \frac{\partial e^\Phi T}{\partial t} + \frac{e^{-\lambda}}{4\pi r^2} \frac{\partial}{\partial r} (e^{2\Phi} L_r) = e^{2\Phi} (Q_h - Q_\nu), \quad (7)$$

где  $T$  – температура для локального наблюдателя,  $L_r$  – полный поток тепла через сферическую поверхность с радиальной координатой  $r$ , который определяется как

$$L_r = -4\pi r^2 \kappa e^{-\Phi-\lambda} \frac{\partial}{\partial r} (e^\Phi T). \quad (8)$$

Уравнение (7) несёт в себе смысл условия баланса энергии для каждого дифференциально малого сферического слоя в звезде с радиальной координатой  $r$  и собственным объёмом  $dV =$



$4\pi r^2 e^{\lambda} dr$ . Первый член в уравнении (7) отвечает за изменение тепловой энергии в единицу времени, второй член описывает поток тепла через границы рассматриваемого слоя. В правой части  $Q_\nu$  описывает потери энергии в единицу времени на единичный объём за счёт нейтринного излучения звезды, а  $Q_h$  есть мощность единицы объёма гипотетических внутренних источников тепла, если такие присутствуют (в противном случае  $Q_h = 0$ ). Величина  $C_V$  представляет теплоёмкость единицы объёма звезды, а  $\kappa$  – коэффициент теплопроводности. Функции  $C_V$ ,  $\kappa$ ,  $Q_\nu$  и  $Q_h$  могут быть параметризованы через локальную температуру звезды в рассматриваемой точке  $T$  и плотность  $\rho$ .

Удобно ввести смещённую температуру  $\tilde{T} = e^{\Phi} T$  (то есть температуру для удалённого наблюдателя), так как поток тепла  $L_r$  пропорционален градиенту именно этой величины. Если  $\tilde{T}$  не зависит от плотности, получаем  $L_r = 0$ , то есть нейтронная звезда имеет изотермический профиль смещённой температуры.

## 2.4 Остывание

Нейтронная звезда в течение всей своей жизни постоянно теряет свою тепловую энергию двумя способами: 1 – за счёт объёмного нейтринного излучения, 2 – за счёт фотонного излучения с поверхности (из-за сверхплотной материи фотоны из внутренних слоёв звезды не способны выбраться наружу). Для времён жизни звезды  $t \lesssim t_\nu = 10^5$  лет тепловую эволюцию звезды в основном определяют нейтринные потери энергии, а на временах  $t \gtrsim t_\nu$  – фотонные. Нейтринные процессы в звезде более чувствительны к изменению температуры, чем равновесное фотонное излучение с поверхности, поэтому при больших временах жизни, когда звезда уже достаточно остыла, вкладом нейтринного излучения в процесс остывания можно пренебречь.

После рождения нейтронная звезда начинает очень быстро охлаждаться главным образом за счёт нейтринного излучения ядра. Кора остывает намного медленнее, чем ядро, так как её собственные нейтринные потери энергии относительно малы. Сравнительно низкая теплопроводность коры делает её хорошим "теплоизолятором" ядра. Первоначально ядро и кора остывают независимо, и излучение с поверхности звезды не несёт в себе информацию о состоянии ядра, однако уже через  $t \sim (1 - 3) \times 10^2$  лет благодаря высокой теплопроводности внутренних слоёв практически во всей нейтронной звезде (всё ядро и большая часть коры) устанавливается изотермический температурный профиль, то есть в данном случае ядро уже не остывает независимо от остальной части звезды. Тем не менее, в самых верхних слоях оболочки ( $\rho \lesssim 10^9$  г см<sup>-3</sup>) имеется сильный температурный градиент, что делает локальную температуру на поверхности звезды примерно на полтора порядка меньше температуры внутренних слоёв. Таким образом, зная соотношение между температурой на поверхности и температурой при плотности  $\rho \sim 10^9$  г см<sup>-3</sup>, можно, наблюдая светимость нейтронной звезды, оценить, какую температуру имеет её ядро.

Исследование тепловой эволюции изолированных нейтронных звёзд является наилучшим способом изучения физики их коры и ядра. При помощи компьютерного моделирования стро-

ится теоретическая кривая остывания нейтронной звезды – зависимость светимости звезды  $L_s$  или температуры поверхности  $T_s$  от времени  $t$ . Теоретически построенная кривая зависит от массы звезды, магнитного поля (если присутствует) и микрофизики (уравнение состояния ядерной материи в звезде, теплоёмкость, теплопроводность, нейтринные процессы), заложенных в симуляции остывания. Сравнивая кривые остывания, полученные с помощью компьютерного моделирования, с наблюдательными данными, можно получить ограничения на теоретические модели нейтронной звезды, что позволяет со временем приблизиться к варианту модели, который реализуется в природе.

Чтобы решить задачу об остывании нейтронной звезды, систему уравнений (7) и (8) необходимо дополнить начальным и граничными условиями. Первым граничным условием выберем равенство потока тепла нулю в центре звезды:

$$L_r|_{r=0} = 0. \quad (9)$$

В качестве второго граничного условия приравняем поток тепла на поверхности звезды к светимости абсолютно чёрного тела  $L_s$ :

$$L_r|_{r=R} = 4\pi R^2 \sigma T_s^4 \equiv L_s, \quad (10)$$

где  $T_s$  – локальная температура поверхности,  $\sigma$  – постоянная Стефана-Больцмана. Таким образом, весь поток энергии, который дойдёт до поверхности, будет покидать звезду в виде теплового излучения.

В качестве начального условия необходимо определить профиль смещённой температуры в момент рождения звезды:

$$\tilde{T}|_{t=0} = T_0, \quad (11)$$

где  $T_0 \sim 10^{10}$  К есть начальная температура звезды.

Более подробно познакомиться с теорией остывания нейтронных звёзд и их внутренней структурой можно, например, в [7–9].

## 3 Численное моделирование остывания нейтронных звёзд

### 3.1 Одномерный код остывания

Для моделирования тепловой эволюции нейтронных звёзд был написан одномерный код остывания. Необходимость в коде была связана с тем, что используемый до сих пор в секторе теоретической астрофизики ФТИ код, написанный на языке программирования C, нуждался в улучшении.

Главным преимуществом нового кода является то, что он написан на языке python, что делает его очень простым для чтения и редактирования. Код хорошо оптимизирован, так как использует библиотеки Numpy и Scipy для работы с матрично-векторными величинами. В код включены эффекты общей теории относительности, которые играют важную роль ввиду компактности нейтронных звёзд. В коде учтена сверхтекучесть нейтронов и протонов, эффекты которой также сильно влияют на тепловую эволюцию звезды. Наконец, для интегрирования по времени использован обратный метод Эйлера, за счёт которого симуляции становятся стабильными как для широкого диапазона начальных условий задачи, так и для больших шагов по времени.

В отличие от предыдущего кода, новый код использует другую численную схему интегрирования, о которой будет сказано в следующем параграфе. Кроме того, в коде на языке Python роль независимой переменной играет радиальная координата  $r$ . Для сравнения в коде на языке C независимой переменной является масса, заключённая в сфере с радиальной координатой  $r$ . Для задач, которые будут рассмотрены в главе 4, наиболее удобным оказывается именно первый вариант независимой переменной, так как он позволяет проводить вычисления во внешней коре нейтронной звезды с более высокой точностью.

### 3.2 Схема численного интегрирования для одномерного кода

Разберёмся более подробно, как устроен и как работает одномерный код остывания нейтронной звезды.

1D-код решает систему уравнений (7), (8) с граничными условиями (9), (10) и начальным условием (11) с помощью обратного метода Эйлера. Для разбора численной схемы рассмотрим уравнение (7) в общем виде. Чтобы в дальнейшем работать только с одним уравнением, подставим в уравнение (7) поток тепла  $L_r$  из уравнения (8). Как уже было отмечено ранее, независимой переменной интегрирования является радиальная координата  $r$ . Будем помнить, что всегда существует взаимно-однозначная связь между плотностью  $\rho$  и  $r$ , и иногда будет удобнее переходить от  $r$  к  $\rho$ . В итоге имеем

$$a(\rho, T)T'_t = b(\rho, T) [c(\rho, T)T'_r]_r - d(\rho, T), \quad T = T(\rho(r), t), \quad (12)$$

где через штрихи обозначены частные производные по  $t$  и  $r$ , а величины  $a$ ,  $b$ ,  $c$  и  $d$  есть функции плотности  $\rho$  и локальной температуры  $T$ . Сама температура  $T$  является функцией плотности

$\rho$  и координатного времени с момента рождения звезды  $t$ .

Создадим сетку вдоль радиальной координаты от центра к поверхности нейтронной звезды из сферических слоёв с различной шириной  $dr_i$ . Чтобы минимизировать ошибку разбиения, удобно сначала создать логарифмическую сетку в пространстве плотностей и далее, используя зависимость  $r = r(\rho)$ , перейти к радиальным координатам. Следовательно, после разбиения звезды на  $N$  слоёв получим

$$\sum_{i=1}^N dr_i = R,$$

где  $R$  - окружный радиус звезды. Дискретизацию во времени формально запишем как

$$\sum_{n=1}^{N'} dt_n = t_{N'}.$$

Подчеркнём необходимость оптимального выбора шага по времени: на ранних стадиях остывания нейтронной звезды большие шаги по времени приведут к неминуемым ошибкам и последующим остановкам симуляций, в то время как на поздних стадиях эволюции звезды малые шаги по времени сильно увеличат время симуляций.

После очевидных преобразований производных в конечные разности в уравнении (12) получим

$$a_i^n \frac{T_i^{n+1} - T_i^n}{dt_{n+\frac{1}{2}}} = b_i^n (c_i^n (T_i^{n+1})'_r)'_r - d_i^n$$

и

$$a_i^n \frac{T_i^{n+1} - T_i^n}{dt_{n+\frac{1}{2}}} = \frac{b_i^n}{dr_i} \left( c_{i+\frac{1}{2}}^n \frac{T_{i+1}^{n+1} - T_i^{n+1}}{dr_{i+\frac{1}{2}}} - c_{i-\frac{1}{2}}^n \frac{T_i^{n+1} - T_{i-1}^{n+1}}{dr_{i-\frac{1}{2}}} \right) - d_i^n. \quad (13)$$

Здесь введена дополнительная сетка с узлами  $r_{i\pm\frac{1}{2}}$ , которые определяются как

$$r_{i+\frac{1}{2}} = \frac{r_i + r_{i+1}}{2} \text{ и } r_{i-\frac{1}{2}} = \frac{r_i + r_{i-1}}{2}.$$

Заметим, что  $dr_{i+\frac{1}{2}}$  - интервал между вершинами основной сетки  $r_{i+1}$  и  $r_i$ , а  $dr_i$  - интервал между узлами дополнительной сетки  $r_{i+\frac{1}{2}}$  и  $r_{i-\frac{1}{2}}$ . Далее  $c_{i+\frac{1}{2}}^n$  - функция  $c(\rho(r), T(r, t))$ , вычисленная в вершине  $r_{i+\frac{1}{2}}$  в момент времени  $t^n$ , а  $T_{i-1}^{n+1}$  - температура, посчитанная в точке  $r_{i-1}$  в момент времени  $t^{n+1}$ .

Чтобы упростить систему уравнений (13), введём коэффициенты

$$A_i = \frac{b_i^n c_{i+\frac{1}{2}}^n dt_{n+\frac{1}{2}}}{dr_{i+\frac{1}{2}} dr_i a_i^n}, \quad B_i = \frac{b_i^n c_{i-\frac{1}{2}}^n dt_{n+\frac{1}{2}}}{dr_{i-\frac{1}{2}} dr_i a_i^n}, \quad D_i = \frac{dt_{n+\frac{1}{2}} d_i^n}{a_i^n}.$$

С ними система уравнений (13) запишется как

$$(1 + A_i + B_i) T_i^{n+1} - A_i T_{i+1}^{n+1} - B_i T_{i-1}^{n+1} = T_i^n - D_i. \quad (14)$$

Теперь её удобно представить в матрично-векторной записи

$$\begin{bmatrix} (1 + A_1 + B_1) & -A_1 & 0 & \cdots & 0 \\ -B_2 & (1 + A_2 + B_2) & -A_2 & \cdots & 0 \\ 0 & -B_3 & (1 + A_3 + B_3) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & (1 + A_N + B_N) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} T_1^{n+1} \\ T_2^{n+1} \\ T_3^{n+1} \\ \vdots \\ T_N^{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_1^n - D_1 + \Psi \\ T_2^n - D_2 \\ T_3^n - D_3 \\ \vdots \\ T_N^n - D_N + \Phi \end{bmatrix},$$

где функции  $\Phi$  и  $\Psi$  описывают граничные условия по краям решётки.

Мы свели дифференциальное уравнение в частных производных параболического вида к системе линейных алгебраических уравнений с трёхдиагональной матрицей. В нашем коде данная система решается методом прогонки. Таким образом, при заданной температуре  $T$  в момент времени  $t^n$ , решая данную систему, мы найдём температуру  $T$  в момент времени  $t^{n+1}$ .

Заметим, что из-за нелинейности уравнения (12) функции  $a$ ,  $b$ ,  $c$  и  $d$  вычисляются при температуре, найденной в момент времени  $t^n$ , а не в  $t^{n+1}$ , как предполагается в обратном методе Эйлера. Поэтому для увеличения точности и стабильности в код встроен метод итераций, где уравнение (12) решается  $j$  раз в точке  $t^n$ , причём для  $j$ -го раза в функции  $a$ ,  $b$ ,  $c$  и  $d$  подставляется температура уже в момент времени  $t^{n+1}$ , которая была найдена при  $(j-1)$ -м решении уравнения (12). Если  $j=1$ , то функции  $a$ ,  $c$ ,  $b$  и  $d$  вычисляются при известной температуре в момент времени  $t^n$ .

### 3.3 Теплоизолирующий слой. Сетка вблизи поверхности звезды

На практике создавать сетку до самой поверхности звезды неудобно, так как у поверхности времена тепловой релаксации намного меньше, чем для более глубоких слоёв. Это сильно увеличивает время и другие затраты, необходимые для тщательной симуляций остывания, поэтому разумно приповерхностный слой считать стационарным на временах тепловой релаксации внутренних слоёв нейтронной звезды. Такой слой обычно называют *теплоизолирующим*, так как в нём присутствует сильный градиент температуры, о котором упоминалось в пункте 2.4. В [10] показано, что характерная плотность нижней границы теплоизолирующего слоя  $\rho_b \sim 10^{10}$  г см<sup>-3</sup>. Зависимость между локальной температурой на нижней границе слоя  $T_b$  и локальной температурой на поверхности  $T_s$  вычисляется отдельно и подставляется в основную симуляцию, чтобы при сетке до плотности  $\rho_b$  граничное условие (10) по-прежнему определялось на поверхности звезды, то есть

$$L_r|_{\rho=\rho_b} = 4\pi R^2 \sigma [T_s(T_b)]^4, \quad (15)$$

где предположено, что весь поток тепла, который попадает в теплоизолирующий слой при  $\rho = \rho_b$ , доходит до поверхности.

В код встроена связь между  $T_s$  и  $T_b$  для He-C и C-Fe составов теплоизолирующего слоя и любой массы звезды [11], причём концентрация лёгких ионов (в первом случае – гелия, во втором случае – углерода), может регулироваться.

Известно (см, например, [12]), что при фиксированной температуре  $T_b$ ,  $T_s$  будет тем выше, чем больше лёгких ионов будет входить в состав теплоизолирующего слоя.

### 3.4 Микрофизика в одномерном коде

Вся микрофизика материи нейтронной звезды, реализованная в функциях нейтринной светимости  $Q_\nu$ , теплопроводности  $\kappa$  и теплоёмкости  $C_V$  была перенесена из [13]. Ниже будет кратко упомянуто, какие физические процессы присутствуют в коде.

Вклад в полную теплоёмкость коры нейтронной звезды  $C_{crust}$  дают теплоёмкость сильно вырожденного газа релятивистских электронов  $C_e$  и теплоёмкость ионов  $C_{ion}$ . Кроме того, во внутренней коре ввиду наличия свободных нейтронов к имеющейся теплоёмкости ионов и электронов добавляется вклад сильно вырожденного нейтронного газа  $C_n$ , который является доминирующим. Теплоёмкость ядра  $C_{core}$  складывается из вкладов всех присутствующих в ядре фермионов в рамках *прем*-материи, а именно: протонов, нейтронов, электронов и мюонов.

Основной вклад в нейтринную светимость коры  $Q_{crust}$  вносят тормозное нейтринное излучение при рассеянии электронов на ионах  $Q_{eZ}$ , распад плазмона  $Q_{plasma}$  и аннигиляция электрон-позитронных пар  $Q_{pair}$ . В нейтринной светимости ядра  $Q_{core}$  учтены прямые урка-процессы  $Q_{dir}$ , модифицированные урка-процессы  $Q_{mod,n}$ ,  $Q_{mod,p}$  и тормозное нейтринное излучение при нуклон-нуклонном рассеянии  $Q_{nn}$ ,  $Q_{np}$ ,  $Q_{pp}$ .

Коэффициент теплопроводности в коре нейтронной звезды  $\kappa_{crust}$  определяется вкладом электронного газа  $\kappa_e$ . Теплопроводность ядра  $\kappa_{core}$  есть сумма теплопроводностей электронов  $\kappa_e$  и нейтронов  $\kappa_n$ .

В коде также учтены эффекты сверхтекучести:  $^1S_0$  сверхтекучесть нейтронов во внутренней коре,  $^3P_2$  – в ядре и  $^1S_0$  сверхтекучесть протонов в ядре. Эффекты сверхтекучести подавляют теплоёмкость, прямые и модифицированные урка-процессы и тормозное нейтринное излучение нуклонов, активизируя при этом дополнительный канал энергетических потерь – нейтринное излучение во внутренней коре и ядре как результат куперовского спаривания нуклонов  $Q_{cooper}$ . Тем не менее, в данной работе нам не придётся прибегать к учёту подобных эффектов.

### 3.5 Пример работы одномерного кода

Перед тем как переходить к решению различных задач при помощи одномерного кода, продемонстрируем, как он работает в случае стандартного остывания изолированной нейтронной звезды.

Возьмём звезду с массой  $M = 1.4M_\odot$ , радиусом  $R = 12.6$  км, уравнением состояния – BSK21 [14]. Сетку создадим из 500 сферических слоёв внутри звезды по плотности вплоть до  $\rho_b = 10^9$  г см<sup>-3</sup>. Теплоизолирующая оболочка пусть состоит из железа. Начальный профиль смещённой температуры  $\tilde{T}$  будет считать постоянным от  $r$  и сделаем равным  $10^{10}$  К. Начальный шаг по времени  $dt$  пусть будет равен 0.1 сек с дальнейшим увеличением до  $3 \times 10^3$  лет на поздних этапах эволюции звезды.

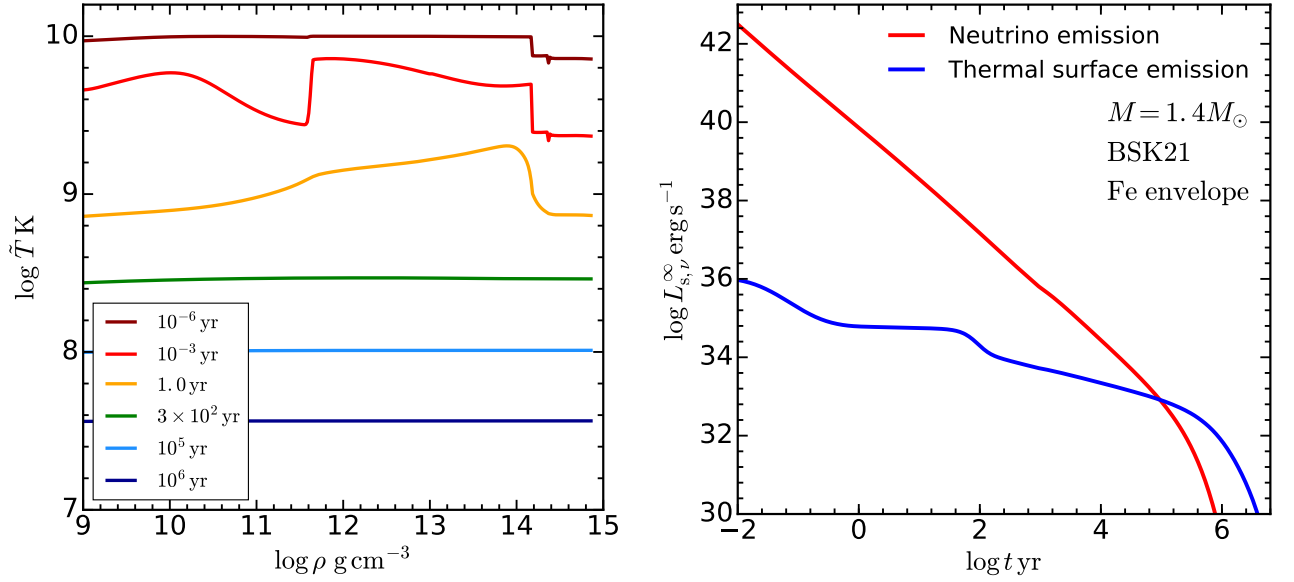


Рис. 3: *Левая панель:* Профиль температуры внутри нейтронной звезды с массой  $M = 1.4M_{\odot}$  в последовательные моменты времени. *Правая панель:* Поверхностная светимость звезды для удалённого наблюдателя  $L_s^{\infty}$  и потери энергии за счёт эмиссии нейтрино из объёма звезды  $L_{\nu}^{\infty}$ .

Результаты работы кода остывания изображены на рис. 3. На левой панели показано, как меняется профиль смещённой температуры внутри нейтронной звезды в последовательные моменты времени. Видно, что сначала ядро остывает намного быстрее, чем кора звезды, за счёт более мощного нейтринного излучения, однако ближе к временам  $t \gtrsim 2 \times 10^2$  лет благодаря высокой теплопроводности внутренних слоёв температурный профиль становится изотермичным. На правой панели рис. 3 представлены поверхностная светимость звезды для удалённого наблюдателя  $L_s^{\infty} = L_s \left(1 - \frac{2GM_R}{c^2 R}\right)$  и полная объёмная нейтринная светимость звезды  $L_{\nu}^{\infty}$  в зависимости от координатного времени  $t$  с момента рождения звезды. Видно, что на временах  $t \lesssim 10^5$  звезда теряет энергию в основном за счёт нейтринного излучения, а на более поздних стадиях эволюции скорость остывания звезды определяется исключительно тепловым излучением с поверхности.

Для получения рис. 3 с помощью одномерного кода ноутбуку с процессором *IntelCore i7-3630QM* и *8 GB RAM* потребовалось  $\sim 20$  сек.

## 4 Приложения одномерного кода

### 4.1 Нейтронные звёзды с внутренними источниками тепла

Существуют наблюдательные данные, которые могут быть интерпретированы как проявление внутренних источников нагрева в нейтронных звёздах. Природой таких источников тепла могут быть, например, омические потери сверхсильных магнитных полей или подогрев теплового потока из ядра амбиполярной диффузией в магнитарах [15]. Если нейтронная звезда находится в двойной системе, во время аккреции она способна подогреваться при помощи неравновесных ядерных реакций в её коре [16]. Таким образом, нейтронные звезды в течение тепловой эволюции могут иметь периоды внутреннего нагрева.

Под источником тепла будем понимать некоторую область внутри нейтронной звезды, которая выделяет определённое количество энергии в единицу времени. В одномерном случае внутренний источник тепла представляет из себя сферический слой, положение и объём которого задаются через радиальные координаты его внешней и внутренней границ –  $r_1$  и  $r_2$  (см. рис. 4). Оказывается, однако, что границы сферического слоя удобнее параметризовать не через радиальную координату, а через плотность. Поэтому далее все источники тепла мы будем описывать через плотности на их границах –  $\rho_1$  и  $\rho_2$ , при этом имея в виду взаимно-однозначную связь  $\rho_1 = \rho(r_1)$  и  $\rho_2 = \rho(r_2)$ .

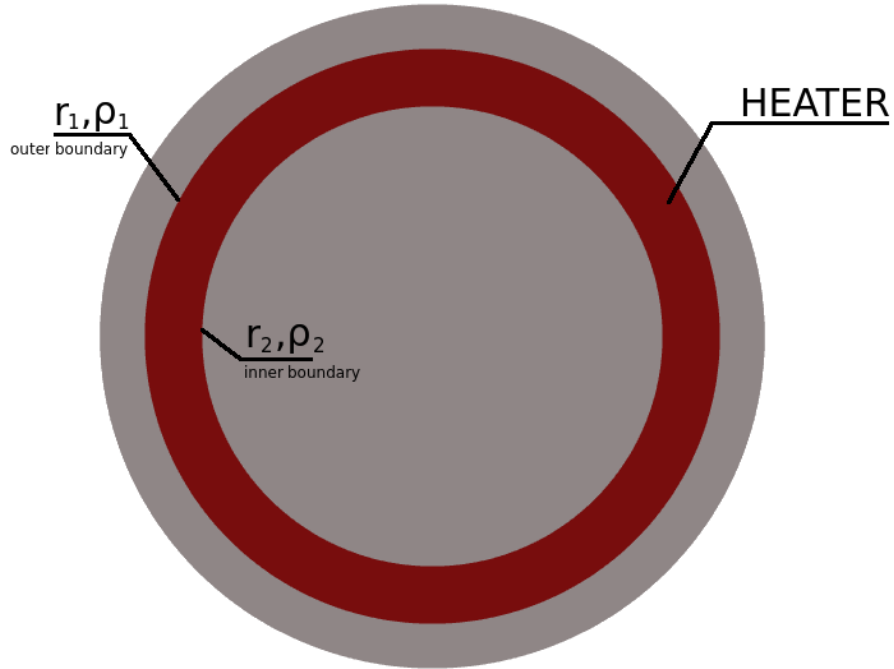


Рис. 4: Реализация источника тепла внутри нейтронной звезды в одномерном случае.

Математически наличие теплового источника в слое  $\rho_1 < \rho < \rho_2$  выражается в отличном от нуля члене  $Q_h$  для плотностей  $\rho_1 < \rho < \rho_2$  в уравнении (7). Величина  $Q_h$  имеет размерность эрг



$\text{см}^{-3} \text{ с}^{-1}$  и по смыслу есть мощность единицы объёма источника. В наиболее общем случае она может быть функцией и времени  $t$ , и плотности  $\rho$ . Полная мощность источника определяется следующим образом:

$$L_h^\infty(t) = \int_{r_2}^{r_1} \frac{4\pi r'^2 Q_h(r', t) e^{2\Phi}}{\sqrt{1 - \frac{2GM_{r'}}{c^2 r'}}} dr', \quad (16)$$

где была использована связь между  $\rho$  и  $r$ .

## 4.2 Стационарные источники

Перейдём к рассмотрению самых простых источников тепла – стационарных источников. Стационарный источник в одномерной аппроксимации – это сферический слой внутри нейтронной звезды, мощность которого постоянна во времени. Формально определим мощность такого источника следующим образом:

$$Q_h(\rho, t) = \begin{cases} H_c, & \text{если } \rho_1 < \rho < \rho_2 \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases} \quad (17)$$

То есть источник, представленный сферическим слоем в пределах плотностей  $\rho_1 < \rho < \rho_2$ , выделяет  $H_c$  эрг в секунду на единичный объём.

Для свободно остывающей нейтронной звезды включение постоянного источника в некий момент времени  $t = t_0$  заставляет её перейти в квазистационарное состояние [17]. В квазистационарном состоянии в звезде устанавливается фиксированный профиль температуры, который не меняется со временем, а полная энергия, вкачиваемая источником тепла в звезду в единицу времени, равна энергетическим потерям звезды за счёт объёмного нейтринного и поверхностного фотонного излучений. Очевидно, что поверхностная светимость звезды  $L_s^\infty$  также не зависит от времени. Сам переход в квазиравновесное состояние может занимать от нескольких лет до нескольких сотен лет в зависимости от мощности и глубины залегания источника.

Посмотрим, как выглядит профиль температуры внутри звезды в квазистационарном режиме для конкретных параметров постоянного источника. Пусть плотность на внешней границе источника  $\rho_1 = 10^{11} \text{ г см}^{-3}$ , а на внутренней –  $\rho_2 = 10^{12} \text{ г см}^{-3}$ . Для звезды с уравнением состояния BSK21 и массой  $M = 1.4M_\odot$  соответствующие плотностям на границах радиальные координаты  $r_1$  и  $r_2$  будут равны 12.26 и 12.07 км. Для собственного объёма источника получим следующее значение:

$$V = \int_{r_2}^{r_1} \frac{4\pi r'^2 dr'}{\sqrt{1 - \frac{2GM_{r'}}{c^2 r'}}} = 4.21 \times 10^{17} \text{ см}^3.$$

Пусть начальная температура  $\tilde{T}$  по профилю звезды постоянна и равна  $10^{10} \text{ К}$ , теплоизолирующая оболочка из железа и одномерная сетка состоит из 350 сферических ячеек от центра звезды до плотности  $\rho_b = 10^9 \text{ г см}^{-3}$ . Источник будем включать в момент времени  $t_0 = 10^3$  лет с мощностями  $H_c$  от  $10^{18}$  до  $10^{21} \text{ эрг см}^{-3} \text{ сек}^{-1}$ . Соответствующие профили температуры звезды в квазистационарных состояниях изображены на рис. 5. Как и следует ожидать, наиболее

высокие температуры достигаются внутри источника. Энергия от источника за счёт теплопроводности доходит как до поверхности, так и до ядра, рассеиваясь и излучая нейтрино по пути из различных слоёв звезды. Для сравнения на рисунке дополнительно изображен профиль температуры звезды с возрастом  $\sim 1100$  лет, эволюционирующей без источника. Мы видим, что источник с любой мощностью из представленных на рис. 5 эффективно "приподнимает" температурный профиль, тем самым нагревая звезду и увеличивая её светимость, причём чем больше  $H_c$ , тем выше температура поверхности  $T_s$  и, следовательно, светимость звезды  $L_s$ .

Ещё одной важной особенностью рисунка является так называемый *режим насыщения* в нейтронной звезде [18]: при мощностях  $H_c \gtrsim 10^{20}$  эрг  $\text{см}^{-3} \text{сек}^{-1}$  температура внутри источника  $\tilde{T} \gtrsim 10^9$  K, и дальнейшее увеличение  $H_c$  будет приводить к росту нейтринного излучения (в основном из источника), при этом светимость звезды  $L_s$  с ростом  $H_c$  увеличиваться перестанет (см. на рис. 5 стремление кривых  $\log \tilde{T}(\rho)$  к общему пределу  $\log \tilde{T} \sim 8.9$  K в точке  $\rho = 10^9$  г  $\text{см}^{-3}$  при увеличении  $H_c$ ).  $L_s$  будет полностью определяться свойствами источника и свойствами коры звезды, потеряв всякую связь с ядром.

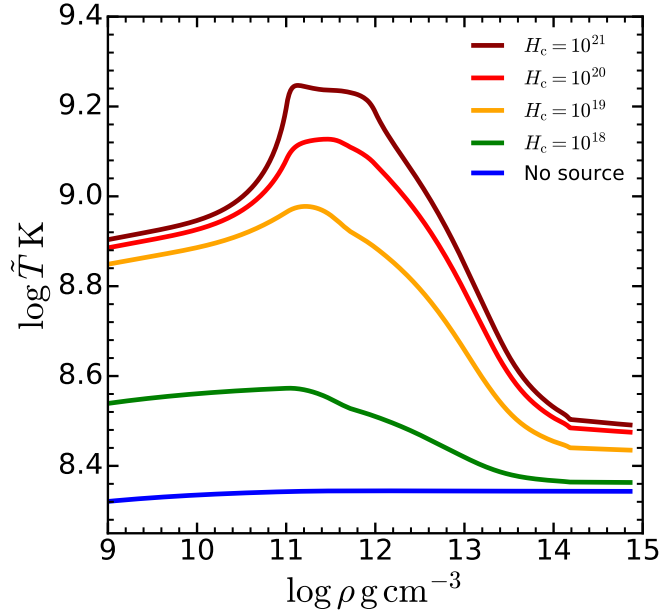


Рис. 5: Профили температуры в нейтронной звезде в квазистационарных состояниях для стационарных источников с различными мощностями  $H_c$ .

Изучим теперь зависимость светимости нейтронной звезды для удалённого наблюдателя  $L_s^\infty = L_s \left(1 - \frac{2GM_R}{c^2 R}\right)$  от мощности стационарного источника тепла  $H_c$  и его положения в звезде. Позицию источника в звезде будем определять через плотность на его внешней границе  $\rho_1$ , при этом плотность внутренней границы будет выбираться из тех соображений, чтобы полная мощность источника  $L_h^\infty$ , определённая формулой (16), для одних и тех же  $H_c$ , но различных  $\rho_1$  была одинаковой. Калибровочные значения  $\rho_1$  и  $\rho_2$  возьмём равными  $10^{11}$  и  $10^{12}$  г  $\text{см}^{-3}$  соответственно. Следовательно, чтобы при некотором постоянном  $H_c$  полная мощность  $L_h^\infty$  имела одно и то же значение для  $\rho_1 = 10^{11}$  г  $\text{см}^{-3}$  и, например,  $\rho_1 = 10^{12}$  г  $\text{см}^{-3}$ , плотность  $\rho_2$  для

последнего случая (соответствующая  $\rho_1 = 10^{12}$  г см $^{-3}$ ) должна равняться  $1.27 \times 10^{13}$  г см $^{-3}$ , при этом в первом случае  $\rho_2 = 10^{12}$  г см $^{-3}$  по определению калибровки. Таким же образом для  $\rho_1 = 10^{10}$  г см $^{-3}$  плотность  $\rho_2$  получим равной  $1.17 \times 10^{11}$  г см $^{-3}$  и так далее.

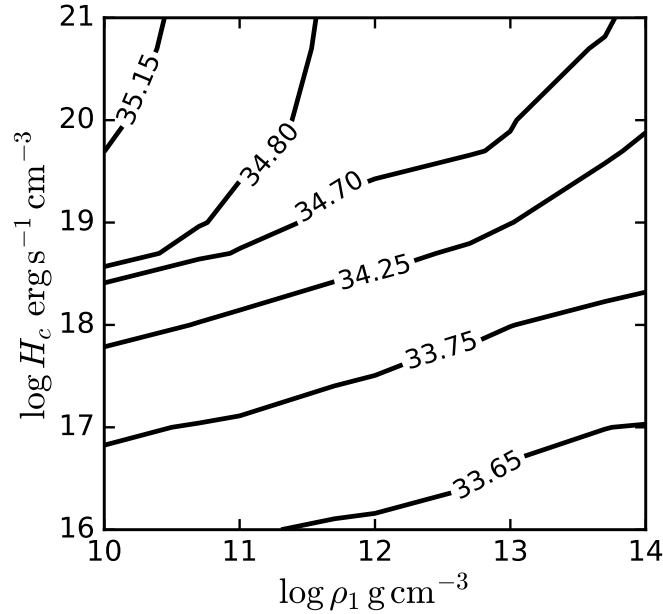


Рис. 6: Логарифм светимости нейтронной звезды в квазистационарном состоянии  $\log L_s^\infty$  в зависимости от положения источника  $\rho_1$  и его мощности  $H_c$ .

На рис. 6 показан логарифм светимости звезды в квазистационарном состоянии  $\log L_s^\infty$  в зависимости от положения источника  $\rho_1$  и его мощности  $H_c$ . Несколько явных закономерностей моментально бросаются в глаза. Во-первых, чем ближе источник к поверхности (то есть чем меньше  $\rho_1$ ), тем светимость сильнее, так как больше энергии доходит до поверхности. Во-вторых, светимость также растёт при увеличении мощности единицы объёма  $H_c$ . Наконец, при достаточно больших  $H_c$  изолинии светимости вырождаются в вертикальные прямые, что говорит о уже упомянутом режиме насыщения – светимость звезды перестаёт возрастать при дальнейшем росте  $H_c$ .

В итоге, зная определённое значение светимости нейтронной звезды из наблюдений, по рисунку 6 мы можем оценить параметры внутреннего источника, требуемые для получения наблюдаемой светимости объекта.

## 4.3 Переменные источники

### 4.3.1 Общая информация

Перейдём к рассмотрению переменных во времени источников. К постоянной мощности из предыдущего пункта  $Q_h(\rho, t) = H_c$  добавим переменную составляющую  $H_{\text{var}}(\rho, t)$ , которая будет отлична от нуля в течение некоторого времени  $\Delta t$ . Не меняя параметров моделирования

из предыдущего пункта, мощность переменного источника определим следующим образом:

$$Q_h(\rho, t) = \begin{cases} H_c + H_{\text{var}}(t), & \text{если } \rho_1 < \rho < \rho_2 \\ 0, & \text{иначе,} \end{cases} \quad (18)$$

где  $H_c$  - постоянная величина, а  $H_{\text{var}}(t)$  меняется по закону

$$H_{\text{var}}(t) = H_0 \sin^2(\pi t / \Delta t) \quad (19)$$

при  $0 \leq t \leq \Delta t$  и равна нулю при остальных  $t$ . Постоянную  $H_0$  будем называть амплитудой вариации, а  $\Delta t$  - периодом или длительностью вариации источника.

Процесс моделирования тепловой эволюции нейтронной звезды с переменным источником тепла будет выглядеть следующим образом: сначала звезда свободно остывает до момента включения постоянной составляющей мощности источника  $H_c$ , которая переводит звезду в квазистационарное состояние. После наступления данного состояния в некоторый момент времени  $t = 0$  мы начинаем варьировать мощность источника по закону (19). Далее в момент времени  $t = \Delta t$  вариация мощности прекращается, оставляя только постоянную составляющую, и звезда начинает переходить в своё довариационное состояние. Полная энергия, дополнительно выделяющаяся за время вариации мощности источника  $\Delta t$ , есть

$$\Delta E_{\text{var}} = \int_0^{\Delta t} H_{\text{var}}(t) dt = \frac{1}{2} H_0 \Delta t. \quad (20)$$

Очевидно, что вариации мощности источника будут порождать вариации поверхностной светимости звезды. Если  $H_0 > 0$ , на поверхности звезды будет создаваться всплеск, а в случае  $H_0 < 0$  – провал. Ставится вопрос – при каких параметрах источника (мощность источника, длительность вариации, положение источника в звезде) вариации светимости звезды будут наблюдаемыми?

Все вычисления будем проводить для двух положений источника в звезде. В первом случае (назовём его *внешний источник*)  $\rho_1 = 10^{11}$  г см<sup>-3</sup> и  $\rho_2 = 10^{12}$  г см<sup>-3</sup>. Во втором случае (*внутренний источник*)  $\rho_1 = 10^{12}$  г см<sup>-3</sup> и  $\rho_2 = 1.27 \times 10^{13}$  г см<sup>-3</sup>. Амплитуда вариации  $H_0$  будет иметь также два значения. Сначала сделаем  $H_0$  равной  $9H_c$ , генерируя тем самым всплеск и увеличивая мощность источника в максимуме всплеска (при  $t = \frac{1}{2}\Delta t$ ) до  $H_c + 9H_c = 10H_c$ . Далее рассмотрим сценарий, когда  $H_0 = -H_c$ , получая таким образом провал в светимости звезды и выключая мощность источника в минимуме провала полностью.

#### 4.3.2 Всплески

На рисунке 7 изображена зависимость вариаций светимости звезды от вариаций мощности источника для различных параметров источника. Рассматриваются три значения постоянной составляющей мощности:  $H_c = 5 \times 10^{17}$  (случай А),  $H_c = 5 \times 10^{18}$  (случай В) и  $H_c = 5 \times 10^{19}$  (случай С) эрг см<sup>-3</sup> с<sup>-1</sup>. Соответствующие полные стационарные мощности  $L_c^\infty$ , определяющиеся

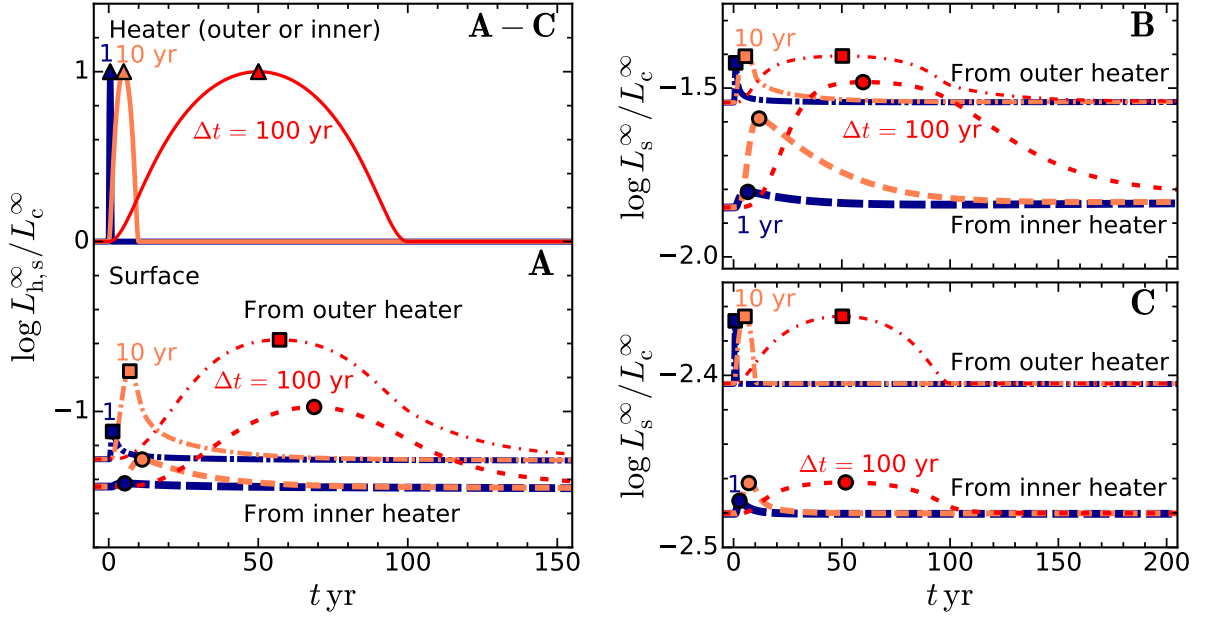


Рис. 7: Пики мощности источника  $L_h^\infty(t)$  и соответствующие им пики поверхностной светимости  $L_s^\infty(t)$  в зависимости от времени для трёх стационарных мощностей  $H_c$  (А, В и С), двух позиций источника (внешний и внутренний) и трёх длительностей вариаций  $\Delta t = 1, 10, 100$  лет. Треугольниками отмечены максимумы  $L_h^\infty(t)$ , квадратами и кругами – максимумы  $L_s^\infty(t)$  для внешнего и внутреннего источников соответственно. Амплитуда вариации мощности  $H_0 = 9H_c$ .

по формуле

$$L_c^\infty = \int_{r_2}^{r_1} \frac{4\pi r'^2 H_c e^{2\Phi}}{\sqrt{1 - \frac{2GM_{r'}}{c^2 r'}}} dr', \quad (21)$$

есть  $L_c^\infty = 1.7 \times 10^{35}$  (А),  $1.7 \times 10^{36}$  (В), и  $1.7 \times 10^{37}$  эрг  $\text{с}^{-1}$  (С). Длительности вариации  $\Delta t$  равны 1, 10 и 100 лет.

Три сплошные кривые в верхнем левом углу рисунка (А-С) для различных  $\Delta t$  показывают вариации полной мощности источника  $L_h^\infty(t)$ , нормированной на постоянную составляющую  $L_c^\infty$ . Как уже отмечалось ранее, плотности  $\rho_2$  для внешнего и внутреннего источников выбраны таким образом, чтобы их полные мощности для одинаковых  $Q_h(\rho, t)$  совпадали. Через треугольники отмечены максимумы  $L_h^\infty(t)$  (при  $t = \frac{1}{2}\Delta t$ ).

В нижней левой части (А) и правой части (В и С) рис. 7 изображены нормированные светимости звезды  $L_s^\infty(t)/L_c^\infty$  – по два триплета кривых, где верхний триплет соответствует внешнему источнику (тонкие штрихпунктирные кривые), а нижний триплет (штриховые кривые) – внутреннему источнику. Так как внешний источник располагается ближе к поверхности, чем внутренний, он имеет более высокую светимость. Кривые в триплете соответствуют различным продолжительностям вариаций  $\Delta t$ . Квадратами и кругами отмечены максимумы светимостей для внешнего и внутреннего источников соответственно.

Из рисунка хорошо видно, как светимость звезды  $L_s^\infty(t)$  растёт ввиду роста  $L_h^\infty(t)$ , достига-

ет в некоторый момент максимума и далее возвращается в довариационное состояние. Также заметна сильная зависимость от температурного профиля до начала вариации, который регулируется через  $H_c$ , и от продолжительности вариации  $\Delta t$ . Для дальнейших рассуждений удобно ввести характерную температуру внутри источника  $T_h$  и характерное время диффузии тепла от источника к поверхности  $t_d$ .

Рассмотрим случай А, соответствующий относительно небольшой мощности  $H_c = 5 \times 10^{17}$  эрг см<sup>-3</sup> с<sup>-1</sup>. При наиболее короткой вариации ( $\Delta t = 1$  год) вариации светимости для обоих положений источника практически незаметны (то есть их невозможно задетектировать). Причина кроется в двух вещах. Во-первых, полное энергосодержание за время вариации невелико. Во-вторых, время диффузии тепла  $t_d \gg \Delta t$ , что приводит к сильной дисперсии тепла за время его подъёма к поверхности. Асимметрия пика  $L_s^\infty(t)$  объясняется различными значениями  $t_d$  в квазистационарном довариационном состоянии и после энергосодержания (во втором случае звезда более нагретая).

Всплеск светимости звезды для вариации мощности в течение десяти лет уже достаточно заметный. По сравнению с формой пика мощности, пики светимости звезды для внешнего и внутреннего источников асимметричны, уширенные и ослабленные. Также заметен сдвиг максимумов светимостей относительно максимума мощности источника. Сдвиг определяется относительно меньшим временем диффузии тепла  $t_d \sim \Delta t$ . Для источника у поверхности получаем значение сдвига около двух лет, для более глубокого источника - 7 лет.

При наиболее длительной вариации  $\Delta t = 100$  лет форма пиков светимости является наиболее симметричной. Время вариации  $\Delta t \gg t_d$ , и можно считать, что в течение всей вариации светимость звезды подстраивается под мощность источника в каждый момент времени. Таким образом, мы получаем практически симметричную форму пиков. В случаях  $\Delta t = 1$  и  $\Delta t = 10$  лет  $\Delta t \lesssim t_d$ , что нарушает квазистационарность.

Отметим, что при продолжительностях вариаций мощности  $\Delta t > 100$  лет, вариации светимости будут слишком медленными, чтобы наблюдатель мог их заметить. Кроме того, если бы мы взяли  $H_c$  в несколько раз меньше, чем  $5 \times 10^{17}$  эрг см<sup>-3</sup> с<sup>-1</sup>, изменения поверхностной светимости были бы менее выраженными, чем в случае А.

Для случая В на рис. 7 ( $H_c = 5 \times 10^{18}$  эрг см<sup>-3</sup> с<sup>-1</sup>) эффекты практически те же, как и при меньшем  $H_c$  – вариации светимости уширены, ослаблены и несимметричны по сравнению с вариациями мощности источника. Основное отличие от случая А – сильно уширенные пики светимости для внутреннего источника, что объясняется более интенсивным внутренним прогревом звезды. Для внешнего источника начинает проявляться эффект насыщения звезды, поэтому относительная высота пиков светимости меньше, чем в случае А.

Наконец, при  $H_c = 5 \times 10^{19}$  эрг см<sup>-3</sup> с<sup>-1</sup> (случай С) температура внутри источника  $T_h \gtrsim 10^9$  К, и нейтринное остывание из источника становится намного эффективнее, чем перенос энергии от источника к поверхности и последующее фотонное остывание. Таким образом, звезда находится в состоянии насыщения, и очень малая часть энергии источника доходит до поверхности. Другими словами, вариации светимости экспоненциально подавлены.

Из разобранных примеров А, В и С по рис. 7 можно выделить три режима откликов светимости звезды на вариации мощности источника:

1. *Режим динамического отклика* при резком выделении энергии ( $\Delta t \lesssim t_d$ ) в умеренно нагретой звезде ( $T_h \lesssim 10^9$  К). Поведение светимости в таком режиме характеризуется быстрым подъёмом и затем медленным экспоненциальным затуханием. Ширина спадающей части пика не зависит от  $\Delta t$  и равна  $\sim t_d$ .
2. *Режим квазистационарного отклика* при медленном энерговыделении ( $\Delta t \gtrsim t_d$ ) в умеренно нагретой звезде ( $T_h \lesssim 10^9$  К). Пик светимости отслеживает форму пика мощности источника и имеет длительность  $\sim \Delta t$ . Слабо зависит от  $t_d$ .
3. *Режим нейтринного остывания* в горячей звезде ( $T_h \gtrsim 10^9$  К). Вариации светимости звезды в данном режиме экспоненциально подавлены для любых  $\Delta t$ .

### 4.3.3 Провалы

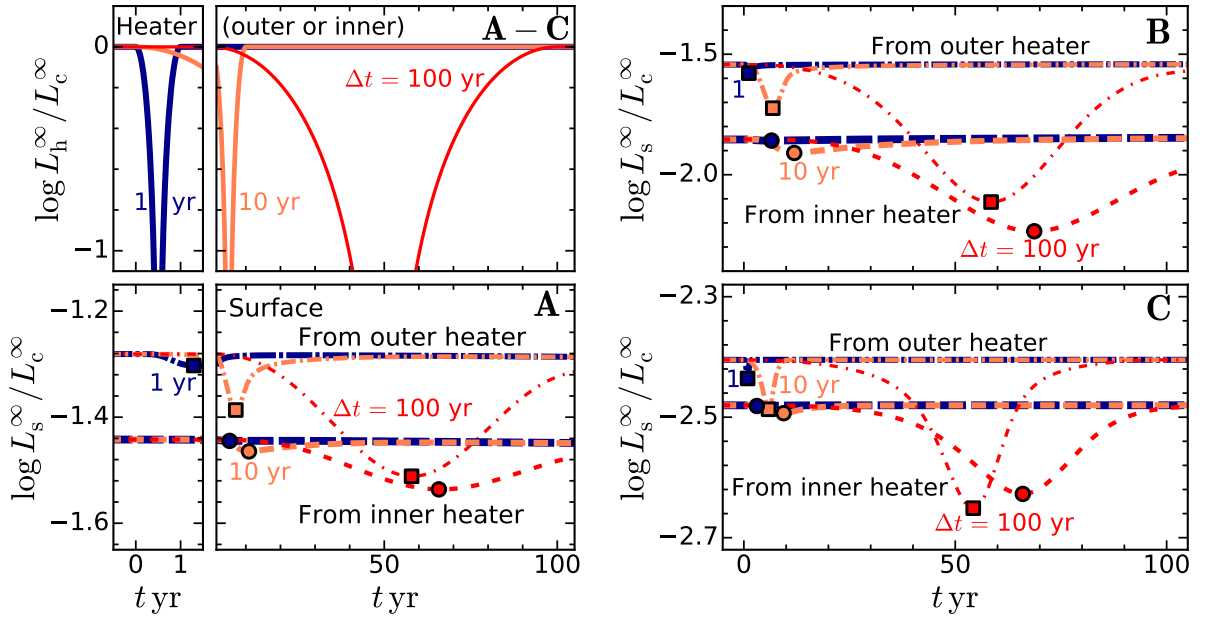


Рис. 8: Провалы мощности источника  $L_h^\infty(t)$  и соответствующие им провалы поверхностной светимости  $L_s^\infty(t)$  в зависимости от времени. Параметры те же, что и для рис. 7, кроме амплитуды вариации. Для провалов  $H_0 = -H_c$ . Через квадраты и круги отмечены минимумы для внешнего и внутреннего источников соответственно.

Как и на рис. 7 для всплесков, на рис. 8 изображено поведение светимости звезды  $L_s^\infty(t)$  и мощности источника  $L_h^\infty(t)$  для провалов. В данном случае  $H_0 = -H_c$ , и  $Q_h(\rho, t) = 0$  в момент времени  $t = \Delta t/2$ , то есть источник отключается полностью, при этом минимумы светимости звезды отличны от нуля. По рис. 8 мы видим, что отклики светимости для провалов очень

похожи на только что рассмотренные отклики для всплесков: минимумы  $L_s^\infty(t)$  смещены относительно минимумов  $L_h^\infty(t)$  на время  $t_d$ , а в форме провалов  $L_s^\infty(t)$  относительно  $L_h^\infty(t)$  видны эффекты ослабления и уширения. При амплитудах  $H_0 > -H_c$  высота провалов светимости была бы меньше и провалы были бы менее заметными.

#### 4.3.4 Всплески и провалы. Итоговый анализ

Рис. 9 иллюстрирует общую картину всплесков и провалов, показывая зависимость амплитуды вариаций светимости звезды от  $H_c$  и  $\Delta t$ . На этом рисунке слева изображены отношения  $L_{\max}^\infty/L_{c,s}^\infty$  в зависимости от стационарной мощности  $H_c$  для внешнего источника при всплеске с амплитудой вариации  $H_0 = 9H_c$  (как на рис. 7), где  $L_{\max}^\infty$  – максимумы светимости (отмечены квадратами на рис. 7),  $L_{c,s}^\infty$  – стационарные значения светимости до начала всплеска, соответствующие постоянной мощности источника  $H_c$ . Справа изображены отношения  $L_{\min}^\infty/L_{c,s}^\infty$  для внешнего источника при провале с амплитудой вариации  $H_0 = -H_c$  (как на рис. 8), где  $L_{\min}^\infty$  – минимумы светимости (квадраты на рис. 8). Для всплесков и провалов выбраны пять различных длительностей вариаций:  $\Delta t = 0.1, 1, 10, 10^2$  и  $10^3$  лет.

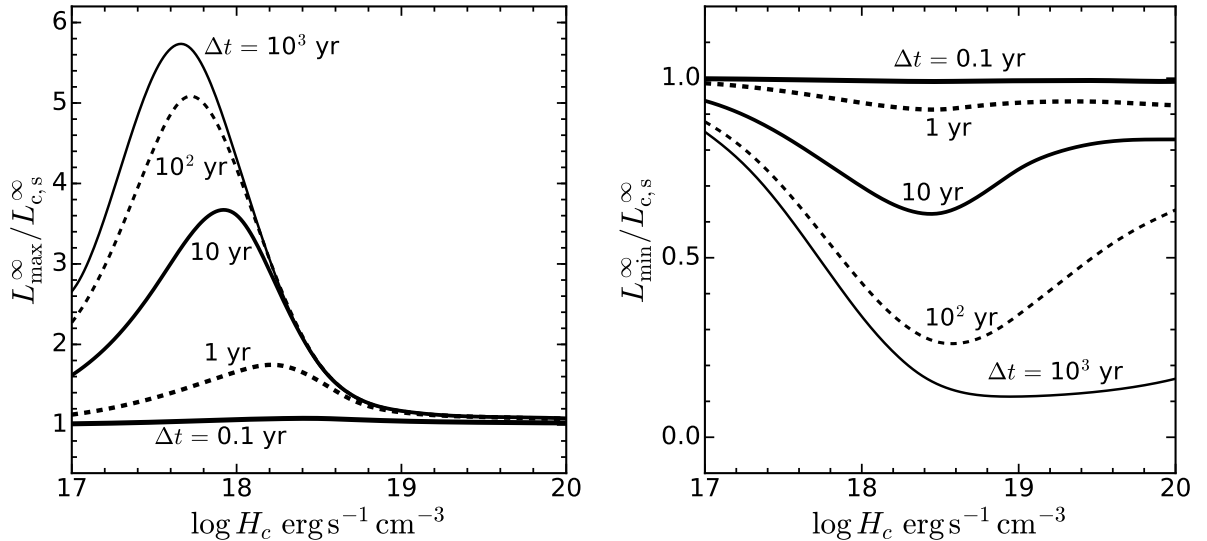


Рис. 9: Отношения  $L_{\max}^\infty/L_{c,s}^\infty$  (левая панель,  $H_0 = 9H_c$ , как на рис. 7) и  $L_{\min}^\infty/L_{c,s}^\infty$  (правая панель,  $H_0 = -H_c$ , как на рис. 8) в зависимости от стационарной мощности  $H_c$  для внешнего источника с длительностью вариаций  $\Delta t = 0.1, 1, 10, 10^2$  и  $10^3$  лет.

По рис. 9 хорошо видно, какими параметрами должен обладать источник, чтобы вариации светимости, порождённые вариациями его мощности, были максимальными. Во-первых, длительности вариаций  $\Delta t$  должны быть не менее нескольких лет, чтобы внести серьёзные изменения в тепловую структуру звезды, но и не более нескольких десятков лет, чтобы наблюдатель смог их задетектировать. Во-вторых, постоянная составляющая мощности  $H_c$  должна быть выше  $10^{17}$  эрг  $\text{см}^{-3} \text{с}^{-1}$ , чтобы во время вариации выделилось достаточно энергии. Кроме того, у всплесков при фиксированной длительности вариации  $\Delta t$ , зависимость  $L_{\max}^\infty/L_{c,s}^\infty$  от  $H_c$  имеет



ярко выраженную пикообразную форму с максимумом при  $H_c \sim 10^{18}$  эрг см<sup>-3</sup> с<sup>-1</sup>. Для больших значений  $H_c$  практически вся дополнительная энергия, выделившаяся в течение вариации мощности, выносится нейтрино из источника, и всплески на поверхности оказываются экспоненциально подавленными (см. режим 3 для всплесков в пункте 4.3.2). Провалы с  $H_c \gtrsim 10^{18}$  эрг см<sup>-3</sup> с<sup>-1</sup>, однако, будут заметны, так как во время вариаций источник выключается или сильно ослабевает.

#### 4.3.5 Результаты

В данной работе была найдена оптимальная длительность вариаций мощности источника  $\Delta t \sim 5-15$  лет и определён диапазон эффективных стационарных мощностей  $H_c \sim (5-10) \times 10^{17}$  эрг см<sup>-3</sup> с<sup>-1</sup> для всплесков и  $H_c \sim (1-5) \times 10^{18}$  эрг см<sup>-3</sup> с<sup>-1</sup> для провалов, при которых вариации поверхностной светимости звезды могут быть зарегистрированы наблюдателями. Показано, что источник должен располагаться не очень глубоко в коре, в слоях с плотностью  $\rho \lesssim 10^{12}$  г см<sup>-3</sup>, чтобы больше тепла доходило до поверхности, и вариации светимости были более значительными. Обнаружено, что существуют три основных режима отклика светимости нейтронной звезды на переменное выделение энергии в коре нейтронной звезды: динамический режим, квазистационарный режим и режим нейтринного охлаждения.

Полученные результаты имеют несколько важных приложений для нейтронных звёзд с источниками нагрева, локализованными в коре. Они могут быть использованы при интерпретации наблюдений горячих нейтронных звёзд и могут прояснить механизмы их нагрева как стационарного, так и переменного. Данные наблюдений допускают, что источники выделения энергии внутри звезды могут быть переменными. В частности, они могут усиливаться либо ослабляться и даже временно выключаться.

По результатам данной задачи была написана и опубликована статья [19]. Из работ на данную тему можно отметить [20], где авторы изучали поведение светимости магнитаров при коротких включениях (несколько часов) мощного теплового источника. Их результаты согласуются с результатами данной работы, полученными в динамическом режиме всплесков яркости звезды и в режиме нейтринного охлаждения. Представленный здесь анализ выглядит более детальным и систематическим. Он рассматривает три режима вариаций источника нагрева в зависимости от длительности вариаций.

Проделанные расчёты подтвердили также возможность сильных изменений светимости нейтронной звезды, при которых отношение  $L_{\max}^{\infty}/L_{c,s}^{\infty}$  может достигать величин  $\sim 10^2$  (см., например, [21]), при этом отношение мощностей источника  $H_0/H_c$  должно быть  $\gtrsim 10^3$  при достаточно низкой исходной мощности нагрева  $H_c \sim 10^{16}-10^{17}$  эрг см<sup>-3</sup> с<sup>-1</sup>. В таких случаях, за короткое время  $\Delta t \sim 10$  дней можно выделить достаточно энергии, чтобы вариации теплового излучения звезды были наблюдаемы в течение длительного промежутка времени ( $\lesssim 10$  лет).

В целом результаты численного моделирования приводят к представлению о том, что нейтронные звезды пытаются "скрыть" от наблюдателя следы своей внутренней активности, силь-

но сглаживая любые вариации мощности источников нагрева при переносе тепла к поверхности звезды, в частности, за счёт усиления нейтринного излучения.

## 5 Заключение

Главным результатом научно-исследовательской работы в период с июня 2015 по июнь 2017 года в СПбПУ является создание одномерного кода остывания нейтронной звезды на языке программирования Python.

С помощью разработанного кода была решена актуальная задача о тепловой эволюции нейтронных звёзд с постоянными и переменными источниками тепла в коре, по результатам которой была опубликована статья [19].

В настоящий момент готовится к публикации ещё одна статья, в которой в рамках одномерной модели исследуется влияние эффектов сверхтекучести нейтронов в коре звезды на полученные результаты в главе 4.

Научно-исследовательская работа за рассматриваемый период обучения была проделана под постоянным руководством Александра Александровича Каурова (Институт Перспективных Исследований, Принстон, США), Александра Давидовича Каминкера и Дмитрия Георгиевича Яковлева (Физико-технический институт имени А. Ф. Иоффе, Санкт-Петербург, Россия).

## Список литературы

- [1] Shapiro S.L. and Teukolsky S.A., *Black Holes, White Dwarfs, and Neutron Stars: The Physics of Compact Objects*, Wiley-Interscience, New York (1983).
- [2] Haensel P., Potekhin A.Y. and Yakovlev D.G., *Neutron Stars. 1. Equation of State and Structure*, Springer, New York (2007).
- [3] Hewish A., Bell S.J., Pilkington J.D.H., Scott P.F. and Collins R.A., *Nature*, 217 (1968) 709–713.
- [4] Page D., Lattimer J.M., Prakash M. and Steiner A.W., in Eds. Bannemann K.H. and Ketterson J.B., *Novel Superfluids*, Oxford Univ. Press, Oxford, p. 550 (2014).
- [5] Misner C.W., Thorne K.S. and Wheeler J.A., *Gravitation*, Freeman W.H. and Co., San Francisco (1973).
- [6] Thorne K.S., *Astrophys. J.*, 212 (1977) 825.
- [7] Yakovlev D.G. and Pethick C.J., *Annu. Rev. Astron. Astrophys.*, 42 (2004) 169.
- [8] Potekhin A.Y., Pons J.A. and Page D., *Space Sci. Rev.*, 191 (2015) 239.
- [9] Яковлев Д.Г., Левенфиш К.П. и Шибанов Ю.А., “Остывание нейтронных звезд и сверхтекучесть в их ядрах”, *УФН*, 169:8 (1999) 825–868.
- [10] Gudmundsson E.Y., Pethick C.J. and Epstein R.I., *Astrophys. J.*, 272 (1983) 286.
- [11] Beznogov M.V., Potekhin A.Y. and Yakovlev D.G., *MNRAS*, 459 (2016) 1569.
- [12] Potekhin A.Y., Chabrier G. and Yakovlev D.G., *Astron. Astrophys.*, 323 (1997) 415.
- [13] Gnedin O.Y., Yakovlev D.G. and Potekhin A.Y., *MNRAS*, 324 (2001) 725.
- [14] Potekhin A.Y., Fantina A.F., Chamel N., Pearson J.M. and Goriely S., *Astron. Astrophys.*, 560 (2013) A48.
- [15] Beloborodov A.M. and Li X., *Astrophys. J.*, 833 (2016) 261.
- [16] Haensel P. and Zdunik J.L., *Astron. Astrophys.*, 480 (2008) 459.
- [17] Kaminker A.D., Yakovlev D.G., Potekhin A.Y., Shibasaki N., Shternin P.S. and Gnedin O.Y., *MNRAS*, 371 (2006) 477.
- [18] Kaminker A.D., Kaurov A.A., Potekhin A.Y. and Yakovlev D.G., *MNRAS*, 442 (2014) 3484.
- [19] Chaikin E.A., Kaminker A.D., Kaurov A.A. and Yakovlev D.G., *EPL*, 117 (2017) 29001.
- [20] Pons J.A. and Rea N., *Astrophys. J.*, 750 (2012) L6.
- [21] Popov S.B., Kaurov A.A. and Kaminker A.D., *PASA*, 32 (2015) e018.