



INDICADOR INDIRETO DE ROTAÇÃO EM AGLOMERADOS DE GALÁXIAS

Autor

Luenne Nailam Sousa Nascimento
Orientador
Prof. Dr. André Luis Batista Ribeiro

2 de junho de 2020





- 1 Introdução
 - Aglomerados de Galáxias
 - Distribuição de Velocidades ao longo do Aglomerado
 - Rotação de Aglomerados
- Objetivos
- 3 Metologia
 - Catálogos
 - Algoritmo
- 4 Análise
- 6 Resultados
- 6 Discussão e Conclusão
- Perspectivas
- 8 Referências





- Aglomerados de galáxias são as maiores estruturas do Universo observável que podem ter alcançado o estado em equilíbrio dinâmico.
- Aglomerados de galáxias são definidos basicamente por três componentes: galáxias, meio intra-aglomerado e matéria escura.



Figura: Composição de um Aglomerado.





- A busca por compreender a formação e evolução dos aglomerados de galáxias é uma das questões mais importantes da Astrofísica.
- No paradigma atual de formação das estruturas, as galáxias e os aglomerados surgem a partir de halos escuros.
 - ▶ Aglomerados formados após as galáxias em um desvio para o vermelho $z \approx 2$.







Figura: Aglomerado em processo de interação com galáxias ou grupo de galáxias.





- O processo de formação de aglomerados não atingiu seu fim.
 - Distribuição de velocidades é bem ajustada por uma gaussiana somente na região virializada do sistema. Enquanto a periferia do sistema é continuamente perturbada por acréscimo de matéria.





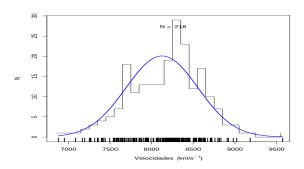


Figura: Histograma de velocidades de um dos aglomerados de nossa amostra.





Distribuição de Velocidades ao longo do Aglomerado

- A velocidade de uma galáxia contida em um aglomerado, em uma dada posição, não pode ser maior que a velocidade de escape do sistema.
- A velocidade de escape e a distância ao centro do aglomerado são grandezas inversamente proporcionais.
- O perfil radial da velocidade de escape permite definir os galáxias membro dos aglomerados.





Distribuição de Velocidades ao longo do Aglomerado

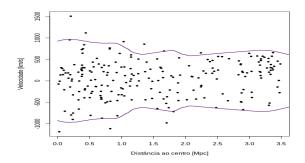


Figura: Distribuição de velocidades em função da distância ao centro de um dos aglomerados de nossa amostra.





- Após a determinação dos membros de um aglomerado, suas propriedades dinâmicas, como massa e raio, podem ser estimadas.
 - O método mais empregado é o de análise do virial.

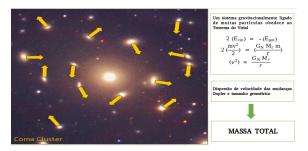


Figura: Análise do virial utiliza apenas as velocidades aleatórias das galáxias na região central do aglomerado.





- Hwang & Lee (2007):
 - ▶ Amostra: Dados espectroscópicos do Sloan Digital Sky Survey (SDSS) e Two-Degree-Field Galaxy Redshift Survey (2dF-GRS).
 - Objetivo: A busca por aglomerados de galáxias que mostrem uma indicação de rotação global.
 - Conclusão e Resultados:
 - Foram detectados seis sistemas com rotação, em um total de doze aglomerados.
 - Os aglomerados com rotação devem exibir divisão espacial entre galáxias com velocidades maiores e menores que a velocidade média do aglomerado além de apresentar um pico no mapa de densidade.
 - Constatou-se ainda que estes aglomerados estão em equilíbrio dinâmico e não sofreram fusão recente.





- Kalinkov et al. (2008):
 - ► Amostra: Aglomerado de Abell 2107.
 - ▶ Objetivo: Identificar a rotação do aglomerado de galáxias A2107.
 - ► Conclusão e Resultados:
 - O método buscou o gradiente máximo no campo de velocidade e determinou que a direção do coeficiente de correlação linear máximo definiria o eixo maior do aglomerado e o eixo menor seria o de rotação.
 - ▶ A massa foi corrigida (inicial era de $3.2 \times 10^{14} \ \mathrm{M}_{\odot}$ e passou para $2.8 \times 10^{14} \ \mathrm{M}_{\odot}$).
 - ▶ Materne et al. (1983) apontaram a dificuldade em diferenciar um aglomerado rotativo de dois que se sobrepõem, pelo motivo de estar se fundindo ou se afastando.





- Tovmassian (2015):
 - Dejetivo: Detectar a rotação de aglomerados de galáxias baseado no estudo da distribuição de velocidades das galáxias membro.
 - Conclusão e Resultados:
 - Constatou-se 17 aglomerados rotativos de 65.
 - Taxa maior em aglomerados planos f = a/b > 1.8, (7 aglomerados rotativos em um total de 18).
 - Os aglomerados foram originalmente formados a partir das enormes nuvens de gás primordiais e preservaram a rotação das nuvens primordiais, a menos que sofram fusões com outros aglomerados e grupos de galáxias.





- Manolopoulou (2014):
 - ▶ Amostra: Inicialmente os testes foram realizados em aglomerados gerados em simulações de Monte Carlo, posteriormente foi utilizado a amostra dos aglomerados de Abell com $z \approx 0.1$ do SDSS DR10.
 - Objetivo: Identificação de rotação em aglomerados de galáxias usando a velocidade radial projetada.
 - ► Conclusão e Resultados:
 - Utilizando o teste Kolmogorov-Smirnov, decidiu-se quanto a sua rotação significativa ou não, seu centro rotacional, orientação do eixo de rotação, amplitude de velocidade rotacional e o sentido de rotação no sentido horário ou anti-horário no plano do céu.
 - Constatou-se 23 aglomerados possivelmente rotativos dentro de 1.5 Mpc ou a uma distância de 2.5 Mpc do centro do aglomerado, de 45 da amostra.





- Nascimento et al (2016):
 - ▶ Amostra: Par de aglomerados de Abell (A3407 e A3408) observadas no Cerro Tololo Interamerican Observatory (CTIO).
 - ▶ Objetivo: Verificar se a amostra correspondia a um simples sistema de galáxias ou a um processo de fusão.
 - ► Conclusão e Resultados:
 - Ambos os sistemas bem como cada aglomerado individual tem uma distribuição de velocidade Gaussiana.
 - ▶ Um gradiente de velocidade de $\approx 847 \pm 114 \ km/s$ foi identificada ao redor do eixo principal da distribuição de galáxias projetada.
 - O estudo do gap permitiu encontrar diferença significativa entre estas subamostras.





Objetivos

- Objetivo Geral:
 - Detecção da rotação em aglomerados para correção da sua massa.
- Objetivos Específicos:
 - ► Implementar método de detecção de rotação;
 - ► Identificar a velocidade rotacional;
 - Aplicar o método de Manolopoulou e Plionis (2016) para correção da massa do aglomerado.





Catálogo I - selec20

- Um catálogo de 20 aglomerados ricos do SDSS, localizados em baixos redshifts, com espectroscopia disponível para objetos com $m_r \leq 17.77$.
- A amostra foi estudada previamente por Lopes et al. (2009) que definiu e selecionou as galáxias membro estatisticamente.





Catálogo II - NoSOCS

- Um catálogo de 183 aglomerados, localizados em baixos redshifts $(z \leq 0.10)$, elaborado a partir da versão digitalizada do Segundo Levantamento do Observatório de Palomar.
- A análise foi estendida para sistemas mais ricos, incluindo os aglomerados CIRS (Cluster Infall Regions in the SDSS) Rines e Diaferio (2006), com 56 objetos.





Catálogo III - Simulado

- Esferas de NFW (NAVARRO et al., 1997), ou seja, modelos simulados de sistemas esféricos com ou sem rotação
- O código foi desenvolvido em linguagem fortran pelo Dr. Claudio Soriano Brandão, cedido para uso neste trabalho.





Algoritmo

- 1. Estudo da distribuição de velocidades das galáxias membro do aglomerado em busca de gaps significativos.
 - ▶ Identifica a probabilidade de que um gap, de certo tamanho e em dada localização, possa ser reproduzido a partir de amostragens aleatórias retiradas de uma gaussiana.
 - Consideramos gaps com valores maiores que 2.25, uma vez que em retiradas aleatórias de uma gaussiana, gaps desse tamanho ocorrem no máximo em 3% dos casos (Wainer & Shacht 1978. Beers et al. 1991).





Algoritmo

Valor gap

$$g_i = v_{i+1} - v_i \tag{1}$$

$$w_i = i(N - i) \tag{2}$$

exemplo:
$$N = 100$$

$$para = 1$$
 $para = 50$
 $w_1 = 1(99) = 99$ $w_{50} = 50(50) = 2500$

$$MM = \frac{2}{N} \sum_{i=N/4}^{3N/4} \sqrt{w_i g_i}$$
 (3)





Algoritmo

- Os dados são divididos em duas amostras, contendo objetos com velocidades maiores e velocidades menores do que o maior gap (Amostras I e II).
- 3. Determina-se então o eixo principal do aglomerado como aquele resultante do ajuste de uma elipse aos dados projetados no plano do céu (pacote: *ellipse*).
- As amostras I e II são então comparadas em relação a sua distribuição de duas maneiras: independente do eixo principal e em cada lado do eixo.
 - ► Realizamos os testes de Cramér 2D e o de Hotelling.





Algoritmo

Teste de Crámer 2D

 É uma medida de associação entre duas variáveis nominais dado o intervalo de 0 a 1, indicando que um valor mais alto possui forte associação.

$$V = \sqrt{\frac{\chi_{obt}^2}{N.m}} \tag{4}$$

onde χ^2 é o valor obtido do teste estatístico, **N** é o tamanho da amostra e $\mathbf{m} = \mathbf{o}$ menor de $(\mathbf{r} - 1)$ ou $(\mathbf{c} - 1)$, sendo \mathbf{r} o número de linhas e c o número de colunas.

- Hipótese nula (H₀): duas amostras não são dependentes uma da outra.
- Hipótese alternativa (H_1): existe alguma associação entre duas amostras.





Algoritmo

Teste de Hotelling

- Um dos mais conhecidos testes de hipóteses multivariados, o teste de T², compara vetores de médias populacionais.
- Baseado na generalização da estatística t de Student, foi o primeiro a levar em consideração a correlação das variáveis na formulação da estatística do teste.

$$H_0: [\mu] = [\mu_0] \qquad H_1: [\mu] \neq [\mu_0],$$
 (5)

onde $[\mu_0]$ é um valor pré-especificado para a forma média.





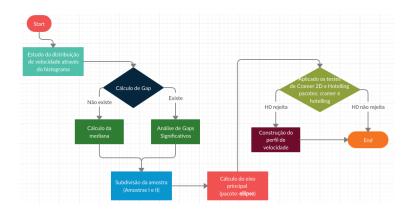
Algoritmo

- 5. Dado que as distribuições espaciais das amostras I e II sejam distintas com 95% de confiança em relação aos testes (passo 4), interpretamos o resultado como sendo uma indicação de rotação nos aglomerados.
- Para os aglomerados onde isto acontece, traçamos um perfil de velocidade de rotação ao longo da distância ao centro do aglomerado.





Fluxograma







Método de Hwang & Lee

- 1. Método proposto por Hwang e Lee (2007), usualmente aplicado para identificar a rotação em aglomerados.
- 2. Utilizam a relação senoidal para calcular o eixo de rotação (Θ_o) e a velocidade de rotação (v_{rot}) , através de:

$$vp(v_{rot}, \Theta) = v_{sys} + v_{rot}.sin(\Theta - \Theta_o),$$
 (6)

3. O procedimento de minimização do χ^2 foi utilizado para determinar o melhor ajuste dos valores de v_{rot} e Θ_0 , representado na equação:

$$\chi^2(v_{rot}, \Theta_o) = \sum_i \frac{(v_{pi} - v_{los,i})^2}{\sigma_i^2},\tag{7}$$





Linguagem R

- Linguagem que surgiu em 1993 e é considerada multi-paradigma: sequencialização, orientado a objetos, imperativo, dinâmico.
- Muito utilizada na manipulação, análise e visualização gráfica de dados.
- Pacotes utilizados:
 - cramer;
 - ► hotelling;
 - nortest;
 - ► ellipse;
 - ► astro.
 - ightharpoonup cosmoFns.





Análise

- Usamos 1000 réplicas dos dados de velocidade de cada catálogo com intuito de verificar a robustez do método na identificação ou não de rotação.
 - Catálogo I: 90% dos casos (18 aglomerados) obtivemos resultados conclusivos;
 - Catálogo II: 97.8% (179 aglomerados) obtivemos resultados conclusivos;
 - ► Catálogo III: 100% dos casos e 97% (194 aglomerados), para as amostras I e II respectivamente obtivemos resultados conclusivos;





Análise

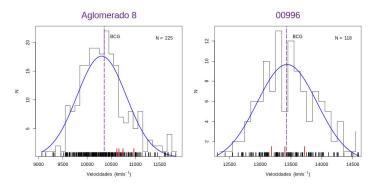


Figura: Histograma Distribuição de Velocidade e Análise de gaps Aglomerados 08 e 00996.





Análise

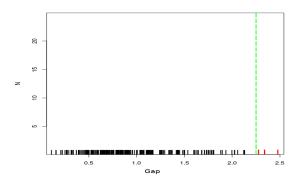


Figura: Histograma dos gaps, em vermelho os gaps significativos do Aglomerado 01 e a linha tracejada ao ponto 2.25.





Análise

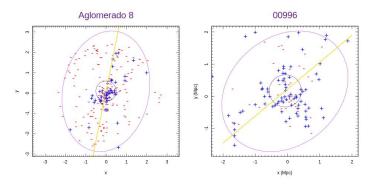


Figura: Ajuste da elipse e eixo principal da distribuição projetada no plano do céu aglomerados 08 e 00996.





Análise

Tabela: Teste Cramer e Hotelling aplicado nos aglomerados 08 e 00996.

Cluster	Cenário 1		Cenário 2		Cenário 3		Nº galáxias
	Cramer	Hotelling	Cramer	Hotelling	Cramer	Hotelling	
08	0.0099	0.4446	0.0119	0.0807	0.0719	0.0551	225
00996	0.7412	0.8761	0.5254	0.6375	0.4935	0.8687	118





Aglomerado com evidência de algum grau de rotação

• Aglomerado 08

Velocidade de Rotação

$$\omega = \Delta V/R \tag{8}$$

Unidades: V = km/s e R = Mpc





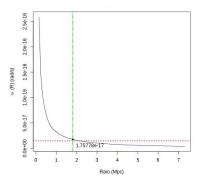


Figura: Perfil da velocidade de rotação Aglomerado 08.





Valor limite de detecção de velocidade de rotação

 Utilizamos a fórmula dada por Lee e Rood (1969) que investigam a dependência da forma e do teorema do virial agindo no movimento orbital.

$$\omega \cong \omega_{orb} = \frac{1}{r^2} \sqrt{GM_g \Delta (1 - e^2)},\tag{9}$$

onde ω é a velocidade de rotação, G é constante gravitacional, R e M são raio e massa do aglomerado, respectivamente, e e é dado por

$$e = 1 - \frac{b}{a},\tag{10}$$

sendo a e b as distâncias máximas horizontal e vertical ao centro da elipse, respectivamente.





Correção da massa do aglomerado

 Adotamos a sequência definida por Manolopoulou e Plionis (2016), em que a correção é dada pela diferença relativa entre as dispersões de velocidade do aglomerado corrigida e não-corrigida, sendo definida como

$$\delta\sigma_v = \frac{\sigma_v - \sigma_{v,cor}}{\sigma_v},\tag{11}$$

e encontramos o valor da massa corrigida utilizando a fórmula abaixo

$$M_{cor} \simeq M(1 - \delta \sigma_v)^2$$
. (12)





Correção da massa do aglomerado

Ou podemos realizar o cálculo simplesmente pelo Teorema do Virial dado por:

$$M = \frac{v^2 R}{G},\tag{13}$$

onde v é a velocidade rotacional, R é o raio, M a massa e G é a constante gravitacional.





Correção da massa do aglomerado $08 \ { m selec} \ 20$

• V_{rot} : 824.97 km/s

• M200 : $4.8 \ 10^{14} M\odot$

• M_{cor} : 4.04 $10^{14} M\odot$

• $\delta \sigma_v : 0.08$





Catálogo I

- 14.29% dos aglomerados houve rejeição da hipótese nula (indicando rotação) em pelo menos um dos testes (Cramer e Hotelling) nos três cenários (todos os pontos, acima e abaixo do eixo principal).
- 35.71% dos aglomerados houve rejeição da hipótese nula em pelo menos um dos testes em dois cenários.
- 7.14% dos aglomerados houve rejeição da hipótese nula nos dois testes em apenas um cenário.





Catálogo I

- 7.14% dos aglomerados houve rejeição da hipótese nula em pelo menos um dos testes em apenas um cenário.
- 14.29% dos aglomerados houve rejeição da hipótese nula em ambos os testes nos três cenários.
- 21.42% dos aglomerados houve rejeição da hipótese nula em ambos os testes em dois cenários.





Catálogo I

- Consideramos evidência significativa de rotação se houve rejeição da hipótese nula em pelo menos um dos cenários testadas.
- Isto nos leva a 14 aglomerados com evidência de algum grau de rotação.
 - ▶ 02, 04, 05, 07, 08, 09, 10, 11, 12, 14, 15, 16, 17 e 18.





Catálogo I

Hwang & Lee

Tabela: Resultado do métdo Hwang & Lee para o catálogo selec20.

Cluster	Velocidade Rotacional	Angulo (radiano)	Angulo (grau)
1	- 724. 22	2.307	13 2.18 1
2	-661.24	2.715	155.558
3	- 10 1 6 .6 5	1.767	101.242
4	750.69	2.092	119.863
5	- 790.08	1.197	68.583
6	656.37	0.785	44.977
7	- 10 6 7.90	2.638	151.146
8	852.35	0.14	8.021
9	703.58	2.187	125.306
10	-873.78	1.678	96.142
11	-1117.95	2.803	160.6
12	-946.77	3.069	175.841
13	-891.43	2.461	141.005
14	-625.88	0.474	27.158
1.5	864.45	0.278	15.928
16	-1041.45	1.011	57.926
17	- 50 5.15	2.556	146.448
18	889.73	0.812	46.524
19	- 10 6 2.70	3.029	173.549
20	944.22	1.909	109.378





Catálogo I

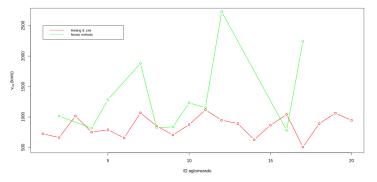


Figura: Comparação das velocidades de rotação encontradas em cada um dos métodos para catálogo selec20.





Correção da massa

Catálogo I: Nosso Método

- 64% dos aglomerados (7 dos 11) com indicação de rotação possuem $\delta\sigma$ negativo que implica em um aumento da massa.
- 36% dos aglomerados (4 dos 11) com indicação de rotação possuem $\delta\sigma$ positivo que implica em um redução da massa.
- As variações da massa dos aglomerados são significativas, variando de 15.89% a 28.0%.





Correção da massa

Catálogo I: Método de Hwang & Lee

- 15% dos aglomerados (3 dos 20) com indicação de rotação possuem $\delta\sigma$ negativo que implica em um aumento da massa.
- 85% dos aglomerados (17 dos 20) com indicação de rotação possuem $\delta\sigma$ positivo que implica em um redução da massa.
- As variações da massa dos aglomerados são significativas, variando de 1.3% a 52.5%.





Catálogo II

- Cerca de 25 aglomerados continham um total inferior a 20 objetos, o que tornava o cálculo de detecção de rotação inviável.
 - ▶ Logo a nossa amostra foi reduzida para 158 aglomerados.
- 34.43% dos aglomerados apresentaram indicação de rotação.
- 47.62% dos sistemas não têm gap, ou seja, em casos onde os dados foram divididos pela mediana.





Catálogo II

- Tendo em conta a rejeição da hipótese em ambos os testes para os três cenários um total de 6.35%, dois cenários 15.87% e um cenário 9.52%.
- Já a rejeição da hipótese em pelo menos um dos testes para os três cenários um total de 11.11%, dois cenários 15.87% e um cenário 41.27%.





Catálogo II

Hwang & Lee

- Cerca de 97.26% dos aglomerados (178) foi detectada rotação.
- Apenas nos aglomerados 02907, 08049, 08720, 09144 e 10046 não identificamos nenhum grau de rotação.





Catálogo II

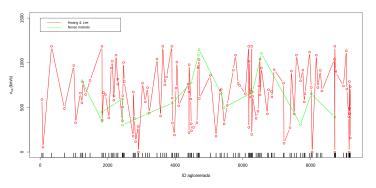


Figura: Comparação das velocidades de rotação encontradas em cada um dos métodos para catálogo NoSocs.





Catálogo II

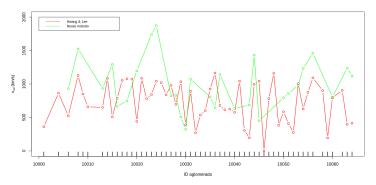


Figura: Comparação das velocidades de rotação encontradas em cada um dos métodos para catálogo NoSocs.





Correção da massa

Catálogo II: Nosso Método

- 38.3% dos aglomerados (18 dos 47) com indicação de rotação possuem $\delta\sigma$ negativo que implica em um aumento da massa.
- 59.57% dos aglomerados (28 dos 47) com indicação de rotação possuem $\delta\sigma$ positivo que implica em um redução da massa.
- E em apenas um caso a massa permaneceu inalterada.
- As variações da massa dos aglomerados são significativas, variando de 13.48% a 82.64%.





Correção da massa

Catálogo II: Método de Hwang & Lee

- 40.45% dos aglomerados (72 dos 178) com indicação de rotação possuem $\delta\sigma$ negativo que implica em um aumento da massa.
- 59.55% dos aglomerados (106 dos 178) com indicação de rotação possuem $\delta\sigma$ positivo que implica em um redução da massa.
- As variações da massa dos aglomerados são significativas, com a taxa superior a 15%.





Catálogo III

- Geramos duas amostras, com e sem rotação, que chamamos de amostra I e II.
- Na amostra I 59.5% dos casos (119 aglomerados) não apresentaram gaps significativos, portanto utilizamos a mediana.
- Já na amostra II o número de casos que não apresentaram gaps significativos foi menor, 18.5%, ou seja, 37 aglomerados.





Catálogo III

- Amostra I:
 - ▶ 100% dos aglomerados apresentaram indicação de rotação.
 - Desse total, a rejeição da hipótese em ambos os testes para um cenário foi um total de 6%, dois cenários 5% e nos três cenários 15%.
 - Já a rejeição da hipótese em pelo menos um dos testes para um cenário foi um total de 4%, dois cenários 11% e os três cenários 59%.





Catálogo III

- Amostra II:
 - ▶ 13.5% dos aglomerados apresentaram indicação de rotação.
 - Desse total, a rejeição da hipótese em ambos os testes para um cenário foi um total aproximado de 37.04%, dois cenários 3.7%.
 - Já a rejeição da hipótese em pelo menos um dos testes para um cenário foi um total aproximado de 37.04%, dois cenários 22.22%.





Catálogo III

Hwang & Lee

- Na amostra I, em 96.5% dos casos foi dectectada rotação. O número de falsos negativos (objetos com rotação que não apresentam indicação para tal) é pequeno, apenas 7 aglomerados teriam este diagnóstico.
- Na amostra II, em 97.8% dos casos houve indicação de algum grau de rotação, quando na verdade nenhum desses sistemas rotaciona.
 O método de HL é "agressivo" para detectar rotação mas produz uma alta taxa de falsos positivos.





Correção da massa

Catálogo III: Nosso Método

- 100% dos aglomerados com indicação de rotação da amostra I possuem $\delta\sigma$ negativo que implica em um aumento da massa.
- Como corresponde a sistemas isolados artificialmente, isto pode indicar que a rotação nestes casos sempre leva a um aumento da massa virial.





Correção da massa

Catálogo III: Método de Hwang & Lee

- 46.12% dos aglomerados possuem $\delta\sigma$ negativo que implica em um aumento da massa.
- 53.88% dos aglomerados possuem $\delta\sigma$ positivo que implica em uma redução da massa.





Comparação entre os métodos

- O método de Hwang & Lee só não detecta rotação nos casos em que a velocidade de rotação é nula ou muita baixa comparando-se a dispersão de velocidades do aglomerado.
 - Na amostra simulada o método detectou excessivos aglomerados com rotação.
- O nosso método permite que o usuário defina o seu grau de conservadorismo frente aos resultados, levando em conta os testes estatísticos.
- Ou seja, de modo geral, nosso método detectará um menor número de aglomerados com rotação do que HL, mas os nossos resultados são mais robustos.





Comparação entre os métodos

- Nosso método obtém em poucos casos valores mais altos das velocidades de rotação. Se removidos, podemos notar um razoável acordo para as velocidades obtidas, considerando-se que são métodos aproximativos e com alto grau de incertezas devido à falta de informação tridimensional.
- O aumento ou a diminuição da massa depende do fator de correção $\delta\sigma$ ser negativo ou positivo. Isto acontece nas amostras observadas, enquanto na amostra simulada os resultados dos métodos divergem.
 - Esta diferença de resultados é um ponto a ser investigado futuramente.





Comparação entre os métodos

- Não é conclusiva a relação entre a normalidade da distribuição de velocidades e a ocorrência de rotação.
 - No catálogo selec20 parece haver um forte favorecimento da correlação rotação-não-gaussianidade.
 - ▶ 81.82% rejeitaram a H_0 , aplicado o método de Anderson Darling.
 - No catálogo NoSOCS isto não acontece.
 - \blacktriangleright 44.68% rejeitaram a H_0 , aplicado o método de Anderson Darling.





Perspectivas

- Implementar e testar o método de Manolopoulou e Plionis (2016).
- Fazer uma seleção de aglomerados com indicação de rotação acima de $1000 \ km/s$ para buscar contrapartida em dados em raios-X.
- Definir um erro estatístico em torno das velocidades de rotação encontradas.
- Refazer a comparação dos métodos, já levando em conta o de Manolopoulou e Plionis (2016), usando um catálogo mais extenso, compreendendo pelo menos 500 aglomerados.





Perspectivas

- Compreender a significativa diferença de resultados para a correção de massa de sistemas simulados, esferas de NFW, entre o nosso método e HL.
- Nos casos em que os sistemas estiverem fora do equilíbrio, obter uma nova expressão para a massa corrigida.





Referências



ANDREON, Stefano; BERGÉ, J. Richness-mass relation self-calibration for galaxy clusters. Astronomy & Astrophysics, v. 547, p. A117, 2012.



BACHMAN, Ronet; PATERNOSTER, Raymond. Statistics for criminology and criminal justice. SAGE, 2017.



BEERS, Timothy C. et al. A dynamical analysis of twelve clusters of galaxies. The Astronomical Journal, v. 102, p. 1581-1609, 1991.



BULLOCK, James S. et al. Profiles of dark haloes: evolution, scatter and environment. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, v. 321, n. 3, p. 559-575, 2001.



CIRILLO, Marcelo Angelo; FERREIRA, Daniel Furtado. Extensão do teste para normalidade univariado baseado no coeficiente de correlação quantil-quantil para o caso multivariado. Revista de Matemática e Estatística, São Paulo, v. 21, n. 3, p. 67-84, 2003.





Referências



COMERFORD, Julia M.; NATARAJAN, Priyamvada. The observed concentration-mass relation for galaxy clusters. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, v. 379, n. 1, p. 190-200, 2007.



COMPUTING, Statistical. Disponível em:< http://www. R-project. org/>. Acesso em, v. 10, 2012. de agosto de 2019.



CRAMER, Duncan; HOWITT, Dennis Laurence. The Sage dictionary of statistics: a practical resource for students in the social sciences. Sage, 2004.



DUPKE, Renato A.; BREGMAN, Joel N. Direct measurements of gas bulk flows in the intracluster medium of the centaurus cluster with the Chandra satellite. The Astrophysical Journal, v. 639, n. 2, p. 781, 2006.



FANG, Taotao; HUMPHREY, Philip; BUOTE, David. Rotation and turbulence of the hot intracluster medium in galaxy clusters. The Astrophysical Journal, v. 691, n. 2, p. 1648, 2009.





Referências



FRIAÇA, Amâncio César Santos et al. Astronomia: uma visão geral do universo. 2000.



GAL, R. R. et al. The northern sky optical cluster survey. II. An objective cluster catalog for 5800 square degrees. The Astronomical Journal, v. 125, n. 4, p. 2064, 2003.



GAL, R. R. et al. The Northern Sky Optical Cluster Survey. I. Detection of Galaxy Clusters in DPOSS. The Astronomical Journal, v. 119, n. 1, p. 12, 2000.



GAL, R. R. et al. The northern sky optical cluster survey. iii. a cluster catalog covering pi steradians. The Astronomical Journal, v. 137, n. 2, p. 2981, 2009.



GAL, Roy R. et al. The digitized second palomar observatory sky survey (DPOSS). II. Photometric calibration. The Astronomical Journal, v. 128, n. 6, p. 3082, 2004.





Referências



HWANG, Ho Seong; LEE, Myung Gyoon. Searching for rotating galaxy clusters in SDSS and 2dFGRS. The Astrophysical Journal, v. 662, n. 1, p. 236, 2007.



KALINKOV, M. et al. Rotation of the cluster of galaxies A2107. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, v. 359, n. 4, p. 1491-1497, 2005.



LEE, See-Woo; ROOD, Hervert L. The Shape and Virial Theorem of a Star Cluster in the Galactic Tidal Force Field. Journal of Korean Astronomical Society, v. 2, p. 1-9, 1969.



LEOTTI, Vanessa Bielefeldt; COSTER, Rodrigo; RIBOLDI, João. Normalidade de variáveis: métodos de verificação e comparação de alguns testes não-paramétricos por simulação. Revista HCPA. Porto Alegre. Vol. 32, no. 2 (2012), p. 227-234, 2012.



LIEBER, Richard L. Statistical significance and statistical power in hypothesis testing. Journal of Orthopaedic Research, v. 8, n. 2, p. 304-309, 1990.





Referências



LIU, Ang; TOZZI, Paolo. Testing the rotation versus merger scenario in the galaxy cluster Abell 2107. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, v. 485, n. 3, p. 3909-3918, 2019.



LOPES, P. A. A. et al. NoSOCS in SDSS-I. Sample definition and comparison of mass estimates. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, v. 392, n. 1, p. 135-152, 2009.



LOPES, Paulo AA et al. X-ray Galaxy Clusters in NoSOCS: Substructure and the Correlation of Optical and X-ray Properties. The Astrophysical Journal, v. 648, n. 1, p. 209, 2006.



LOPES, Paulo AA et al. The northern sky optical cluster survey. iv. an intermediate-redshift galaxy cluster catalog and the comparison of two detection algorithms. The Astronomical Journal, v. 128, n. 3, p. 1017, 2004.



MANOLOPOULOU, Maria; PLIONIS, Manolis. Galaxy cluster's rotation. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, p. stw2870, 2016.





Referências



MATERNE, J.; HOPP, U. The cluster of galaxies SC0316-44-Does it rotate?. Astronomy and Astrophysics, v. 124, p. L13-L15, 1983.



MUDHOLKAR, Govind S.; SRIVASTAVA, Deo Kumar. Robust analogs of Hotelling's two-sample T2. Communications in Statistics-Theory and Methods, v. 29, n. 12, p. 2717-2749, 2000.



NASCIMENTO, R. S. et al. Dynamical analysis of the cluster pair: A3407+A3408. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, v. 460, n. 2, p. 2193-2206, 2016.



NASCIMENTO, R. S. Estudo da dinâmica de pares de aglomerados de galáxias. Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus. 2012.



NAVARRO, Julio F.; FRENK, Carlos S.; WHITE, Simon DM. A universal density profile from hierarchical clustering. The Astrophysical Journal, v. 490, n. 2, p. 493, 1997.





Referências



OEGERLE, William R.; HILL, John M. Structure, rotation, and the peculiar velocity cD galaxy in Abell 2107. The Astronomical Journal, v. 104, p. 2078-2085, 1992.



OLIVEIRA F.; VIEGAS, S. M. M. de. Astronomia: Uma Visão Geral do Universo. [S.l.]: EDUSP, 2004.



REMBOLD, S. B. Tópicos especiais em física: Astronomia. Ilhéus: Editora Editus, 2011.



RIBEIRO, A. L.; LOPES, P. A.; TREVISAN, M. Non-gaussian velocity distributions—the effect on virial mass estimates of galaxy groups. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society: Letters, Blackwell Science Ltd Oxford, UK, v. 413, n. 1, p. L81–L85, 2011.



RINES, K.; DIAFERIO, A. Cirs: Cluster infall regions in the sloan digital sky survey. i. infall patterns and mass profiles. The Astronomical Journal, IOP Publishing, v. 132,n. 3, p. 1275, 2006.





Referências



RYDEN, B. Introduction to cosmology. [S.l.]: Cambridge University Press, 2017.



SAMPAIO, F. S. Estudo da Distribuição de velocidades em aglomerados de galáxias - Testes de Não Rejeitaidade e metanálise de Fisher. Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, 2013.



SONG, H.; HWANG, H. S.; PARK, C.; SMITH, R.; EINASTO, M. A redshift survey of the nearby galaxy cluster a2107: Global rotation of the cluster and its connection to large-scale structures in the universe. The Astrophysical Journal, IOP Publishing, v. 869, n. 2, p. 124, 2018.



SPRINGEL, V.; WHITE, S. D. Tidal tails in cold dark matter cosmologies. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, Wiley Online Library, v. 307, n. 1, p. 162–178, 1999.



TOVMASSIAN, H. M. The rotation of galaxy clusters. Astrophysics, Springer, v. 58, n. 3, p. 328-337, 2015.





Referências



VELÁSQUEZ, C. A. M. Estimativa de Parâmetros Cosmológicos usando Aglomerados de Galáxias. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2007.



WAINER, H.; SCHACHT, S. Gapping. Psychometrika, Springer, v. 43, n. 2, p. 203–212, 1978.



YAHIL, A.; VIDAL, N. The velocity distribution of galaxies in clusters. The Astrophysical Journal, v. 214, p. 347–350, 1977.