



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE SANTA CRUZ
PRO-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO**

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM COMPUTACIONAL
EM CIÊNCIA E TECNOLOGIA**

LUENNE NAILAM SOUSA NASCIMENTO

INDICADOR INDIRETO DE ROTAÇÃO EM AGLOMERADOS DE GALÁXIAS

**ILHÉUS-BA
2020**

LUENNE NAILAM SOUSA NASCIMENTO

**INDICADOR INDIRETO DE ROTAÇÃO EM AGLOMERADOS
DE GALÁXIAS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação
em Modelagem Computacional em Ciência e Tecnologia
da Universidade Estadual de Santa Cruz, como parte
das exigências para obtenção do título de Mestre em
Modelagem Computacional em Ciência e Tecnologia.

Orientador: Prof. Dr. André Luis Batista Ribeiro

ILHÉUS-BA
2020

Luenne Nailam Sousa Nascimento Indicador indireto de rotação em Aglomerados de Galáxias/ Luenne Nailam Sousa Nascimento. Ilhéus-BA, 2020- ?? p. : il.(alguma color.); 30 cm.

Orientador: Prof. Dr. André Luis Batista Ribeiro
Dissertação (Mestrado) – UNIVERSIDADE ESTADUAL DE SANTA CRUZ
PRO-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO , 2020.
1. Rotação em Aglomerados. 2. Rio Cachoeira. 3. Modelagem Computacional
CDU 02:141:005.7

LUENNE NAILAM SOUSA NASCIMENTO

**INDICADOR INDIRETO DE ROTAÇÃO EM AGLOMERADOS
DE GALÁXIAS**

Ilhéus-BA, 23/02/2020

Comissão Examinadora

Prof. Dr. André Luis Batista Ribeiro Prof.
Dr. André Luis Batista Ribeiro
UESC
(Orientador)

Prof. Dr. Membro Interno
UESC

Prof. Dr. Membro Externo
UERJ

Resumo

Aglomerados de galáxias são as maiores estruturas gravitacionalmente ligadas do Universo e são constituídos por algumas dezenas a milhares de galáxias. Eles possuem propriedades como as funções de massa e de correlação espacial, além de sua própria evolução, cujas parametrizações podem restringir o modelo cosmológico atual. Consequentemente, o cálculo preciso das massas de aglomerados é de extrema importância. Existem diversas abordagens aplicadas ao cálculo de massa de aglomerados, sendo o método mais empregado aquele que utiliza as velocidades das galáxias membro dos aglomerados e assume o equilíbrio dinâmico através do Teorema do Virial. Este método, apesar de sua ampla aplicabilidade, não leva em conta a possível rotação dos aglomerados. A rotação desses sistemas seria uma decorrência de um impulso angular inicial que teria perdurado desde a sua formação. A rotação poderia surgir também em consequência de fusões ou interações com aglomerados vizinhos. Não levar em consideração a rotação de aglomerados pode introduzir um erro no cálculo de sua massa. Neste trabalho propomos um método para identificar a componente rotacional dos aglomerados e a correção no cálculo de sua massa. O método de detecção de rotação foi implementado em linguagem R, e aplicado a três catálogos: selec20, NoSOCS e simulação de Monte Carlo. Os resultados foram comparados com o método de Hwang & Lee (2007). Como conclusão, o nosso método permitiu realizar inferências mais seguras que o método de Hwang & Lee.

Palavras-chave: Rotação em Aglomerados. abntex. modelo.

Lista de figuras

Figura 1 – Histograma de velocidades no Aglomerado.	3
Figura 2 – Distribuição de velocidades em função da distância ao centro do Aglomerado.	5
Figura 3 – Distribuição de galáxias no plano do céu do par de aglomerados A3407 e A3408.	8
Figura 4 – Histograma Distribuição de Velocidade e Análise de Gaps para o aglomerado 08 do catálogo selec20.	20
Figura 5 – Ajuste da elipse e eixo principal da distribuição projetada no plano do céu.	21
Figura 6 – Perfil de velocidade de rotação do aglomerado 08 do catálogo selec20.	22
Figura 7 – Histograma Distribuição de Velocidade e Análise de Gaps para o aglomerado 08.	25
Figura 8 – Ajuste da elipse e eixo principal da distribuição projetada no plano do céu para o aglomerado 08.	25
Figura 9 – Perfil de velocidade de rotação para o aglomerado 08.	27
Figura 10 – Histograma Distribuição de Velocidade e Análise de Gaps.	55
Figura 11 – Ajuste da elipse e eixo principal da distribuição projetada no plano do céu.	56
Figura 12 – Perfil da velocidade de rotação.	57
Figura 13 – Histograma Distribuição de Velocidade e Análise de Gaps.	59
Figura 14 – Histograma Distribuição de Velocidade e Análise de Gaps.	60
Figura 15 – Histograma Distribuição de Velocidade e Análise de Gaps.	61
Figura 16 – Histograma Distribuição de Velocidade e Análise de Gaps.	62
Figura 17 – Histograma Distribuição de Velocidade e Análise de Gaps.	63
Figura 18 – Histograma Distribuição de Velocidade e Análise de Gaps.	64
Figura 19 – Histograma Distribuição de Velocidade e Análise de Gaps.	65
Figura 20 – Ajuste da elipse e eixo principal da distribuição projetada no plano do céu.	66
Figura 21 – Ajuste da elipse e eixo principal da distribuição projetada no plano do céu.	67
Figura 22 – Ajuste da elipse e eixo principal da distribuição projetada no plano do céu.	68
Figura 23 – Ajuste da elipse e eixo principal da distribuição projetada no plano do céu.	69
Figura 24 – Ajuste da elipse e eixo principal da distribuição projetada no plano do céu.	70

Figura 25 – Perfil de velocidade angular.	73
Figura 26 – Perfil de velocidade angular.	74
Figura 27 – Perfil de velocidade angular.	75
Figura 28 – Histograma Distribuição de Velocidade e Análise de Gaps para a amostra I.	77
Figura 29 – Histograma Distribuição de Velocidade e Análise de Gaps para a amostra I.	78
Figura 30 – Histograma Distribuição de Velocidade e Análise de Gaps para a amostra I.	79
Figura 31 – Histograma Distribuição de Velocidade e Análise de Gaps para a amostra I.	80
Figura 32 – Histograma Distribuição de Velocidade e Análise de Gaps para a amostra I.	81
Figura 33 – Histograma Distribuição de Velocidade e Análise de Gaps para a amostra I.	82
Figura 34 – Histograma Distribuição de Velocidade e Análise de Gaps para a amostra I.	83
Figura 35 – Histograma Distribuição de Velocidade e Análise de Gaps para a amostra I.	84
Figura 36 – Histograma Distribuição de Velocidade e Análise de Gaps para a amostra I.	85
Figura 37 – Histograma Distribuição de Velocidade e Análise de Gaps para a amostra II.	86
Figura 38 – Histograma Distribuição de Velocidade e Análise de Gaps para a amostra II.	87
Figura 39 – Histograma Distribuição de Velocidade e Análise de Gaps para a amostra II.	88
Figura 40 – Histograma Distribuição de Velocidade e Análise de Gaps para a amostra II.	89
Figura 41 – Histograma Distribuição de Velocidade e Análise de Gaps para a amostra II.	90
Figura 42 – Histograma Distribuição de Velocidade e Análise de Gaps para a amostra II.	91
Figura 43 – Histograma Distribuição de Velocidade e Análise de Gaps para a amostra II.	92
Figura 44 – Histograma Distribuição de Velocidade e Análise de Gaps para a amostra II.	93
Figura 45 – Histograma Distribuição de Velocidade e Análise de Gaps para a amostra II.	94

Figura 46 – Ajuste da elipse e eixo principal da distribuição projetada no plano do céu para a amostra I	95
Figura 47 – Ajuste da elipse e eixo principal da distribuição projetada no plano do céu para a amostra I	96
Figura 48 – Ajuste da elipse e eixo principal da distribuição projetada no plano do céu para a amostra I	97
Figura 49 – Ajuste da elipse e eixo principal da distribuição projetada no plano do céu para a amostra I	98
Figura 50 – Ajuste da elipse e eixo principal da distribuição projetada no plano do céu para a amostra I	99
Figura 51 – Ajuste da elipse e eixo principal da distribuição projetada no plano do céu para a amostra I	100
Figura 52 – Ajuste da elipse e eixo principal da distribuição projetada no plano do céu para a amostra I	101
Figura 53 – Ajuste da elipse e eixo principal da distribuição projetada no plano do céu para a amostra I	102
Figura 54 – Ajuste da elipse e eixo principal da distribuição projetada no plano do céu para a amostra I	103
Figura 55 – Ajuste da elipse e eixo principal da distribuição projetada no plano do céu para a amostra II	104
Figura 56 – Ajuste da elipse e eixo principal da distribuição projetada no plano do céu para a amostra II	105
Figura 57 – Ajuste da elipse e eixo principal da distribuição projetada no plano do céu para a amostra II	106
Figura 58 – Ajuste da elipse e eixo principal da distribuição projetada no plano do céu para a amostra II	107
Figura 59 – Ajuste da elipse e eixo principal da distribuição projetada no plano do céu para a amostra II	108
Figura 60 – Ajuste da elipse e eixo principal da distribuição projetada no plano do céu para a amostra II	109
Figura 61 – Ajuste da elipse e eixo principal da distribuição projetada no plano do céu para a amostra II	110
Figura 62 – Ajuste da elipse e eixo principal da distribuição projetada no plano do céu para a amostra II	111
Figura 63 – Ajuste da elipse e eixo principal da distribuição projetada no plano do céu para a amostra II	112
Figura 64 – Perfil de velocidade angular para a amostra I	116
Figura 65 – Perfil de velocidade angular para a amostra I	117
Figura 66 – Perfil de velocidade angular para a amostra I	118

Figura 67 – Perfil de velocidade angular para a amostra I.	119
Figura 68 – Perfil de velocidade angular para a amostra I.	120
Figura 69 – Perfil de velocidade angular para a amostra I.	121
Figura 70 – Perfil de velocidade angular para a amostra I.	122
Figura 71 – Perfil de velocidade angular para a amostra I.	123
Figura 72 – Perfil de velocidade angular para a amostra I.	124
Figura 73 – Perfil de velocidade angular para a amostra II.	124
Figura 74 – Perfil de velocidade angular para a amostra II.	125

Lista de tabelas

Tabela 1 – Teste Cramer e Hotelling aplicado no catálogo selec20.	26
Tabela 2 – Resultado do métdo Hwang & Lee para o catálogo selec20.	28
Tabela 3 – Teste Cramer e Hotelling aplicado no catálogo NoSOCS com rotação detectada utilizando gap.	29
Tabela 4 – Teste Cramer e Hotelling aplicado no catálogo NoSOCS com rotação detectada utilizando mediana.	30
Tabela 5 – Resultado do métdo Hwang & Lee para o catálogo NoSocs.	30
Tabela 7 – Teste Cramer e Hotelling aplicado na amostra I do catálogo III com rotação utilizando mediana.	38
Tabela 8 – Teste Cramer e Hotelling aplicado na amostra II do catálogo III com rotação utilizando gap.	41
Tabela 9 – Teste Cramer e Hotelling aplicado na amostra II do catálogo III com rotação utilizando mediana.	41
Tabela 10 – Resultado do métdo Hwang & Lee para a amostra I do catálogo III. .	41
Tabela 11 – Resultado do métdo Hwang & Lee para a amostra II do catálogo III. .	46
Tabela 12 – Teste Cramer e Hotelling aplicado no catálogo NoSOCS utilizando gap - sem indicação rotação.	71
Tabela 13 – Teste Cramer e Hotelling aplicado no catálogo NoSOCS utilizando mediana - sem indicação rotação.	72
Tabela 14 – Teste Cramer e Hotelling aplicado na amostra II do catálogo III utilizando gap - sem indicação rotação.	112
Tabela 15 – Teste Cramer e Hotelling aplicado na amostra II do catálogo III utilizando mediana - sem indicação rotação.	115

Sumário

1 – Introdução	1
2 – Aglomerado de Galáxias	3
2.1 Distribuição de Velocidades ao longo do Aglomerado	4
3 – Rotação de Aglomerados	6
4 – Ferramentas Estatísticas Utilizadas	9
4.1 Teste de Hipótese	9
4.2 Teste de Normalidade	10
4.3 Testes de duas amostras	11
4.4 Testes utilizados	11
4.4.1 Teste de Cramer-von Mises	11
4.4.2 Teste de Hotelling	12
5 – Linguagem R	14
5.1 Pacotes	14
5.1.1 Pacote Cramer	14
5.1.2 Pacote Hotelling	14
5.1.3 Pacote Ellipse	15
5.1.4 Pacote Astro	15
5.1.5 Pacote cosmoFns	15
6 – Dados e Metodologia	16
6.1 Catálogo I: selec20	16
6.2 Catálogo II: NoSOCS	16
6.3 Catálogo III	17
6.4 Nosso Método	20
6.5 Método de Hwang & Lee - adaptado	23
7 – Análise	24
7.1 Catálogo I: selec20	24
7.2 Catálogo II: NoSOCS	28
7.3 Catálogo III:	35
8 – Conclusão	50
8.1 Trabalhos Futuros	51

Referências	52
Anexos	54
ANEXO A – Resultados Catálogo selec20	55
ANEXO B – Resultados Catálogo NoSOCS	58
ANEXO C – Resultados Catálogo III	76

1 Introdução

Aglomerados de galáxias são as maiores estruturas do Universo observável que podem ter alcançado o estado de equilíbrio dinâmico. Eles são constituídos por algumas dezenas até milhares de galáxias ligadas pela força gravitacional. Para que as galáxias se mantenham próximas umas das outras por longas escalas de tempo é necessário que exista uma considerável força gravitacional que impeça a sua dispersão no espaço. Isto significa que a massa típica desses sistemas é muito grande (o catálogo de Abell, por exemplo, possui sistemas com massa total por volta de 10^{14} a 10^{15} massas solares), o que torna o mapeamento de aglomerados e a correta obtenção de suas propriedades observadas de grande importância tanto para estudos referentes ao processo de formação de estruturas no Universo, como para restringir o modelo cosmológico atual (Velásquez, 2007).

Ao longo do século XX muitos trabalhos foram voltados ao estudo de aglomerados e permitiram a sua crescente caracterização como um sistema físico bastante particular. Dessa maneira, propriedades como: a distribuição de posições e de velocidades em aglomerados, perfis de densidade numérica – entendimento quanto à distribuição das galáxias em relação a sua distância ao centro do aglomerado –, funções de luminosidade – quantificar a distribuição luminosa – e de massa, puderam ser obtidas e utilizadas para descrever aglomerados (Velásquez, 2007). Além de parâmetros dinâmicos e cinemáticos como: velocidade média (adequado a estimativa de distâncias); dispersão de velocidades (compreensão do grau de ligação gravitacional entre galáxias); massas (entender o grau de contribuição de densidade referente a massa total do Universo); e a razão massa/luminosidade (utilizada como indicativo da quantidade matéria escura e para estimar se a distribuição de luz segue a da matéria) (Friaça et al., 2008).

As conclusões alcançadas por esses trabalhos sugerem que os aglomerados iniciaram o seu processo de formação há aproximadamente 10 bilhões de anos, processo que se dá de forma continuada até os dias de hoje. Estudos baseados na distribuição de velocidades de galáxias nesses sistemas indicam que apenas uma fração deles (em torno de 60%) pode ser considerada em estado de equilíbrio dinâmico. Os demais constituem sistemas ainda em formação ou perturbados por interações com outros aglomerados. O grande número de sistemas fora do equilíbrio pode introduzir dificuldades na interpretação das propriedades dinâmicas dos aglomerados (Friaça et al., 2008).

Portanto, o entendimento preciso dos graus de liberdade de aglomerados é de extrema importância para que seja possível realizar inferências dinâmicas sobre esses sistemas. Um dos aspectos menos estudados a respeito de aglomerados é a possibilidade de que eles tenham algum grau de rotação. Ao calcular a massa do aglomerado usando

as velocidades individuais das galáxias membro admite que o aglomerado está em equilíbrio virial e seu potencial gravitacional é duas vezes a soma da energia cinética dos membros e as órbitas das galáxias são aproximadamente isotrópicas. Não levar em consideração a rotação de aglomerados pode gerar um erro nas suas estimativas de massa, o que afeta diretamente as restrições cosmológicas fornecidas pela função de massa desses sistemas (Fang et al., 2008).

O ponto central do presente trabalho é identificar a componente rotacional dos aglomerados e corrigir, a partir da velocidade rotacional encontrada, a sua massa. Com este propósito, implementamos na linguagem R o método proposto por Nascimento et.al (2016) adaptando para o estudo de rotação de aglomerados individuais. O trabalho está organizado da seguinte forma: o Capítulo 2 descrevemos sobre Aglomerados de Galáxias, o Capítulo 3 apresentamos uma revisão literária dos trabalhos a respeito do tema Rotação em Aglomerados, Capítulo 4 descrevemos os conceitos e ferramentas estatísticas utilizadas, Capítulo 5 apresentamos a linguagem e os pacotes utilizados no projeto, Capítulo 6 apresentamos a descrição dos catálogos utilizados e o nosso método, Capítulo 7 apresentamos os resultados da nossa análise e o Capítulo 8 relacionamos alguns desdobramentos possíveis deste trabalho.

2 Aglomerado de Galáxias

A origem do Universo, de acordo ao modelo cosmológico padrão, se deu há aproximadamente 14 milhões de anos. Desde então o seu processo de expansão ocorre de forma contínua e hierárquica, de modo que unidades menores se fundem formando outras maiores. Aglomerados de galáxias são as maiores estruturas do Universo observável e compõem os objetos de estudo desta dissertação.

Aglomerados de galáxias são definidos basicamente por três componentes: galáxias, meio intra-aglomerado e matéria escura. A maior parte da massa do aglomerado, cerca de 80% do total, é composta de matéria escura (não-bariônica). Do restante, na forma bariônica (feita de prótons e nêutrons), 15% são compreendidos de gás intra-aglomerado (MIA) e apenas 5% da massa de um aglomerado estão na forma de estrelas de galáxias.

A busca por compreender a formação e evolução dos aglomerados de galáxias é uma das questões mais importantes da Astrofísica. No paradigma atual de formação das estruturas, as galáxias e os aglomerados surgem a partir de halos escuros. O resfriamento desses halos ocasiona a formação de estruturas condensadas, onde depois colapsariam os bárions, formando os sistemas astrofísicos conhecidos. Este cenário seria ainda hierárquico, com a formação dos aglomerados ocorrendo após a formação das galáxias, aproximadamente em um desvio para o vermelho $z \approx 2$ (Velásquez, 2007).

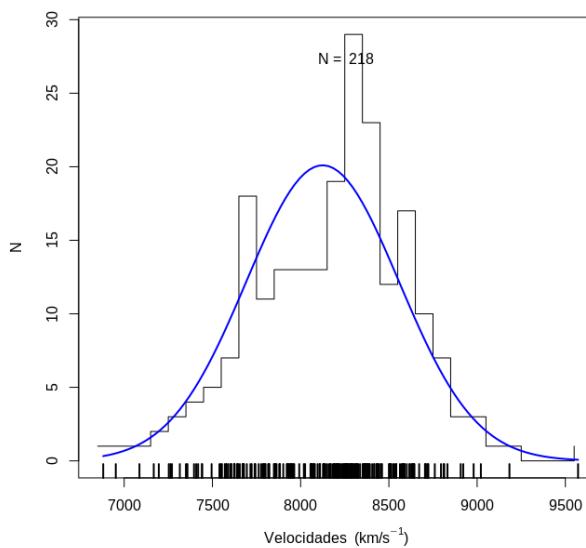


Figura 1 – Histograma de velocidades no Aglomerado.

Fonte: Autor.

O processo de formação de aglomerados de galáxias ainda não atingiu o seu

fim. Enquanto regiões centrais estão em equilíbrio dinâmico, as regiões periféricas (externas) acumulam matéria na forma de galáxias ou grupos de galáxias de modo contínuo. Comumente o entorno dos aglomerados de galáxias é constituído de grupos de galáxias que podem ser absorvidos pelo aglomerado principal ao longo do tempo, ocasionando o aumento de sua massa (REMBOLD, 2011). Estudos sobre a distribuição de velocidades de galáxias em aglomerados indicam que a mesma possui distribuição Não Rejeita, vide Figura 1, ou muito bem ajustada por uma gaussiana somente na região virializada do sistema (região mais interna do sistema) (YAHIL; VIDAL, 1977), podendo existir sinais de múltiplos modos normais na região mais externa (RIBEIRO et al., 2011), comprovando a presença de componentes de um sistema em processo de evolução pelo acréscimo de matéria ao seu entorno. Esse acréscimo de matéria, na forma de galáxias ou grupo de galáxias. Isto sugere que a formação de aglomerados de galáxias é um processo contínuo que decorre de fusões sucessivas e encontros gravitacionais de maiores e menores proporções (NASCIMENTO et al., 2016).

2.1 Distribuição de Velocidades ao longo do Aglomerado

A velocidade de uma galáxia contida em um aglomerado, em uma dada posição, não pode ser maior que a velocidade de escape do sistema, caso isto aconteça a galáxia não pertenceria mais ao aglomerado. A velocidade de escape e a distância ao centro do aglomerado são grandezas inversamente proporcionais, ou seja, a velocidade de escape decresce com o aumento da distância ao centro do aglomerado, portanto é mais fácil o escape de uma galáxia que está na região periférica (de Oliveira e Viegas, 2004).

Para que o aglomerado exista como unidade dinâmica é preciso uma redução na amplitude da distribuição de velocidades das galáxias à medida que haja um afastamento da região central. O grande problema dessa propriedade é o efeito de projeção. As galáxias que estão com distâncias distintas do centro do aglomerado podem parecer ao observador com mesma distância em consequência da observação apenas das posições projetadas no plano do céu (de Oliveira e Viegas, 2004).

Na Figura 2 vemos a distribuição de velocidades do aglomerado em função da distância da galáxia ao centro do aglomerado, onde o estreitamento da distribuição de velocidades define uma espécie de "corneta" que pode ser utilizada para definir os membros de um aglomerado, sendo removidas as galáxias que estejam significativamente acima ou abaixo da "corneta".

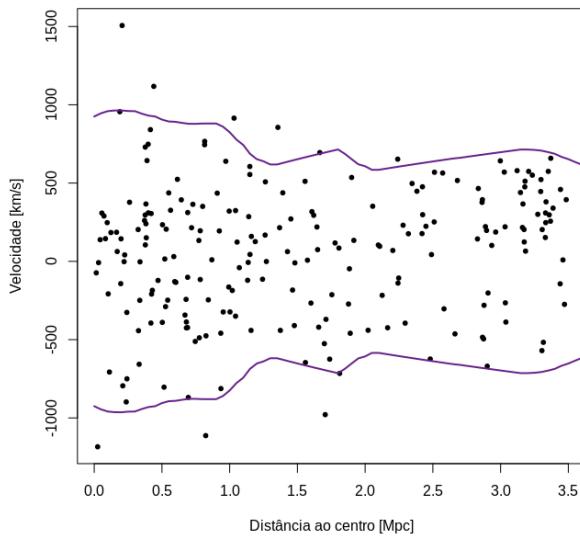


Figura 2 – Distribuição de velocidades em função da distância ao centro do Aglomerado.

Fonte: Autor.

3 Rotação de Aglomerados

O conhecimento do estado dinâmico de aglomerados de galáxias pode propiciar restrições importantes em cenários cosmológicos, como a determinação da massa total do aglomerado e uma estimativa da quantidade de matéria escura no Universo. A possibilidade da existência de aglomerados em rotação tem sido discutida por muitos autores (por exemplo, veja os estudos de [HWANG; LEE, 2007](#); [MANOLOPOULOU; PLIONIS, 2016](#)).

Para detecção de indícios de rotação, [Hwang e Lee \(2007\)](#) utilizaram dados espectroscópicos do *Sloan Digital Sky Survey*¹ (SDSS) e *Two-Degree-Field Galaxy Redshift Survey* (2dF-GRS). A rotação de aglomerados foi modelada como a rotação de galáxias membro e a rotação do gás intra-aglomerado. Eles levantaram inicialmente a hipótese de que a rotação se origina através de fusões de aglomerados. Um aspecto importante do método empregado por [Hwang e Lee \(2007\)](#) é que os aglomerados com rotação devem exibir divisão espacial entre galáxias com velocidades maiores e menores que a velocidade média do aglomerado além de apresentar um pico no mapa de densidade. Nesta pesquisa de [Hwang e Lee \(2007\)](#) foram detectados seis sistemas com rotação, em um total de dozes aglomerados (Abell 0954, Abell 1139, Abell 1399, Abell 2162, Abell 2169, and Abell 2366). Constatou-se ainda que estes aglomerados estão em equilíbrio dinâmico e não sofreram fusão recente, não dando suporte, portanto, à hipótese de interações como causadoras da rotação.

[Kalinkov et al. \(2005\)](#) tentaram obter o gradiente máximo no campo de velocidades de Abell 2107 e determinaram que a direção do coeficiente de correlação linear máximo definiria o eixo maior do aglomerado e o eixo menor seria o de rotação. Foram utilizadas subamostras de galáxias membro, ordenadas de acordo a distância ao centro do aglomerado para definir o grau de rotação do sistema. Esse mesmo aglomerado foi estudado por [Oegerle e Hill \(1992\)](#) e foram encontrados indícios de rotação. [Materne e Hopp \(1983\)](#) apontaram a dificuldade em diferenciar um aglomerado rotativo de dois que se sobrepõem, pelo motivo de estar se fundindo ou se afastando. Porém, o aglomerado Abell 2107 não consiste de dois aglomerados sobrepostos, em consequência do pico estreito representado em seu histograma de velocidades. O indicador mais forte que definiu a rotação foi o ângulo de posição do eixo com o gradiente máximo no campo de velocidades quase coincidindo com o ângulo de posição do eixo com o maior alongamento. Nesse estudo o período de rotação foi calculado em uma volta a cada 2.4×10^9 anos e houve uma correção no valor da massa para $2.8 \times 10^{14} M_{\odot}$ (a massa

¹Considerado o mais ambicioso mapeamento astronômico que já foi feito. Com este mapeamento, os astrônomos podem observar os padrões de grande escala das galáxias: filamentos e vazios em grandes regiões angulares do Universo.

inicial era de $3.2 \times 10^{14} M_{\odot}$, sem levar em conta a rotação).

Baseado no estudo da distribuição de velocidades das galáxias membro, [Tovmassian \(2015\)](#) detectou sinais de rotação em 17 de uma amostra de 65 aglomerados (26%). O método analisa o número de galáxias com velocidades mais baixas e mais altas que a velocidade média do aglomerado em diferentes partes do aglomerado. O método teve mais êxito em aglomerados planos, com $f = a/b > 1.8$ (a e b semieixos - maior e menor – da distribuição de galáxias do aglomerado). Para estes, a taxa de detecção de rotação foi mais alta (7 dos 18 aglomerados planos, 39%). Esse resultado suporta a opinião de que os aglomerados foram originalmente formados a partir das enormes nuvens de gás primordiais e preservaram a rotação das nuvens primordiais, a menos que sofram fusões com outros aglomerados e grupos de galáxias.

Já na tese de [Manolopoulou e Plionis \(2016\)](#) é realizado um estudo de um novo algoritmo para dedução de rotação usando a velocidade radial projetada². Inicialmente os testes foram realizados em aglomerados gerados em simulações de Monte Carlo para confirmar se o método fornecia indicações robustas de rotação. Em seguida, aplicado em amostras de aglomerados de Abell. Através do teste de Kolmogorov-Smirnov, decidiu-se quanto a sua rotação significativa ou não, seu centro rotacional, orientação do eixo de rotação, amplitude de velocidade rotacional e, finalmente, o sentido de rotação no sentido horário ou anti-horário no plano do céu. Foram encontrados 23 aglomerados possivelmente rotativos dentro de 1.5 Mpc ou a uma distância de 2.5 Mpc do centro do aglomerado, do total de 45 da amostra.

[Nascimento et al. \(2016\)](#), a partir de uma amostra de galáxias observadas no Cerro Tololo Interamerican Observatory (CTIO), realizaram um estudo dinâmico em torno do par de aglomerados de Abell (A3407 e A3408). O objetivo era verificar se a amostra correspondia a um simples sistema de galáxias ou a um processo de fusão, melhorando o entendimento desse sistema. Testes estatísticos foram aplicados aos membros mostrando que ambos os sistemas bem como cada aglomerado individual tem uma distribuição de velocidade Gaussiana. Um gradiente de velocidade de $\approx 847 \pm 114 km s^{-1}$ foi identificada ao redor do eixo principal da distribuição de galáxias projetada indicando uma possível rotação. O estudo definiu um "gap" na distribuição de velocidades e realizou testes sobre a distribuição espacial de galáxias (em torno do eixo principal do aglomerado) visando identificar diferenças entre objetos com velocidades maiores e menores que a posição do "gap". Esta comparação indicou que havia diferença significativa entre estas subamostras, sugerindo um grau de rotação no sistema A3407+A3408 (vide Figura 3).

²É a velocidade de um objeto na direção da linha de visada, isto é, a velocidade com que o objeto se aproxima ou se afasta do observador.

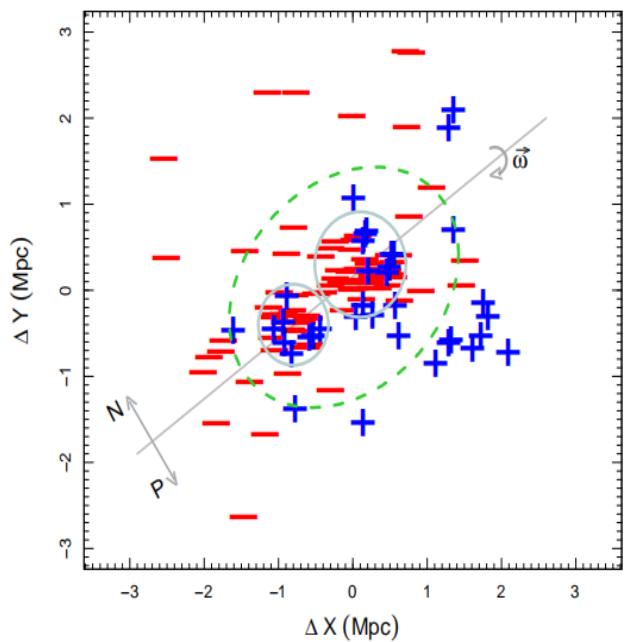


Figura 3 – Distribuição de galáxias no plano do céu do par de aglomerados A3407 e A3408.

Fonte: Nascimento et al. 2016.

4 Ferramentas Estatísticas Utilizadas

4.1 Teste de Hipótese

A análise estatística objetiva, especialmente, fazer inferência sobre uma população a partir da observação de uma amostra. Os testes de hipótese representam uma forma de inferência estatística. A hipótese é uma afirmação sobre parâmetros populacionais que devem ser analisadas para verificar sua veracidade. É importante ressaltar que a verdade ou não nunca pode ser determinada, a menos que toda a população seja observada, situação impraticável na maioria das vezes, justificado pelo uso do teste estatístico.

A princípio é necessário estabelecer como verdadeira a **hipótese nula**, denotada por H_0 . Já a **hipótese alternativa** (H_1), contrapõe a hipótese nula, ou seja, H_0 deverá ser rejeitada. É necessário estabelecer um critério auxiliar para decidir a rejeição ou não de H_0 para um teste estatístico. Esse valor, determinado pelo pesquisador antes da análise de dados ou até mesmo na coleta de dados, cenário ideal, é denominado **nível alfa (α) ou nível de significância**. Comumente é utilizado como critério de rejeição uma probabilidade de 5%. De acordo com [Cramer e Howitt \(2004\)](#),

O nível em que a hipótese nula é rejeitada é geralmente definido como 5 ou menos vezes fora de 100. Isso significa que tal diferença ou relacionamento é provável que ocorra por acaso 5 ou menos vezes de 100. Este nível é geralmente descrito como proporção 0.05 e às vezes como a porcentagem 5%. O nível de probabilidade de 0.05 foi historicamente uma escolha arbitrária, mas tem sido aceitável como uma escolha razoável na maioria das circunstâncias. Se houver um motivo para variar este nível, é aceitável fazer então. Então, em circunstâncias em que pode haver consequências adversas muito graves se a decisão errada foi feita sobre a hipótese, então o nível de significância poderia ser mais rigoroso em, digamos, 1% ([CRAMER; HOWITT, 2004](#), p. 151).

Na realização de testes de hipóteses é possível que erros sejam cometidos, como mostrado no quadro 1. **Erro do tipo I**, denotado por **erro α** , a rejeição de H_0 quando ela é verdadeira. Contrapondo, a não-rejeição de H_0 quando esta é falsa é denominada **erro do tipo II** e representado por β . Esse tipo de teste permite concluir se deve aceitar ou rejeitar a hipótese nula, porém não é possível quantificar o quanto provável é o resultado de ocorrer ao acaso. Apoiado por isto, é definido a potência de um teste estatístico $1 - \beta$ como a probabilidade de rejeitar H_0 quando de fato é falsa. Claramente, o teste ideal é aquele em que os valores de α e β são mínimos. Porém, o valor de α é inversamente relacionado com o valor de β , sendo impossível minimizá-los simultaneamente. Geral-

mente, é fixado o nível de significância α e escolhido a região de rejeição que minimiza β , ou seja, que maximize a potência do teste.

Quadro 1 – Tipos de erros em testes de hipótese.

Decisão Estatística	Natureza (estado verdadeiro ou desconhecido)	
	H_0 verdadeira	H_1 falsa
Aceitar H_0	acerto	Erro tipo II (β)
Rejeitar H_0	Erro tipo I (α)	acerto

Fonte:)

O menor nível de significância pode ser definido utilizando o **valor-p** ou “*p-value*”. No teste de hipótese esse valor é comparado ao nível de significância *alpha* determinado no início objetivando a tomada de decisão de aceitar ou rejeitar H_0 . Se o valor-p calculado do teste for igual ou maior que *alpha*, a H_0 é aceita. Ou seja, a hipótese nula é consistente com os resultados da amostra. Porém, se o valor-p for menor que *alpha*, a hipótese nula é rejeitada, a hipótese alternativa, nesse caso, é então aceita como verdadeira.

4.2 Teste de Normalidade

Uma variável aleatória, seja idade de um grupo de pessoas ou ocorrência de um determinado desfecho, pode admitir uma distribuição de frequências da população, contendo diversas formas encontradas na literatura estatística. O intuito desses modelos é caracterizar o comportamento de um determinado evento em função da frequência de sua ocorrência. Se as variáveis forem contínuas, o evento será um intervalo de valores. Portanto, as distribuições de frequências são efetivamente distribuições de probabilidade, em que para um evento teremos associado uma probabilidade de ocorrência (T2).

A inspeção visual pode ser utilizada para avaliação da normalidade. A distribuição de frequência, como exemplo um histograma, relaciona valores observados à sua frequência e pode além de pressupor uma distribuição normal, identifica *insights* sobre lacunas nos dados e outliers. O histograma é composto por barras justapostas em que no eixo horizontal contém a variável de interesse dividida em classes e no eixo vertical a sua correspondente frequência (T2). Para distribuições do tipo normal ou Gaussiana, o histograma constitui formato de sino (Figura 3b).

Entretanto, a simples constatação por meio de gráficos é subjetiva e não satisfatória, pois depende de uma interpretação visual além de não ser confiável no caso multivariado e especificamente nas situações de muitas variáveis. Desta forma, para inferir sobre a normalidade é necessário utilizar como complemento testes estatísticos

(T1). Como exemplo, podemos citar: o teste de aderência qui-quadrado; Kolmogorov-Smirnov; Lilliefors e Shapiro-Wilk.

Estes testes possuem estatísticas de teste e critérios de decisão diferentes, porém compartilham da hipótese avaliada: a hipótese de nulidade (H_0) especifica que a variável aleatória adere à distribuição normal, sem a necessidade de definir a média ou variância da distribuição. Já a hipótese alternativa (H_1), opõe a hipótese nula (T2).

O resultado que interessa após executar um determinado teste é o seu valor-p ou nível descritivo do teste, referente à probabilidade de que a estatística do teste (como variável aleatória) tenha valor extremo em comparação ao valor observado (estatística) quando a hipótese nula é verdadeira. Sendo o valor-p menor que o nível de significância, logo a hipótese nula é rejeitada. Ou seja, o valor-p representa o menor nível de significância que pode assumir para então rejeitar a hipótese nula. Logo, há significância estatística quando o valor-p é menor que o nível de significância estabelecido ([SAMPAIO, 2013](#)).

4.3 Testes de duas amostras

O teste de duas amostras é uma análise estatística projetada para utilizar dados de duas amostras aleatórias. O intuito do teste é determinar se a diferença entre as duas populações é estatisticamente significativa.

Seja X_1, X_2, \dots, X_m e Y_1, Y_2, \dots, Y_N duas amostras aleatórias independentes com funções de distribuição contínua F e G , respectivamente, o teste de duas amostras verifica se

$$H_0 : F = G \quad H_1 : F \neq G \quad (1)$$

Isto é, assume como hipótese nula que as médias populacionais das amostras não são significativamente diferentes.

4.4 Testes utilizados

4.4.1 Teste de Cramer-von Mises

Em estatística, o teste de Cramér (conhecido também como phi de Cramér - φ_c) é uma medida de associação entre duas variáveis nominais dado o intervalo de 0 a 1, indicando que um valor mais alto possui forte associação. Fundamentado no teste estatístico do qui-quadrado de Pearson, foi publicado em 1946 por Harald Cramér. A

medida é definida como

$$V = \sqrt{\frac{\chi_{obt}^2}{N \cdot m}} \quad (2)$$

onde χ^2 é o valor obtido do teste estatístico

N é o tamanho da amostra e

m = o menor de $(r - 1)$ ou $(c - 1)$, sendo r o número de linhas e c o número de colunas.

Para entender melhor a utilidade do teste de Cramer é fundamental compreender as formas como os testes estatísticos divergem das medidas de associação para variáveis categóricas. O teste qui-quadrado (χ^2) fornece um teste estatístico de associação entre duas variáveis categóricas (nominais) de uma população única. Ele determina se a associação entre as variáveis é significativa, utilizando como hipótese nula (H_0) que as duas variáveis não são dependentes uma da outra e como hipótese alternativa (H_1) é que existe alguma associação entre duas variáveis.

O teste de Cramer é considerado um dos favoritos entre as medidas baseadas no qui-quadrado. Geralmente, quando o seu cálculo resulta no valor máximo 1 é que existe um forte relacionamento entre duas variáveis. No cálculo de Cramer é levado em consideração as dimensões da tabela, ou seja, diferentes dimensões podem ser comparadas significativamente.

4.4.2 Teste de Hotelling

Um dos mais conhecidos testes de hipóteses multivariados foi proposto por Harold Hotelling em 1947, o teste de T^2 , compara vetores de médias populacionais. Baseado na generalização da estatística *t de Student*, foi o primeiro a levar em consideração a correlação das variáveis na formulação da estatística do teste.

Sendo X um vetor aleatório com uma dada dimensão, μ o vetor de médias e σ a matriz de covariância. Para X , sendo uma distribuição Não Rejeita multivariada e com tamanho de amostra aleatória n , a estatística de T^2 é dada por

$$T^2 = n(\bar{X} - \mu_0) \sum_{pxp}^{-1} (\bar{X} - \mu_0) \quad (3)$$

com

$$H_0 : \mu = \mu_0 \quad H_1 : \mu \neq \mu_0 \quad (4)$$

A equação 3 tem distribuição qui-quadrado com p graus de liberdade. Definindo um nível de significância α , com $0 < \alpha < 1$, para valores de T^2 maiores ou iguais ao valor crítico $\chi_{a,p,c}^2$ dado por $P[\chi_p^2 \geq \chi_{a,p,c}^2]$, a hipótese nula será rejeitada.

Sendo a matriz desconhecida, a estatística de T^2 é dada por

$$T^2 = n(\bar{X} - \mu_0)S^{-1}(\bar{X} - \mu_0) \quad (5)$$

que sob a hipótese nula, tem uma distribuição proporcional a uma distribuição F, ou seja, o valor crítico do teste a um nível de significância α , com $0 < \alpha < 1$, é

$$F_c = \frac{p(n-1)}{n-p} F_{1-\alpha,p,n-p} \quad (6)$$

onde $F_{1-\alpha,p,n-p}$ é a probabilidade acumulada igual a $(1 - \alpha)$ da distribuição de F com p n-p é igual a graus de liberdade.

Sendo S a matriz de covariâncias amostrais (pxp), um estimado não viciado de \sum_{pxp} , dado por

$$\begin{bmatrix} S_1^2 & S_{12} & \dots & S_{1p} \\ S_2^2 & \dots & S_{2p} & \\ \ddots & & \vdots & \\ & & & S_p^2 \end{bmatrix} \quad (7)$$

em que os elementos da diagonal principal de S são as variâncias definidos por

$$S_j^2 = \frac{1}{m-1} \sum_{k=1}^m (x_{jk} - \bar{X}_j)^2, j = 1, 2, \dots, 3 \quad (8)$$

e os elementos fora da diagonal principal são as covariâncias conforme

$$S_{jh} = \frac{1}{m-1} \sum_{k=1}^m (x_{jk} - \bar{X}_j)(x_{hk} - \bar{X}_h) \quad (9)$$

onde x_{jk} e x_{hk} representam os valores amostrais das variáveis X_j e X_h .

5 Linguagem R

R é uma linguagem e ambiente para análise estatística e produção de gráficos, desenvolvida na década de 90 pelos estatísticos Ross Ihaka e Robert Gentleman que utilizavam sistemas pagos em seus projetos. Contém diversos pacotes integrados permitindo que sejam realizadas uma grande variedade de estatísticas (natureza linear, não-linear, séries temporais) e o uso de recursos gráficos avançados, o que a distingue das demais linguagens.

O R é um conjunto integrado de instalações de software para manipulação de dados, cálculos e exibição gráfica. Isto abrange uma instalação eficaz de manipulação e armazenamento de dados, um conjunto de operadores para cálculos em matrizes, uma grande coleção coerente de ferramentas intermediárias para análise de dados e representações gráficas, a inclusão de condicionais (*loops* e funções recursivas) definidas pelo usuário e recursos de entrada e saída.

5.1 Pacotes

5.1.1 Pacote Cramer

Uma rotina em R aplicada para o teste de Cramer de duas amostras. O valor de retorno é um objeto da classe "*cramertest*", contendo, dentre outros, os seguintes componentes:

- *statistic*: valor estatístico do teste de Cramer para observações.
- *conf.level*: nível de significância do teste.
- *p.value*: estimativa do valor-p.

5.1.2 Pacote Hotelling

Uma rotina em R aplicada para o teste de Hotelling de duas amostras. O valor de retorno é uma lista da classe "*hotelling.test*", contendo, dentre outros, o seguinte componente:

- *pval*: estimativa do valor-p.

5.1.3 Pacote Ellipse

Este pacote contém diversas rotinas para desenhar elipses e regiões de confiança do tipo elipse, implementando os gráficos descritos por Murdoch e Chow (1996) e Bates e Watts (1988).

5.1.4 Pacote Astro

O pacote **astro** fornece uma série de funções, ferramentas e rotinas no uso diário da astronomia. Pode-se agrupar essas funções em áreas como a cosmologia¹, manipulação de arquivos FITS², funções de tempo e posição.

5.1.5 Pacote cosmoFns

O pacote contém expressões de distância, tempo, luminosidade e outras úteis na cosmologia observacional, compreendendo observações em linhas moleculares. Atualmente codificado apenas para o universo plano.

¹Funções que calculam distâncias, movimentação de volumes, *lookback time* e luminosidade em uma cosmologia plana

²Sistema flexível de transporte de imagens (*Flexible Image Transport System*), um formato de arquivo comum em astronomia

6 Dados e Metodologia

O método proposto por Nascimento et al. (2016) para estudar um par de aglomerados pode ser adaptado para o estudo da rotação de aglomerados individuais. Neste trabalho fazemos esta adaptação e a implementamos em linguagem R. O código resultante é aplicado a um conjunto de três catálogos:

- *Catálogo I:* composto por 20 aglomerados ricos do SDSS, localizados em baixos *redshifts*, com espectroscopia disponível para objetos com $m_r \leq 17.77$.
- *Catálogo II:* NoSOCS (*Northern Sky Optical Cluster Survey*) com baixo redshift ($z \leq 0.10$), compreendendo 183 objetos.
- *Catálogo III:* .

6.1 Catálogo I: selec20

A amostra selec20 corresponde a um conjunto de aglomerados ricos (sistemas com mais de 50 galáxias na região virializada) a baixos redshifts ($z < 0.13$), cuja determinação de membros foi feita pelo Dr Paulo Lopes (UFRJ) fazendo uso do programa shiftgapper (Lopes et al. 2009). Esta amostra, por suas características, é extremamente útil para testes e análises exploratória.

6.2 Catálogo II: NoSOCS

O NoSOCS (Gal et al. 2000, 2003, 2008) é um catálogo de aglomerados de galáxias elaborado a partir da versão digitalizada do Segundo Observatório de Palomar (POSS-II; DPOSS, Djorgovski et al. 2003). Este catálogo é derivado de campos de alta latitude $|b| > 30^\circ$, cobrindo $\sim 11,000 deg^2$ e contendo $\sim 15,500$ aglomerados candidatos. Sua construção é limitada para $r = 19.5$, onde a separação estrela/galáxia é confiável e erros fotométricos são precisos para usar a cor $g-r$ como indicador do *redshift*. A classificação de objetos e a calibração fotométrica são descritas em Odewahn et al. (2004) e Gal et al. (2004), respectivamente.

Os dados foram extraídos do SDSS para cada aglomerado do NoSOCS (Lopes 2003; Lopes et al. 2004) amostrados no DR5. Com o uso de dados fotométricos de alta qualidade, foi possível estimar os novos *redshifts* fotométricos (segundo Lopes 2007), riqueza e luminosidade óptica (Lopes et al. 2006). Após a remoção de aglomerados duplos, o número de aglomerados do catálogo sofreu uma redução, compreendendo 7414

objetos. Para esses objetos foi aplicado uma técnica de eliminação de interferentes de galáxias nas distribuições do espaço de fase (*shifting gapper*) e estimado as dispersões e massas de velocidade (M500 e M200).

A amostra final com essas propriedades e em baixo z apresentou 127 agrupamentos. Como o número de amostras do NoSOCS em baixo z não era volumoso, a análise foi estendida para sistemas mais ricos, incluindo os aglomerados CIRS (Rines & Diaferio 2006), com 56 objetos. Portanto, a lista final em baixo *redshift* ($z \leq 0.10$) compreendeu 183 objetos (127 do NoSOCS e 56 do CIRS).

6.3 Catálogo III

O modelo adotado segue o perfil de densidades $\rho(r)$ de um esferóide de Navarro-Frenk-White, conforme estudos por simulações numéricas cosmológicas realizadas por Navarro, Frenk e White (NAVARRO et al., 1997). A partir dos resultados de simulações cosmológicas de N-corpos autogravitantes, sugere-se que o melhor ajuste universal do perfil radial de densidades que representam a distribuição de matéria de um aglomerado é dado por

$$\rho(r) = \rho_{crit} \frac{\delta_c}{(r/r_s)(1 + r/r_s)^2}, \quad (10)$$

onde $\rho(r)$ é a densidade de matéria escura a uma distância r do centro do esferóide, ρ_{crit} é a densidade crítica de fundo do Universo no momento da formação do halo, r_s é um raio característico da esfera, δ_c é uma sobredensidade característica do halo. Nas simulações descritas por Navarro et al. (1997), após a formação e maturação dos halos, verifica-se que os halos estão em estado de equilíbrio dinâmico seguindo o modelo da dinâmica de N-Corpos autogravitantes em acordo com o teorema do Virial. Por outro lado, devido ao fato de que no modelo de Navarro et al. (1997) $M(r) \rightarrow \infty$ para $r \rightarrow \infty$, os modelos de esferóide adotados nesta Pesquisa são truncado em R_{200} , onde R_{200} é a distância da região limítrofe da esfera na qual a densidade $\rho(r)$ é 200 vezes maior do que a densidade crítica do Universo ρ_{crit} . Também são geradas galáxias adicionais além de R_{200} até $2.5R_{200}$, para simular objetos circunvizinhos a cada aglomerado de modo que ou estejam em processo de captura ou em estruturas filamentares observadas entre aglomerados.

Cada amostra é gerada através de um algoritmo composto por três laços : (I) O mais externo, (II) o primeiro interno, (III) o segundo interno. As unidades de medida usadas no código estão em km/s para a velocidade, kpc para distância, para a constante gravitacional, $G = 43007.1$, para constante de Hubble em $z = 0$ é $H_0 = 0.069 \text{ km/s/kpc}$.

Antes do primeiro laço, o código precisa como um dado de entrada um número inteiro como semente aleatória para iniciar o gerador de pseudo-números aleatórios usado ao longo de sua plena execução durante todo o código.

O primeiro laço inicia-se com um dado solicitado como entrada um número inteiro correspondente ao número de membros da amostra. Cada membro é um aglomerado pertencente à amostra. Em seguida, atribui-se um *redshift* z pseudo-aleatório no intervalo $0.03 \leq z \leq 0.13$ ao primeiro membro da amostra do aglomerado. Calculase depois o valor de $H(z)$, a constante de Hubble na época da virialização do aglomerado, com os parâmetros cosmológicos $\Omega_M = 0.3$ e $\Omega_\Lambda = 0.7$, a equação $H(z) = H_0 * \sqrt{\Omega_M(1+z)^3 + \Omega_\Lambda}$.

A massa de cada aglomerado M_{200} é atribuída no valor a partir de $10^{14} M_\odot$ até $10^{15.5} M_\odot$. O valor do número de membros (galáxias) do modelo N_{200} dentro do raio virial R_{200} é calculado conforme a seguinte equação obtida usando ajustes realizados em amostra de aglomerados (ANDREON; BERGÉ, 2012)

$$\log(N_{200}) = 0.47(\log(M_{200}) - 14.5) + 1.58, \quad (11)$$

A partir do qual se calcula $N_{200} = e^{\log(N_{200})}$. Em seguida, calcula-se o valor da velocidade virial v_{200} (SPRINGEL; WHITE, 1999)

$$v_{200} = \sqrt[3]{10GH(z)M_{200}}. \quad (12)$$

O valor de R_{200} é dado por

$$R_{200} = \frac{v_{200}}{10H(z)}. \quad (13)$$

Estima-se o valor do parâmetro de concentração c do esferóide, conforme uma prescrição obtida a partir de dados de aglomerados com massas $10^{11} \leq M_{200} \leq 10^{14} M_\odot$ (BULLOCK et al., 2001). Bullock et al. (2001) analisam dados de aglomerados simulados no modelo Λ CDM (BULLOCK et al., 2001) a partir de simulações numéricas, enquanto Comerford e Natarajan analisam dados de aglomerados obtidos por observações (COMERFORD; NATARAJAN, 2007). Os dados são compatíveis com o seguinte ajuste:

$$c = \frac{9.00}{(1+z)} \left(\frac{M_{200}}{1300} \right)^{(-0.13)}. \quad (14)$$

Um dos dados usados para a construção dos aglomerados simulados é a escala característica, r_c . Ele é calculado pela equação que o define

$$r_c \equiv \frac{R_{200}}{c}. \quad (15)$$

A dispersão de velocidades é dada por:

$$v_{disp} = \frac{GM_{200}}{R_{200}}. \quad (16)$$

Em seguida, atribuem-se aleatoriamente os valores das coordenadas da ascenção reta e declinação do centróide do modelo, em condições de observação, como dados simulados.

Após estes procedimentos, inicia-se o segundo laço (II) para atribuir pela técnica de MonteCarlo as posições e velocidades das galáxias de um aglomerado da amostra.

As posições são determinadas resolvendo numericamente pelo método da bissecção a equação $q_{al} = \frac{M(r)}{M_{200}}$, onde q_{al} é um número aleatório gerado pelo gerador de pseudo-números aleatórios. $M(r)$ é dado por

$$M(r) = 4\pi\rho_{crit}\delta_c r_c^3 \left[\frac{r_c + r}{r_c} - \frac{r}{r_c + r} \right]. \quad (17)$$

Deste modo, r é calculado numericamente e, a partir dos ângulos gerados aleatoriamente em coordenadas esféricas θ e ϕ , calculam-se as posições x, y, z para a galáxia.

Para atribuir os dados da velocidade de modelos sem rotação, são geradas aleatoriamente em coordenadas esféricas θ e ϕ . Em seguida, gerando uma distribuição gaussiana de velocidades para os componentes do vetor velocidade, para cada direção dos eixos coordenados- xyz e, usano o valor da dispersão de velocidades v_{disp} , calculam-se v_x, v_y e v_z .

Para modelos com rotação, calcula-se a velocidade de rotação a partir da velocidade circular de cada galáxia a partir da equação

$$v_c = \frac{GM(r)}{r}, \quad (18)$$

e o modelo é posto para rotacionar em torno do eixo- z .

Em cada modelo de aglomerado gerado, calcula-se a distância do centróide do objeto a um observador hipotético posicionado em $D(z)$ ao longo do eixo- x , dada pelo *redshift* z pela equação:

$$D(z) = \frac{cz}{H_0} \left(1 - z \frac{(1 + q_0)}{2} \right), \quad (19)$$

onde c é a velocidade da luz no vácuo. onde $q_0 = \Omega_M/2 - \Omega_\Lambda$ é o parâmetro de desaceleração usado no modelo cosmológico ΛCDM .

Cada modelo de aglomerado simulado possui N_{200} galáxias. As posições cartesianas de cada galáxia são adicionadas ao centróide localizado na origem do sistema cartesiano. Em seguida, são projetadas as suas posições no plano- yz , interpretado como o planisfério celeste. As coordenadas cartesianas são convertidas em ascenção reta e declinação. Adicionalmente, para cada galáxia do aglomerado, calculam-se a projeção do vetor velocidade na linha de visada do observador e é convertido em *redshift*, adicionado ao *redshift* do aglomerado.

Enfim, cálculos semelhantes são realizados para os objetos não pertencentes ao aglomerado. O segundo e terceiro laços se finalizam e o primeiro é finalizado após a geração de todos os aglomerados.

6.4 Nosso Método

O método foi baseado no trabalho de [Nascimento et al. \(2016\)](#) que estudou o par de aglomerados A3407 + A3408, no entanto pode ser adaptado para o estudo da rotação de aglomerados individuais.

Foi realizada uma análise na distribuição de velocidades das galáxias membro do aglomerado em busca de "gaps" significativos, como ilustrado da figura 4. O gráfico na figura contém o histograma da distribuição de velocidades, o ajuste gaussiano superposto (linha em azul), barras inferiores indicando as velocidades individuais ordenadas em ordem crescente , sendo que em vermelho estão indicados os *gaps* significativos.

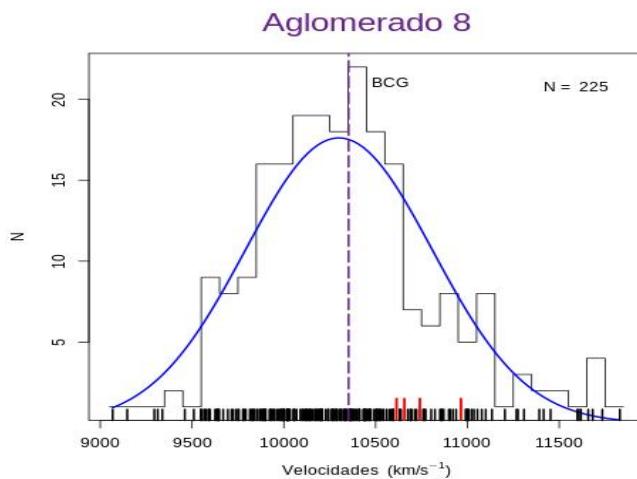


Figura 4 – Histograma Distribuição de Velocidade e Análise de Gaps para o aglomerado 08 do catálogo selec20.

Fonte: Autor.

O intuito da rotina era identificar a probabilidade de que um "*gap*", de certo tamanho e em dada localização, possa ser produzido a partir de amostragens aleatórias retiradas de uma gaussiana. As velocidades das galáxias são ordenadas em ordem crescente e o i-ésimo "*gap*" é definido como $g_i = v_{i+1} - v_i$. O "*gap*" é ponderado pela sua posição, através de $w_i = i(N - i)$, onde N é o número de galáxias do aglomerado. Os "*gaps*" ponderados são Não Rejeitados através da divisão por meio da média (MM) da distribuição ordenada do "*gap*" ponderado dada por:

$$MM = \frac{2}{N} \sum_{i=N/4}^{3N/4} \sqrt{w_i g_i} \quad (20)$$

Investigamos "*gaps*" com valores maiores que 2.25, uma vez que em retiradas aleatórias de uma gaussiana, "*gaps*" desse tamanho ocorrem no máximo em 3% dos casos (vide [Wainer e Schacht \(1978\)](#). [Beers et al. \(1991\)](#)). Em seguida os dados foram

divididos em duas amostras, contendo objetos com velocidades maiores e velocidades menores que o maior "gap" encontrado, referimos aqui de amostras I e II. Para o caso de aglomerados não encontrado "gap" significativo (> 2.25), utilizamos a mediana dos dados como divisor das velocidades do sistema.

A partir de "gaps" identificados na distribuição de velocidade, levantou-se o seguinte questionamento: pode eles indicar um gradiente de velocidade em toda distribuição espacial de galáxias? Para isso, estimamos o eixo principal do aglomerado como o resultante do ajuste de uma elipse aos dados projetados no plano do céu, como ilustrado na figura 5. O ajuste foi feito usando-se o pacote **ellipse** do R.

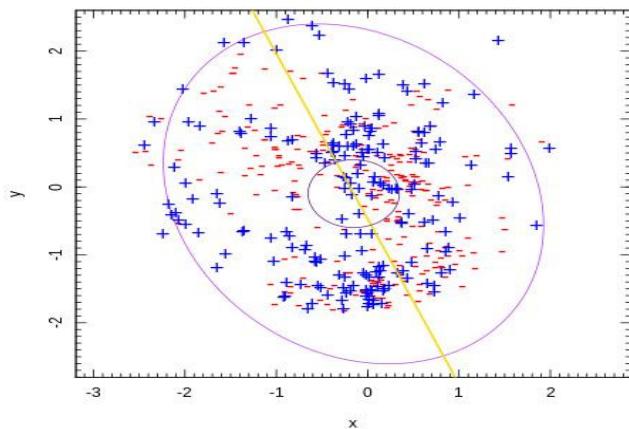


Figura 5 – Ajuste da elipse e eixo principal da distribuição projetada no plano do céu.

Fonte: Autor.

Na Figura 5, vemos o ajuste da elipse na distribuição (X,Y) projetada no plano do céu, com os pontos acima (+) e abaixo (-) em relação à posição do *gap* principal, indicados em azul e vermelho, respectivamente. A distribuição de galáxias em torno do *gap* de velocidades pode ser utilizada como um indicador indireto da presença ou não de rotação. Estudamos o quanto diferem espacialmente as galáxias de acordo com a sua posição em relação ao eixo principal. Com isso as amostras I e II foram então comparadas em relação a sua distribuição de duas maneiras: independente do eixo principal e em cada lado do eixo. Os testes de comparação de duas amostras utilizados foram o teste de Cramer 2D e o de Hotelling, dos pacotes **Cramer** e **Hotelling** do R, respectivamente, tendo como a hipótese nula que os pontos + e - foram retirados da mesma população.

O teste de Cramer para duas amostras pode ser usado para dados univariados e multivariados, como neste trabalho. Para o cálculo do valor crítico uma rotina de *bootstrap* é utilizada e métodos de permutação são usados para obter o valor-p do teste.

O teste de Hotelling multivariado compara médias em duas amostras. A rejeição ou não da hipótese nula é feita em todos os casos para um nível de 95% de confiança.

Dado que as distribuições espaciais das amostras I e II sejam distintas com 95% de confiança em relação aos testes acima citados, interpretamos o resultado como sendo uma indicação indireta de rotação nos aglomerados. Para os aglomerados onde isto acontece, traçamos um perfil de velocidade de rotação ao longo da distância ao centro do aglomerado. A velocidade de rotação foi calculada de maneira cumulativa contra o raio projetado das galáxias de acordo com

$$\omega = \Delta V/R \quad (21)$$

onde ΔV é a diferença de velocidade entre os pontos + e – internos a R .

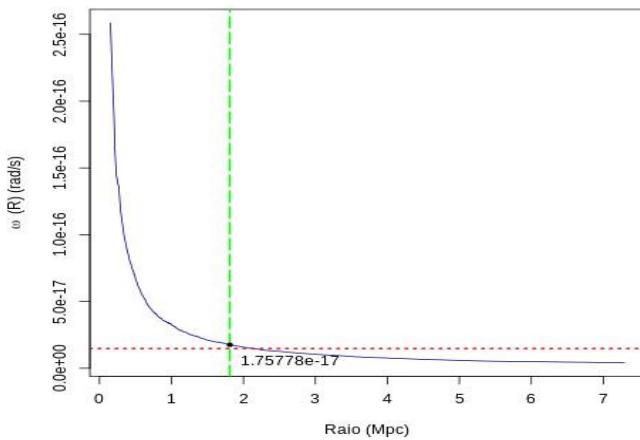


Figura 6 – Perfil de velocidade de rotação do aglomerado 08 do catálogo selec20.
Fonte: Autor.

No gráfico a linha tracejada na horizontal refere-se a velocidade de rotação do aglomerado, identificada através do raio (R_{200}) do aglomerado (intersecção da curva de rotação e o valor de R_{200}). Uma vez obtido o valor da velocidade de rotação do aglomerado utilizamos a fórmula dada por [Lee e Rood \(1969\)](#) que investigam a dependência da forma e do teorema do virial agindo no movimento orbital. Para que a velocidade angular afete significativamente o cálculo da massa do aglomerado qualquer aceleração centrífuga precisaria ser comparável à aceleração gravitacional. Através da equação 22 encontramos o valor limite de detecção de velocidade de rotação do aglomerado, representada na figura 6 pela linha tracejada na vertical.

$$\omega \cong \omega_{orb} = \frac{1}{r^2} \sqrt{GM_g \Delta(1 - e^2)}, \quad (22)$$

onde ω é a velocidade de rotação, G é constante gravitacional, R e M são raio e massa do aglomerado, respectivamente.

6.5 Método de Hwang & Lee - adaptado

O método proposto por [Hwang e Lee \(2007\)](#), também usado para identificar a rotação em aglomerados, foi implementado com o propósito de comparar com o nosso método. Eles utilizam a relação sinusoidal para calcular o eixo de rotação (Θ_o) e a velocidade de rotação (v_{rot}):

$$vp(v_{rot}, \Theta) = v_{sys} + v_{rot} \cdot \sin(\Theta - \Theta_o), \quad (23)$$

onde v_p é a velocidade radial de cada galáxia devido a rotação do aglomerado, v_{sys} é a velocidade peculiar do aglomerado e Θ é o ângulo projetado na posição de cada galáxia no plano céu, partindo do Norte para o Leste. Manolopoulou & Plionis, usaram diferenças de velocidade em relação à velocidade média do aglomerado, o valor de v_{sys} foi igual a 0.

O procedimento de minimização do χ^2 foi utilizado para determinar o melhor ajuste dos valores de v_{rot} e Θ_0 , representado na equação 24. Ou seja, o conjunto de valores de v_{rot} e Θ_0 , são empregados no cálculo de χ^2 para cada par de parâmetros:

$$\chi^2(v_{rot}, \Theta_0) = \sum_i \frac{(v_{pi} - v_{los,i})^2}{\sigma_i^2}, \quad (24)$$

onde $v_{los,i}$ é a velocidade de linha de visada de cada galáxia e σ_i é a medida em erro.

7 Análise

Neste trabalho usamos 1000 réplicas dos dados de cada catálogo com intuito de verificar a robustez do método na identificação ou não de rotação. No catálogo I (selec20) 90% dos casos (18 aglomerados) obtivemos resultados conclusivos, considerando em todas as iterações ou até 900 delas o mesmo resultado, ou seja, a detecção ou não de rotação. Já nos catálogos NoSocs, III sem rotação e III com rotação obtivemos resultados conclusivos em 97.8% (179 aglomerados), 97% (194 aglomerados) e 100% dos casos, respectivamente. Nas seções subsequentes apresentamos os resultados para cada catálogo.

7.1 Catálogo I: selec20

NOSSO MÉTODO

Os resultados da aplicação de nosso método para o catálogo selec20 são apresentados no Anexo A e na tabela 1. Na Figura 7, é exibido a análise de *gaps* para um dos 20 aglomerados da amostra, o aglomerado 08. O gráfico na figura contém o histograma da distribuição de velocidades, o ajuste gaussiano superposto (linha em azul), barras inferiores indicando as velocidades individuais ordenadas em ordem crescente, sendo que em vermelho estão indicados os *gaps* com valores maiores que 2.25, ou seja, os *gaps* significativos. Quando mais de um *gap* é encontrado, escolhemos aquele de maior valor; finalmente, a linha vertical tracejada indica a posição da BCG (*brightest cluster galaxy*) apenas como referência.

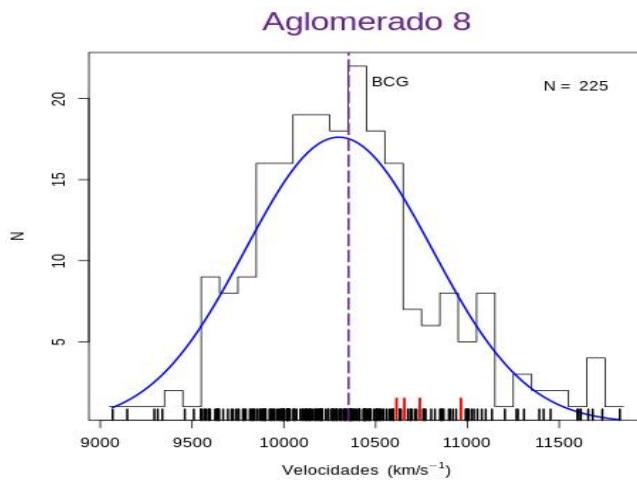


Figura 7 – Histograma Distribuição de Velocidade e Análise de Gaps para o aglomerado 08.

Fonte: Autor.

Na Figura 8, vemos o ajuste da elipse na distribuição (X, Y) projetada no plano do céu, com os pontos acima (+) e abaixo (-) em relação à posição do *gap* principal, indicados em azul e vermelho, respectivamente. A distribuição de galáxias em torno do *gap* de velocidades pode ser utilizada como um indicador indireto da presença ou não de rotação. Estudamos o quanto diferem espacialmente as galáxias de acordo com a sua posição em relação ao eixo principal. A hipótese nula dos testes é a de que os pontos + e - foram retirados da mesma população. Aplicamos dois testes estatísticos, Cramer 2D e Hotelling, em três cenários diferentes: todos os pontos do gráfico, acima e abaixo do eixo principal (Tabela 1).

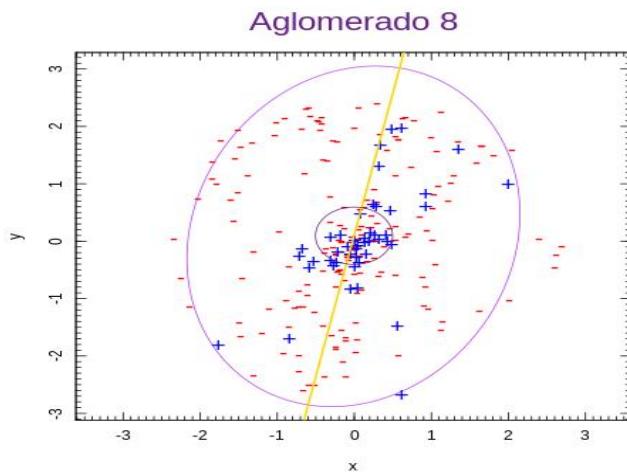


Figura 8 – Ajuste da elipse e eixo principal da distribuição projetada no plano do céu para o aglomerado 08.

Fonte: Autor.

Tabela 1 – Teste Cramer e Hotelling aplicado no catálogo selec20.

Cluster	Cenário 1		Cenário 2		Cenário 3		Nº galáxias
	Cramer	Hotelling	Cramer	Hotelling	Cramer	Hotelling	
01	0.496503	0.616007	0.768232	0.871778	0.364635	0.746935	223
02	0.003996	0.007875	0.076923	0.006919	0.021978	0.091680	244
03	0.298701	0.561228	0.648352	0.202482	0.060939	0.129923	177
04	0	9.769963e-15	0	2.334383e-07	0.006993007	0.01569305	435
05	0.097902	0.048305	0.044955	0.072319	0.082917	0.396323	951
06	0.281718	0.265025	0.472528	0.804144	0.257742	0.414097	165
07	0.041958	0.588022	0.556444	0.634652	0.038961	0.884234	313
08	0.009990	0.444646	0.011988	0.080753	0.071928	0.055154	225
09	0.028971	0.230194	0.035964	0.037384	0.095904	0.036469	215
10	0.000999	0.006792	0.003996	0.025815	0.502498	0.803647	308
11	0.000999	0.003167	0.335664	0.900630	0.000999	0.069658	651
12	0	1.130531e-10	0	3.967377e-05	0	1.773186e-07	173
13	0.106893	0.698218	0.133866	0.151622	0.265734	0.332495	218
14	0.038961	0.005413	0.475525	0.211045	0.760240	0.501961	127
15	0.117882	0.574480	0.341658	0.224218	0.036963	0.060953	114
16	0.044955	0.518194	0.002997	0.019457	0.408591	0.477522	144
17	0	2.202682e-13	0	3.47107e-05	0.2367632	0.3371383	773
18	0	0.04275908	0.01498501	0.007541272	0.1298701	0.753498	233
19	0.087912	0.406300	0.299700	0.295311	0.137862	0.239693	113
20	0.118881	0.903751	0.072927	0.317330	0.128871	0.229752	210

O teste de Cramer para duas amostras pode ser usado para dados univariados e multivariados, como neste trabalho. Para o cálculo do valor crítico uma rotina de *bootstrap* é utilizada e métodos de permutação são usados para obter o valor-p do teste. O teste de Hotelling multivariado compara médias em duas amostras. A rejeição ou não da hipótese nula é feita em todos os casos para um nível de 95% de confiança.

Consideramos evidência significativa de rotação se houve rejeição da hipótese nula em pelo menos um dos cenários testadas. Isto nos leva a 14 aglomerados com evidência de algum grau de rotação. São eles os aglomerados: 02, 04, 05, 07, 08, 09, 10, 11, 12, 14, 15, 16, 17 e 18. Em uma análise mais criteriosa verificamos que:

- 28.57% dos aglomerados houve rejeição da hipótese nula (indicando rotação) em pelo menos um dos testes (Cramer e Hotelling) nos três cenários (todos os pontos, acima e abaixo do eixo principal).
- 42.86% dos aglomerados houve rejeição da hipótese nula em pelo menos um dos testes em dois cenários.
- 7.14% dos aglomerados houve rejeição da hipótese nula nos dois testes em apenas um cenário.
- 7.14% dos aglomerados houve rejeição da hipótese nula em pelo menos um dos testes em apenas um cenário.

Finalmente, calculamos o perfil de velocidade de rotação para estes quatorze aglomerados, como ilustrado na Figura 9. A velocidade de rotação foi calculada de maneira cumulativa contra o raio projetado das galáxias de acordo com

$$\omega = \Delta V/R \quad (25)$$

onde ΔV é a diferença de velocidade entre os pontos + e – internos a R .

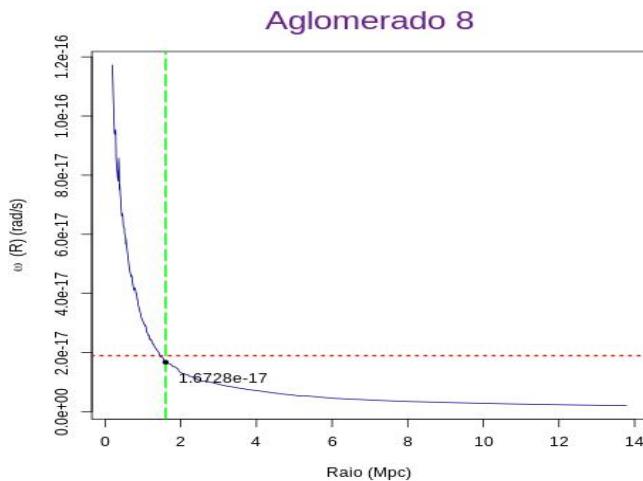


Figura 9 – Perfil de velocidade de rotação para o aglomerado 08.

Fonte: Autor.

No gráfico o valor exibido é a velocidade de rotação do aglomerado determinado a partir do R_{200} e a linha na vertical, o valor em y, é a velocidade limite para detecção de rotação no aglomerado, calculado pela fórmula da equação 22.

MÉTODO DE HWANG & LEE

Aplicamos o método de Hwang & Lee para o catálogo selec20 e os resultados são apresentados na tabela 2. Para todos os aglomerados foi detectado um grau de rotação.

Tabela 2 – Resultado do método Hwang & Lee para o catálogo selec20.

Cluster	Velocidade Rotacional	Ângulo (radiano)	Ângulo (grau)
1	-724.22	2.30	132.16
2	-661.24	2.71	155.55
3	-1016.65	1.76	101.24
4	750.69	2.09	119.86
5	-790.08	1.19	68.58
6	656.37	0.78	44.99
7	-1067.90	2.63	151.15
8	852.35	0.14	8.03
9	703.58	2.18	125.32
10	-873.78	1.67	96.15
11	-1117.95	2.80	160.61
12	-946.77	3.06	175.81
13	-891.43	2.46	141.01
14	-625.88	0.47	27.14
15	864.45	0.27	15.92
16	-1041.45	1.01	57.90
17	-505.15	2.55	146.42
18	889.73	0.81	46.55
19	-1062.70	3.02	173.57
20	944.22	1.90	109.37

7.2 Catálogo II: NoSOCS

NOSSO MÉTODO

No catálogo de NoSOCS, diferente do selec20, 56.33% dos aglomerados (um total de 89) não apresentaram *gaps* significativos, nestes casos os dados foram divididos pelo cálculo da mediana. Além disso, 13.66%, cerca de 25 aglomerados, continham um total inferior a 20 objetos, o que tornava o cálculo de detecção de rotação inviável. Por esse motivo, reduzimos a amostra de 183 para 158 aglomerados.

Aplicamos os mesmos cenários e testes usados no catálogo selec20 e verificamos que:

- 34.43% dos aglomerados apresentaram indicação direta de rotação, levando em conta um dos testes (Cramer e Hotelling) em pelo menos um cenário. Considerando-se que 47.62% apenas as amostras sem *gap*, ou seja, em casos onde os dados foram divididos pela mediana.
- Desse total, tendo em conta a rejeição da hipótese em ambos os testes para os três cenários um total de 6.35%, dois cenários 15.87% e um cenário 9.52%.

- Já a rejeição da hipótese em pelo menos um dos testes para os três cenários um total de 11.11%, dois cenários 15.87% e um cenário 41.27%.

Os resultados são apresentados nas tabelas [3](#) e [4](#) e no Anexo [B](#).

Tabela 3 – Teste Cramer e Hotelling aplicado no catálogo NoSOCS com rotação detectada utilizando gap.

Cluster	Cenário 1		Cenário 2		Cenário 3		Nº galáxias
	Cramer	Hotelling	Cramer	Hotelling	Cramer	Hotelling	
01238	0.003996	0.005606	0.021978	0.025209	0.056943	0.150563	44
01836	0	0.000395	0.006993	0.010808	0.022977	0.001210	86
02440	0.017982	0.090600	0.069930	0.005757	0.150849	0.137841	41
02447	0.511488	0.646515	0.031968	0.053283	0.743256	0.548081	46
04681	0.014985	0.017471	0.024975	0.047805	0.204795	0.212804	162
04703	0.001998	0.000551	0.027972	0.018654	0.109890	0.149901	91
06256	0.035964	0.016620	0.026973	0.013306	0.283716	0.368284	37
06547	0	0.005209	0.562437	0.849069	0.001998	0.005002	112
07217	0.077922	0.038481	0.382617	0.433854	0.152847	0.456518	24
07703	0.043956	0.079676	0.005994	0.015114	0.586413	0.980806	48
09148	0.012987	0.004465	0.048951	0.112433	0.022977	0.089178	31
10008	0.001998	0.293476	0.029970	0.387069	0.025974	0.143509	123
10013	0.008991	0.031328	0.287712	0.832952	0.377622	0.582334	86
10015	0.003996	0.057669	0.092907	0.279563	0.029970	0.057429	139
10020	0.000999	0.008616	0.003996	0.403677	0.004995	0.016639	114
10021	0.004995	0.030595	0.012987	0.015253	NA	NA	89
10023	0.040959	0.084825	0.078921	0.277558	0.110889	0.277176	107
10024	0.037962	0.074983	0.090909	0.255343	0.231768	0.413339	113
10027	0.163836	0.413906	0.268731	0.393231	0.035964	0.059391	86
10029	0.025974	0.056490	0.048951	0.165669	0.057942	0.058164	135
10030	0	3.06E+01	0.013986	0.015258	0	5.74E+01	87
10037	0.000999	0.008946	0.032967	0.285959	0.070929	0.157548	145
10043	0.020979	0.059925	0.053946	0.061660	0.188811	0.271167	218
10044	0	1.10E+01	0.003996	0.008143	0.001998	0.001075	177
10045	0.103896	0.281427	0.037962	0.093578	0.481518	0.961108	55
10051	0.045954	0.240987	0	0.003778	0.214785	0.067199	189
10053	0.065934	0.559379	0	0.000141	0.001998	0.001089	447
10054	0	0.006898	0.201798	0.576037	0	0.010700	537
10056	0.025974	0.020923	0.160839	0.047179	0.318681	0.373086	100
10059	0.041958	0.424066	0.111888	0.290470	0.309690	0.404923	150
10060	0.201798	0.917590	0.005994	0.048580	0.831168	0.647436	133
10063	0.099900	0.695755	0.049950	0.189107	0.033966	0.102787	219
10064	0.096903	0.042881	0.279720	0.139438	0.628371	0.789767	133

Tabela 4 – Teste Cramer e Hotelling aplicado no catálogo NoSocs com rotação detectada utilizando mediana.

Cluster	Cenário 1		Cenário 2		Cenário 3		Nº galáxias
	Cramer	Hotelling	Cramer	Hotelling	Cramer	Hotelling	
01831	0	0.002671	0.001998	0.031291	0.009990	0.004074	72
02137	0.036963	0.347093	0.248751	0.329532	0.161838	0.732693	34
02433	0.118881	0.301255	0.846153	NA	0.032967	0.216530	31
03176	0.040959	0.437995	0.155844	0.161899	0.111888	0.723103	26
03691	0.060939	0.031896	0.464535	0.534411	0.435564	0.115439	43
03907	0.114885	0.168692	0.015984	0.065279	0.606393	0.998517	44
04048	0.139860	0.023276	0.252747	0.213522	0.817182	0.59885	30
04409	0.000999	0.001251	0.101898	0.178182	0.006993	0.01041	23
04470	0.047952	0.110327	0.511488	NA	0.056943	0.136180	35
04479	0.090909	0.173748	0.830169	0.069908	0.013986	0.020507	25
04672	0.354645	0.600566	0.540459	0.433777	0.168831	0.024215	48
05359	0.096903	0.116698	0.010989	0.025032	0.483516	0.702417	62
05447	0	0.001094	0.023976	0.046308	0.007992	0.015626	57
06207	0.626373	0.378981	0.268231	0.007777	0.709290	0.595039	21
06286	0.129870	0.054084	0.019980	0.013322	0.130869	0.159239	70
07395	0.328671	0.777906	0.409590	0.673840	0.136863	0.000785	29
08022	0.266733	0.857210	0.040959	0.259307	0.147852	0.150297	51
08721	0.032967	0.129166	0.225774	0.515822	0.084915	0.275898	47
09061	0.302697	0.037116	0.805194	0.896726	0.517482	0.067197	46
10006	0.040959	0.084762	0.195804	0.602401	0.018981	0.005725	74
10016	0.000999	0.000896	0.034965	0.072791	0.000999	0.005635	92
10018	0.398601	0.331314	0.047952	0.807257	0.330669	0.141546	65
10026	0.033966	0.036372	0.531468	0.680673	0	0.001887	130
10028	0.018981	0.018787	0.231768	0.274238	0.053946	0.052530	80
10031	0	6.43E-03	0.002997	0.001092	0	1.80E-04	141
10035	0.122877	0.156720	0.505494	0.996701	0.029970	0.074546	58
10036	0.410589	0.917501	0.056943	0.045570	0.670329	0.544576	119
10040	0.000999	0.001944	0.036963	0.059351	0.007992	0.009938	99
10050	0.020979	0.595124	0.068931	0.279501	0.077922	0.050991	77
10055	0	0.362105	0.260739	0.180886	0	0.000790	104

MÉTODO DE HWANG & LEE

Aplicamos o método de Hwang & Lee para o catálogo NoSocs e os resultados são apresentados na tabela 5. Cerca de 97.81% dos aglomerados (179) detectaram rotação. Apenas os aglomerados 02907, 04537, 04537 e 10046 não identificaram grau de rotação.

Tabela 5 – Resultado do método Hwang & Lee para o catálogo NoSocs.

Cluster	Velocidade Rotacional	Ângulo (radiano)	Ângulo (grau)
00053	-587.01	3.14159265358979	179.981843124159
00086	53.72	0	0
00339	-1184.3	3.04492826424857	174.4439402588
00719	488.11	0.826734908839419	47.3636429274103
00996	969.01	0.966643893412244	55.3790286535875
01052	328.83	1.80879577024867	103.625909677546

01189	-660.52	2.73882436466802	156.907247851831
01238	-550.9	0.14612058853906	8.37124851740276
01264	782.77	0.628318530717959	35.9963686248319
01347	644.07	3.14159265358979	179.981843124159
01478	801.69	0.589048622548086	33.7465955857799
01831	-1184.3	1.68141578642834	96.3283104044796
01836	-356.53	2.36543446858526	135.515740705249
01877	665.09	1.86168453546062	106.655907036539
01933	643.25	2.20319484797206	126.221032840319
02035	-383.23	1.47839654286579	84.6973379407808
02104	940.53	2.33948389097112	134.029032113736
02137	1016.62	1.71359599286716	98.1719144313596
02182	581.02	0.872664625997165	49.9949564233776
02186	631.46	2.51327412287183	143.985474499327
02249	1085.4	1.25663706143592	71.9927372496637
02298	761.16	0.336599212884621	19.2837689061599
02301	-816.24	2.25005960324674	128.905914670006
02433	-352.08	1.25663706143592	71.9927372496637
02440	-503.39	0.392699081698724	22.4977303905199
02447	631.46	0.907571211037051	51.9947546803127
02469	-1002.72	0.628318530717959	35.9963686248319
02490	789.35	1.91227378914161	109.554165379923
02752	177.52	2.26194671058465	129.586927049395
02759	672.73	1.14239732857811	65.4479429542397
02789	376.12	0.196349540849362	11.24886519526
02827	-116.21	0.369599135716446	21.1743344851952
02899	-286.98	2.1918088280859	125.568727761041
02907	-	-	-
03031	-771.63	3.14159265358979	179.981843124159
03112	561.62	0.966643893412244	55.3790286535875
03176	722.25	0.628318530717959	35.9963686248319
03229	436.91	0.538558740615393	30.8540302498559
03459	-1042.44	2.0616701789183	118.11308455023
03565	-404.09	0.490873852123405	28.1221629881499
03631	-1184.3	2.79252680319093	159.983860554808
03691	-751.98	0.299199300341885	17.1411279165866
03742	-842.29	0.387319642223399	22.1895423029785
03898	-1184.3	0.649984686949612	37.2376227153433
03907	-603.68	0.21918088280859	12.5568727761041
03915	-324.57	1.0471975511966	59.9939477080531
03975	-191.31	0.883572933822129	50.6198933786698
04023	-715.56	2.90255842994709	166.287572451669

04048	1007.13	1.7332924985323	99.3003272409155
04100	517.97	1.65806278939461	94.9904172044174
04376	761.16	1.90739553967952	109.27469046824
04404	672.73	2.85599332144527	163.619857385599
04405	217.57	0.0923997839291116	5.2935836212988
04409	-977.96	2.14199499108395	122.714893039199
04458	594.65	1.10380282423425	63.2368638003803
04470	-316.47	2.4023943821569	137.633174153769
04479	-238.59	1.96349540849362	112.4886519526
04537	-276.42	0	0
04641	328.83	1.25663706143592	71.9927372496637
04672	-942.84	3.00790785982001	172.323041289089
04681	958.52	0.468311948361211	26.8295915216138
04703	1034.96	1.78023583703422	101.98971110369
04710	599.04	2.80499344070517	160.698074217999
05039	-860.06	0.448798950512828	25.7116918748799
05206	177.52	1.63362817986669	93.5905584245628
05325	-690.89	2.86841068371242	164.331248069885
05359	-700.59	2.00855923754102	115.070358718725
05447	315.32	0.504898819326931	28.9256533592399
05535	-522.3	1.30899693899575	74.9924346350663
05717	916.02	1.8286882610448	104.765550475257
05780	1085.4	0	0
05859	768.7	0.949783825503891	54.4131153631179
05908	-745	0.405366794011586	23.2234636289238
06070	653.08	0.673198425769241	38.5675378123198
06173	-1184.3	1.2875379727827	73.763050460721
06175	-276.42	2.82743338823081	161.983658811743
06184	-1016.17	2.21075038585948	126.65388960589
06207	-616.88	3.14159265358979	179.981843124159
06233	697.89	0.996114743821154	57.0674136735139
06256	-679.92	0.698131700797732	39.9959651387021
06261	-1184.3	1.67105992212223	95.7350229383826
06264	-197.47	1.77568280420293	101.728867852786
06286	-625.1	3.050531996964	174.764978106068
06392	-377.3	1.18682389135614	67.9931407357935
06447	457.61	1.80474471589201	103.393824773453
06475	-739.26	1.10879740714934	63.5230034555856
06506	1039.08	1.21816857996339	69.7888779461026
06508	-639.57	2.01061929829747	115.188379599462
06547	942.27	1.69815819112962	97.2874827698158
06723	-427.73	1.49599650170943	85.705639582933

06758	-697.94	2.91719317833338	167.125997186719
06841	678.02	2.98048533802109	170.752005015228
06861	-616.88	0.392699081698724	22.4977303905199
06924	-922.41	1.32913535344184	76.1461643986828
07204	-771.63	0.999597662505843	57.2669500849598
07217	98.57	2.45863772889636	140.855355488472
07395	274.79	1.90739553967952	109.27469046824
07435	-907.51	0.383121055315828	21.9490052590438
07520	-427.73	3.14159265358979	179.981843124159
07584	1085.4	2.79252680319093	159.983860554808
07703	-797.97	2.87422306605024	164.664239454018
07775	917.27	2.90888208665722	166.649854744592
07815	561.62	1.93328778682449	110.758057307175
07837	653.08	2.54319405290602	145.699587290986
07975	-1119.45	0.448798950512828	25.7116918748799
08022	722.25	1.63362817986669	93.5905584245628
08049	-	-	-
08173	1085.4	2.73181969877373	156.505950542747
08219	722.25	0.879645943005142	50.3949160747646
08291	-914.1	0.747998250854713	42.8528197914665
08338	684.86	3.14159265358979	179.981843124159
08710	-1039.43	1.06947835015823	61.2704146805648
08720	-	-	-
08721	-1184.3	2.5269332213657	144.768004252041
08738	-911.94	2.95309709437441	169.18293253671
08742	-896.08	2.69279370307697	154.270151249279
08975	740.01	0.478068447285403	27.3885413449808
09061	-1133.86	1.60570291183478	91.9907198190147
09075	-706.47	2.97624567182191	170.509114538677
09132	-394.84	3.14159265358979	179.981843124159
09144	-	-	-
09148	-427.73	2.0943951023932	119.987895416106
09153	789.35	0.956136894570807	54.7770826899615
09157	490.95	3.06679282850432	175.696561145013
09162	431.42	1.8636566589092	106.768889988908
09176	730.76	1.99622033196851	114.363462818476
09177	156.89	2.85599332144527	163.619857385599
10001	362.21	0.554398703574669	31.7615017277928
10004	-863.87	0.702238357861248	40.2312355218709
10006	525.75	1.506243053091	86.2926645115832
10008	-1128.49	0.283258354012194	16.2278711013586
10009	-849.43	2.21456531318625	126.87244679244

10010	-659.22	2.32102740824918	132.971660218595
10013	-650.25	2.21759481429868	127.046006911171
10014	1085.4	2.64555170828614	151.563657367713
10015	509.75	0.61465943222409	35.2138388721181
10016	786.1	0.138091984773178	7.91128980765535
10017	-1053.86	2.05828484200711	117.919138598587
10018	-1077.91	1.17809724509617	67.4931911715597
10019	-1071.62	0.445615979232595	25.5293394502354
10020	-441.12	0.500430688182445	28.6696741259723
10021	1085.4	1.21379716161424	69.5384393888797
10022	780.93	1.1110510604159	63.6521152512271
10023	-841.7	1.7189846595114	98.4806311434079
10024	-1042.44	2.04764521171478	117.309594179139
10025	-1020.88	3.06619442990364	175.662278889179
10026	839.08	3.06853235932026	175.796218865458
10027	978.59	0.0369599135716446	2.11743344851952
10028	-695.88	0.119300986845182	6.83475353636048
10029	1034.59	3.07125848970345	175.952398875111
10030	-392.54	1.49773603252537	85.8052973033783
10031	890.85	1.12199737628207	64.2792296871997
10032	-271.49	1.43420534185621	82.1656240349423
10033	537.54	0.361102603860896	20.6875681751907
10034	601.69	0.772522783669621	44.2578302764326
10035	926.12	0.936966230018008	53.6787953177317
10036	-1165.07	2.95522698769887	169.304954125268
10037	-679.92	3.05432619099008	174.982347481822
10038	615.34	0.111535833855259	6.38988792156778
10039	626.06	1.0471975511966	59.9939477080531
10040	575.88	0.160285339468867	9.18274709817139
10041	-1042.44	3.14159265358979	179.981843124159
10042	-305.71	1.82415057305214	104.505586330157
10043	196.35	2.57697461907365	147.63487592673
10044	995.13	1.05314753728294	60.3348224109397
10045	1043.37	1.51261868506175	86.6579244671878
10046	-	-	-
10047	-782.58	1.61249888414343	92.3800610725773
10048	-1158.99	0.992696563401979	56.8715861172994
10049	-383.23	1.15499729911389	66.169795266235
10050	-587.01	1.24010236325913	71.0454643911155
10051	409.32	2.57343228006823	147.431935325109
10052	-276.42	0.773315114729795	44.30322292287
10053	1003.98	1.3876541541641	79.4987064920614

10054	-629.58	2.58478052282295	148.082076152527
10055	-875.8	0.33550989504357	19.2213618870461
10056	-1092.59	1.87226228850301	107.261906508337
10058	-902.06	0.0162776821429523	0.932548409969737
10059	-194.16	2.46688819107386	141.328024466622
10060	793.09	2.21339482412008	126.805389473839
10062	-906.38	1.66696753047622	95.5005698209824
10063	398.24	2.81014021766059	160.992933069775
10064	414.81	1.28519699465037	73.6289358235197

7.3 Catálogo III:

NOSSO MÉTODO

Utilizamos o método descrito na seção 6.2 na geração de duas amostras, com e sem rotação, que chamaremos de amostra I e II, respectivamente, cada uma com 200 elementos. Na amostra com rotação 59.5% dos casos (119 aglomerados) não apresentaram gaps significativos, portanto utilizamos a mediana. Já na amostra sem rotação o número de casos que não apresentaram gaps significativos foi menor, 18.5%, ou seja, 37 aglomerados.

Aplicamos os mesmos cenários e testes usados nos catálogos anteriores e identificamos que:

Para a amostra I:

- 100% dos aglomerados apresentaram indicação direta de rotação.
- Desse total, a rejeição da hipótese em ambos os testes para um cenário foi um total de 6%, dois cenários 5% e nos três cenários 15%.
- Já a rejeição da hipótese em pelo menos um dos testes para um cenário foi um total de 4%, dois cenários 11% e os três cenários 59%.

Para a amostra II:

- 13.5% dos aglomerados apresentaram indicação direta de rotação.
- Desse total, a rejeição da hipótese em ambos os testes para um cenário foi um total aproximado de 37.04%, dois cenários 3.7%.
- Já a rejeição da hipótese em pelo menos um dos testes para um cenário foi um total aproximado de 37.04%, dois cenários 22.22%.

Os resultados são apresentados nas tabelas [6](#) a [9](#) e no Anexo.

Cluster	Cenário 1		Cenário 2		Cenário 3		Nº galáxias
	Cramer	Hotelling	Cramer	Hotelling	Cramer	Hotelling	
002	0.01198801	5.13E+01	-	-	0.09190809	0.002468499	22
005	0	0.000129229	0.0999001	0.1513146	0.003996004	0.005306977	23
008	0.002997003	0.000118612	0.2567433	0.104993	-	-	23
018	0	1.83E+00	0	0.000210583	0.01198801	0.01195605	25
022	0	9.91E+01	0.03896104	0.09538205	0.000999001	0.004402233	26
030	0	9.05E-01	0.003996004	0.001249322	0.001998002	0.000889026	28
031	0	1.41E+01	0.01198801	NA	0	0.00107551	28
038	0	2.57E-01	0.002997003	0.002334009	0.002997003	0.007940993	30
039	0	4.34E+00	0.00999001	0.008811638	0.001998002	0.000279573	30
043	0	3.01E-01	0.003996004	0.005709043	0	3.95E+01	31
048	0	4.00E+00	0.001998002	0.006197632	0	0.006197632	32
050	0	1.39E+01	0.002997003	0.000719987	0.002997003	0.00669392	33
052	0.000999001	2.54E+00	-	-	0.001998002	0.000251297	33
055	0	1.26E-02	-	-	0.5134865	NA	34
058	0	8.53E-01	0.1518482	0.1180778	-	-	35
059	0	2.88E-01	0.002997003	0.003009694	0	0.000204554	35
068	0	1.19E+00	0.01398601	0.01208782	0	0.000746952	38
078	0	3.36E-03	0	0.001229158	0.002997003	0.000195792	41
079	0	2.99E-02	-	-	0.1198801	0.05476195	42
080	0	1.49E-02	0.000999001	0.00084844	0	6.72E+00	42
083	0	2.27E-03	0.002997003	0.000589846	0	0.000950455	43
084	0	4.82E-04	0.000999001	3.39E+01	0.007992008	0.01239152	43
085	0	7.82E-03	0	0.000161109	0.000999001	0.002260468	44
087	0	8.92E-03	0.01898102	0.01129529	0.01498501	0.01713458	44
089	0	1.97E-04	1.97E-04	0.000101597	0	4.89E+00	45
094	0	1.33E-02	0	0.000302815	0.003996004	0.002490796	47
096	0	1.91E-04	0	3.79E+01	0	3.04E+01	48
097	0	2.81E-04	0	0.000134975	0	7.68E+00	48
103	0	7.24E-02	0.05094905	0.1133854	0.02797203	0.05549524	51
109	0	1.06E-06	-	-	-	-	53
110	0	5.62E-05	0	6.35E-02	0	2.73E+00	54
111	0	1.42E-04	0.001998002	0.00103909	0.000999001	0.002325971	54
112	0	4.10E-03	0	0.000350438	0	0.000278406	54
113	0	1.32E-06	-	-	0.006993007	4.02E+01	55
115	0	6.40E-06	0.1998002	NA	0.2717283	0.09640685	56
116	0	2.32E-05	0.05494505	NA	0.05394605	0.05854104	56
121	0	8.55E-05	0	4.73E+01	0.002997003	3.24E+01	59
122	0	1.74E-04	0	0.000203947	0	2.01E+00	59
123	0	1.97E-05	-	-	0.01098901	0.00029309	60
126	0	2.65E-05	0	6.80E+00	0	2.76E+00	61
127	0	1.50E-08	0	3.41E-01	0.001998002	0.000801336	62
130	0	4.79E-06	0.000999001	0.000448423	0.01598402	0.00611129	63
131	0	1.41E-03	0	8.04E+00	0.1448551	0.08518204	64
132	0	1.37E-04	0.002997003	0.000108517	0.000999001	0.002160422	64
134	0	5.42E-07	0	1.68E-02	0.000999001	0.000206527	65
135	0	8.62E-07	0.006993007	NA	0	1.43E+00	66
139	0	1.52E-08	0.02297702	0.02110072	0.001998002	0.000148067	68
144	0	3.62E-03	-	-	0.02097902	0.003313055	71
145	0	2.48E-07	0	1.09E+00	0	2.39E+00	71
147	0	0	0	8.11E-03	0.01198801	0.005974655	72
148	0	1.55E-09	0.02397602	0.008998577	-	-	73
153	0	0	0	2.82E-02	0	3.42E-04	76
154	0	1.39E-07	0	0.002175015	0	3.82E-01	77
156	0	3.33E-09	0	5.56E+00	0.000999001	0.000521201	78

161	0	0	0.0979021	0.05151158	-	-	81
162	0	3.25E-06	0.006993007	0.01680709	0.04395604	NA	82
164	0	0	0	4.89E-01	-	-	83
165	0	8.88E-09	0	1.61E+00	0	2.47E-02	84
166	0	2.07E-07	0	1.95E-01	0	4.01E+00	84
167	0	2.22E-10	0	0.000166793	0	3.99E-01	85
168	0	2.29E-08	0	3.29E-01	0	2.84E-01	86
169	0	9.37E-08	0.006993007	0.01068752	0	5.48E+00	87
170	0	0	0	9.26E-01	0	7.10E+01	87
173	0	1.42E-08	0.02097902	0.007217166	0	8.20E+00	89
174	0	3.33E-10	0	5.33E-02	0	5.53E-04	90
175	0	0	0	2.08E-04	0	1.71E-01	91
176	0	0	0	3.14E-01	0	0.004865996	92
178	0	6.66E-10	0	2.46E-02	0	3.58E+00	93
180	0	0	0	6.65E-02	0	1.41E-03	95
181	0	1.27E-08	0.01298701	0.01312892	0	3.80E-05	95
182	0	0	0	7.30E-03	0	2.12E-03	96
185	0	0	0	6.07E-02	-	-	99
186	0	0	0	2.36E-03	0	3.84E-03	99
187	0	0	0.002997003	0.002842338	0	3.94E-03	100
191	0	0	0	9.91E-05	0	5.39E-03	103
192	0	0	0	2.73E-04	0	5.10E-08	104
194	0	0	0	1.16E-01	0	0.000144034	106
195	0	0	0	1.58E-03	0	5.51E-02	107
198	0	0	-	-	0	7.79E-01	110
199	0	0	0	3.70E-06	0	8.33E-03	110
200	0	0	0	3.25E-02	0	3.02E-04	111

Tabela 7 – Teste Cramer e Hotelling aplicado na amostra I do catálogo III com rotação utilizando mediana.

Cluster	Cenário 1		Cenário 2		Cenário 3		Nº galáxias
	Cramer	Hotelling	Cramer	Hotelling	Cramer	Hotelling	
001	0.02897103	0.001789152	0.09390609	0.002447806	-	-	22
003	0.001998002	0.002437387	0.01098901	0.02582468	0.01998002	0.05774705	22
004	0.003996004	0.000370595	0.1098901	NA	0.03396603	0.0281874	23
006	0.000999001	0.000970974	0.009999001	0.01538161	0.005994006	0.02750661	23
007	0.000999001	1.80E+01	0.009999001	0.01503045	0.005994006	0.003383902	23
009	0.01698302	0.000116328	0.2917083	0.2911153	0.3356643	0.05604874	24
010	0.001998002	6.92E+01	0.01898102	0.03699966	0.01498501	0.01181938	24
011	0.000999001	0.00020091	-	-	0.003996004	0.001741638	24
012	0	4.22E+01	0.02497502	0.03915147	0.000999001	0.006453332	24
013	0	6.44E+01	0.001998002	0.002284402	0.04295704	0.0377637	24
014	0	6.92E+00	0.1718282	NA	-	-	25
015	0	2.39E+01	0.3986014	NA	0.4125874	0.16857	25
016	0	6.98E+00	0.01598402	0.005219386	0.006993007	0.002645199	25
017	0.002997003	0.002340476	0.01698302	0.04630446	0.03496503	0.05740555	25
019	0.005994006	0.000861073	0.6523477	NA	0.6313686	0.5093771	26
020	0.000999001	1.04E+01	0.01898102	0.004588327	0.000999001	0.005939175	26
021	0	9.29E+00	0.03596404	0.03376985	0.2087912	NA	26
023	0	4.73E+01	0.02697303	0.05949268	0.00999001	0.001875841	26
024	0.000999001	0.000557687	0.03296703	0.06263969	0.00999001	0.009419031	27
025	0.000999001	0.001785054	0.07092907	0.08466991	0.1898102	0.2670914	27
026	0	8.46E+01	0.04595405	0.1095595	0.000999001	0.001994956	27
027	0.000999001	2.78E+01	0.004995005	0.01845272	0.005994006	0.007880165	27

028	0.001998002	0.000157493	0.01398601	0.001144862	-	-	-	28
029	0	9.15E+00	0.000999001	0.001343014	0.03896104	0.03438877	NA	28
032	0.01498501	4.49E+01	0.2397602	0.1458441	0.5844156	NA	NA	28
033	0	0.000265913	0.2397602	NA	0.001998002	0.000108972	NA	29
034	0	9.45E+00	0.004995005	0.0200001	0	0.000269322	NA	29
035	0	5.45E-01	0.002997003	0.002753935	0	0.001234755	NA	29
036	0	2.11E+00	0	0.001489591	0.001998002	0.005581166	NA	29
037	0	1.49E+00	0.007992008	0.01309425	0	0.000226582	NA	30
040	0	5.32E+00	0.01198801	0.000725964	0.04195804	0.01999947	NA	30
041	0	2.27E+01	0.03196803	0.04314979	-	-	NA	31
042	0	0.000625316	0.03596404	0.06027476	0.000999001	0.000752922	NA	31
044	0.000999001	1.94E+00	-	-	0.2207792	0.04034646	NA	31
045	0	2.63E-01	0.002997003	0.00048447	0.005994006	0.003696264	NA	32
046	0	1.09E-01	0	7.24E+00	0.004995005	0.005770887	NA	32
047	0.000999001	6.56E+01	0.1588412	NA	0.1908092	0.2016425	NA	32
049	0	6.03E-02	-	-	0.002997003	0.000462091	NA	33
051	0	4.50E+00	0.1928072	0.1026347	0.1158841	0.1753058	NA	33
053	0.000999001	1.61E+00	0.02597403	0.01674013	0.05394605	0.04466152	NA	34
054	0	3.12E-01	0.001998002	0.00018241	0	7.95E+01	NA	34
056	0	1.65E+00	0	0.000414213	0.000999001	0.002196952	NA	35
057	0	5.77E-02	0.01298701	NA	0.001998002	0.000716129	NA	35
060	0	7.73E-02	0.000999001	0.002171517	0	0.000144107	NA	36
061	0.001998002	1.38E-02	0.1598402	0.02393263	0.2827173	NA	NA	36
062	0	9.40E-03	0.05794206	0.01070203	-	-	NA	36
063	0	7.71E+01	0.3376623	NA	0.01898102	0.005522367	NA	37
064	0	3.18E+01	0.01698302	0.006309918	0.000999001	0.002821414	NA	37
065	0	9.65E-03	0.01998002	0.00500955	0	1.30E+01	NA	37
066	0	9.69E-01	0.004995005	0.004086096	0.001998002	0.001369259	NA	38
067	0.000999001	0.000173451	0.006993007	0.0115257	0.007992008	0.02345485	NA	38
069	0	2.82E-02	0.002997003	0.00129307	0.001998002	0.006787062	NA	38
070	0	1.19E-02	0	3.61E+01	0.000999001	0.000383834	NA	39
071	0	1.05E+00	0.004995005	0.005254262	0.000999001	0.000292318	NA	39
072	0	1.23E+00	0	0.000163464	0.003996004	0.0138704	NA	39
073	0	4.05E+00	0.1018981	0.1723951	0.3106893	NA	NA	40
074	0	6.34E+00	0.01498501	0.002043247	-	-	NA	40
075	0	2.89E-03	0.006993007	0.00258961	0	0.000133657	NA	40
076	0	6.06E-01	0.000999001	0.004268619	0	0.000196264	NA	41
077	0	2.25E-05	0	4.80E+01	0.001998002	0.000984625	NA	41
081	0	6.86E-01	0.005994006	0.003856946	0	0.000859758	NA	42
082	0	9.54E-01	0.000999001	0.000289266	0.001998002	0.002320825	NA	43
086	0	2.88E-02	0.000999001	0.000544136	0	0.000660805	NA	44
088	0	1.94E-02	0	2.41E+01	0.000999001	0.003720394	NA	45
090	0	4.68E-01	0.001998002	0.000125421	-	-	NA	46
091	0	1.79E-04	0	1.10E+00	0	0.000176453	NA	46
092	0	9.26E+01	0.01998002	0.04469757	0.000999001	0.000592057	NA	46
093	0	3.77E-01	0	0.000174056	0.1288711	0.09826927	NA	47
095	0	3.52E-02	0.000999001	0.00235453	0	7.92E+01	NA	47
098	0	6.76E-03	0.08691309	0.1161238	0.7172827	NA	NA	49
099	0	8.75E-03	0.01698302	0.01336983	0	5.71E+01	NA	49
100	0	2.05E-03	0.06993007	0.1894776	0.05794206	0.05618063	NA	49
101	0	3.45E-01	0.007992008	0.001482476	0.000999001	0.01221739	NA	50
102	0	5.14E-02	0.001998002	0.001003009	0.002997003	0.008367875	NA	50
104	0	1.70E-01	0.008991009	0.001266157	-	-	NA	51
105	0	9.80E-05	0.005994006	0.006754569	0.007992008	0.002791451	NA	51
106	0	1.09E-05	0.000999001	0.002549943	-	-	NA	52
107	0	1.64E-05	0	0.000882284	0	4.53E+00	NA	52
108	0	2.96E-05	-	-	0	1.68E+01	NA	53

114	0	2.42E-06	0	2.47E-01	0	6.41E-02	55
117	0	5.16E-03	0	3.24E+01	0.002997003	0.005646842	57
118	0	7.19E-05	0	7.89E-01	0	0.000104708	57
119	0	2.11E-06	0	3.24E+00	0.000999001	3.80E+00	58
120	0	1.96E-04	0.000999001	0.000173129	0	4.00E+00	58
124	0	6.51E-03	0	1.74E+00	0.04195804	0.05302099	60
125	0	1.27E-04	0	2.09E+00	0	6.96E-01	61
128	0	5.18E-03	0	6.58E+00	0.01098901	0.004881014	62
129	0	2.26E-05	0	6.74E+01	0	1.24E+01	63
133	0	3.18E-02	0	4.31E+00	0.1838162	NA	65
136	0	5.82E-08	0	0.000118441	0	6.49E-02	66
137	0	1.15E-04	0	1.71E-01	0.001998002	0.002453497	67
138	0	9.89E-04	0	0.000600625	0	3.28E-01	67
140	0	1.25E-05	0	1.30E+01	0.001998002	0.003107553	68
141	0	3.47E-05	0	2.02E+01	0	1.21E-02	69
142	0	6.51E-07	0.04695305	0.04254128	0	0.00020969	70
143	0	1.39E-05	0	2.04E-01	0	3.66E+01	70
146	0	2.42E-07	0	2.04E-01	0	6.78E+01	72
149	0	7.96E-06	0	3.98E-01	0.000999001	7.89E+01	74
150	0	2.79E-06	0	8.05E+00	0	8.11E-01	74
151	0	3.04E-05	0	5.68E-01	0	7.74E+01	75
152	0	1.45E-08	0	8.50E-05	0	1.97E-01	75
155	0	1.17E-05	0	0.000146829	0.002997003	0.001536466	77
157	0	2.07E-06	0	2.46E+00	0	2.10E-01	79
158	0	5.77E-10	0	1.77E+00	0	7.27E-02	79
159	0	4.88E-08	0	2.07E-02	0	8.91E-01	80
160	0	2.42E-07	0	5.78E+01	0.000999001	0.000449707	80
163	0	4.88E-09	0	1.16E-02	0	9.31E-01	82
171	0	1.22E-09	0	4.56E+01	0.4455544	NA	88
172	0	0	0	5.65E-05	0	1.98E-01	89
177	0	2.33E-09	0	4.46E-02	0	5.50E-01	92
179	0	0	0	7.54E+00	0	6.96E-05	94
183	0	3.26E-08	0	3.77E+00	0	3.81E+01	97
184	0	0	0.1498501	0.113993	0.005994006	0.006262368	98
188	0	2.22E-10	-	-	0.000999001	2.14E+01	101
189	0	1.34E-07	0	1.52E+00	0	4.01E+01	102
190	0	0	0	1.35E+00	0	2.44E-04	103
193	0	0	0	1.20E-04	0	9.67E-02	105
196	0	0	0	7.63E-04	0	2.48E-03	108
197	0	0	0	8.26E+00	0	4.17E-04	109

Tabela 8 – Teste Cramer e Hotelling aplicado na amostra II do catálogo III com rotação utilizando gap.

Cluster	Cenário 1		Cenário 2		Cenário 3		Nº galáxias
	Cramer	Hotelling	Cramer	Hotelling	Cramer	Hotelling	
003	0.6643357	0.9703405	0.03396603	NA	0.1458541	1.32E-01	22
013	0.03896104	0.02088909	0.05794206	NA	0.1988012	3.10E-01	24
019	0.5524476	0.627202	0.6753247	0.3431542	0.04295704	0.01829883	26
029	0.08891109	0.1869571	0.03996004	1.12E-01	-	-	28
075	0.4285714	0.5943577	0.7682318	7.25E-01	0.04395604	3.47E-02	40
076	0.6923077	0.6958038	0.04595405	1.49E-01	0.3946054	8.04E-01	41
077	0.008991009	0.00516542	0.05094905	0.08284749	0.04995005	0.1092982	41
084	0.03496503	0.04018739	0.004995005	0.0211336	0.1698302	5.37E-02	43
087	0.4175824	0.5135414	0.04595405	NA	0.5864136	NA	44
091	0.07692308	0.04055646	0.7852148	0.4170642	0.06593407	0.08460241	46
095	0.01198801	0.0271126	0.004995005	0.06542306	0.4545455	0.8071805	47
098	0.007992008	0.01693707	0.4945055	0.5664966	0.01098901	5.21E-02	49
099	0.1568432	0.2271609	0.5794206	0.7764455	0.02197802	0.02518338	49
104	0.03796204	0.04503416	-	-	0.1008991	0.1361089	51
114	0.7572428	0.7282929	0.2417582	0.4212681	0.07092907	0.03986244	55
123	0.1518482	0.1645609	0.1448551	0.008241222	0.4345654	NA	60
148	0.02897103	0.02035422	0.2227772	4.45E-01	-	-	73
152	0.05794206	0.04829252	0.02397602	5.20E-02	0.973027	0.9445638	75
155	0.01198801	0.01078668	0.1518482	1.52E-01	0.02697303	0.05855946	77
162	0.4685315	0.5076765	0.5174825	0.7196235	0.01898102	0.04313773	82
182	0.04195804	0.07297525	0.05394605	0.04709466	0.7702298	0.8008488	96
197	0.02797203	0.0175880	0.07192807	0.1064154	0.1208791	0.1649804	109
198	0.09090909	0.1341416	0.9420579	0.9737916	0	0.000305385	110

Tabela 9 – Teste Cramer e Hotelling aplicado na amostra II do catálogo III com rotação utilizando mediana.

Cluster	Cenário 1		Cenário 2		Cenário 3		Nº galáxias
	Cramer	Hotelling	Cramer	Hotelling	Cramer	Hotelling	
015	0.1178821	0.2722883	0.04995005	NA	0.2487512	NA	25
021	0.04395604	0.07108481	0.06393606	0.1537353	0.2147852	0.3745112	26
028	0.1558442	0.7918832	0.2547453	0.2620474	0.03296703	0.03296703	28
039	0.7042957	0.6370957	0.5724276	0.6585286	0.1168831	0.04161639	30

MÉTODO DE HWANG & LEE

Aplicamos o método de Hwang e Lee (2007) para as duas amostras do catálogo III e os resultados são apresentados nas tabelas 10 e 11. Na amostra I 96.5% dos casos detectaram rotação, apenas os aglomerados 27, 44, 70, 77, 88, 103 e 134 não identificaram. Já na amostra II 98% dos casos identificaram um grau de rotação.

Tabela 10 – Resultado do método Hwang & Lee para a amostra I do catálogo III.

Cluster	Velocidade Rotacional	Ângulo (radiano)	Ângulo (grau)
1	-968.14	1.8	103.122

2	-1076.22	1.2	68.748
3	761.16	1.35	77.3415
4	-462.12	1.43	81.9247
5	-358.95	1.29	73.9041
6	-1081.13	0.29	16.6141
7	-977.96	2.14	122.6006
8	-565.29	2.71	155.2559
9	-394.84	0.68	38.9572
10	-888.25	1.78	101.9762
11	-789.57	0.68	38.9572
12	-493.52	3.01	172.4429
13	986.72	2.19	125.4651
14	-711.45	1.7	97.393
15	-900.59	1.57	89.9453
16	-995.16	0.65	37.2385
17	-1089.73	2.62	150.0998
18	801.69	1.31	75.0499
19	722.25	2.01	115.1529
20	268.31	2.26	129.4754
21	903.82	0.75	42.9675
22	-1002.72	2.26	129.4754
23	-821.15	0.63	36.0927
24	998.1	0	0
25	823.51	1.21	69.3209
26	-573.23	2.42	138.6418
27	-	-	-
28	-1016.17	0.58	33.2282
29	-511.8	2.21	126.6109
30	-848.05	2.44	139.7876
31	-595.86	0.23	13.1767
32	412.9	1.75	100.2575
33	761.16	1.01	57.8629
34	1004.34	1.46	83.6434
35	-779	2.8	160.412
36	-1022.18	0.67	38.3843
37	-714.71	1.19	68.1751
38	-714.71	0.11	6.3019
39	850.6	0.87	49.8423
40	1007.13	1.73	99.1117
41	1009.74	0.73	41.8217
42	-579.05	2.51	143.7979
43	-1032.99	0	0
44	-	-	-
45	-1184.3	1.42	81.3518
46	-891.44	1.01	57.8629
47	-891.44	1.82	104.2678
48	1085.4	1.32	75.6228

49	-758.73	1.28	73.3312
50	943.54	1.18	67.6022
51	943.54	0.79	45.2591
52	-900.59	3.04	174.1616
53	-909.18	1.24	71.0396
54	879.06	1.05	60.1545
55	-1046.74	1.05	60.1545
56	-984.03	2.13	122.0277
57	885.13	1.39	79.6331
58	-783.76	0.37	21.1973
59	951.89	0.55	31.5095
60	-1119.45	1.35	77.3415
61	-1054.6	1.08	61.8732
62	-730.36	1.8	103.122
63	1022.35	0.7	40.103
64	1085.4	0.87	49.8423
65	-932.11	1.48	84.7892
66	-570.87	1.36	77.9144
67	901.37	1.78	101.9762
68	-1184.3	0.85	48.6965
69	533.31	2.46	140.9334
70	-	-	-
71	-467.55	1.98	113.4342
72	965.94	1.41	80.7789
73	-951.51	0.16	9.1664
74	-1184.3	2.26	129.4754
75	1027.2	2.58	147.8082
76	-1070.82	0.24	13.7496
77	-	-	-
78	1085.4	2.75	157.5475
79	-907.51	1.3	74.477
80	-962.87	2.45	140.3605
81	1085.4	1.84	105.4136
82	977.32	0.07	4.0103
83	-1130.26	0.9	51.561
84	977.32	2.54	145.5166
85	-1131.52	1.32	75.6228
86	1085.4	2.48	142.0792
87	-973.17	0.8	45.832
88	-	-	-
89	-410.54	2.28	130.6212
90	1034.96	2.3	131.767
91	-982.55	1.05	60.1545
92	-1184.3	1.54	88.2266
93	-1134.96	0.89	50.9881
94	740.01	1.98	113.4342
95	-1134.96	0.89	50.9881

96	-1039.43	3.07	175.8803
97	988.82	1.8	103.122
98	707.12	0.07	4.0103
99	-947.87	2.36	135.2044
100	1085.4	1.96	112.2884
101	1085.4	1.67	95.6743
102	-582.13	0.64	36.6656
103	-	-	-
104	404.49	0.44	25.2076
105	858.43	2.26	129.4754
106	-739.26	0.25	14.3225
107	284.33	2.28	130.6212
108	736.22	2.78	159.2662
109	-1009.71	1.87	107.1323
110	956.93	2.61	149.5269
111	699.98	1.24	71.0396
112	-1098.65	1.78	101.9762
113	538.99	0.47	26.9263
114	959.31	1.45	83.0705
115	-606.56	1.54	88.2266
116	-1143.03	1.26	72.1854
117	-779	2.58	147.8082
118	801.69	1.18	67.6022
119	-1104.66	1.93	110.5697
120	-1064.84	1.93	110.5697
121	-910.37	1.84	105.4136
122	928.87	1.14	65.3106
123	-1184.3	1.76	100.8304
124	-1030.42	1.76	100.8304
125	-843.85	0.47	26.9263
126	-881.67	2.88	164.9952
127	-626.18	1.13	64.7377
128	-1072.68	2.47	141.5063
129	829.14	1.72	98.5388
130	-854.83	1.52	87.0808
131	256.78	2.94	168.4326
132	-1184.3	1.3	74.477
133	-794.2	1.47	84.2163
134	-	-	-
135	-1184.3	1.59	91.0911
136	-1079.54	2.22	127.1838
137	810.28	3.09	177.0261
138	-977.96	1.76	100.8304
139	543.38	2.95	169.0055
140	1085.4	1.69	96.8201
141	-1050.79	2.03	116.2987
142	-789.57	1	57.29

143	-954.04	2.64	151.2456
144	-924.91	0.45	25.7805
145	663.88	1.39	79.6331
146	-1120.36	1.11	63.5919
147	765.72	2.61	149.5269
148	896.26	0.65	37.2385
149	-997.75	1.2	68.748
150	1023.22	2.63	150.6727
151	563.98	1.19	68.1751
152	993.39	1.61	92.2369
153	-1002.72	2.97	170.1513
154	816.62	1.03	59.0087
155	846.48	0.41	23.4889
156	1085.4	1.31	75.0499
157	794.41	1.21	69.3209
158	-1038.81	1.09	62.4461
159	-1126.84	2.9	166.141
160	1027.94	0.6	34.374
161	-1042.44	0.39	22.3431
162	1085.4	1.82	104.2678
163	-1184.3	0.7	40.103
164	-1101.26	2.26	129.4754
165	811.94	2.42	138.6418
166	-1047.57	1.21	69.3209
167	923.28	1.2	68.748
168	-1104.19	0.74	42.3946
169	-1131.52	1.1	63.019
170	-920.38	1.24	71.0396
171	954.96	2.49	142.6521
172	1033.82	2.03	116.2987
173	-591.08	0.32	18.3328
174	-1082.29	2.89	165.5681
175	681.9	0.56	32.0824
176	-984.77	2.69	154.1101
177	-1034.65	1.76	100.8304
178	-1134.96	2.6	148.954
179	-940.25	1.76	100.8304
180	-1063.57	2.01	115.1529
181	-942.84	2.91	166.7139
182	1061.51	1.06	60.7274
183	-1113.37	1.73	99.1117
184	-997.11	0.71	40.6759
185	-1022.18	0.48	27.4992
186	-836.9	1.99	114.0071
187	-725.77	1.14	65.3106
188	994.61	1.45	83.0705
189	1085.4	3.11	178.1719

190	729.37	0.46	26.3534
191	-1117.54	0.43	24.6347
192	-765.62	0.64	36.6656
193	-900.59	2.66	152.3914
194	-622.28	2.93	167.8597
195	1063.99	2.02	115.7258
196	1042.98	1.67	95.6743
197	-595.86	1.28	73.3312
198	-955.25	1.5	85.935
199	877.17	2.62	150.0998
200	672.73	1.34	76.7686

Tabela 11 – Resultado do método Hwang & Lee para a amostra II do catálogo III.

Cluster	Velocidade Rotacional	Ângulo (radiano)	Ângulo (grau)
1	761.16	2.39	136.9231
2	112.67	0	0
3	869.24	0.75	42.9675
4	156.89	0.14	8.0206
5	569.56	0.43	24.6347
6	879.06	1.86	106.5594
7	-1081.13	2.57	147.2353
8	672.73	0	0
9	591.99	2.87	164.4223
10	591.99	2.05	117.4445
11	-98.79	1.09	62.4461
12	493.3	0	0
13	493.3	2.19	125.4651
14	-427.73	0.52	29.7908
15	990.83	2.75	157.5475
16	423.4	2.49	142.6521
17	707.12	0.52	29.7908
18	-238.59	0.13	7.4477
19	631.46	0.25	14.3225
20	813.04	0.38	21.7702
21	-367.21	1.76	100.8304
22	722.25	1.01	57.8629
23	-911.94	1.76	100.8304
24	648.92	2.3	131.767
25	736.22	2.05	117.4445
26	561.62	0.12	6.8748
27	-398.63	1.09	62.4461
28	412.9	2.91	166.7139
29	-763.99	1.4	80.206
30	-848.05	1.16	66.4564
31	-595.86	1.05	60.1545
32	-511.8	2.79	159.8391
33	-616.88	0.11	6.3019
34	-616.88	1.46	83.6434
35	-535.81	1.35	77.3415
36	-535.81	0.11	6.3019
37	-558.18	2.6	148.954
38	-558.18	1.3	74.477
39	-871.24	0.22	12.6038

40	-714.71	2.27	130.0483
41	-579.05	0.52	29.7908
42	707.12	0.84	48.1236
43	-427.73	1.57	89.9453
44	-730.36	2.09	119.7361
45	865.75	0.91	52.1339
46	-671.79	2.03	116.2987
47	572.89	1.62	92.8098
48	-598.57	0.51	29.2179
49	588.9	2.75	157.5475
50	943.54	1.57	89.9453
51	-900.59	2.65	151.8185
52	-475.02	2.65	151.8185
53	-1046.74	1.14	65.3106
54	-977.96	0.29	16.6141
55	-496.51	0.29	16.6141
56	-583.5	2.22	127.1838
57	-850.52	2.77	158.6933
58	-	-	-
59	885.13	0.28	16.0412
60	-17.03	1.26	72.1854
61	566.61	1.08	61.8732
62	112.67	1.8	103.122
63	896.26	3.05	174.7345
64	707.12	0.96	54.9984
65	770.16	0.09	5.1561
66	717.34	0.42	24.0618
67	-1122.96	2.8	160.412
68	717.34	0.76	43.5404
69	1085.4	1.19	68.1751
70	-587.01	2.4	137.496
71	786.76	1.07	61.3003
72	-646.74	0.25	14.3225
73	-1067.91	1.21	69.3209
74	-835.12	1.21	69.3209
75	-1067.91	1.21	69.3209
76	-900.59	0.71	40.6759
77	-673.62	2.28	130.6212
78	858.43	1.41	80.7789
79	863.97	0.92	52.7068
80	-907.51	1.61	92.2369
81	-464.64	2.45	140.3605
82	-914.1	1.12	64.1648
83	274.79	1.5	85.935
84	-1184.3	2.69	154.1101
85	768.7	1.46	83.6434
86	927.05	3.07	175.8803
87	1085.4	2.19	125.4651
88	-823.21	2	114.58
89	-1132.72	0.14	8.0206
90	984.52	1.47	84.2163
91	480.15	2.09	119.7361
92	-326.86	0.28	16.0412
93	-1184.3	0.07	4.0103
94	-740.23	1.78	101.9762
95	-641.55	1.43	81.9247
96	-653.09	1.34	76.7686

97	795.65	0.8	45.832
98	-806.02	2.23	127.7567
99	-1184.3	0	0
100	1038.11	2.88	164.9952
101	1039.08	1.03	59.0087
102	575.88	2.24	128.3296
103	813.04	0.82	46.9778
104	631.46	2.07	118.5903
105	1040.01	2.64	151.2456
106	907.38	2.16	123.7464
107	862.88	2.34	134.0586
108	736.22	0.91	52.1339
109	-311.34	0.42	24.0618
110	785.63	2.9	166.141
111	-413.46	1.84	105.4136
112	-884.53	2.73	156.4017
113	-1184.3	2.85	163.2765
114	202.74	2.09	119.7361
115	-1019.23	1.43	81.9247
116	755.26	0.57	32.6553
117	-	-	-
118	234.26	2.58	147.8082
119	727.03	3.09	177.0261
120	567.75	1.16	66.4564
121	694.07	1.52	87.0808
122	615.81	1.84	105.4136
123	-1068.89	1.22	69.8938
124	931.52	1.65	94.5285
125	-	-	-
126	-730.36	0.58	33.2282
127	713.32	0.57	32.6553
128	1085.4	2.99	171.2971
129	-86.06	2.84	162.7036
130	-	-	-
131	545	0.6	34.374
132	581.02	1.5	85.935
133	-936.05	0.05	2.8645
134	305.19	1.72	98.5388
135	-904.95	0.92	52.7068
136	-730.36	1.06	60.7274
137	535.17	2.62	150.0998
138	810.28	2.62	150.0998
139	577.26	2.72	155.8288
140	678.89	1.22	69.8938
141	-516.74	1.66	95.1014
142	-625.1	0.5	28.645
143	-1151.41	2.09	119.7361
144	-244	2.69	154.1101
145	-373.69	2.87	164.4223
146	-1152.33	0.18	10.3122
147	-481.01	0.13	7.4477
148	-1058.21	0.09	5.1561
149	-997.75	0.65	37.2385
150	-966.66	0.9	51.561
151	-540.2	3.14	179.8906
152	502.64	0.17	9.7393
153	510.41	2.56	146.6624

154	308.92	0.41	23.4889
155	-1094.71	1.9	108.851
156	-742.15	2.53	144.9437
157	1027.2	2.94	168.4326
158	-1038.81	0.16	9.1664
159	-293.66	0.68	38.9572
160	-207.47	1.07	61.3003
161	-701.99	0.9	51.561
162	-651.9	1.36	77.9144
163	-1100.24	0.54	30.9366
164	974.68	2.34	134.0586
165	-965.53	0.15	8.5935
166	-1047.57	0.19	10.8851
167	-914.1	1.31	75.0499
168	764.97	0.59	33.8011
169	979.83	2.19	125.4651
170	-550.9	2.23	127.7567
171	746.25	1.88	107.7052
172	827.48	2.53	144.9437
173	-384.75	2.32	132.9128
174	906.88	0.71	40.6759
175	-1159.08	2.65	151.8185
176	935.75	3.07	175.8803
177	-1134.42	2.28	130.6212
178	-1184.3	1.02	58.4358
179	-452.14	1.22	69.8938
180	747.36	0.77	44.1133
181	892.23	1.04	59.5816
182	774.81	2.28	130.6212
183	801.69	0.46	26.3534
184	594.02	1.39	79.6331
185	-1045.34	1.35	77.3415
186	-489.49	1.41	80.7789
187	-404.81	1.3	74.477
188	-1116.21	1.76	100.8304
189	141.56	2.71	155.2559
190	-984.03	0.28	16.0412
191	-717.01	1.45	83.0705
192	909.11	1.07	61.3003
193	452.5	0.42	24.0618
194	-989.75	0	0
195	-756.05	0.09	5.1561
196	-887.33	0.35	20.0515
197	-301.64	2.88	164.9952
198	-1163.48	1.5	85.935
199	-1017.72	2.45	140.3605
200	713.99	1.09	62.4461

8 Conclusão

Neste trabalho apresentamos um método de detecção de rotação em aglomerados de galáxias desenvolvido em R. Nosso objetivo foi investigar um dos aspectos menos estudados a respeito de aglomerados, que é a possibilidade de que eles tenham algum grau de rotação. Não levar em consideração a rotação de aglomerados pode gerar um erro nas suas estimativas de massa. O entendimento, controle e redução deste tipo de erro são de grande importância para a astrofísica extragaláctica.

Utilizamos os catálogos **selec20**, composto por 20 aglomerados; **NoSocs**, com 183 aglomerados, sendo que 25 aglomerados continham um total inferior a 20 objetos, sendo inviável o cálculo de detecção; **III** que geramos duas amostras I e II de aglomerados com grau de rotação e sem rotação, respectivamente.

Além da aplicação do nosso método nos catálogos, implementamos o método de Hwang & Lee que utiliza a relação sinoidal para o cálculo do ângulo do eixo de rotação θ_o e a velocidade de rotação v_{rot} . Os resultados foram comparados e como conclusão temos que:

- **Para o catálogo I (selec20):** o nosso método detectou 14 aglomerados com evidência de rotação. Já o método de Hwang & Lee detectou um grau de rotação para todos os aglomerados.
- **Para o catálogo II (NoSocs):** com total de 158 aglomerados, aproximadamente 39.87%, ou seja, 63 dos aglomerados, detectaram rotação. Diferente do nosso método, o de Hwang & Lee considerou os 183 aglomerados e detectou rotação em 97.81% deles.
- **Para o catálogo I (selec20):** para este catálogo simulamos duas amostras I e II com 200 aglomerados em cada um deles. Na amostra I todos os aglomerados tinham um grau de rotação. Já na amostra II, todos os aglomerados eram sem rotação. No nosso método, para a amostra I, detectamos rotação em todos os aglomerados, enquanto o método de Hwang & Lee apenas 96.5% dos casos. Para a amostra II, o nosso método detectou rotação em 13.5% dos aglomerados e o de Hwang & Lee um total de 96.5%.

Como desconhecemos as propriedades dinâmicas dos catálogos I e II utilizamos o método de Monte Carlo para simular amostras de aglomerados com rotação e sem rotação. Nesse cenário, nosso método obteve resultados mais seguros.

8.1 Trabalhos Futuros

Como perspectivas, temos que uma possível continuação deste trabalho é realizar a correção no cálculo da massa através da fórmula 26.

$$\omega^2 R = GM/R, \quad (26)$$

onde ω é a velocidade rotacional, R é o raio, M a massa e G é a constante gravitacional.

Referências

- ANDREON, S.; BERGÉ, J. Richness-mass relation self-calibration for galaxy clusters. **Astronomy & Astrophysics**, EDP Sciences, v. 547, p. A117, 2012.
- BEERS, T. C.; GEBHARDT, K.; FORMAN, W.; HUCHRA, J. P.; JONES, C. A dynamical analysis of twelve clusters of galaxies. **The Astronomical Journal**, v. 102, p. 1581–1609, 1991.
- BULLOCK, J. S.; KOLATT, T. S.; SIGAD, Y.; SOMERVILLE, R. S.; KRAVTSOV, A. V.; KLYPIN, A. A.; PRIMACK, J. R.; DEKEL, A. Profiles of dark haloes: evolution, scatter and environment. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, Blackwell Science Ltd Oxford, UK, v. 321, n. 3, p. 559–575, 2001.
- COMERFORD, J. M.; NATARAJAN, P. The observed concentration–mass relation for galaxy clusters. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, Blackwell Publishing Ltd Oxford, UK, v. 379, n. 1, p. 190–200, 2007.
- CRAMER, D.; HOWITT, D. L. **The Sage dictionary of statistics: a practical resource for students in the social sciences**. [S.l.]: Sage, 2004.
- HWANG, H. S.; LEE, M. G. Searching for rotating galaxy clusters in sdss and 2dfgrs. **The Astrophysical Journal**, IOP Publishing, v. 662, n. 1, p. 236, 2007.
- KALINKOV, M.; VALCHANOV, T.; VALTCHANOV, I.; KUNEVA, I.; DISSANSKA, M. Rotation of the cluster of galaxies a2107. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, Blackwell Science Ltd Oxford, UK, v. 359, n. 4, p. 1491–1497, 2005.
- LEE, S.-W.; ROOD, H. L. The shape and virial theorem of a star cluster in the galactic tidal force field. **Journal of Korean Astronomical Society**, v. 2, p. 1–9, 1969.
- MANOLOPOULOU, M.; PLIONIS, M. Galaxy cluster's rotation. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, Oxford University Press, 2016.
- MATERNE, J.; HOPP, U. The cluster of galaxies sc0316-44-does it rotate? **Astronomy and Astrophysics**, v. 124, p. L13–L15, 1983.
- NASCIMENTO, R.; RIBEIRO, A.; TREVISAN, M.; CARRASCO, E.; PLANAS, H.; DUPKE, R. Dynamical analysis of the cluster pair: A3407+ a3408. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, Oxford University Press, v. 460, n. 2, p. 2193–2206, 2016.
- NAVARRO, J. F.; FRENK, C. S.; WHITE, S. D. A universal density profile from hierarchical clustering. **The Astrophysical Journal**, IOP Publishing, v. 490, n. 2, p. 493, 1997.
- OEGERLE, W. R.; HILL, J. M. Structure, rotation, and the peculiar velocity cd galaxy in abell 2107. **The Astronomical Journal**, v. 104, p. 2078–2085, 1992.
- REMBOLD, S. B. **Tópicos especiais em física: Astronomia**. Ilhéus: Editora Editus, 2011.

- RIBEIRO, A. L.; LOPES, P. A.; TREVISAN, M. Non-gaussian velocity distributions—the effect on virial mass estimates of galaxy groups. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society: Letters**, Blackwell Science Ltd Oxford, UK, v. 413, n. 1, p. L81–L85, 2011.
- SAMPAIO, F. S. **Estudo da Distribuição de velocidades em aglomerados de galáxias - Testes de Não Rejeitabilidade e metanálise de Fisher**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, 2013.
- SPRINGEL, V.; WHITE, S. D. Tidal tails in cold dark matter cosmologies. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, Wiley Online Library, v. 307, n. 1, p. 162–178, 1999.
- TOVMASSIAN, H. M. The rotation of galaxy clusters. **Astrophysics**, Springer, v. 58, n. 3, p. 328–337, 2015.
- WAINER, H.; SCHACHT, S. Gapping. **Psychometrika**, Springer, v. 43, n. 2, p. 203–212, 1978.
- YAHIL, A.; VIDAL, N. The velocity distribution of galaxies in clusters. **The Astrophysical Journal**, v. 214, p. 347–350, 1977.

Anexos

ANEXO A – Resultados Catálogo selec20

Com a aplicação do nosso método nos 20 aglomerados do catálogo selec20 obtivemos os seguintes resultados, dado o histograma de velocidade, o eixo principal e o perfil de rotação apenas para os aglomerados que apresentaram rotação significativa.

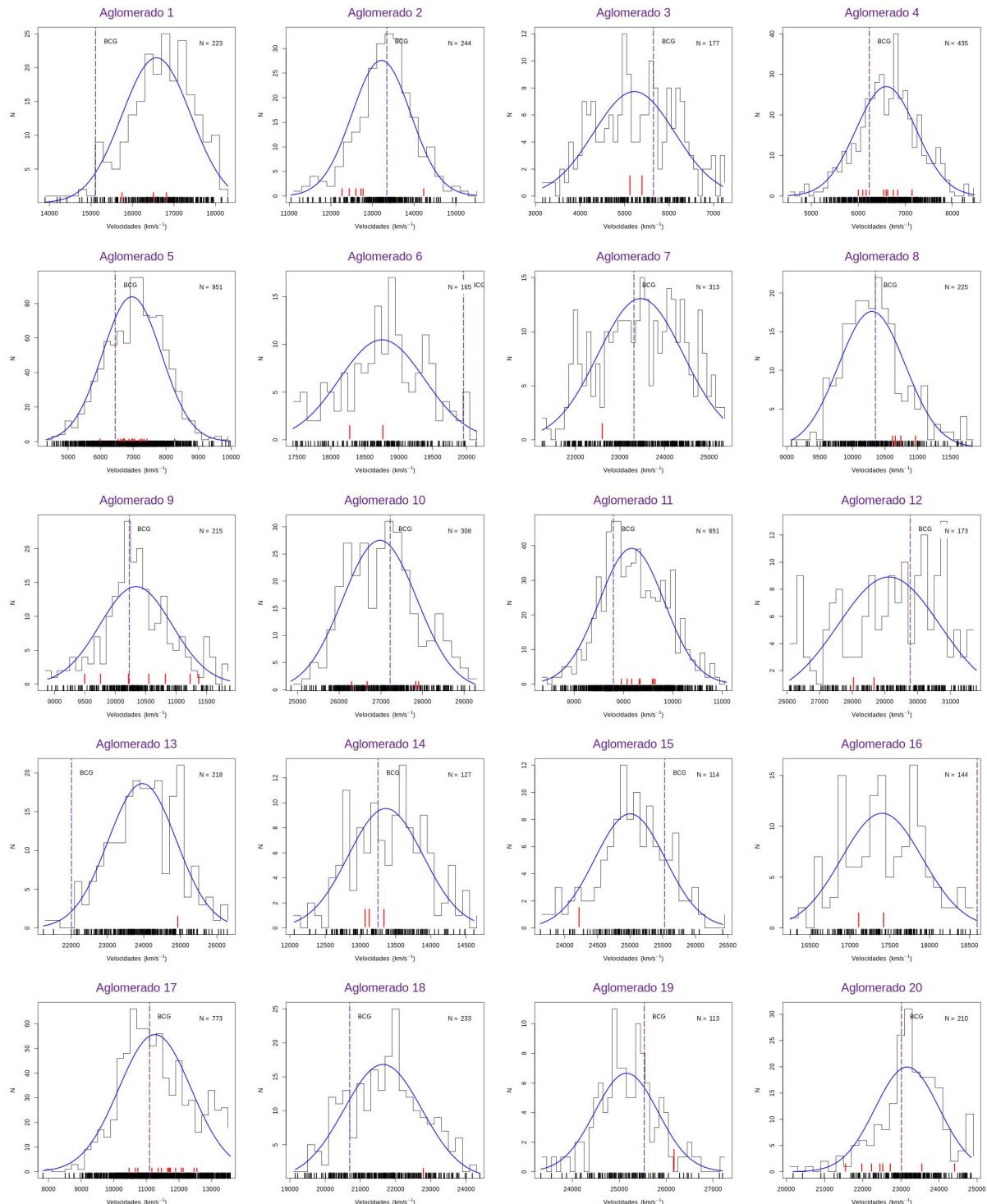


Figura 10 – Histograma Distribuição de Velocidade e Análise de Gaps.

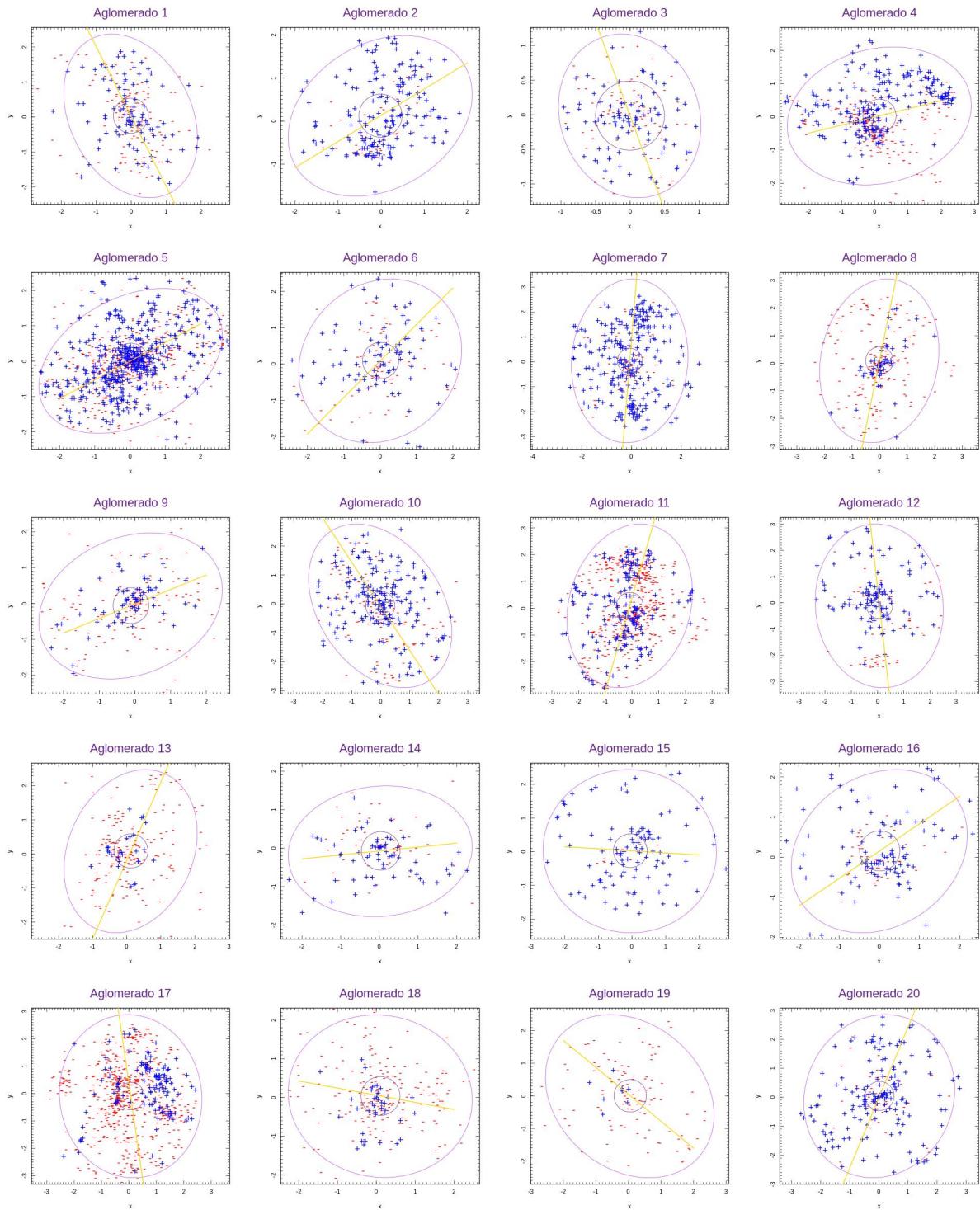


Figura 11 – Ajuste da elipse e eixo principal da distribuição projetada no plano do céu.

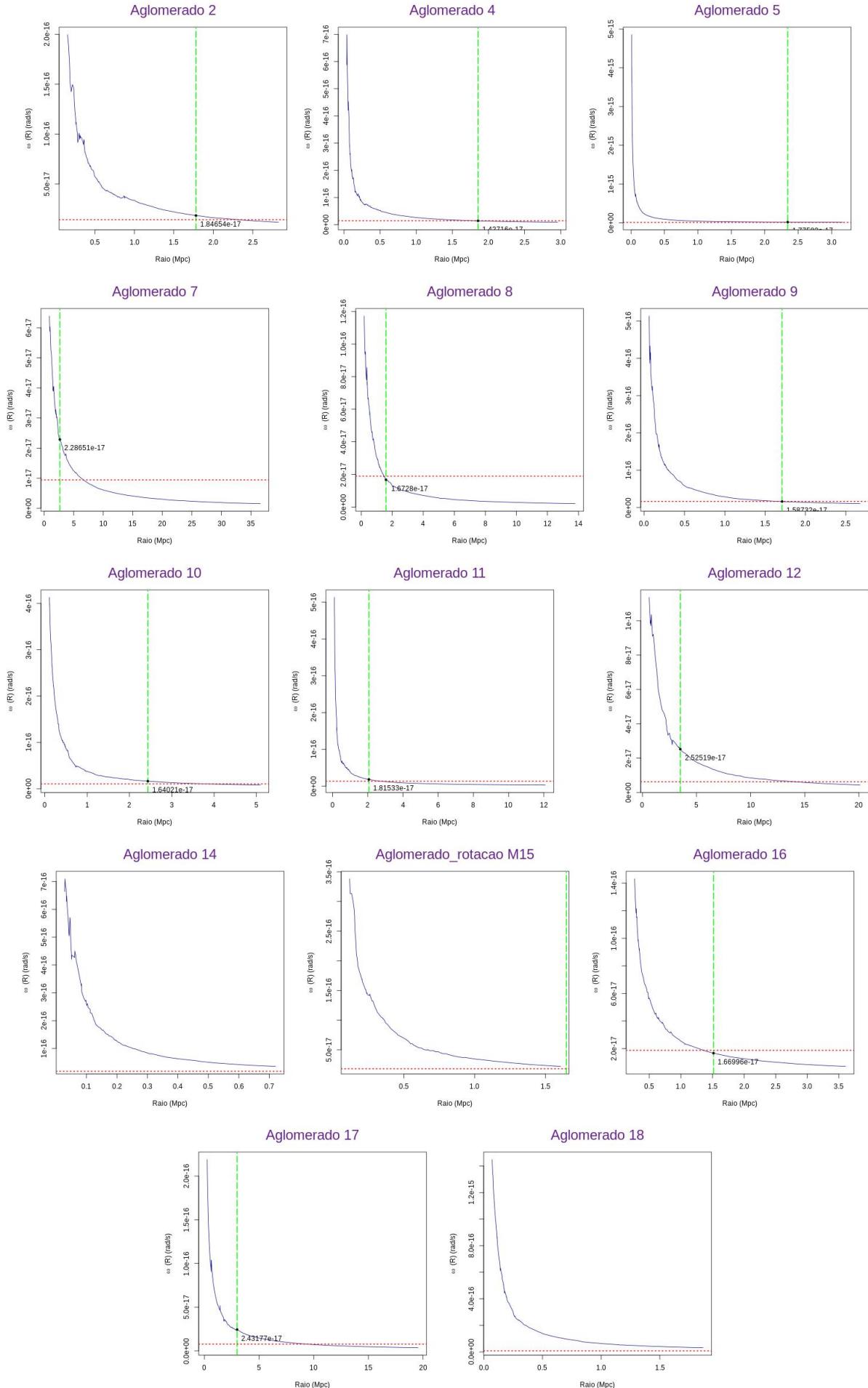


Figura 12 – Perfil da velocidade de rotação.

ANEXO B – Resultados Catálogo NoSOCS

Os resultados obtidos na aplicação do nosso método para o catálogo NoSOCS são os seguintes, dado o histograma de velocidade, o eixo principal, a tabela comparativa dos testes utilizados (Cramer e Hotelling) e o perfil de rotação apenas para os aglomerados que apresentaram rotação significativa.

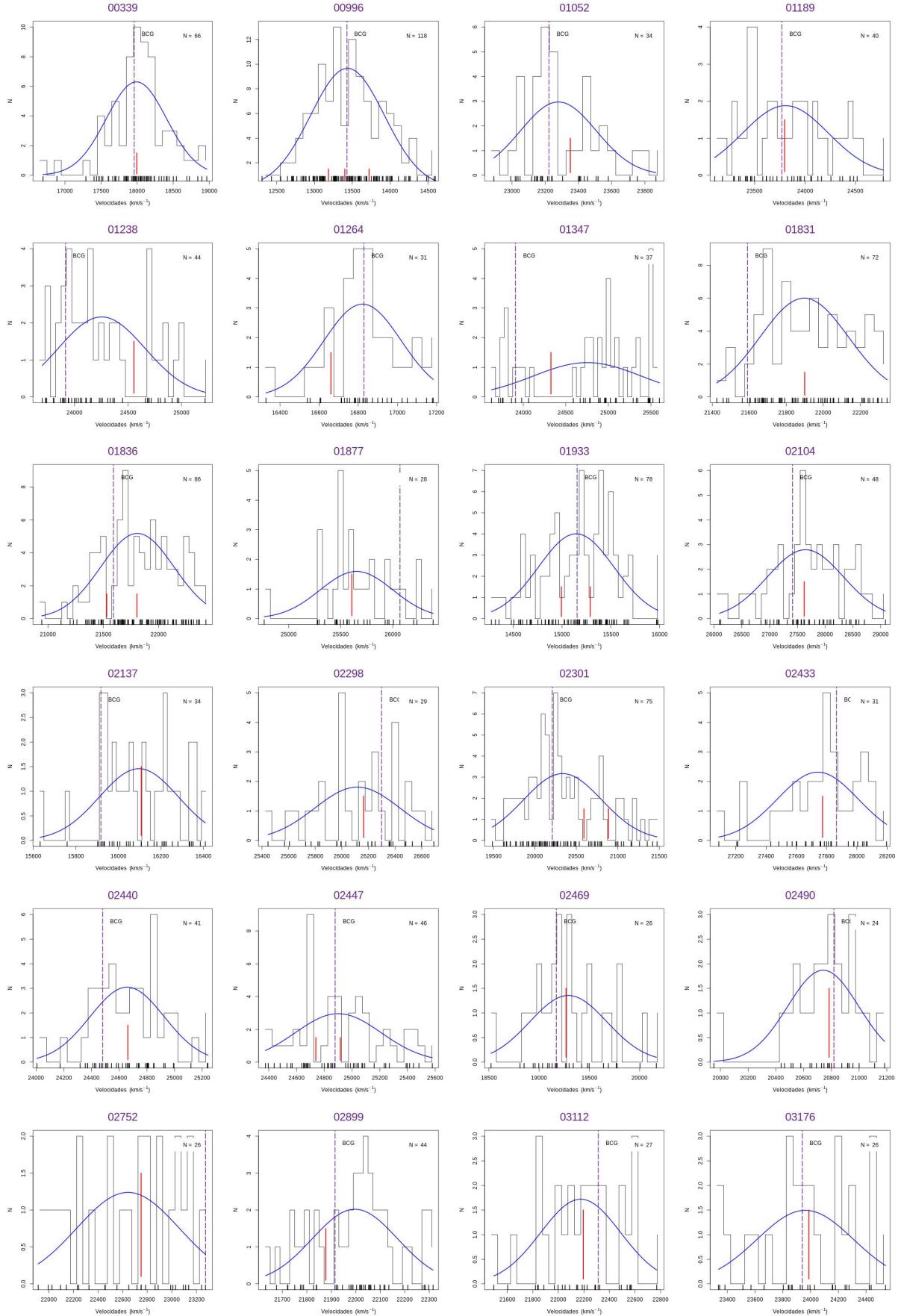


Figura 13 – Histograma Distribuição de Velocidade e Análise de Gaps.

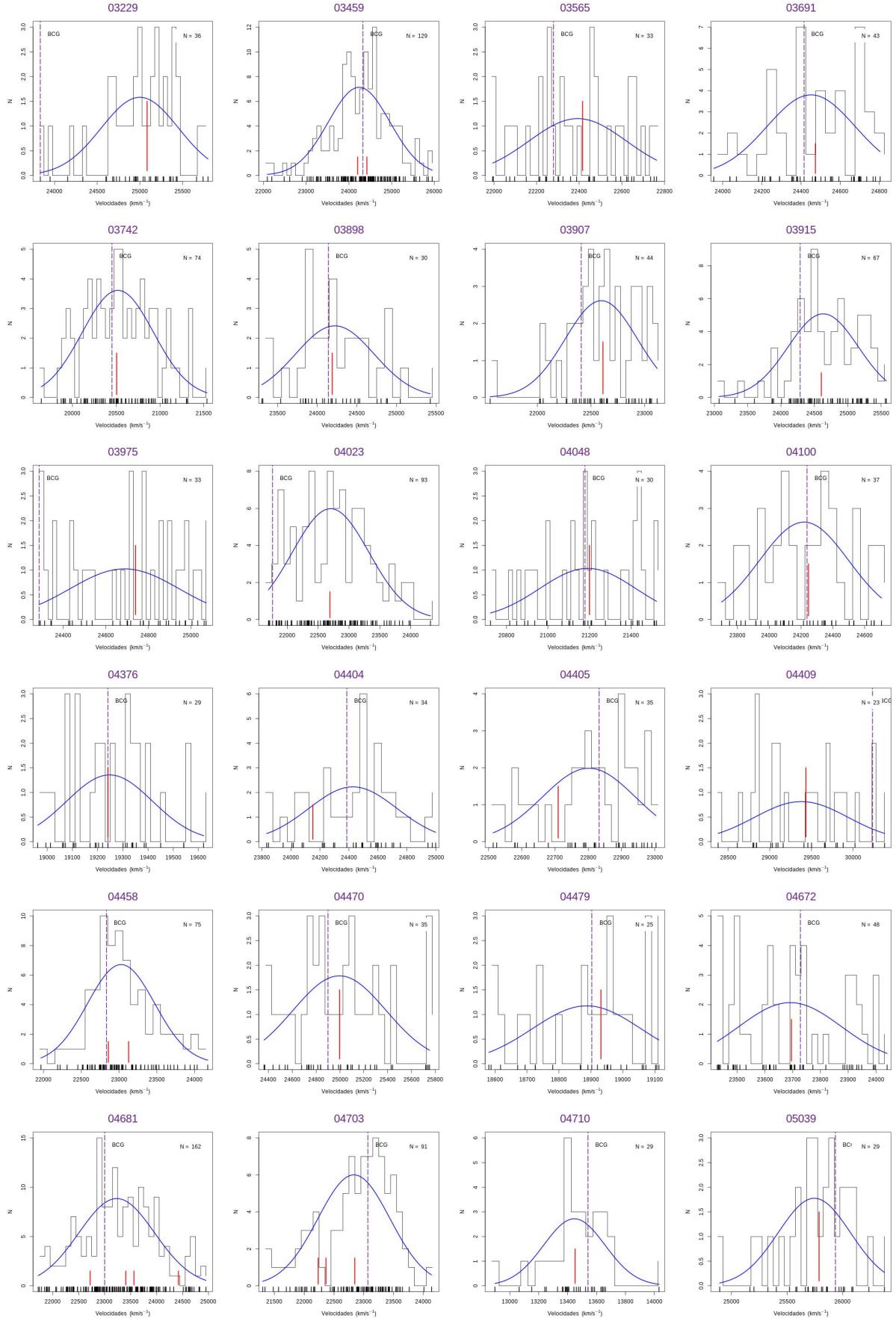


Figura 14 – Histograma Distribuição de Velocidade e Análise de Gaps.

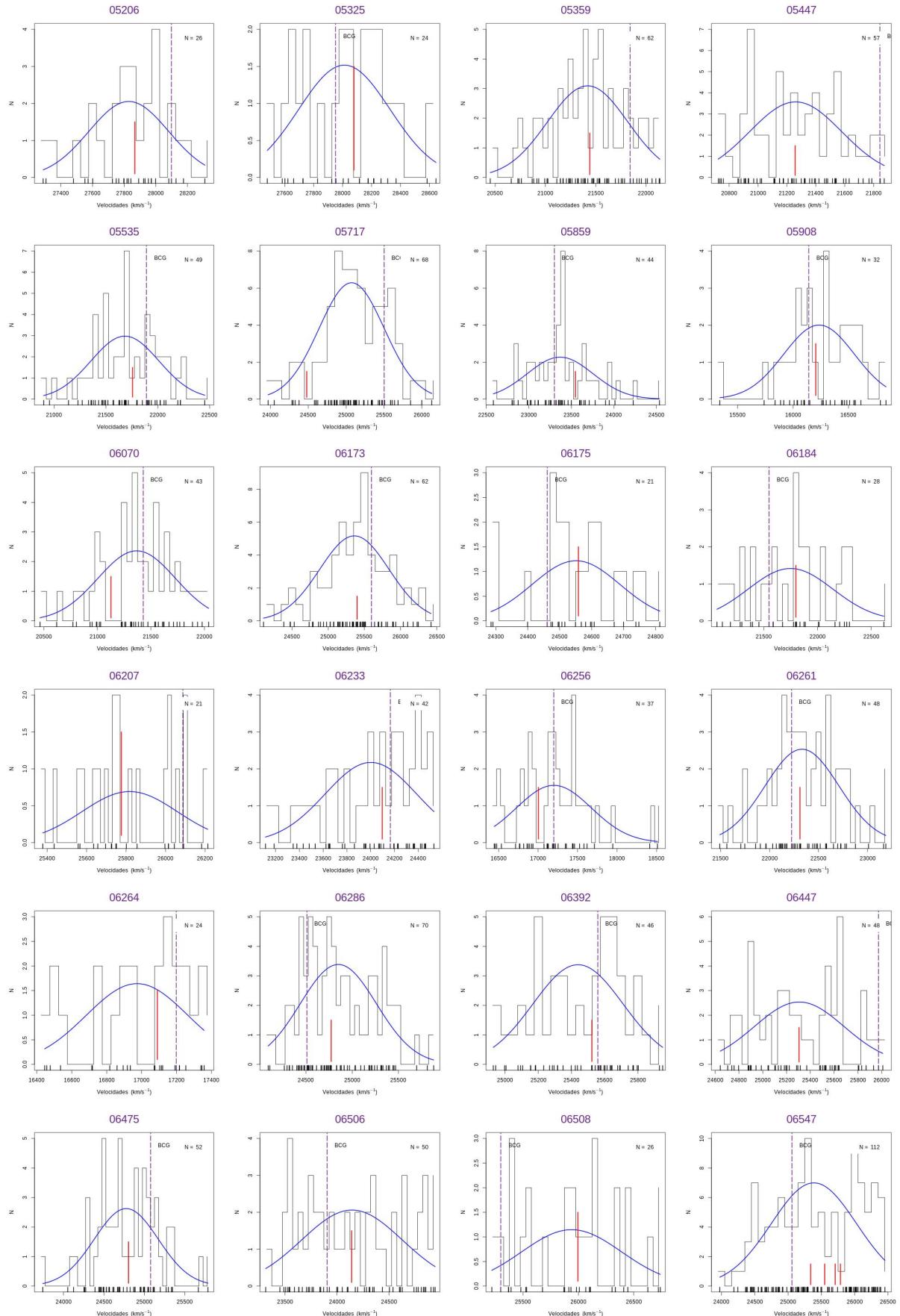


Figura 15 – Histograma Distribuição de Velocidade e Análise de Gaps.

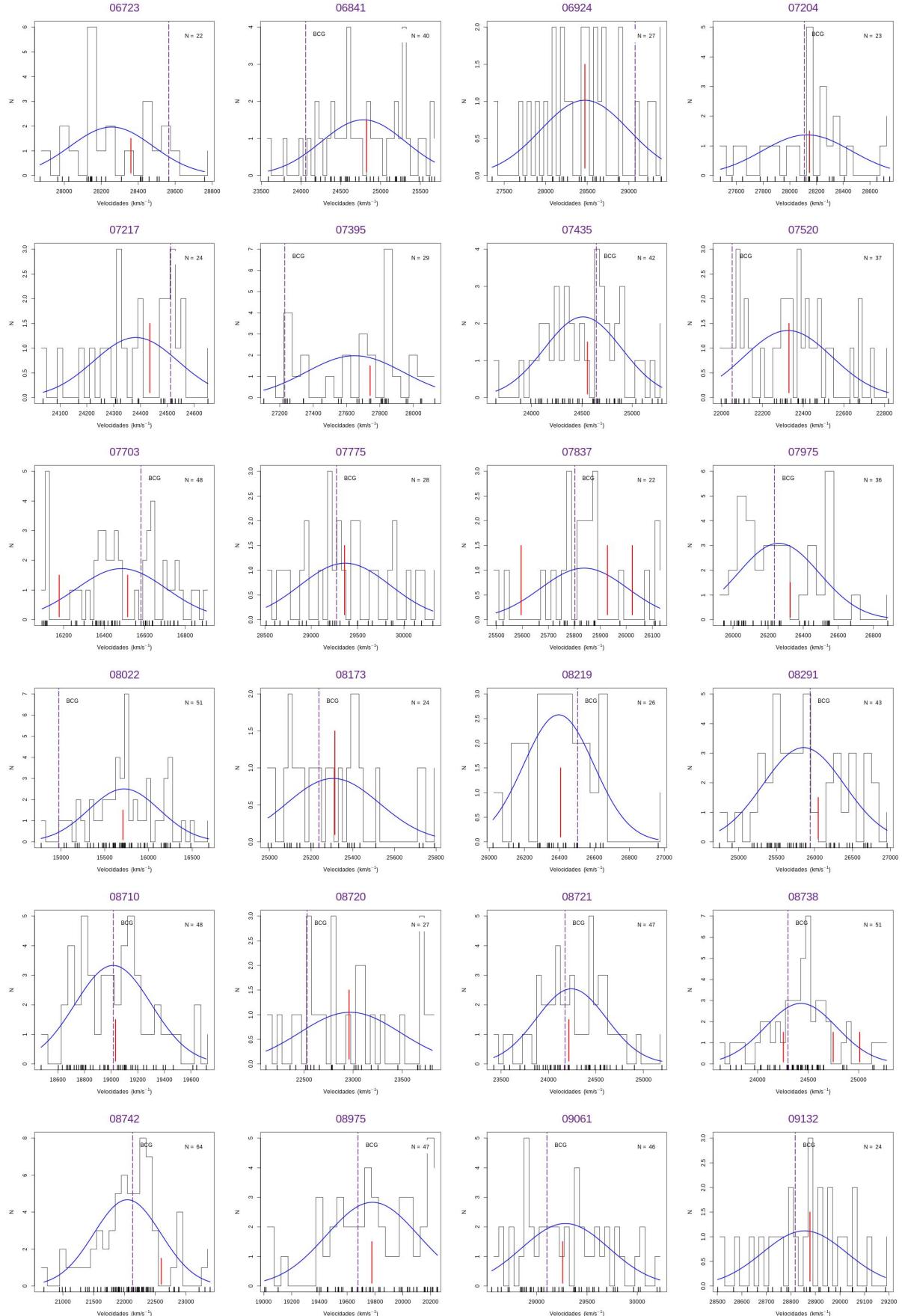


Figura 16 – Histograma Distribuição de Velocidade e Análise de Gaps.

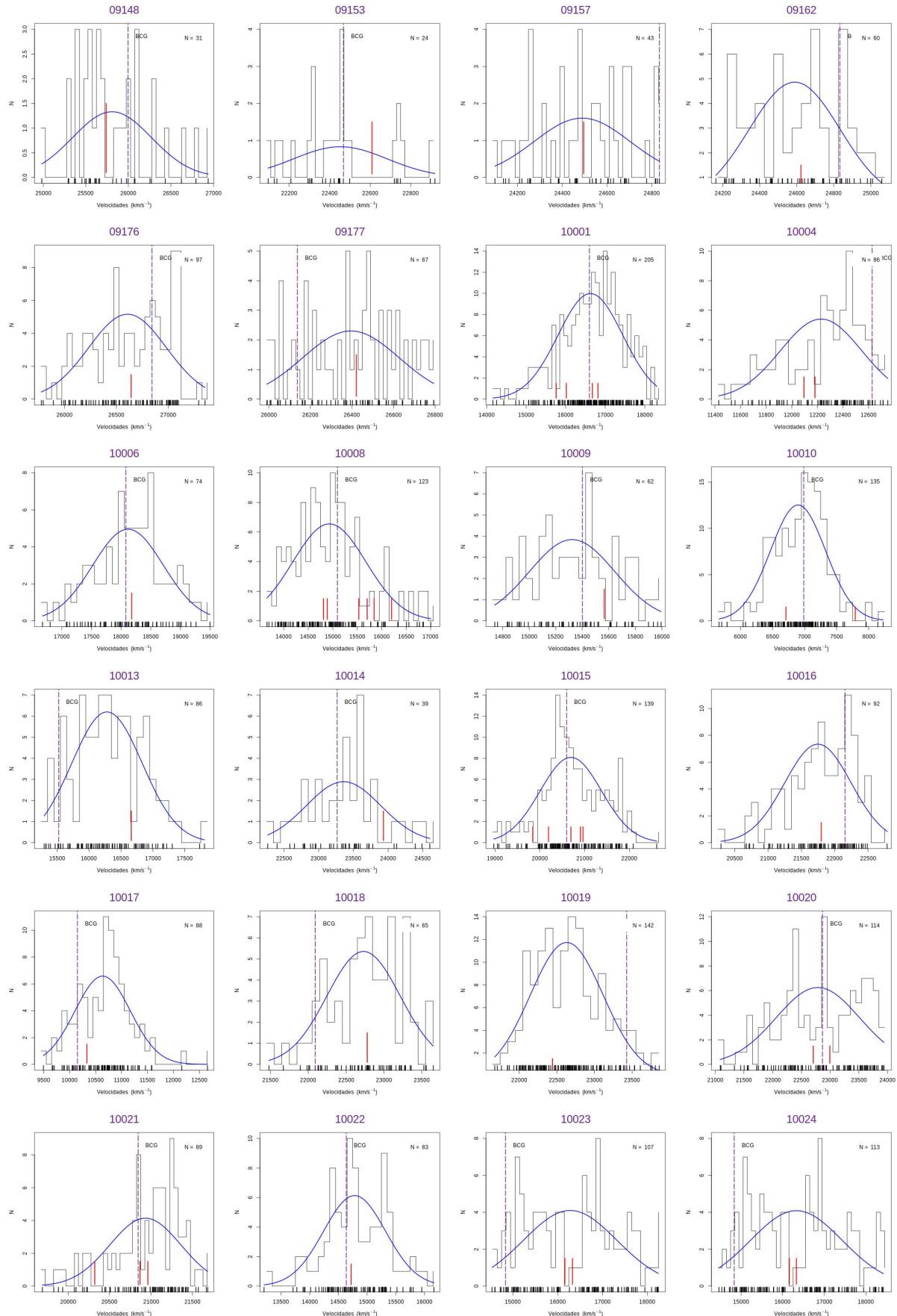


Figura 17 – Histograma Distribuição de Velocidade e Análise de Gaps.

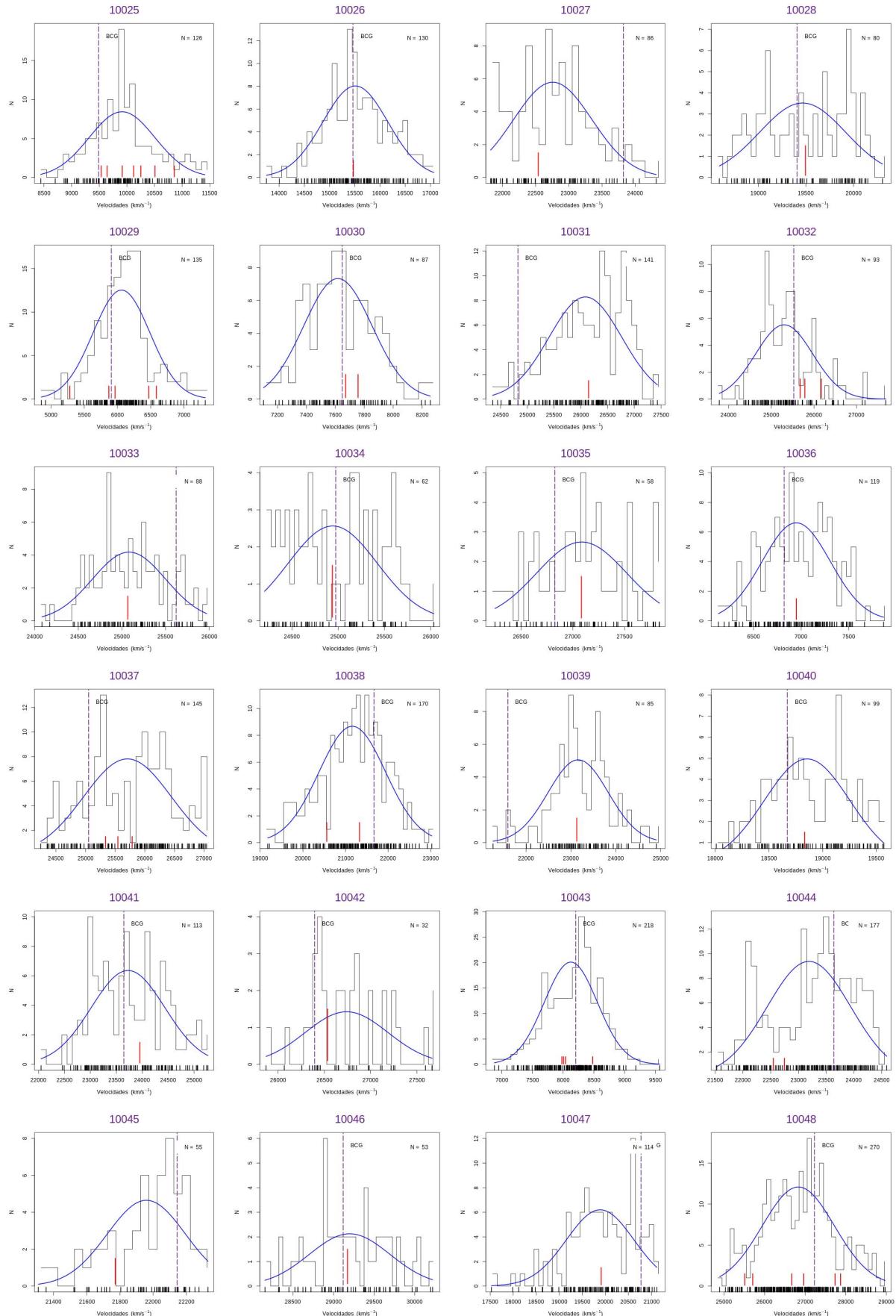


Figura 18 – Histograma Distribuição de Velocidade e Análise de Gaps.

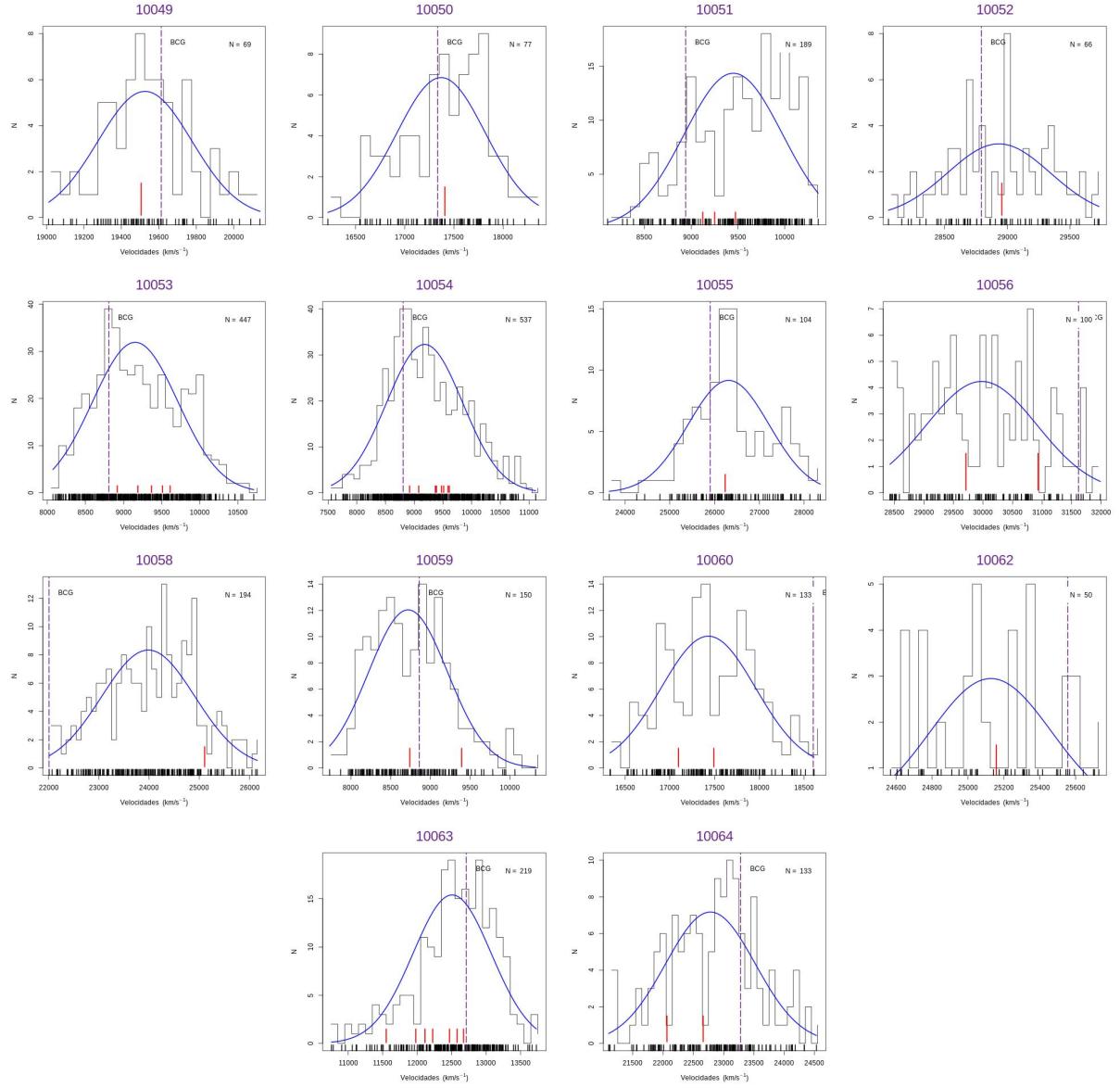


Figura 19 – Histograma Distribuição de Velocidade e Análise de Gaps.

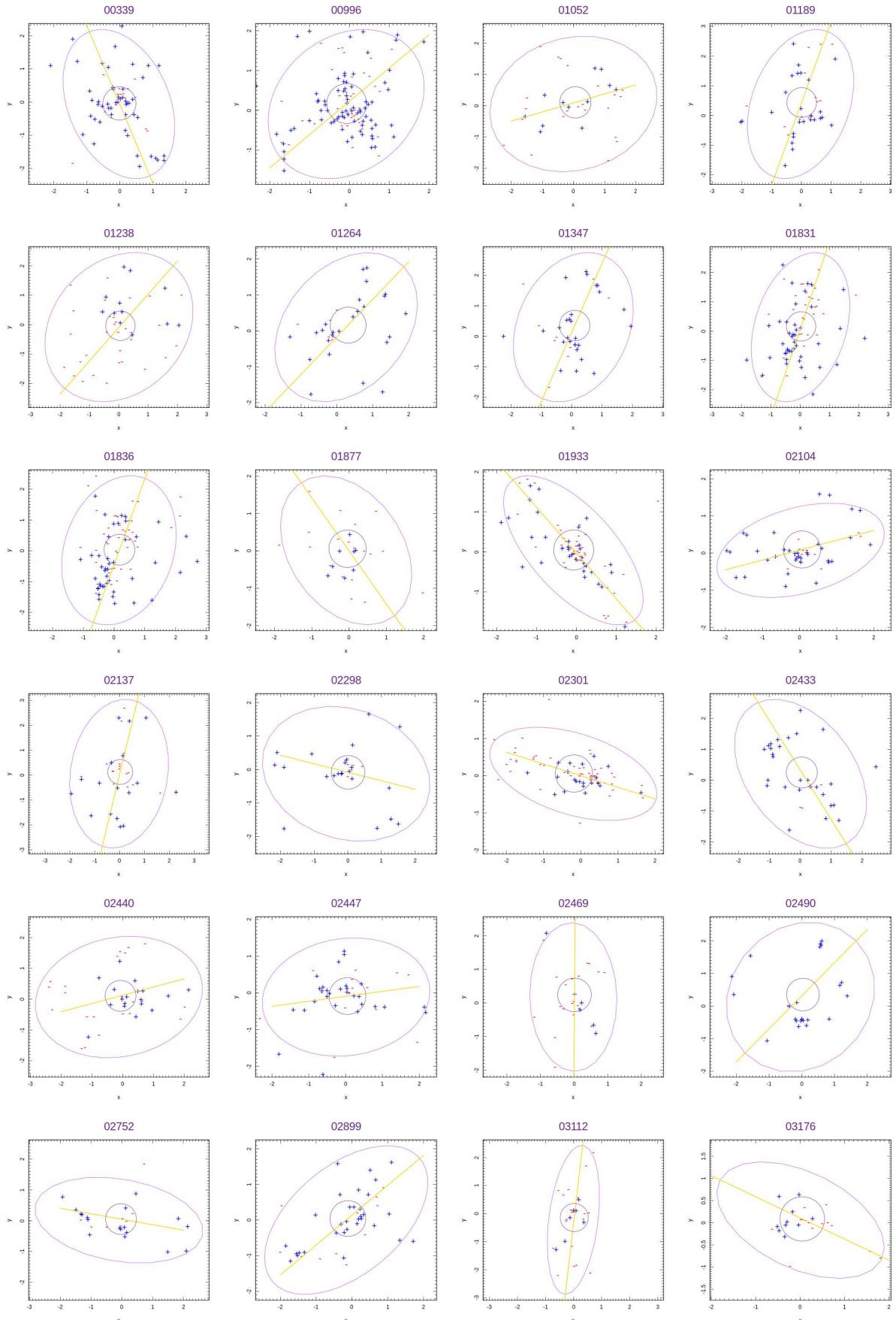


Figura 20 – Ajuste da elipse e eixo principal da distribuição projetada no plano do céu.

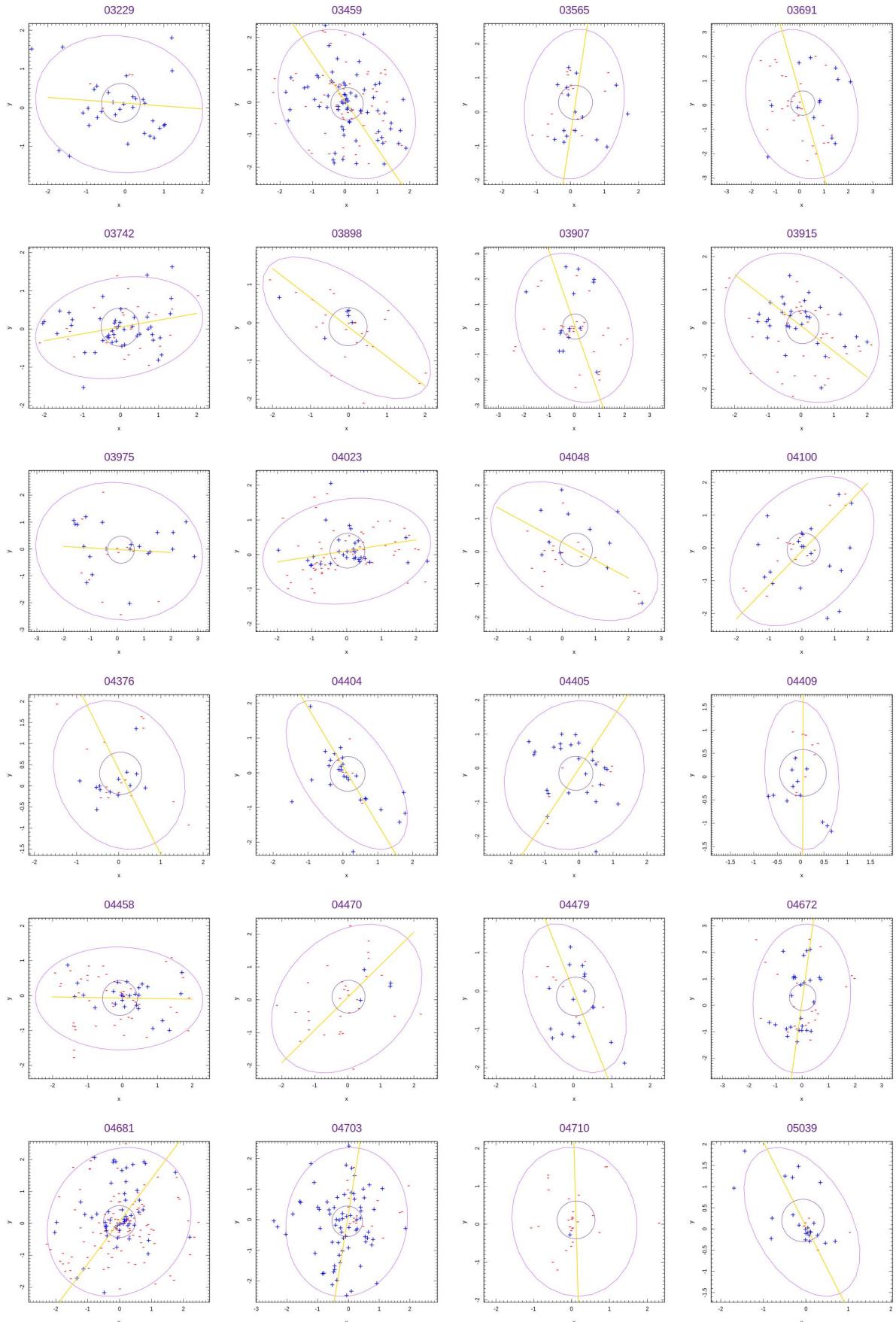


Figura 21 – Ajuste da elipse e eixo principal da distribuição projetada no plano do céu.

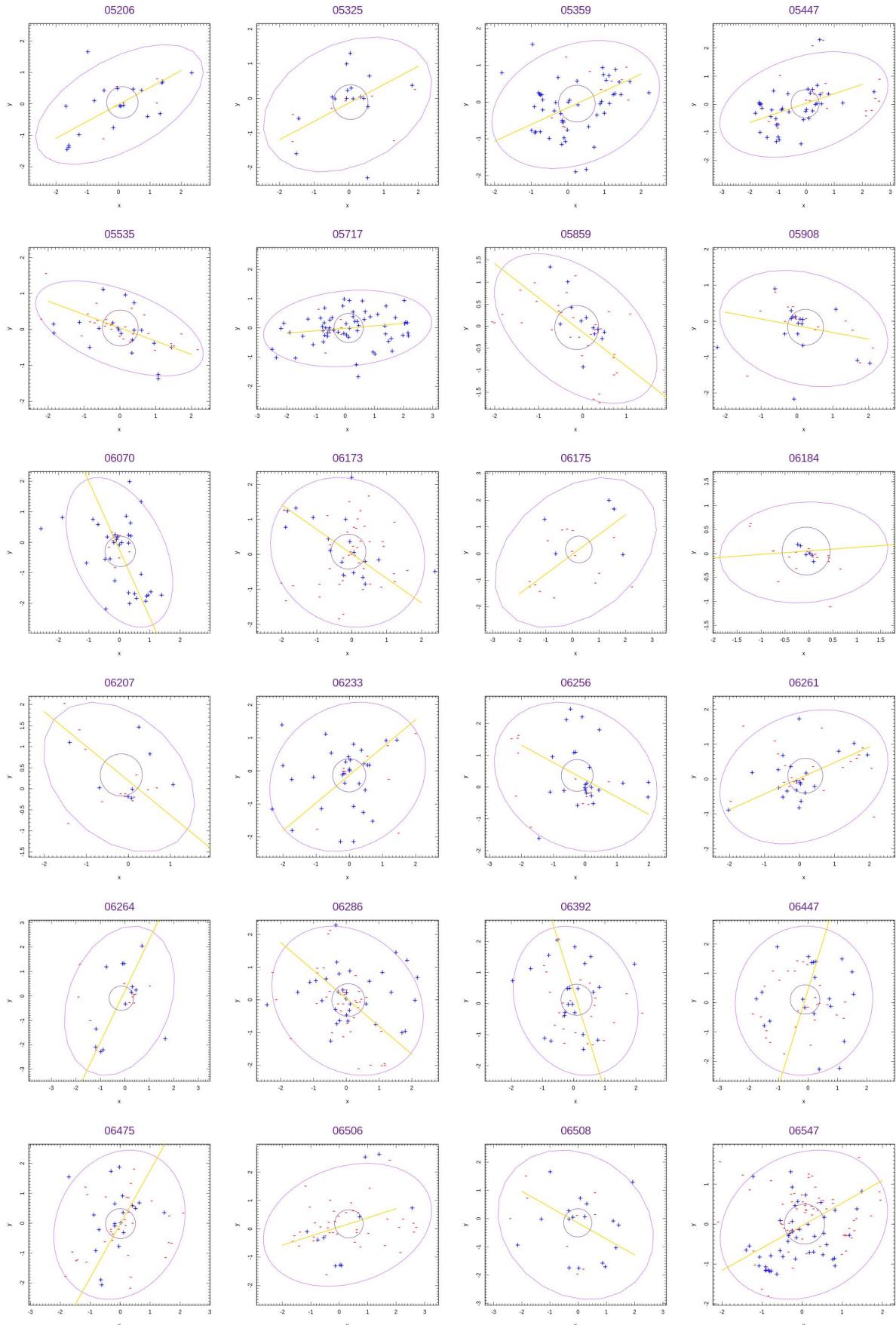


Figura 22 – Ajuste da elipse e eixo principal da distribuição projetada no plano do céu.

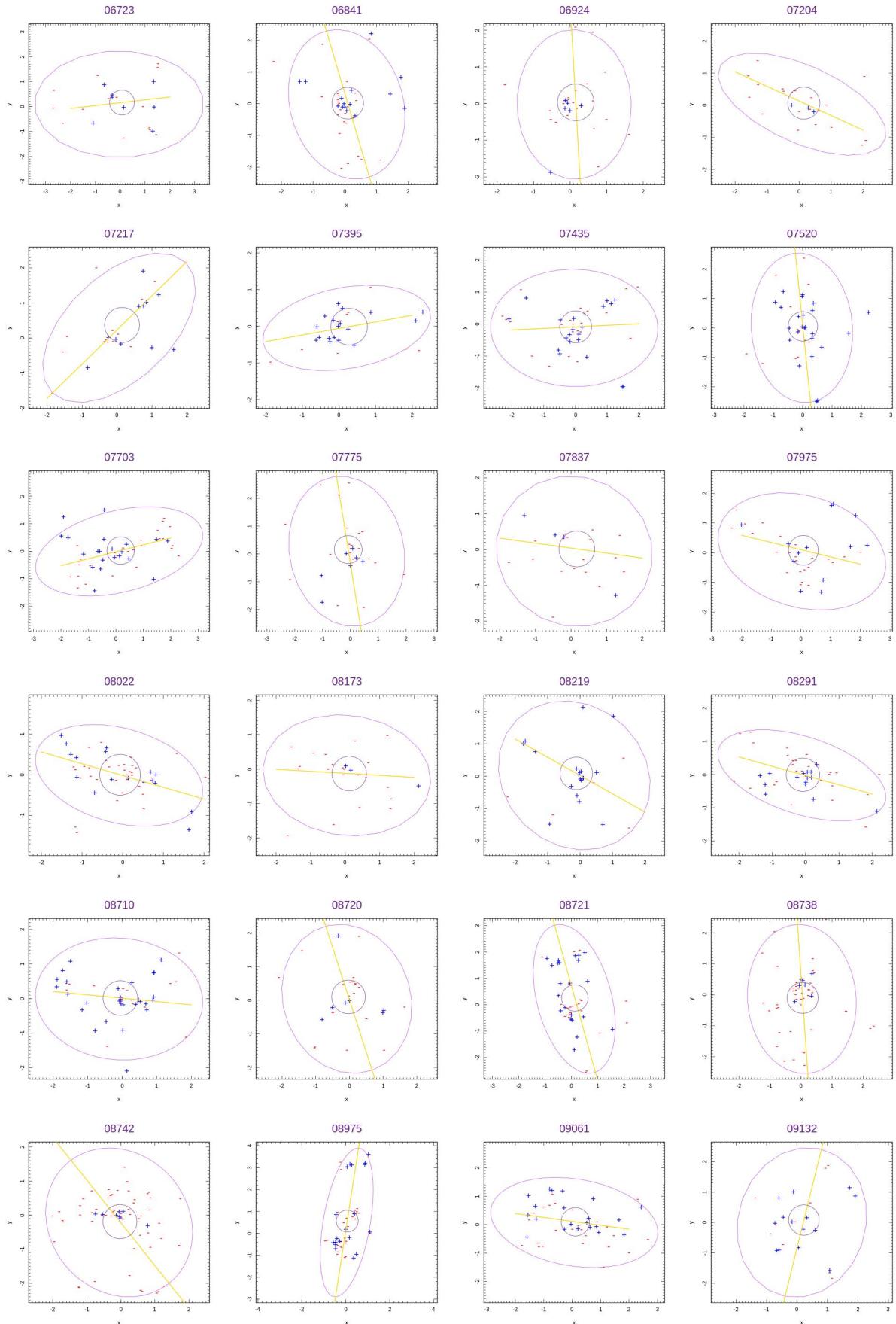


Figura 23 – Ajuste da elipse e eixo principal da distribuição projetada no plano do céu.

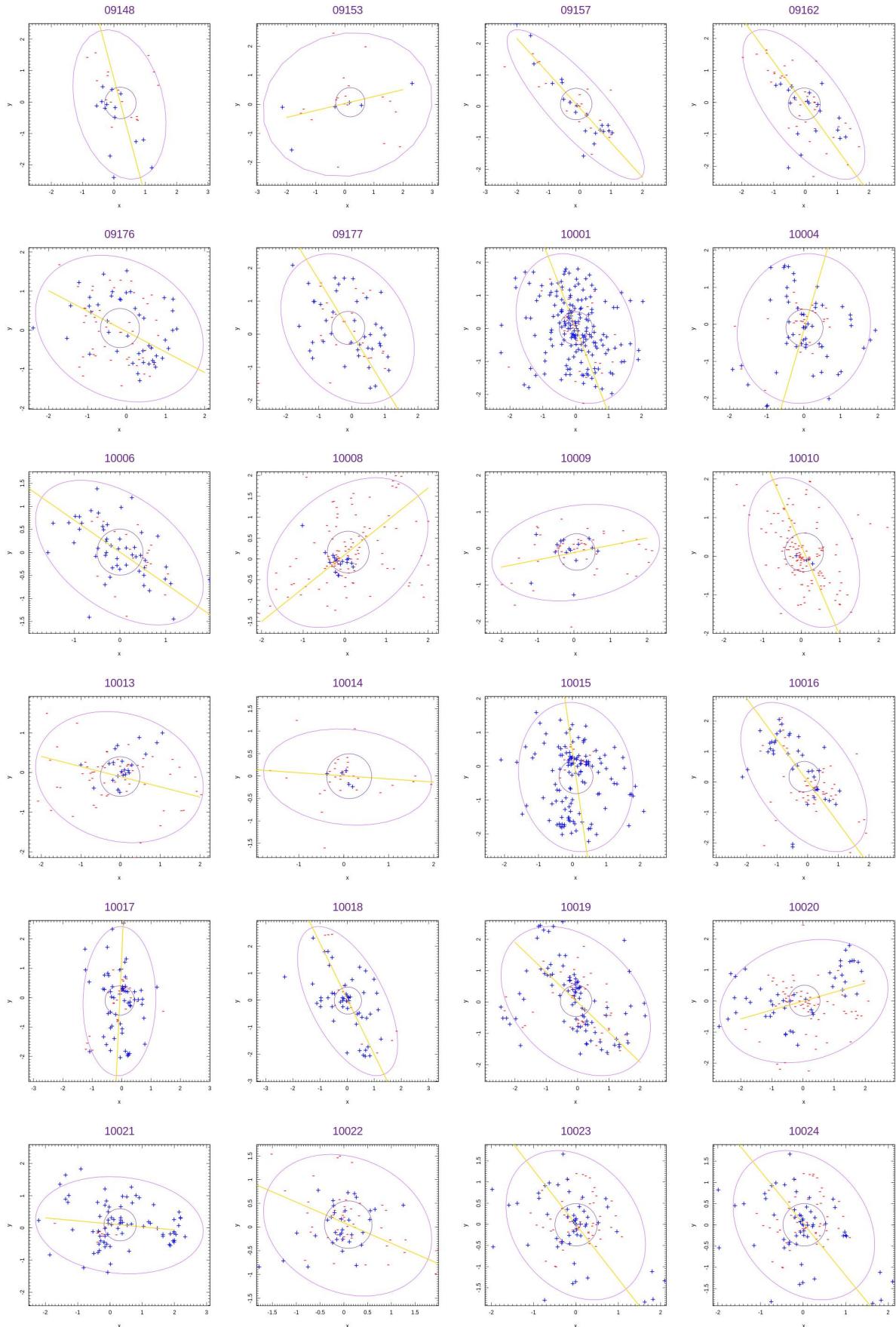


Figura 24 – Ajuste da elipse e eixo principal da distribuição projetada no plano do céu.

Tabela 12 – Teste Cramer e Hotelling aplicado no catálogo NoSOCS utilizando gap - sem indicação rotação.

Cluster	Cenário 1		Cenário 2		Cenário 3		Nº galáxias
	Cramer	Hotelling	Cramer	Hotelling	Cramer	Hotelling	
00996	0.7412587	0.8761337	0.5254745	0.6375903	0.4935065	0.8687519	118
01052	0.6333666	0.9305163	0.1148851	0.05342577	0.2847153	0.5574755	34
01264	0.1038961	0.1679695	0.2257742	0.4912261	NA	NA	31
01347	0.4925075	0.3881943	0.4985015	0.6860376	0.5344655	0.4913995	37
01933	0.3146853	0.2462812	0.7542458	0.7689922	0.2857143	0.4333554	78
02301	0.0989011	0.3656919	0.4085914	0.6013579	0.08791209	0.495044	75
02899	0.3666334	0.4510812	0.3946054	0.4849135	0.2547453	0.5869276	44
03459	0.8231768	0.6045021	0.4615385	0.290978	0.963037	0.8782925	129
04404	0.5824176	0.8435559	0.5164835	0.8678394	0.5784216	0.4055207	34
04405	0.2657343	0.3529274	0.2897103	0.36971	0.8181818	0.942962	35
04458	0.09190809	0.2165505	0.1958042	0.1484606	0.1368631	0.2482086	75
05535	0.7182817	0.4094059	0.4365634	0.5584254	0.2587413	0.1105721	49
05717	0.1798202	0.5592738	0.4015984	0.7776702	0.3526474	0.7187614	68
05859	0.2207792	0.1678599	0.7592408	0.9945818	0.7602398	0.9039455	44
05908	0.7312687	0.6639244	0.4885115	0.9556211	0.6673327	0.8438158	32
06070	0.06693307	0.6518467	0.1618382	0.05954166	0.1928072	0.1794072	43
06723	0.5814186	0.7952297	0.4435564	0.474908	0.7402597	0.6023129	22
07837	0.2017982	0.2020218	0.2117882	0.08223968	0.2937063	NA	22
07975	0.08991009	0.05746997	0.06793207	0.06994625	0.4175824	0.4909229	36
08291	0.2207792	0.2387312	0.2027972	0.2041885	0.5094905	0.5338773	43
08738	0.1178821	0.4439133	0.3286713	0.4319458	0.2907093	0.2139703	51
08742	0.1798202	0.8047111	0.1018981	0.1251147	0.3526474	0.4534198	64
09153	0.6443556	0.7399757	0.4125874	0.4849873	0.2647353	0.2816225	24
10001	0.7002997	0.5486396	0.5944056	0.334425	0.6723277	0.6086176	205
10004	0.06293706	0.5419472	0.1388611	0.433163	0.08591409	0.1359992	86
10009	0.2237762	0.5741624	0.4675325	0.4290245	0.5614386	0.8211343	62
10010	0.3386613	0.8987447	0.4155844	0.484555	0.6523477	0.49937	135
10014	0.6173826	0.9580584	0.7252747	0.6412154	0.5714286	0.936806	39
10017	0.3016983	0.7229228	0.07892108	0.1712904	0.06593407	0.4018374	88
10019	0.2897103	0.4306538	0.1128871	0.1846356	0.8461538	0.8852156	142
10025	0.1358641	0.516039	0.3946054	0.8024935	0.1108891	0.2339634	126
10032	0.05494505	0.2733059	0.5364635	0.3797048	0.1508492	0.3255304	93
10038	0.1058941	0.5774182	0.1648352	0.412123	0.2837163	0.2596397	170
10041	0.4195804	0.5239049	0.4405594	0.7856695	0.8511489	0.7160758	113
10042	0.3886114	0.7649132	0.7422577	0.6799726	0.2027972	0.2416632	32
10048	0.5994006	0.9850915	0.4345654	0.7785383	0.6643357	0.7787913	270
10058	0.3416583	0.8175262	0.1908092	0.08933787	0.5124875	0.6402473	194

Tabela 13 – Teste Cramer e Hotelling aplicado no catálogo NoSOCS utilizando mediana - sem indicação rotação.

Cluster	Cenário 1		Cenário 2		Cenário 3		Nº galáxias
	Cramer	Hotelling	Cramer	Hotelling	Cramer	Hotelling	
00339	0.3316683	0.9613848	0.2927073	0.591892	0.8291708	0.8731429	66
01189	0.4375624	0.4349387	0.4675325	0.493412	0.07492507	0.08958739	40
01877	0.2207792	0.5432613	0.4055944	0.2932482	0.3836164	0.7414256	28
02104	0.1458541	0.2732179	0.2337662	0.1225379	0.6023976	0.5387223	48
02298	0.3016983	0.6269575	0.2077922	0.1750384	0.6743257	0.6889499	29
02469	0.3956044	0.6919376	0.08091908	NA	0.06393606	0.1412525	26
02490	0.6793207	NA	0.3896104	NA	-	-	24
02752	0.4945055	0.594916	0.498002	0.7631145	0.5644356	0.6835324	27
03112	0.6373626	0.9296171	0.3806194	0.5115455	0.4135864	0.5982676	27
03229	0.1968032	0.3636636	0.6583417	NA	0.5834166	0.9801198	36
03565	0.2417582	0.09731901	0.3676324	0.07157691	0.5794206	0.3825159	33
03742	0.8811189	0.864134	0.2367632	0.3934403	0.4575425	0.5633551	74
03898	0.2317682	0.4892585	0.1458541	0.5520248	0.3776224	0.4105107	30
03915	0.08191808	0.3495027	0.3526474	0.4467789	0.05394605	0.05046389	67
03975	0.2087912	0.1740886	0.5484515	0.6921665	0.5404595	0.5736747	33
04023	0.2637363	0.4502279	0.7682318	0.8864958	0.1548452	0.1767911	93
04100	0.3676324	0.2932311	0.6093906	0.8529075	0.1608392	0.1241679	37
04376	0.2637363	0.3737319	0.2627373	0.1573387	0.2397602	0.1663829	29
04710	0.7262737	NA	-	-	0.6823177	NA	29
05039	0.2937063	0.2833302	0.3266733	0.5049447	0.7352647	NA	29
05206	0.6853147	0.7371136	0.3256743	0.4527116	0.7012987	0.9924852	26
05325	0.3116883	0.5188909	0.05894106	0.1093263	0.8211788	0.9761832	24
06173	0.3286713	0.3997239	0.2887113	0.5266079	0.3086913	0.211082	62
06175	0.07392607	0.09310988	0.3316683	0.4934143	0.2217782	NA	21
06184	0.3386613	0.9743288	0.3656344	0.6413506	0.3746254	0.6746557	28
06233	0.2697303	0.1376332	0.1178821	0.182314	0.1738262	0.2156128	42
06261	0.4545455	0.5955426	0.969031	0.9682067	0.07192807	0.1983339	48
06264	0.4865135	0.8170953	0.2637363	0.2610734	0.1328671	0.3385866	24
06392	0.2587413	0.2429681	0.1578422	0.2800286	0.5954046	0.7202507	46
06447	0.2157842	0.2377592	0.2337662	0.3918406	0.2897103	0.4684874	48
06475	0.3516484	0.3046087	0.2087912	0.4157828	0.3726274	0.2559057	52
06506	0.3516484	0.9908666	0.08191808	0.2413385	0.1388611	0.3520774	50
06508	0.4075924	0.291536	0.6413586	0.6564704	0.4395604	0.5430494	26
06841	0.1098901	0.09076928	0.5114885	0.4045139	0.1728272	0.4598884	40
06924	0.2897103	0.3820041	0.7862138	NA	0.3956044	0.4781404	27
07204	0.5314685	0.9523549	-	-	0.4445554	0.3492997	23
07435	0.5204795	0.4180746	0.5534466	0.8188478	0.6543457	0.8206986	42
07520	0.1968032	0.08573181	0.2387612	0.2867437	0.3396603	0.4175084	37
07775	0.2177822	0.3310387	0.6363636	0.8227961	0.1688312	0.2417417	28
08173	0.4305694	0.4044097	0.2467532	0.335351	0.1478521	NA	24
08219	0.1438561	0.2354117	0.1748252	0.28046	0.1028971	0.1630291	26
08710	0.6413586	0.4951129	0.6943057	0.7955202	0.3746254	0.2338959	48
08720	0.6603397	0.9053504	0.1968032	0.6057862	0.3106893	0.4077685	27
08975	0.1158841	0.2638592	0.4695305	0.537334	0.06693307	0.08576067	47
09132	0.7582418	0.9657321	0.6493506	0.6231385	0.3536464	0.9450608	24
09157	0.6443556	0.9126247	0.6483516	0.7453382	0.5104895	0.5389693	43
09162	0.1798202	0.3738092	0.3826174	0.5206843	0.3536464	0.4131878	60
09176	0.1068931	0.4251618	0.2897103	0.3069839	0.08391608	0.9942048	97
09177	0.7992008	0.7533358	0.6313686	0.3442569	0.7092907	0.9310269	67
10022	0.08691309	0.1801369	0.4775225	0.9737396	0.1028971	0.1139537	83
10033	0.06293706	0.1825491	0.2547453	0.4373272	0.3606394	0.5479943	88
10034	0.2257742	0.1639371	0.6453546	0.5191255	0.1278721	0.1358507	62
10039	0.1828172	0.7297942	-	-	0.1838162	0.3686319	85
10046	0.4685315	0.1671496	0.5834166	0.3850925	0.8341658	0.6650416	53
10047	0.2937063	0.5173704	0.7602398	0.3851868	0.0959041	0.1480843	114
10049	0.09390609	0.07760296	0.7232767	0.4297825	0.3326673	0.5222666	69
10052	0.2527473	0.5931432	0.6613387	0.8109619	0.2927073	0.1249226	66
10062	0.8101898	0.5488856	0.6333666	0.4049079	0.1678322	0.1822241	50

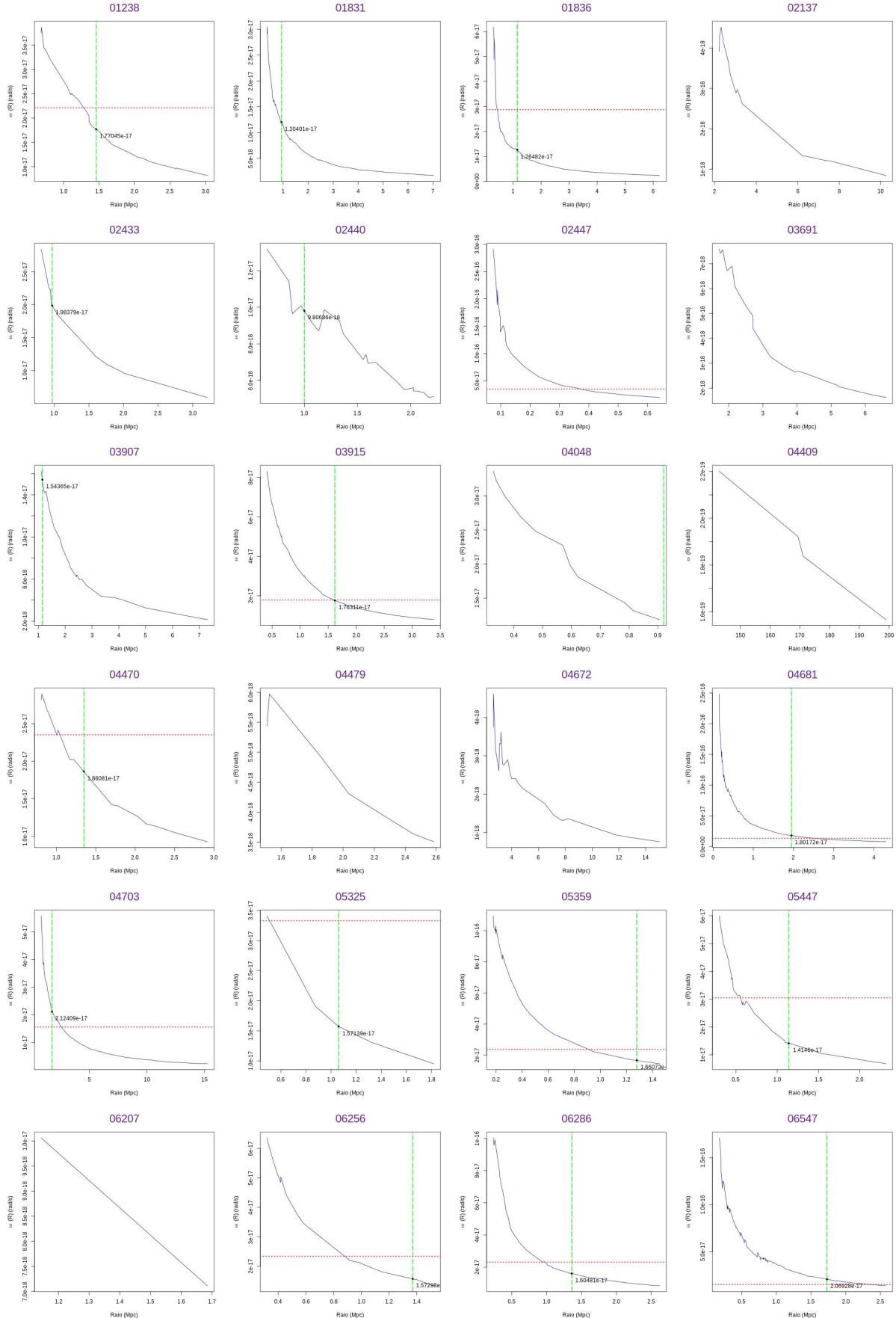


Figura 25 – Perfil de velocidade angular.

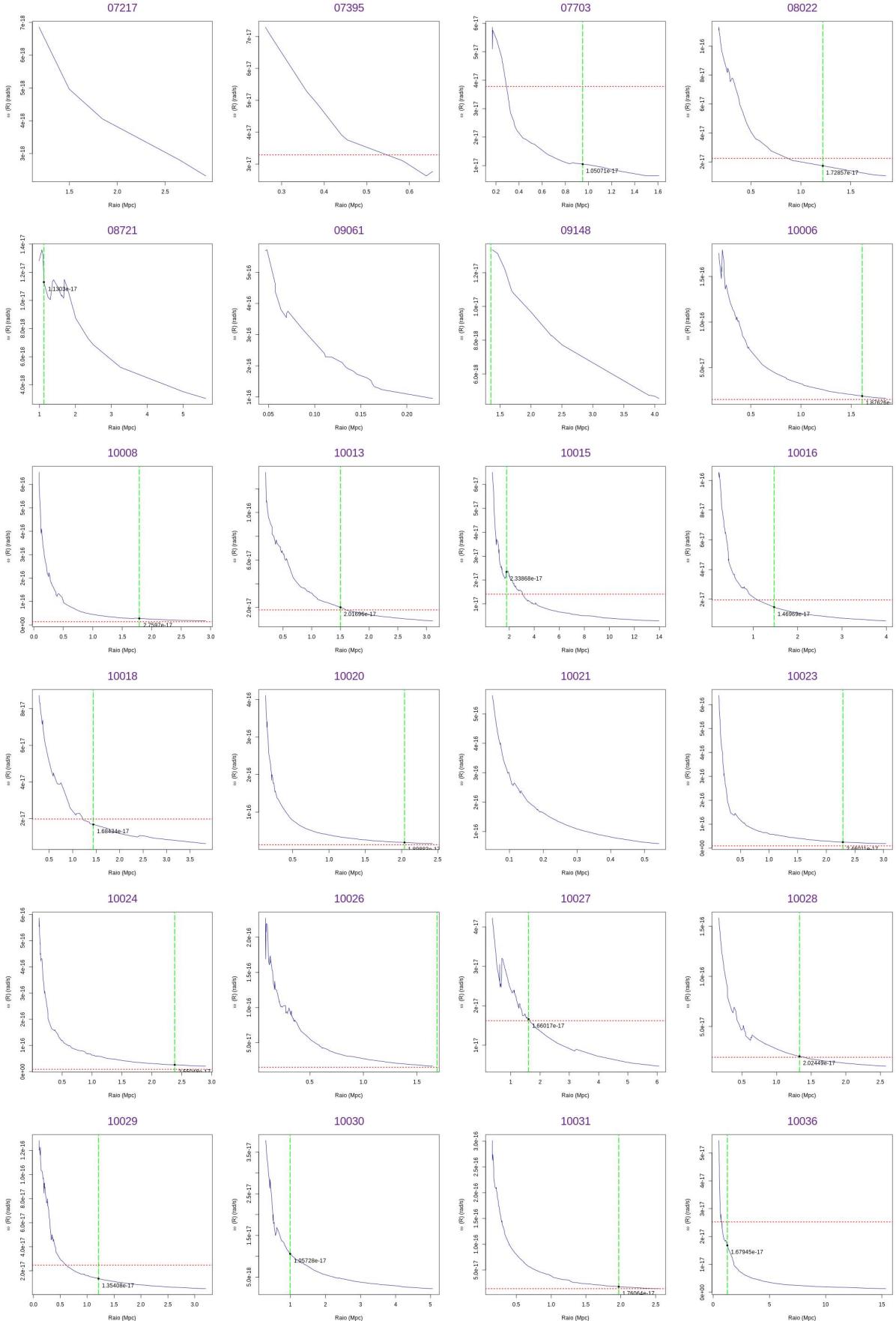


Figura 26 – Perfil de velocidade angular.

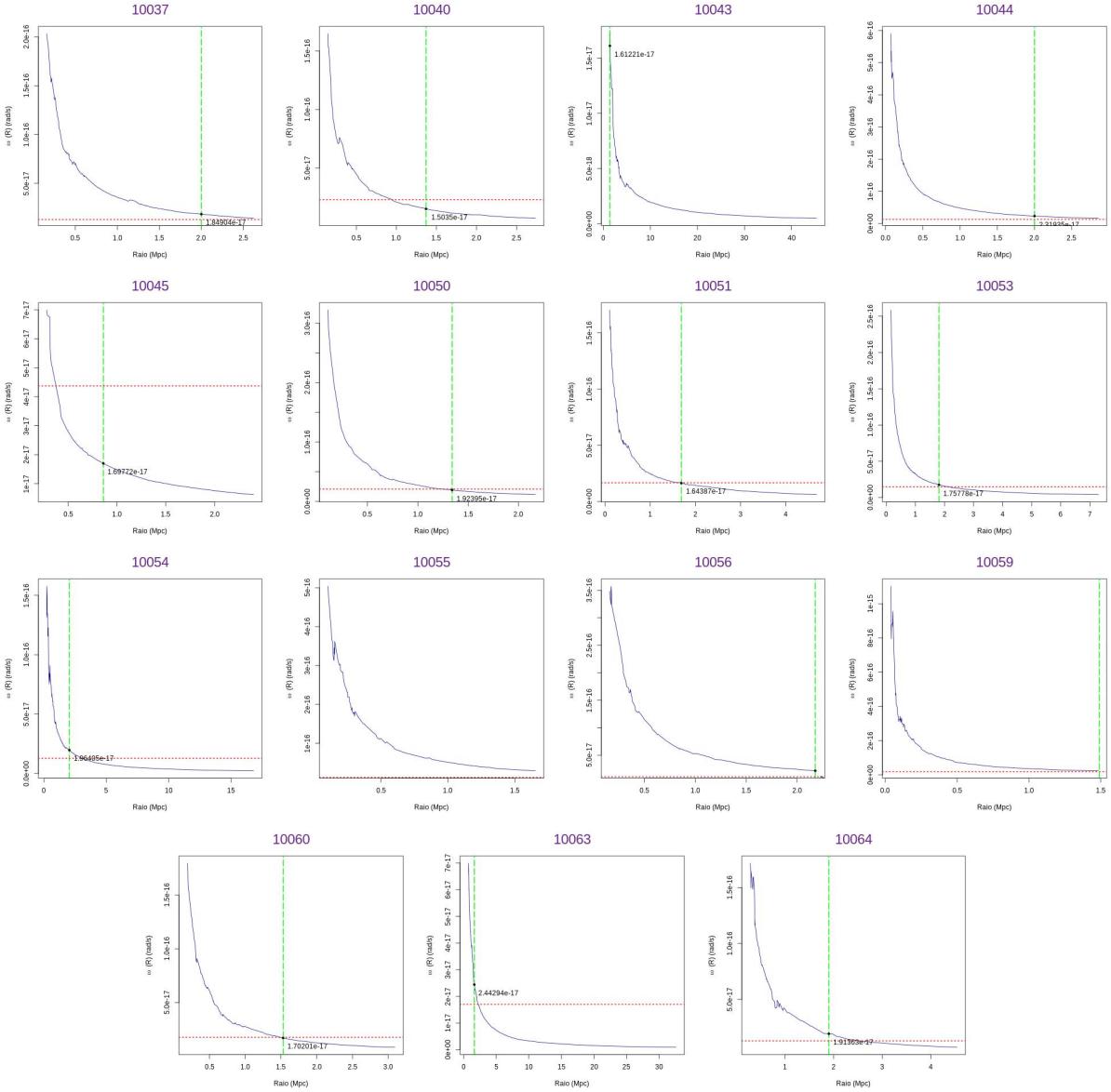


Figura 27 – Perfil de velocidad angular.

ANEXO C – Resultados Catálogo III

Com a aplicação do nosso método no catálogo III para as duas amostras I e II, com e sem rotação, respectivamente, cada uma com 200 aglomerados, obtivemos os seguintes resultados, dado o histograma de velocidade, o eixo principal e o perfil de rotação apenas para os aglomerados que apresentaram rotação significativa.

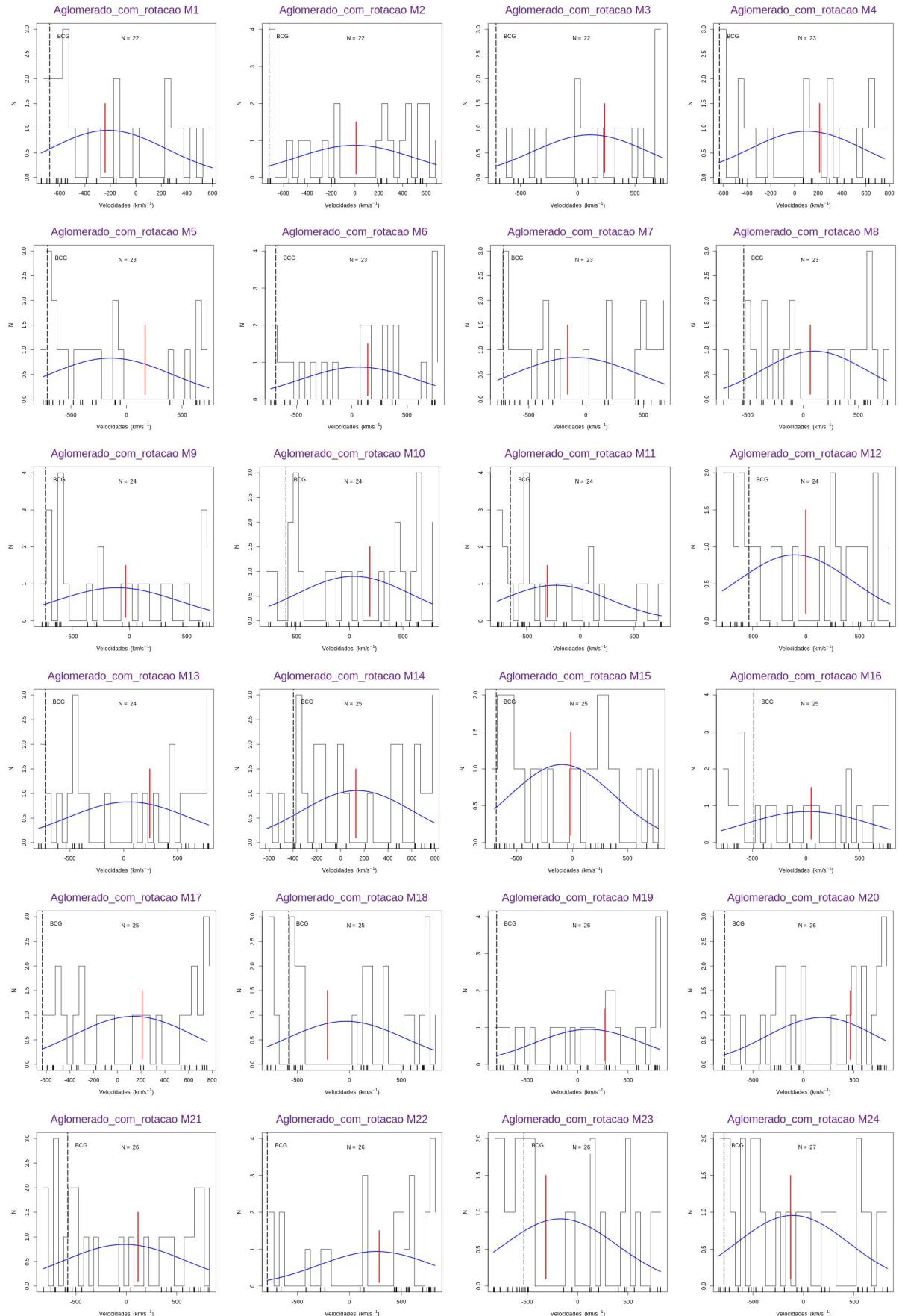


Figura 28 – Histograma Distribuição de Velocidade e Análise de Gaps para a amostra I.

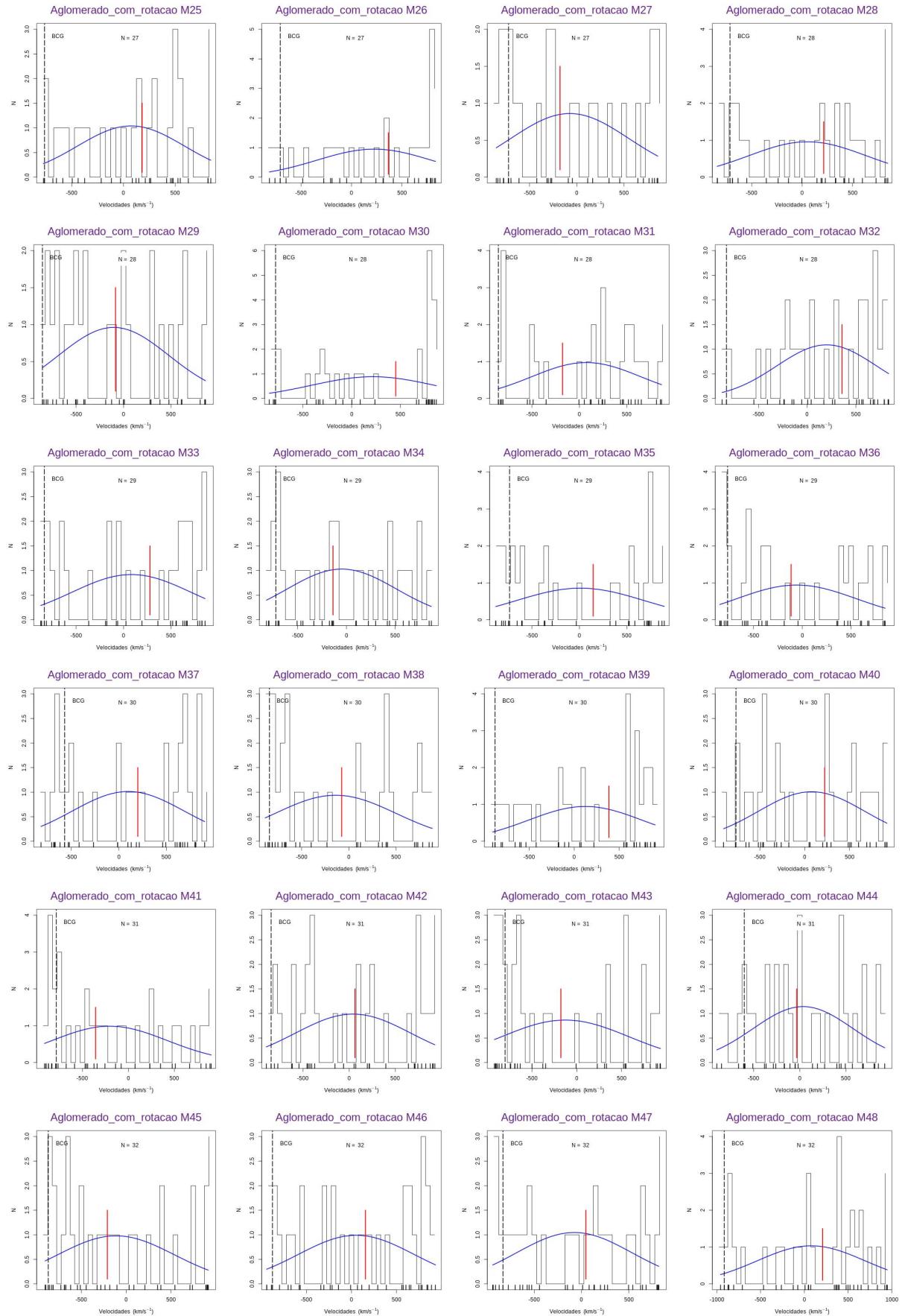


Figura 29 – Histograma Distribuição de Velocidade e Análise de Gaps para a amostra I.

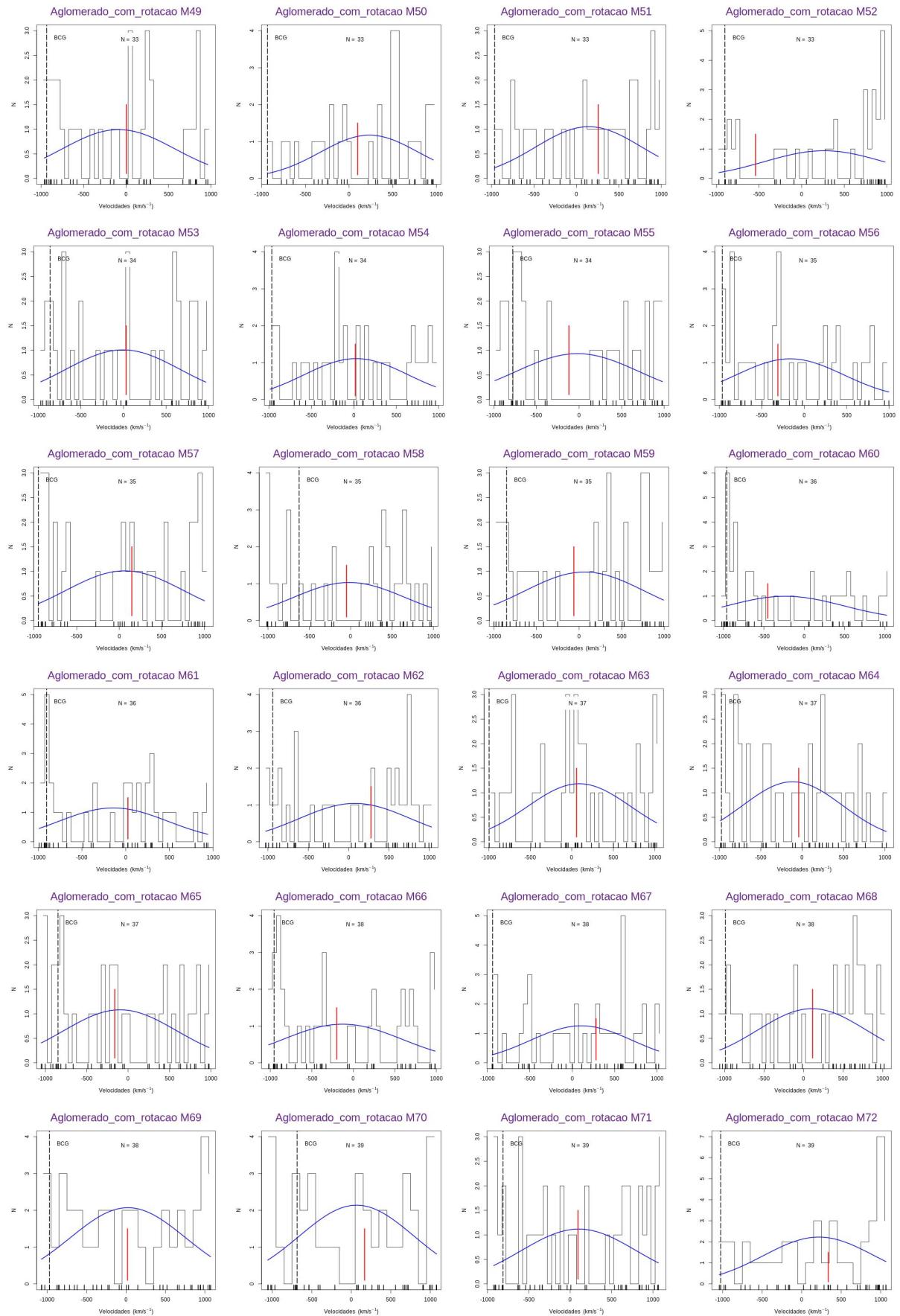


Figura 30 – Histograma Distribuição de Velocidade e Análise de Gaps para a amostra I.

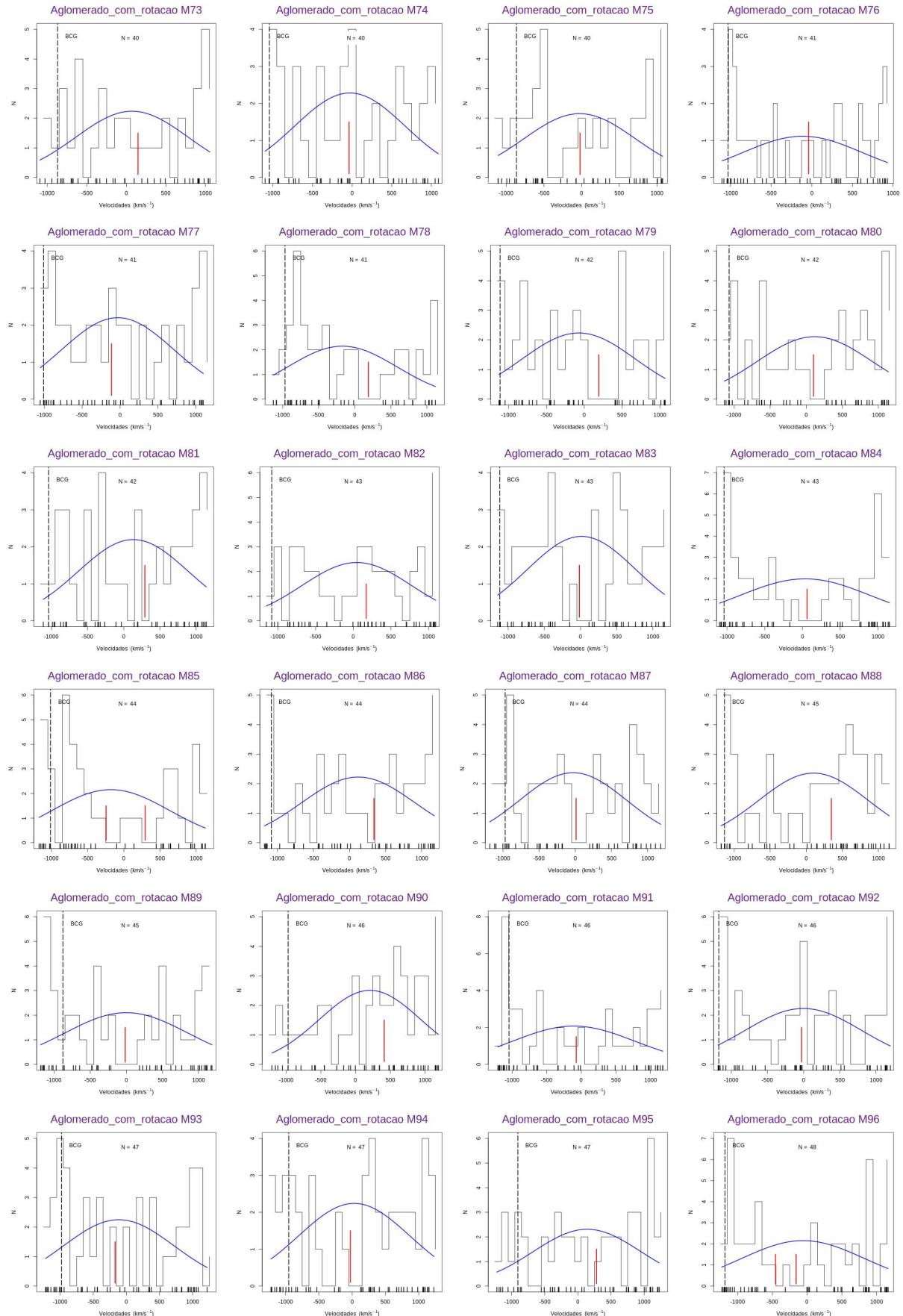


Figura 31 – Histograma Distribuição de Velocidade e Análise de Gaps para a amostra I.

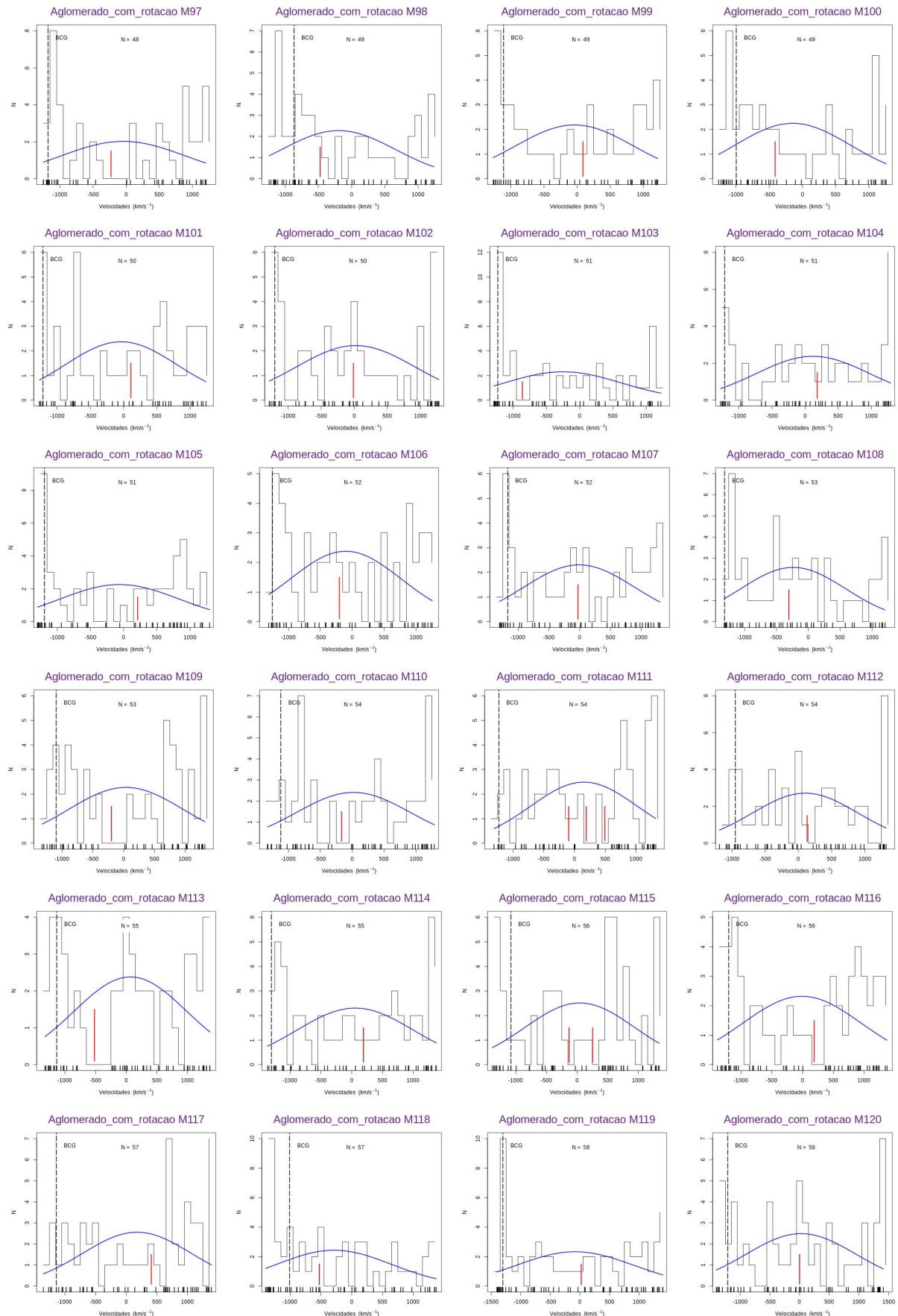


Figura 32 – Histograma Distribuição de Velocidade e Análise de Gaps para a amostra I.

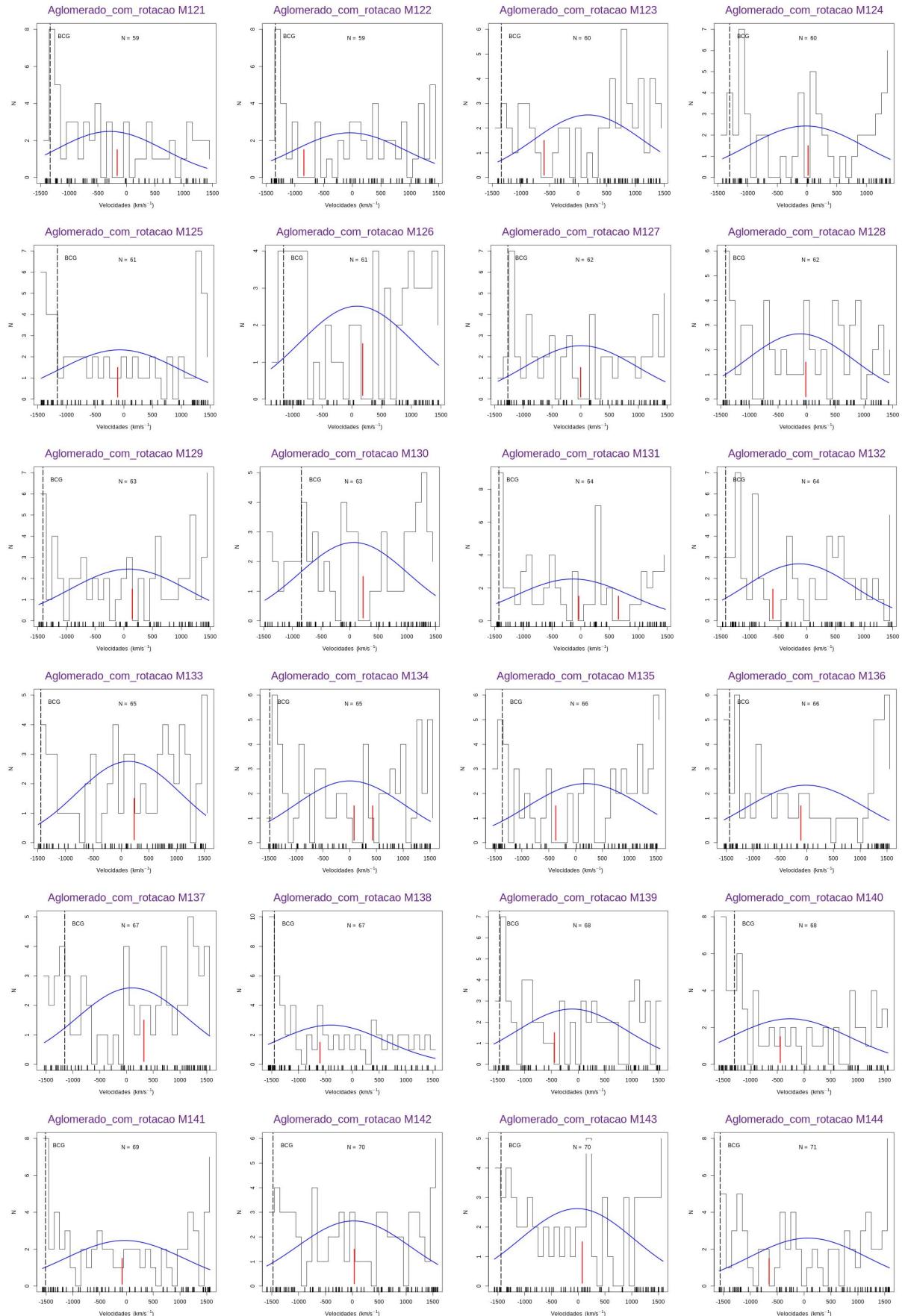


Figura 33 – Histograma Distribuição de Velocidade e Análise de Gaps para a amostra I.

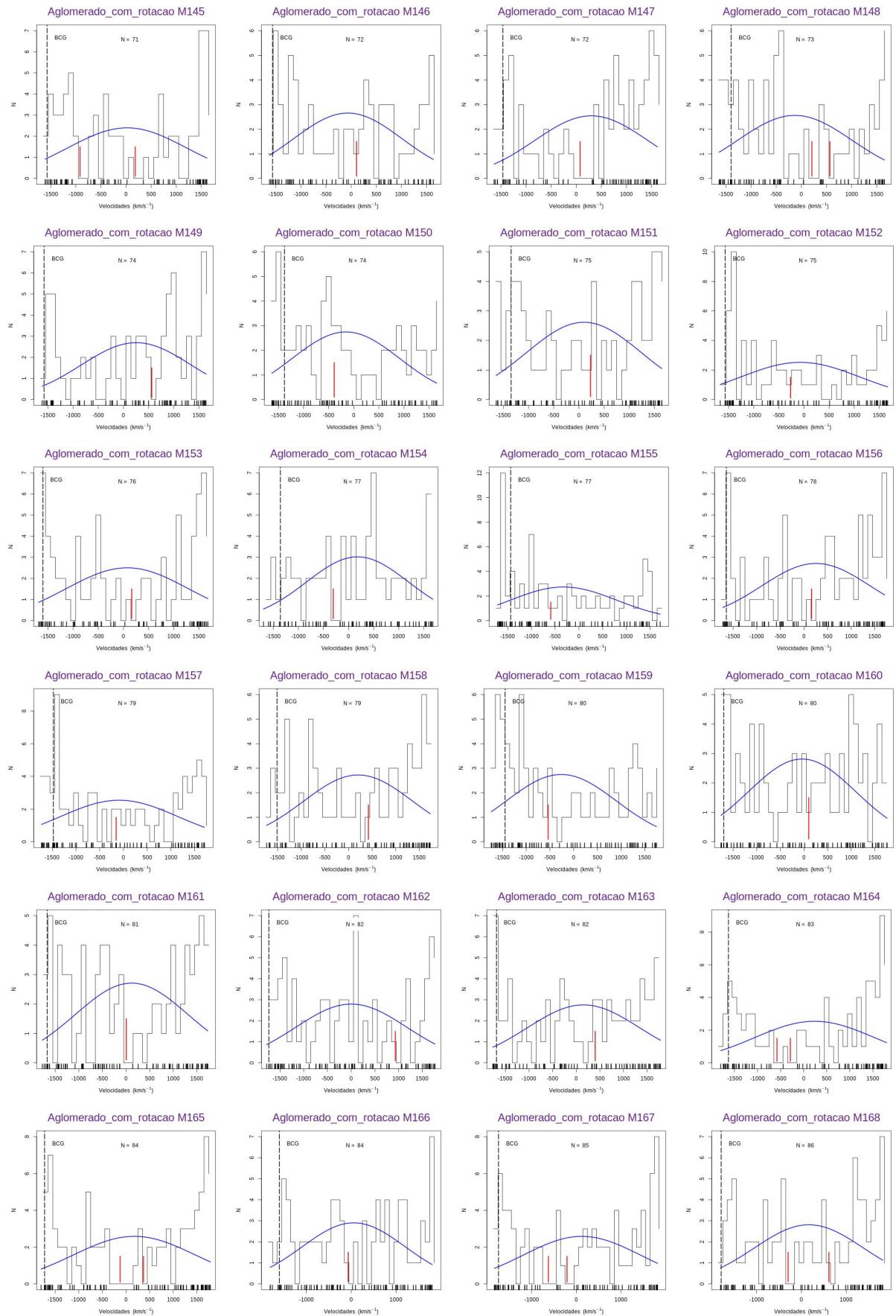


Figura 34 – Histograma Distribuição de Velocidade e Análise de Gaps para a amostra I.

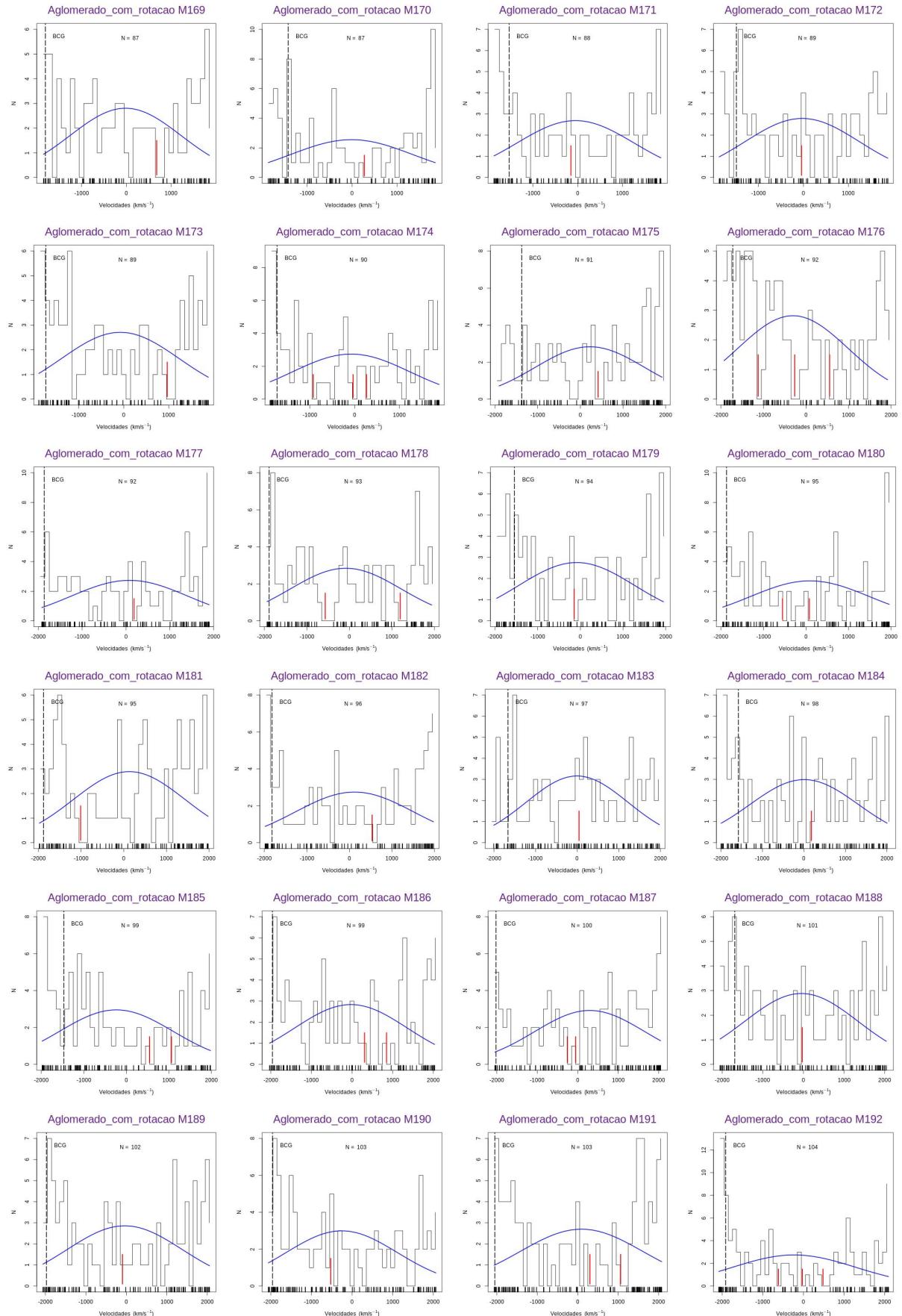


Figura 35 – Histograma Distribuição de Velocidade e Análise de Gaps para a amostra I.

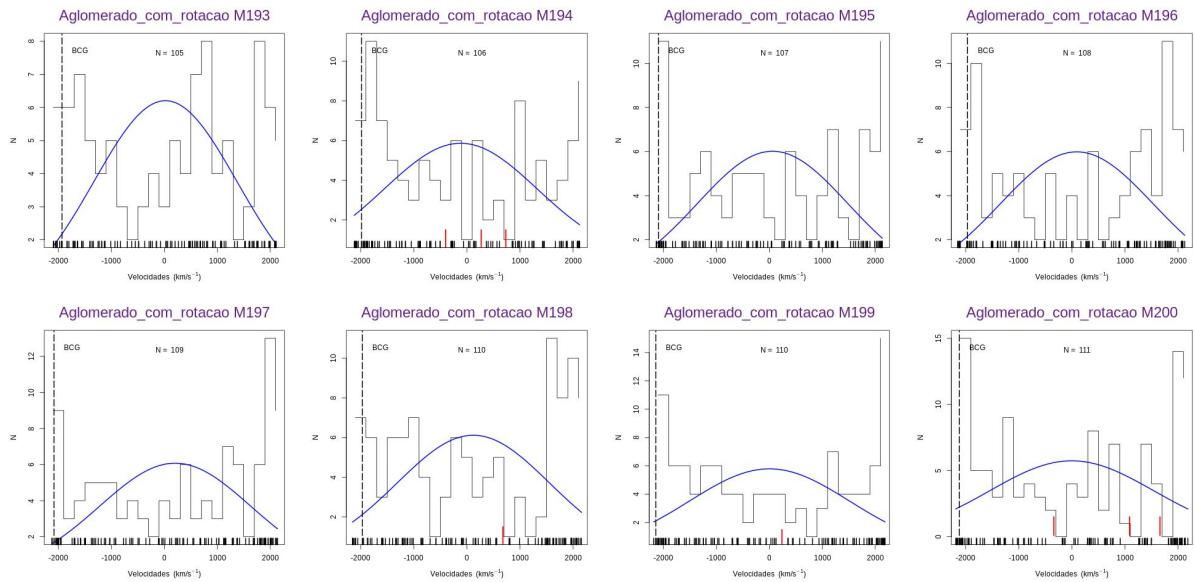


Figura 36 – Histograma Distribuição de Velocidade e Análise de Gaps para a amostra I.

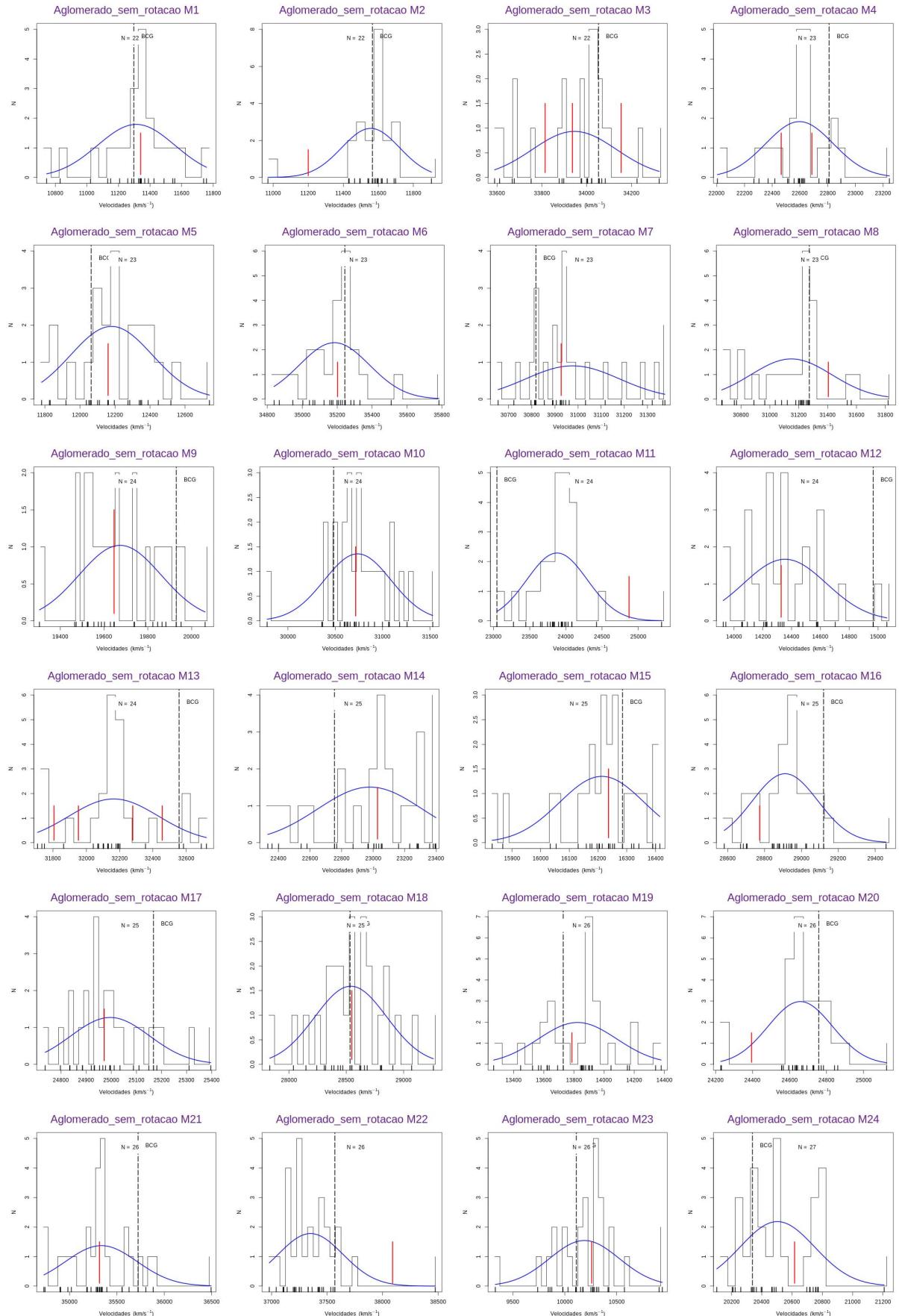


Figura 37 – Histograma Distribuição de Velocidade e Análise de Gaps para a amostra II.

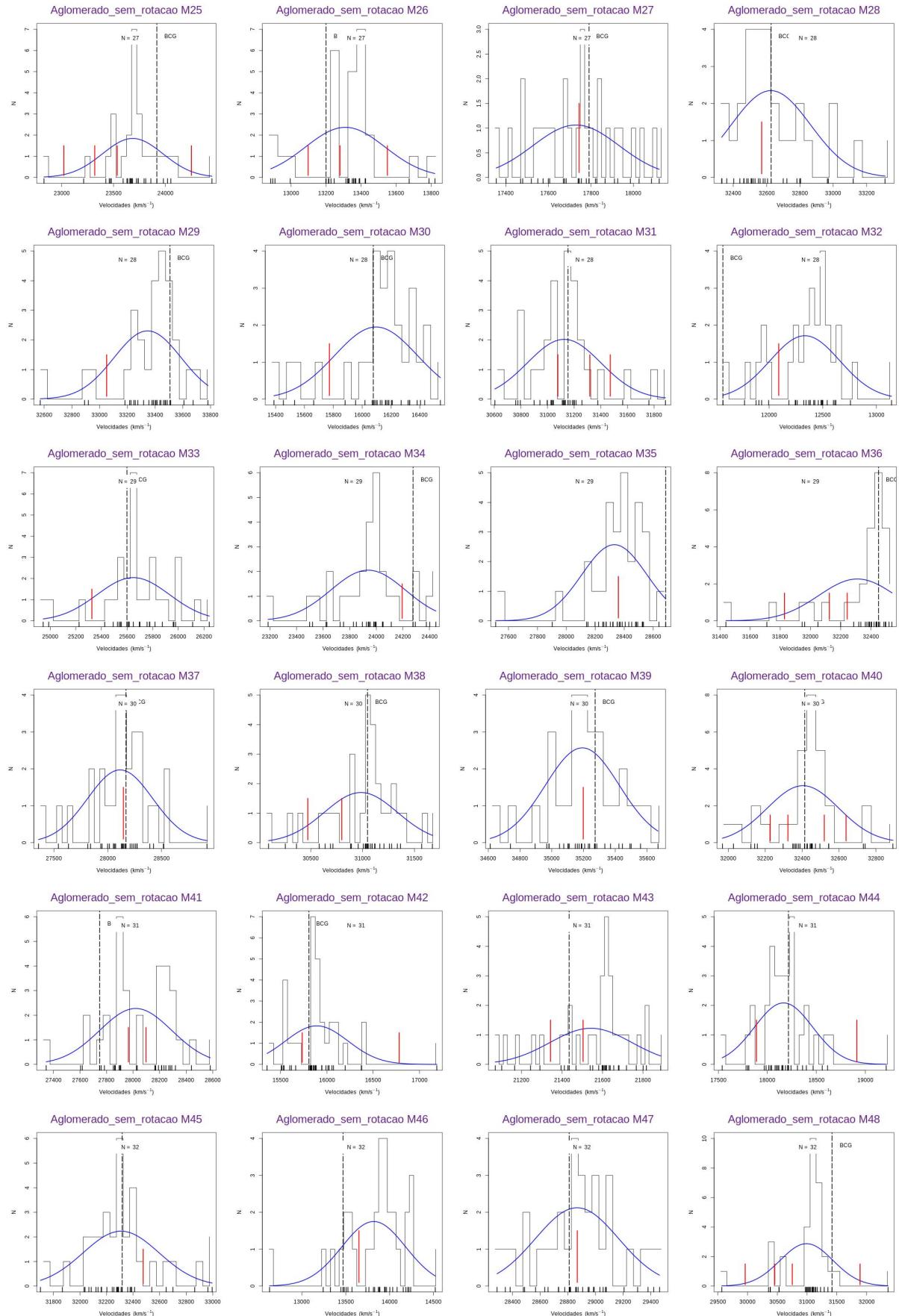


Figura 38 – Histograma Distribuição de Velocidade e Análise de Gaps para a amostra II.

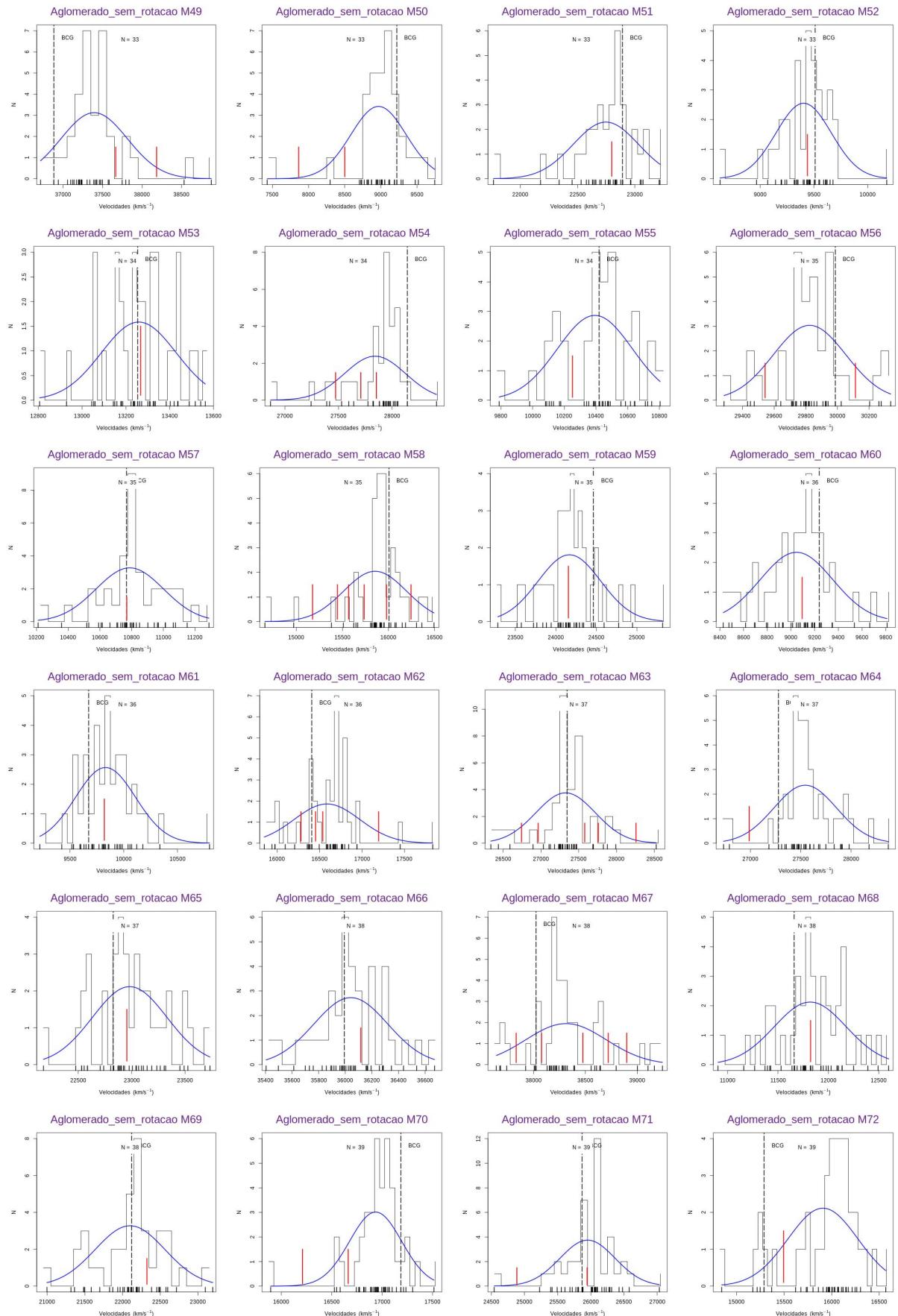


Figura 39 – Histograma Distribuição de Velocidade e Análise de Gaps para a amostra II.

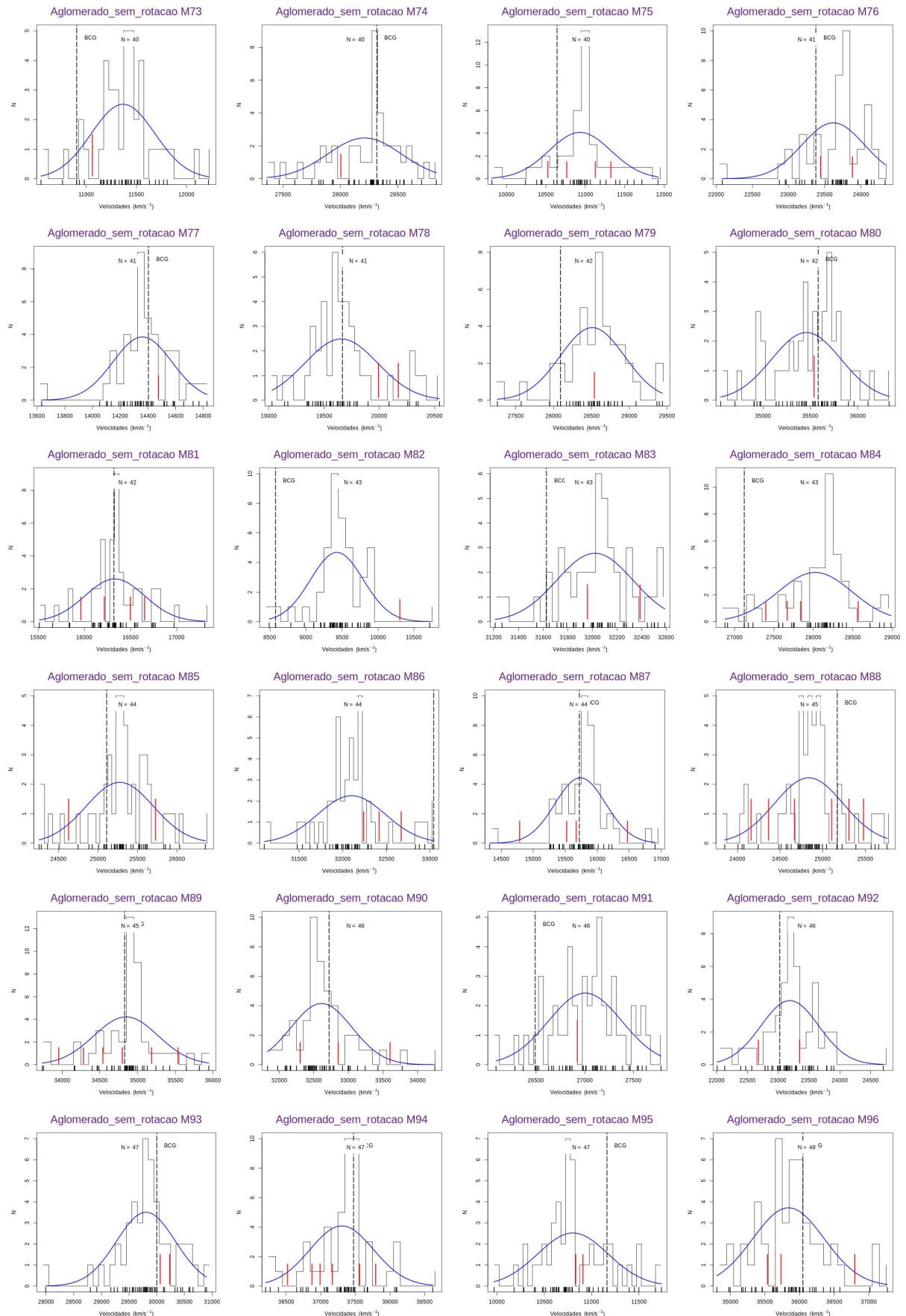


Figura 40 – Histograma Distribuição de Velocidade e Análise de Gaps para a amostra II.

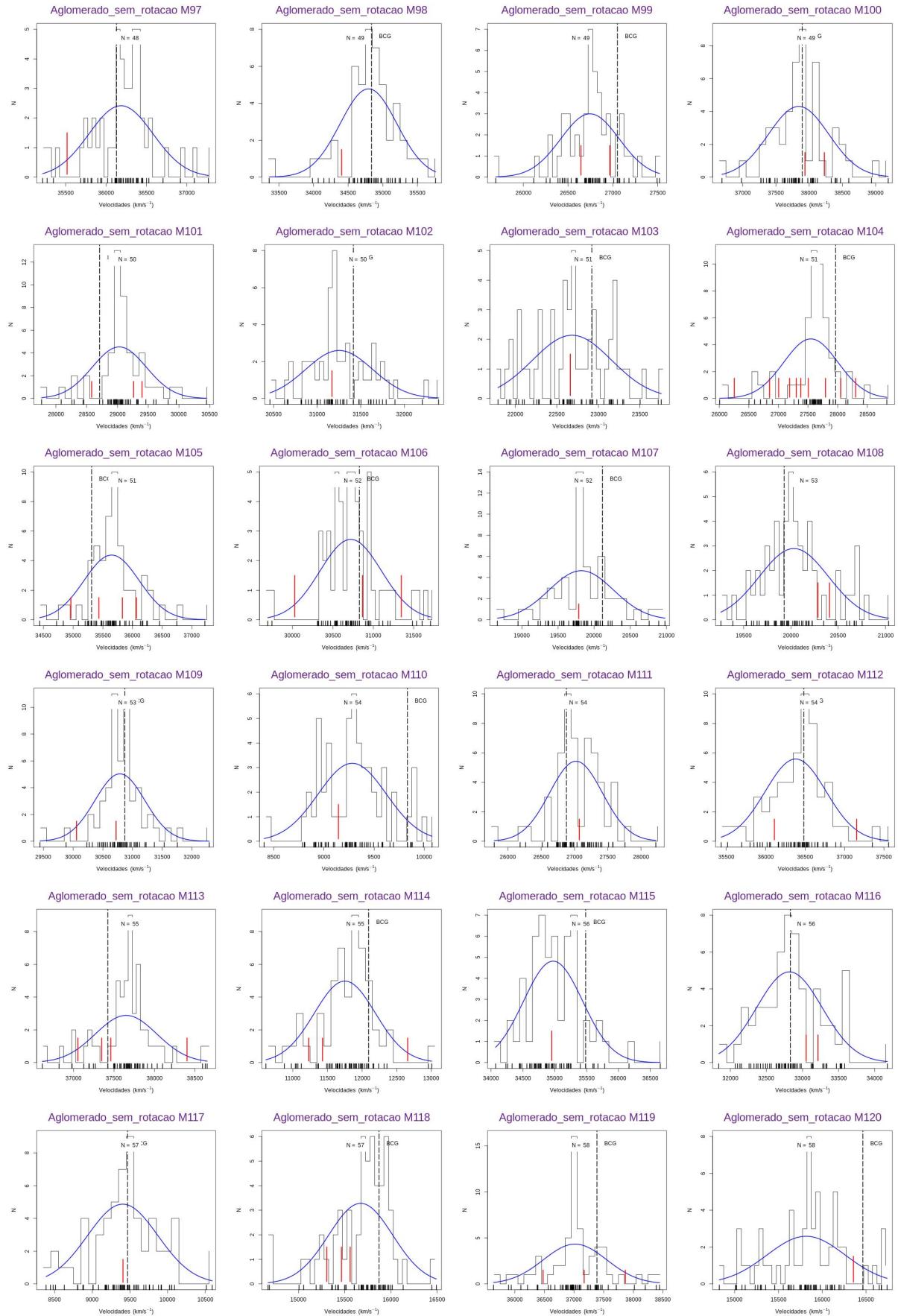


Figura 41 – Histograma Distribuição de Velocidade e Análise de Gaps para a amostra II.

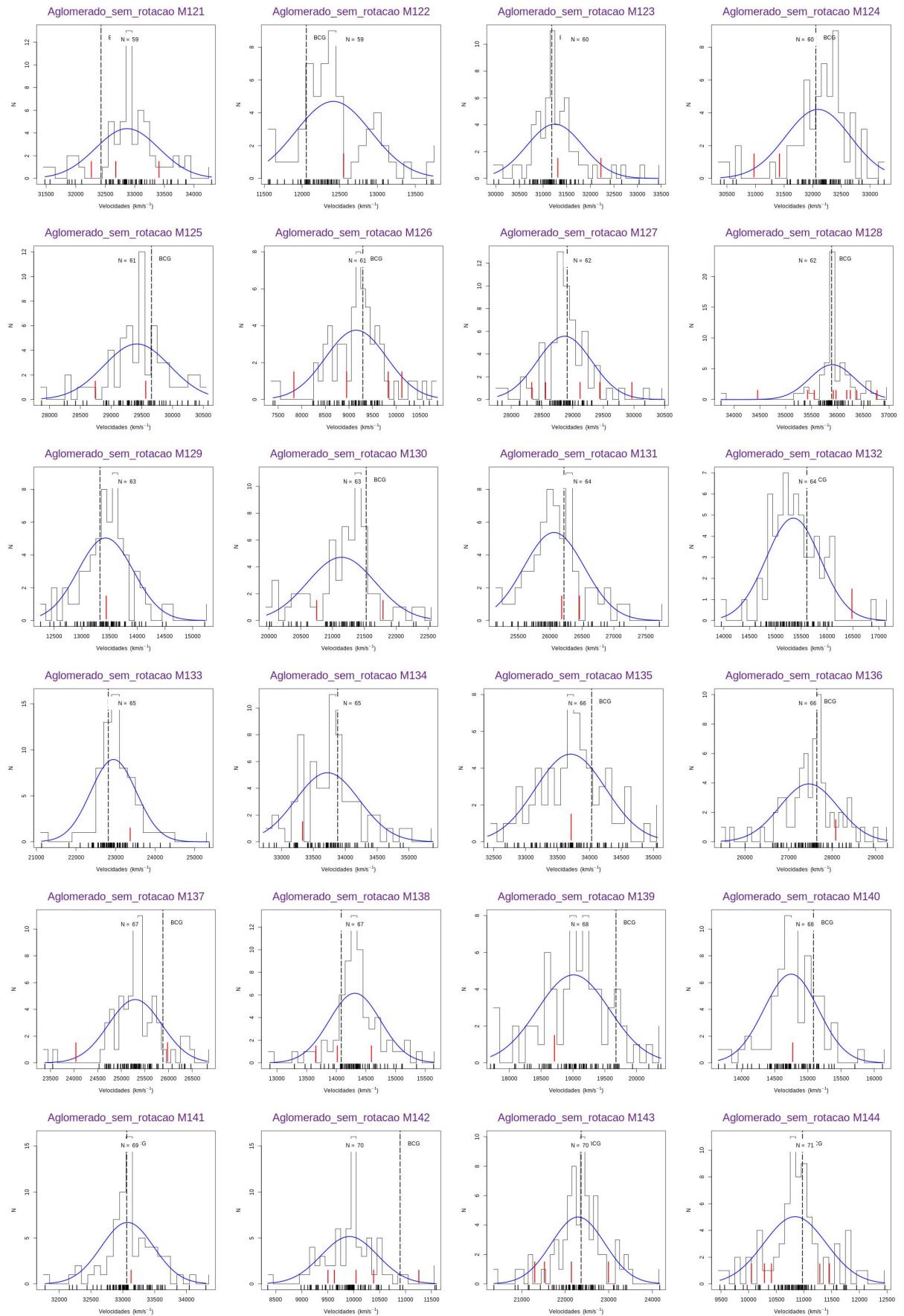


Figura 42 – Histograma Distribuição de Velocidade e Análise de Gaps para a amostra II.

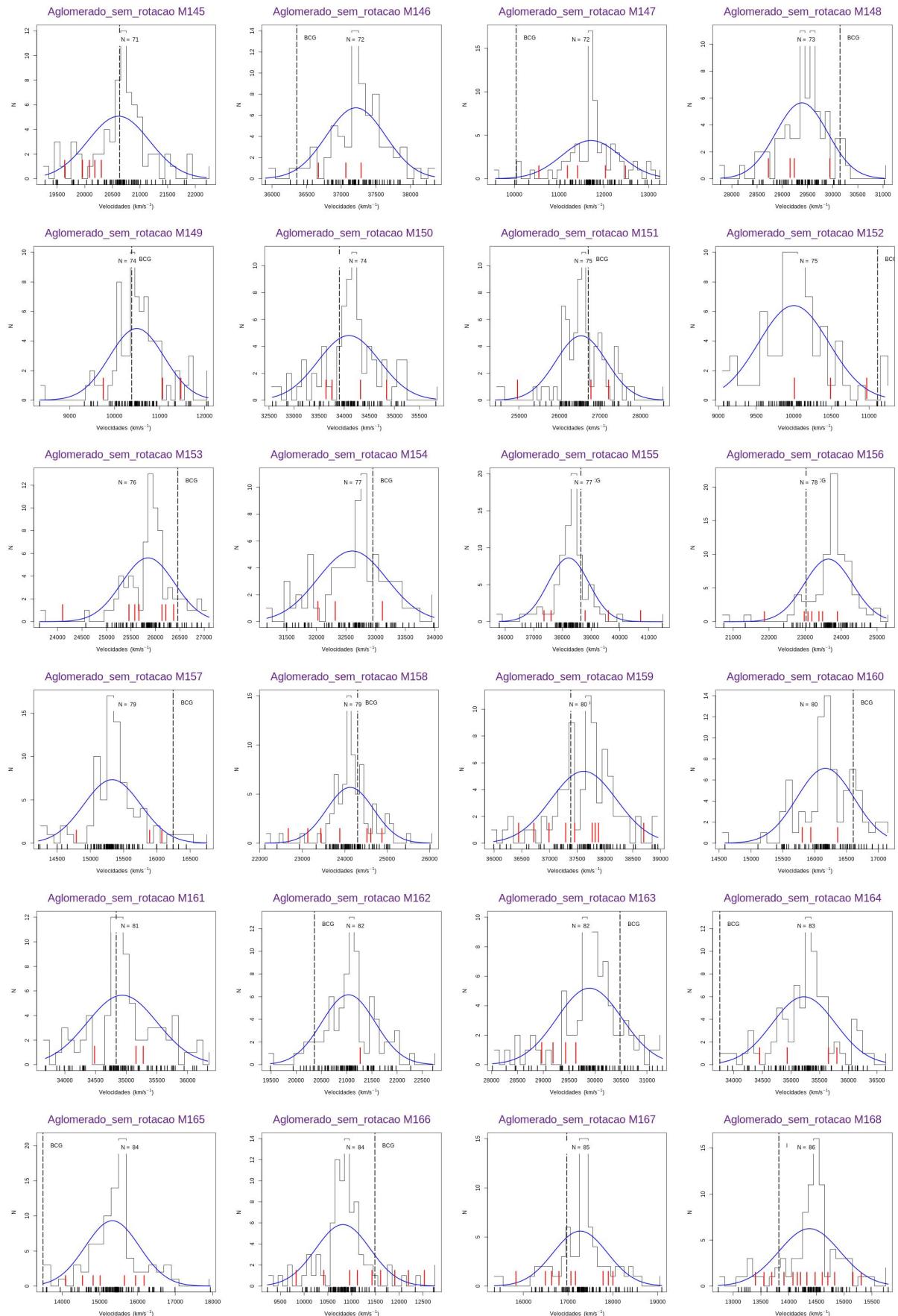


Figura 43 – Histograma Distribuição de Velocidade e Análise de Gaps para a amostra II.

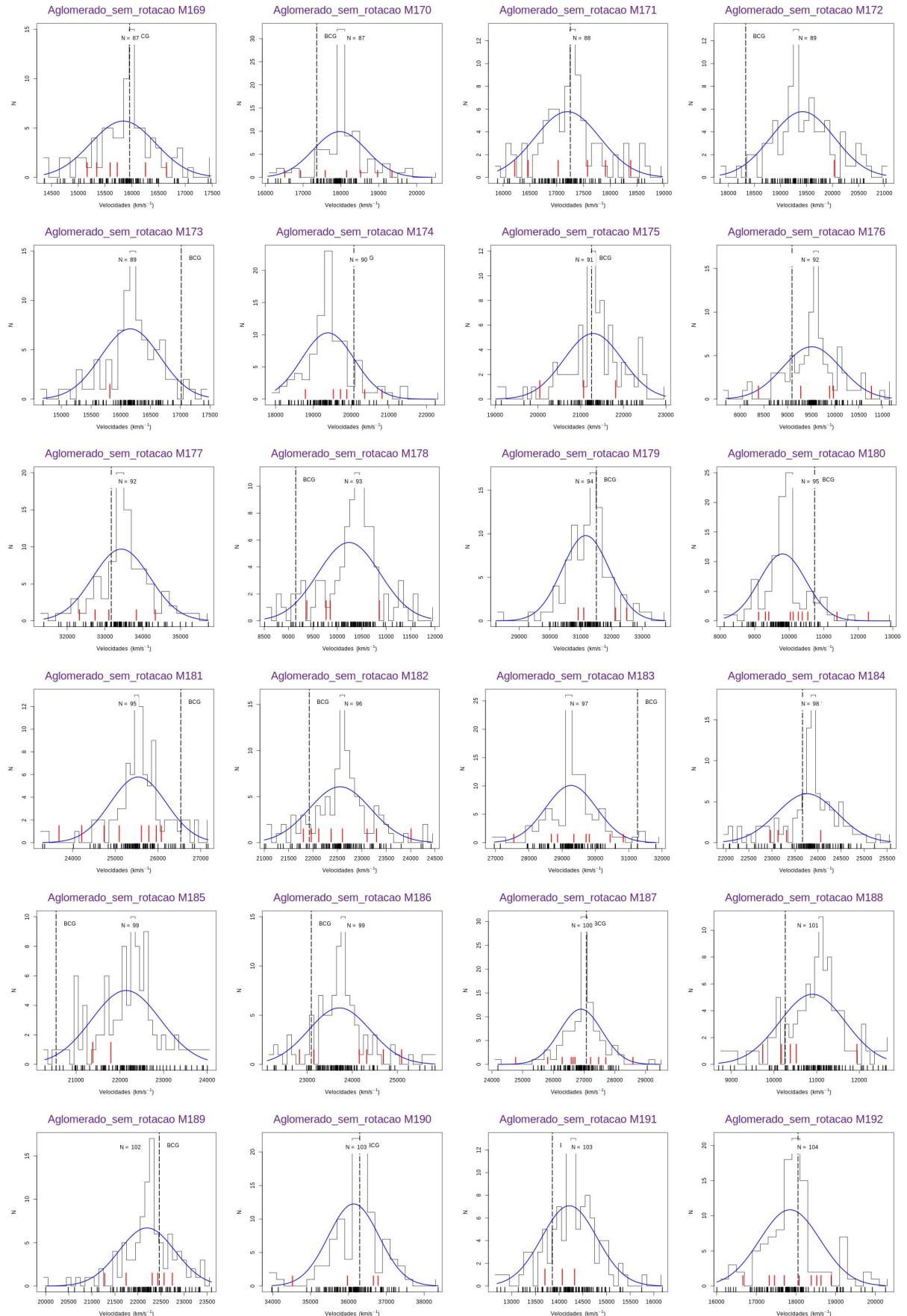


Figura 44 – Histograma Distribuição de Velocidade e Análise de Gaps para a amostra II.

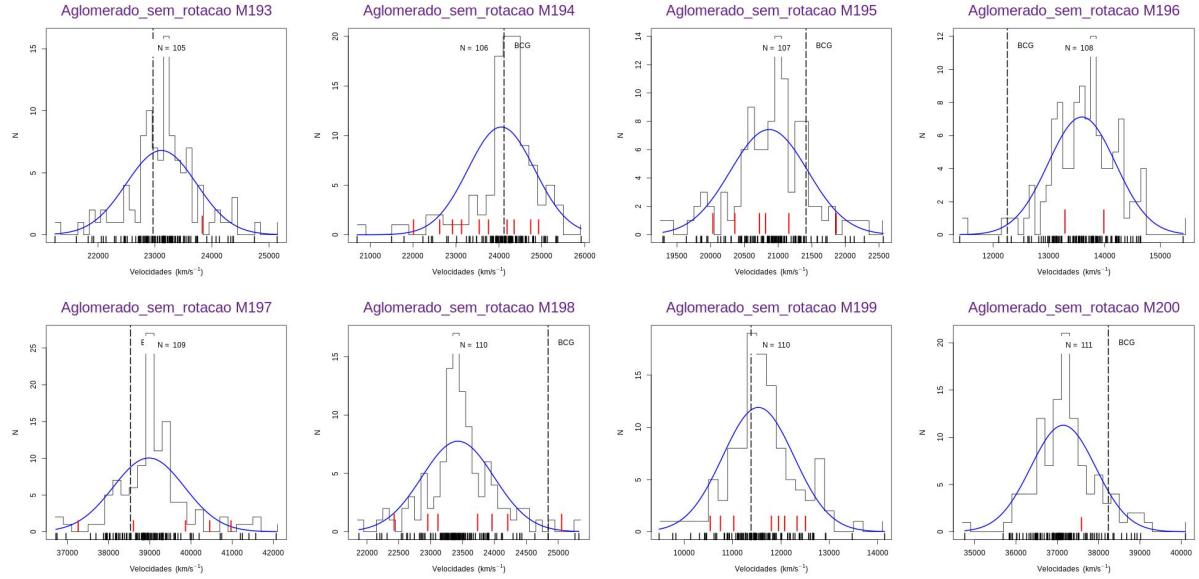


Figura 45 – Histograma Distribuição de Velocidade e Análise de Gaps para a amostra II.

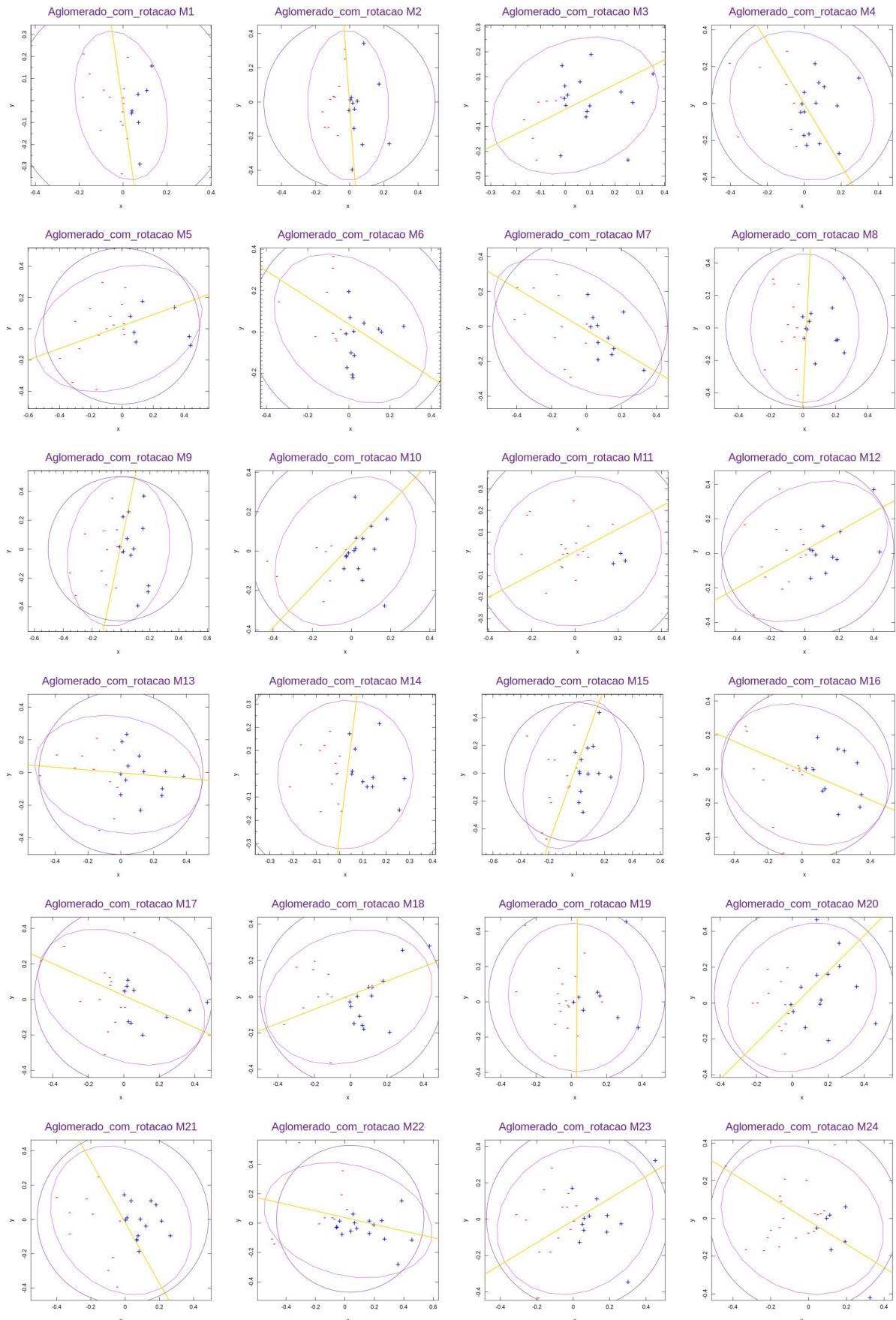


Figura 46 – Ajuste da elipse e eixo principal da distribuição projetada no plano do céu para a amostra I.

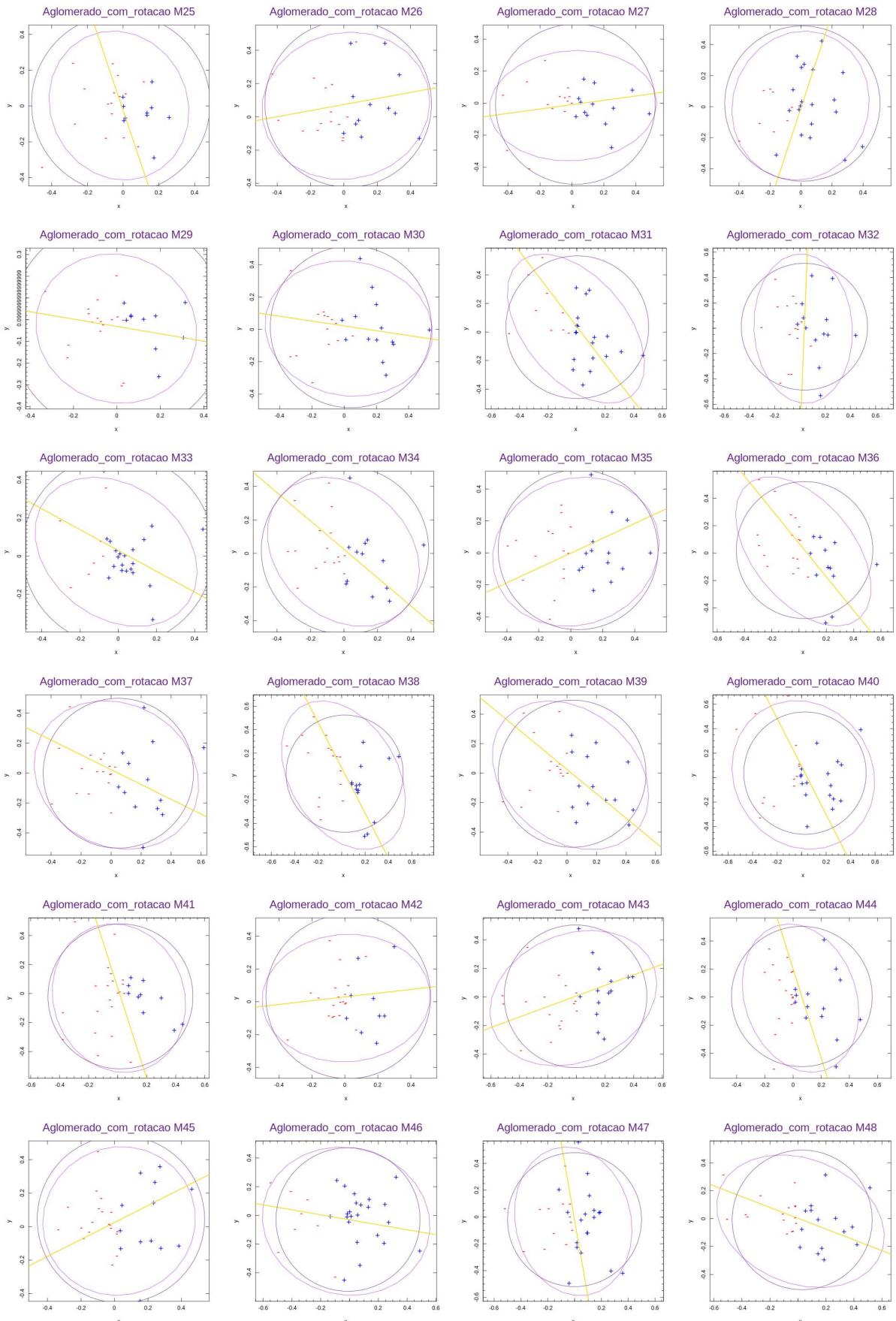


Figura 47 – Ajuste da elipse e eixo principal da distribuição projetada no plano do céu para a amostra I.

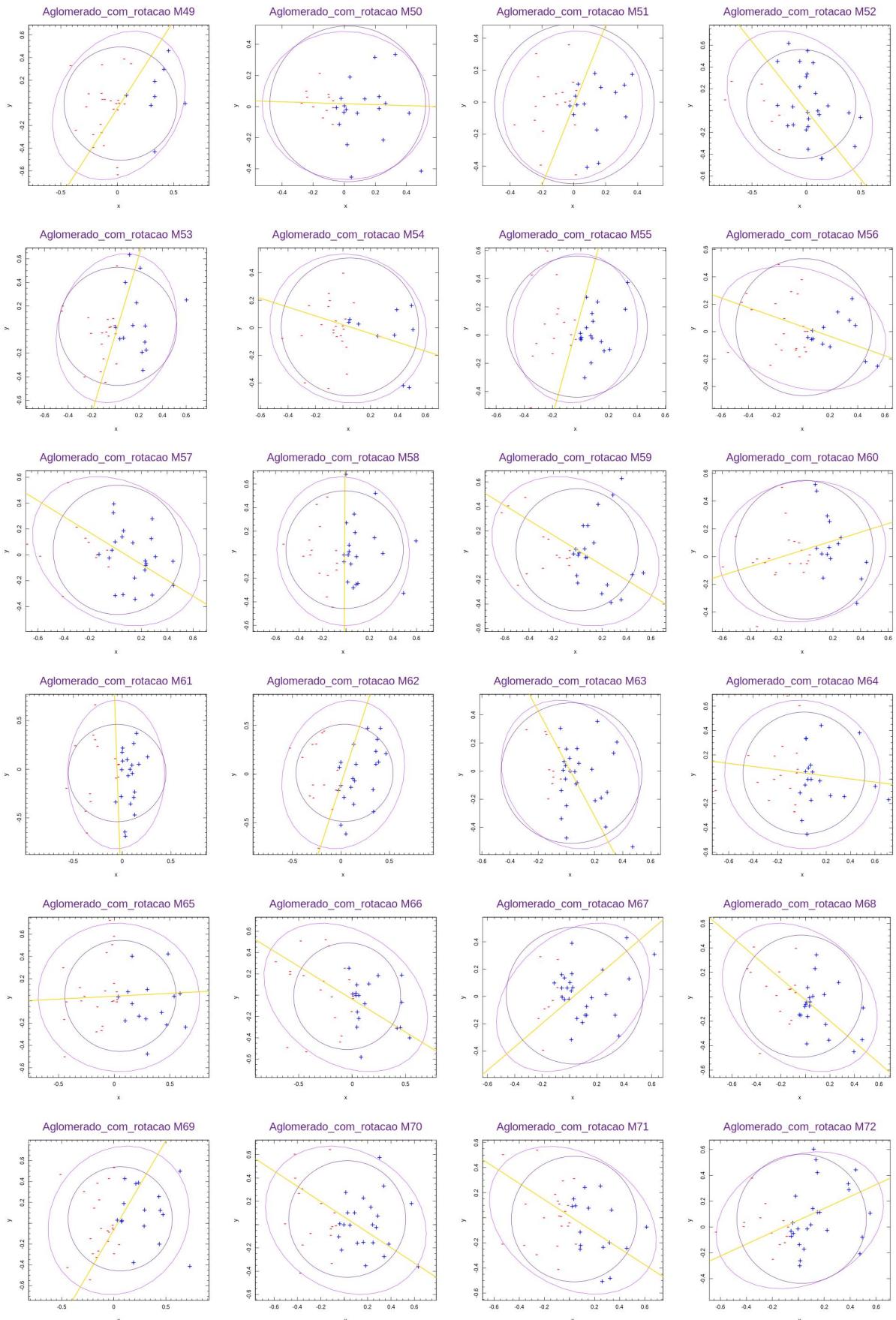


Figura 48 – Ajuste da elipse e eixo principal da distribuição projetada no plano do céu para a amostra I.

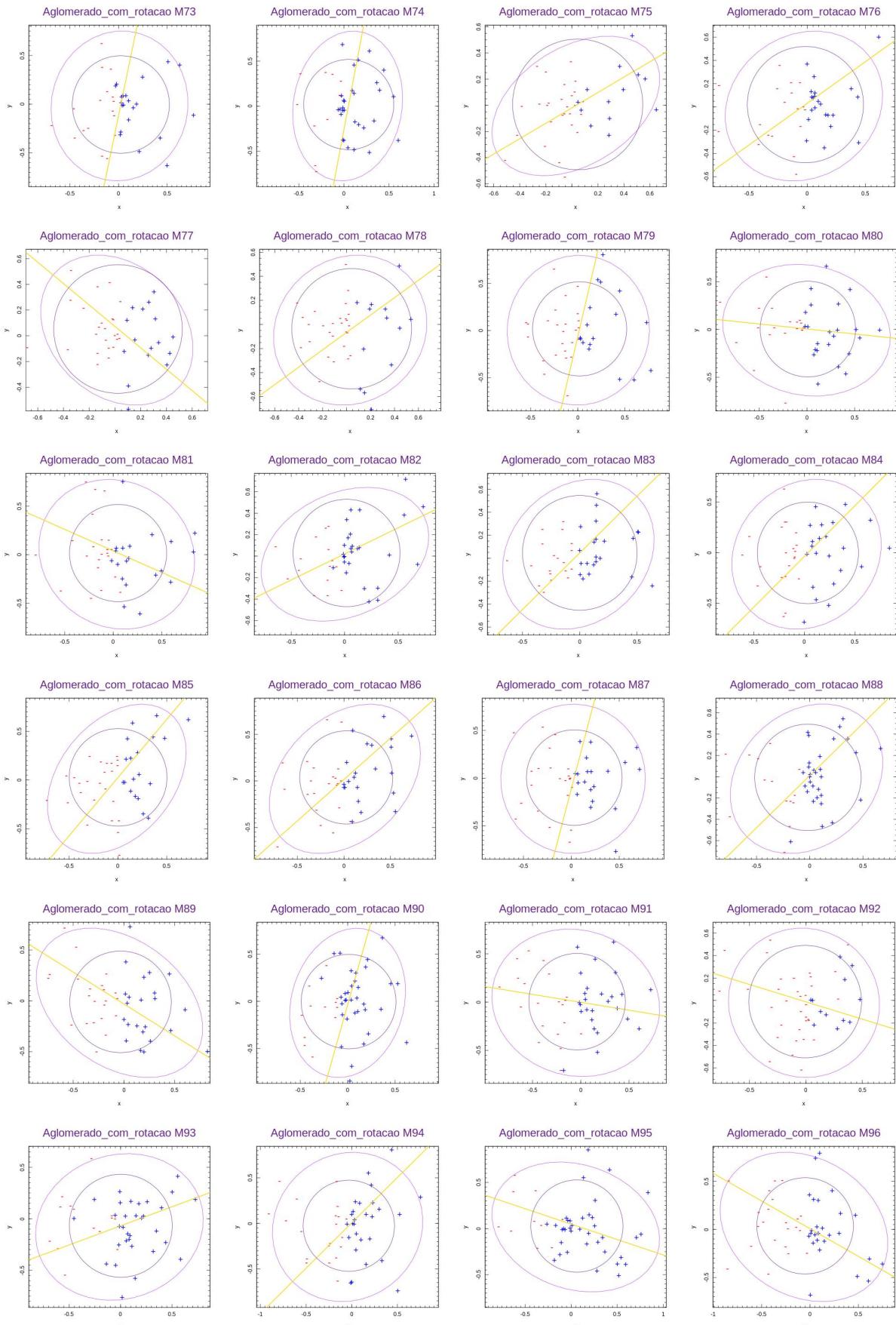


Figura 49 – Ajuste da elipse e eixo principal da distribuição projetada no plano do céu para a amostra I.

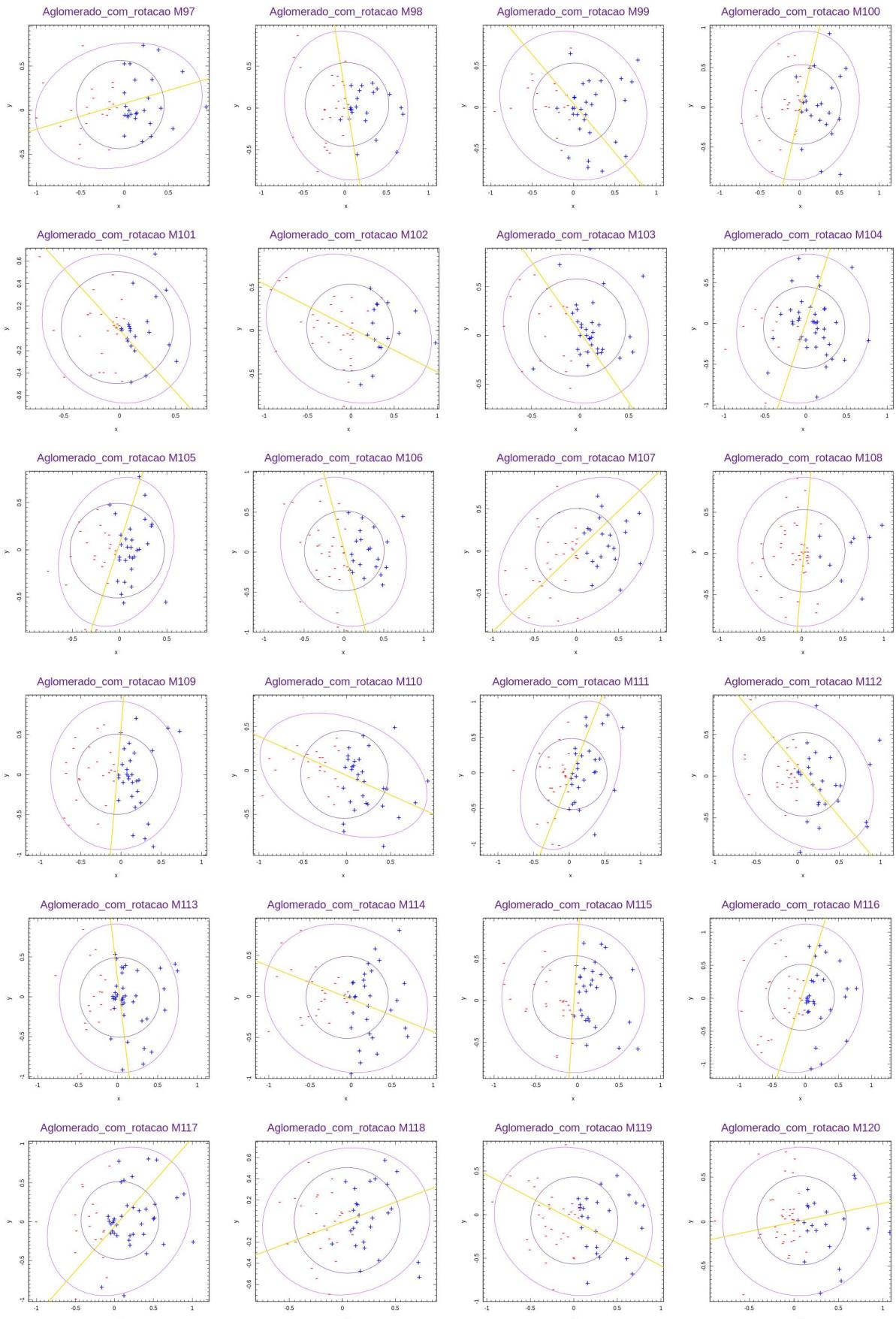


Figura 50 – Ajuste da elipse e eixo principal da distribuição projetada no plano do céu para a amostra I.

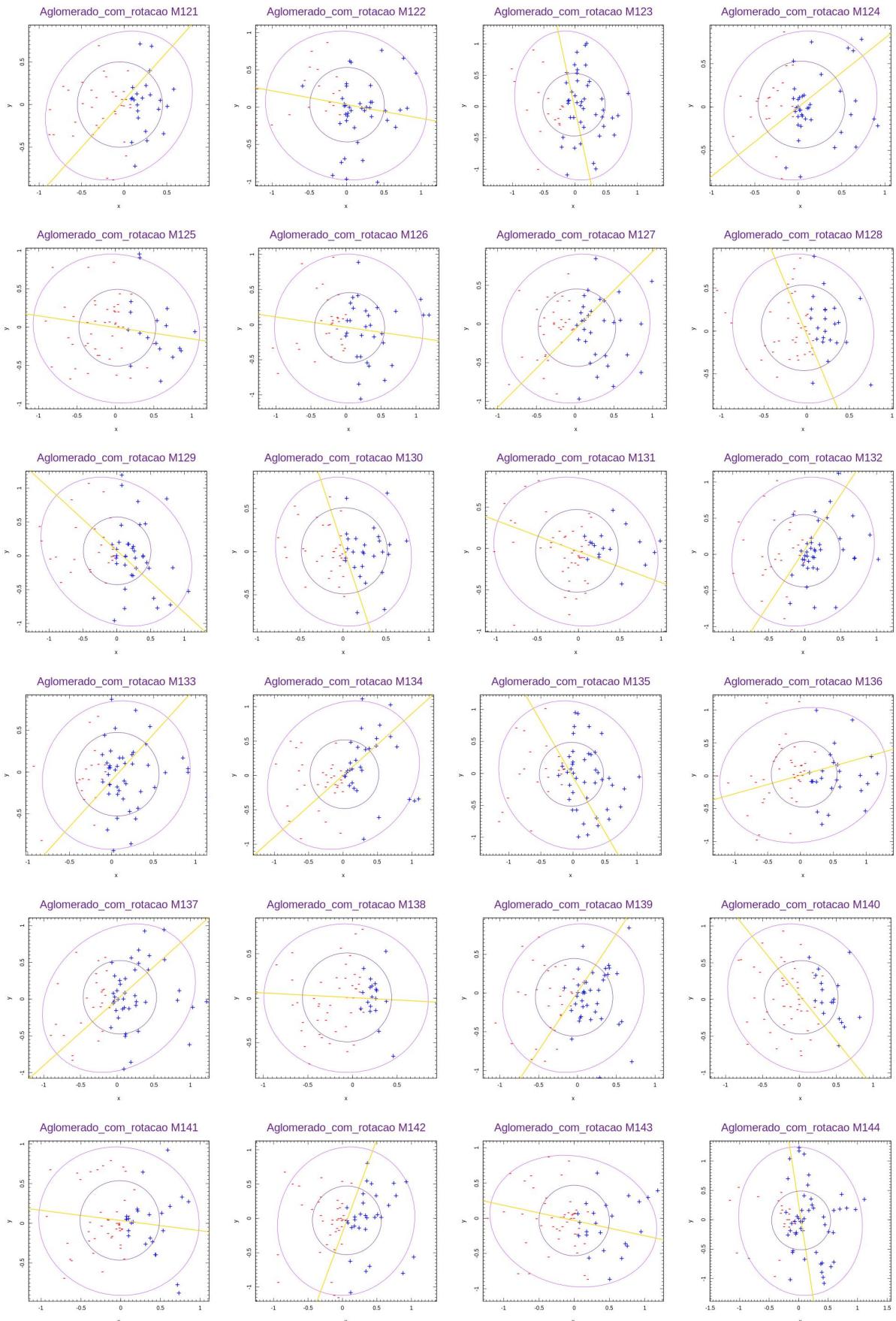


Figura 51 – Ajuste da elipse e eixo principal da distribuição projetada no plano do céu para a amostra I.

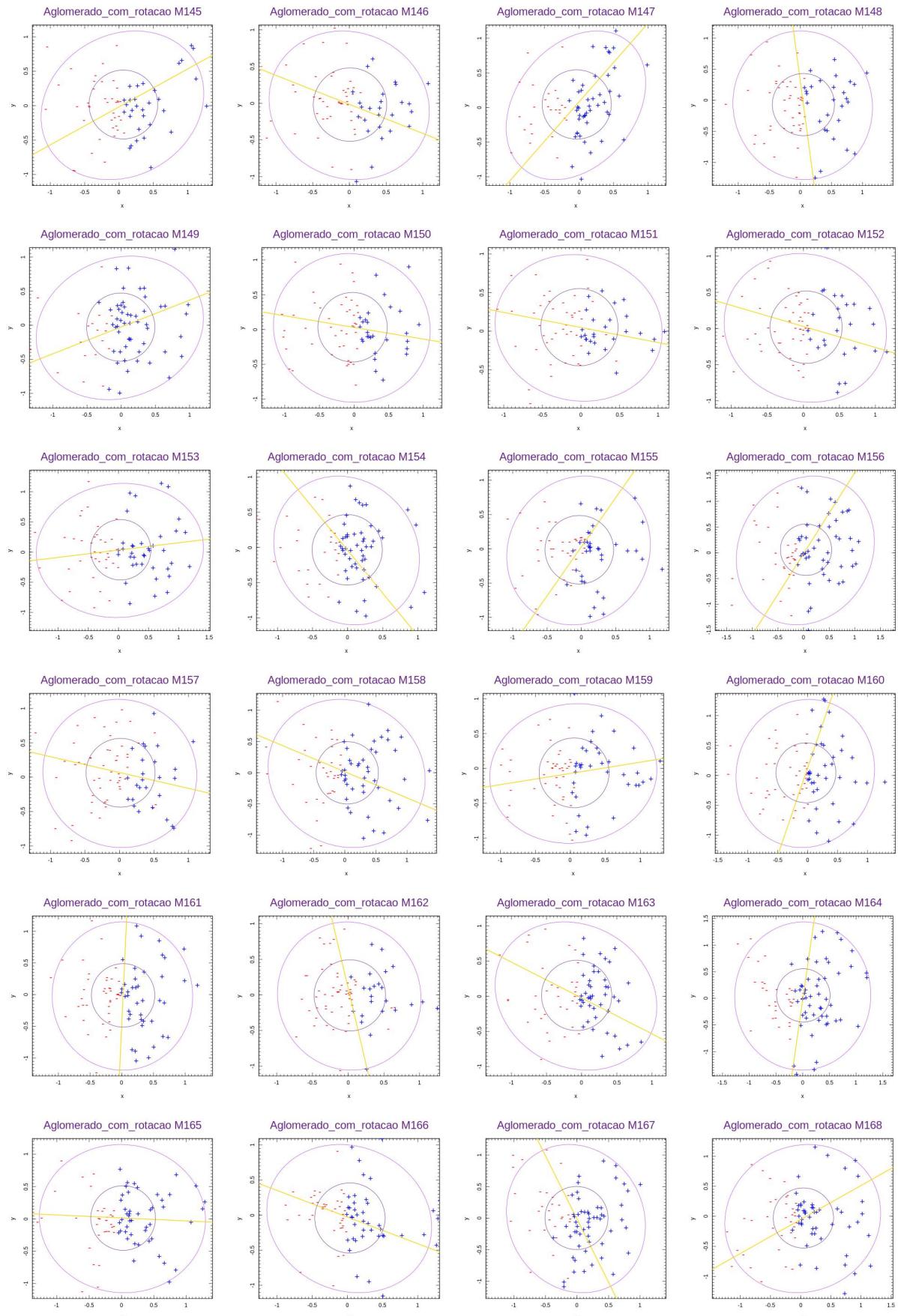


Figura 52 – Ajuste da elipse e eixo principal da distribuição projetada no plano do céu para a amostra I.

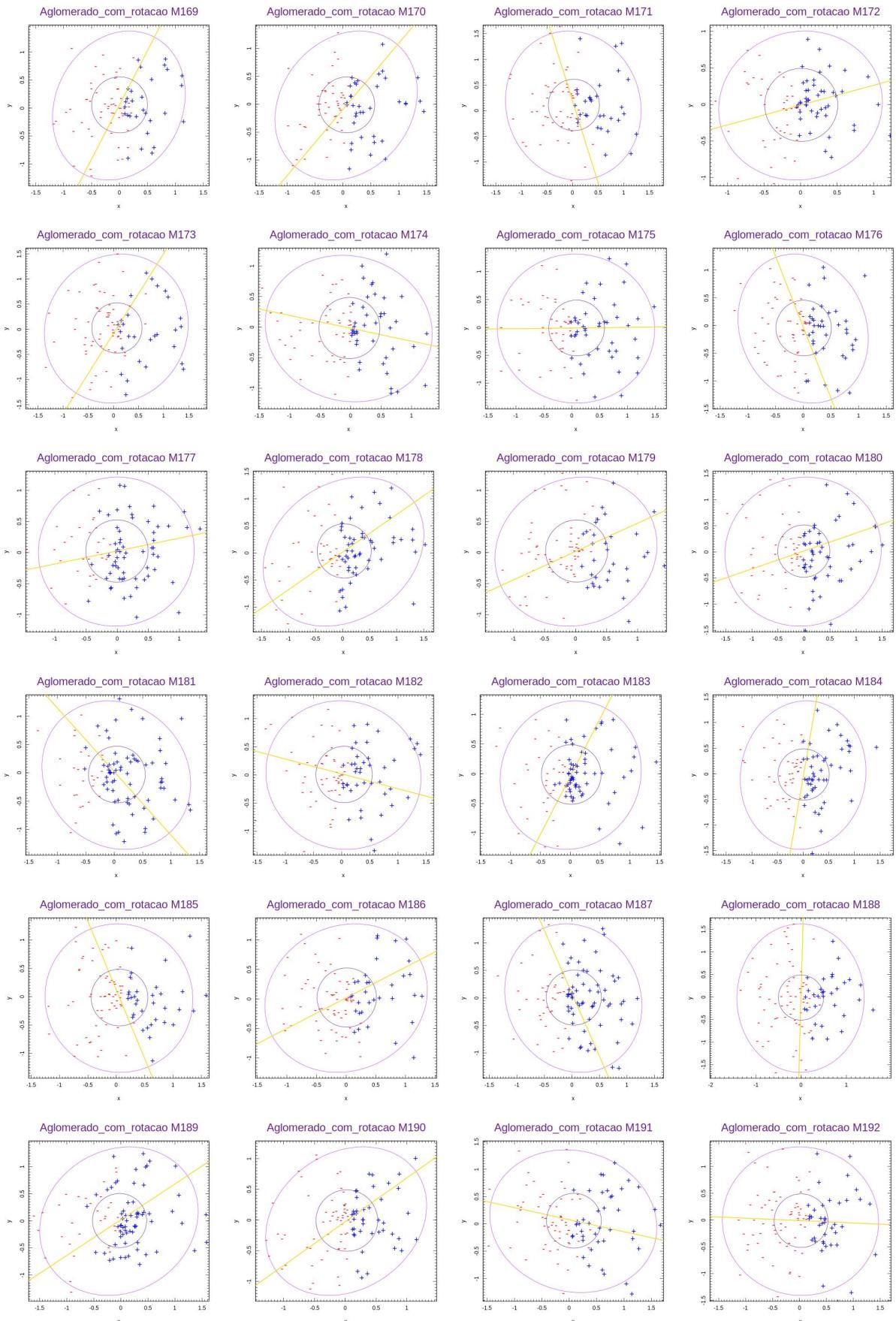


Figura 53 – Ajuste da elipse e eixo principal da distribuição projetada no plano do céu para a amostra I.

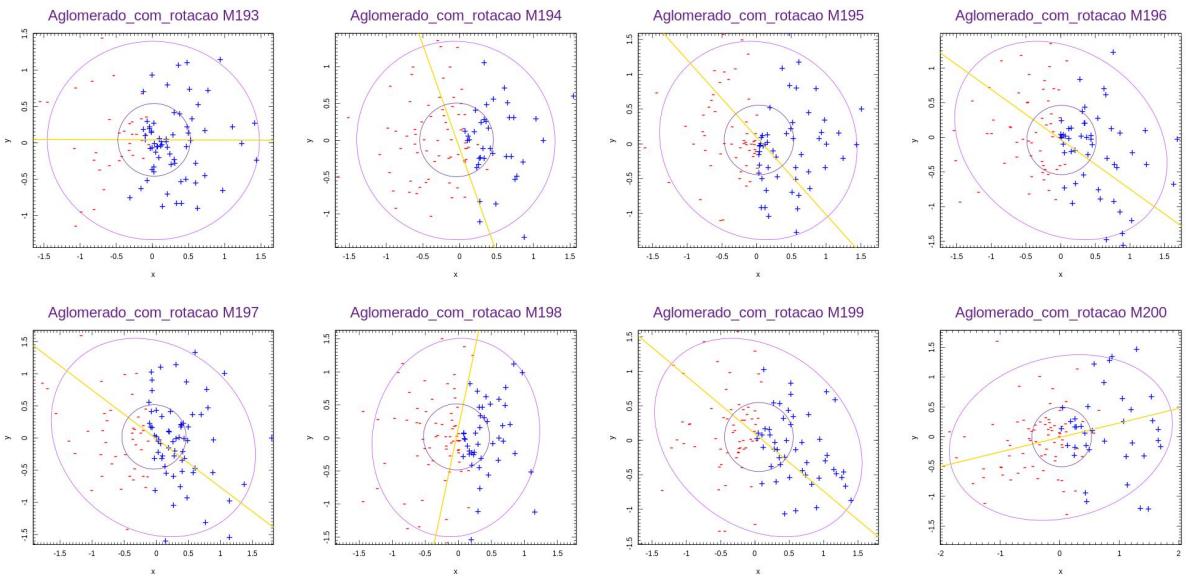


Figura 54 – Ajuste da elipse e eixo principal da distribuição projetada no plano do céu para a amostra I.

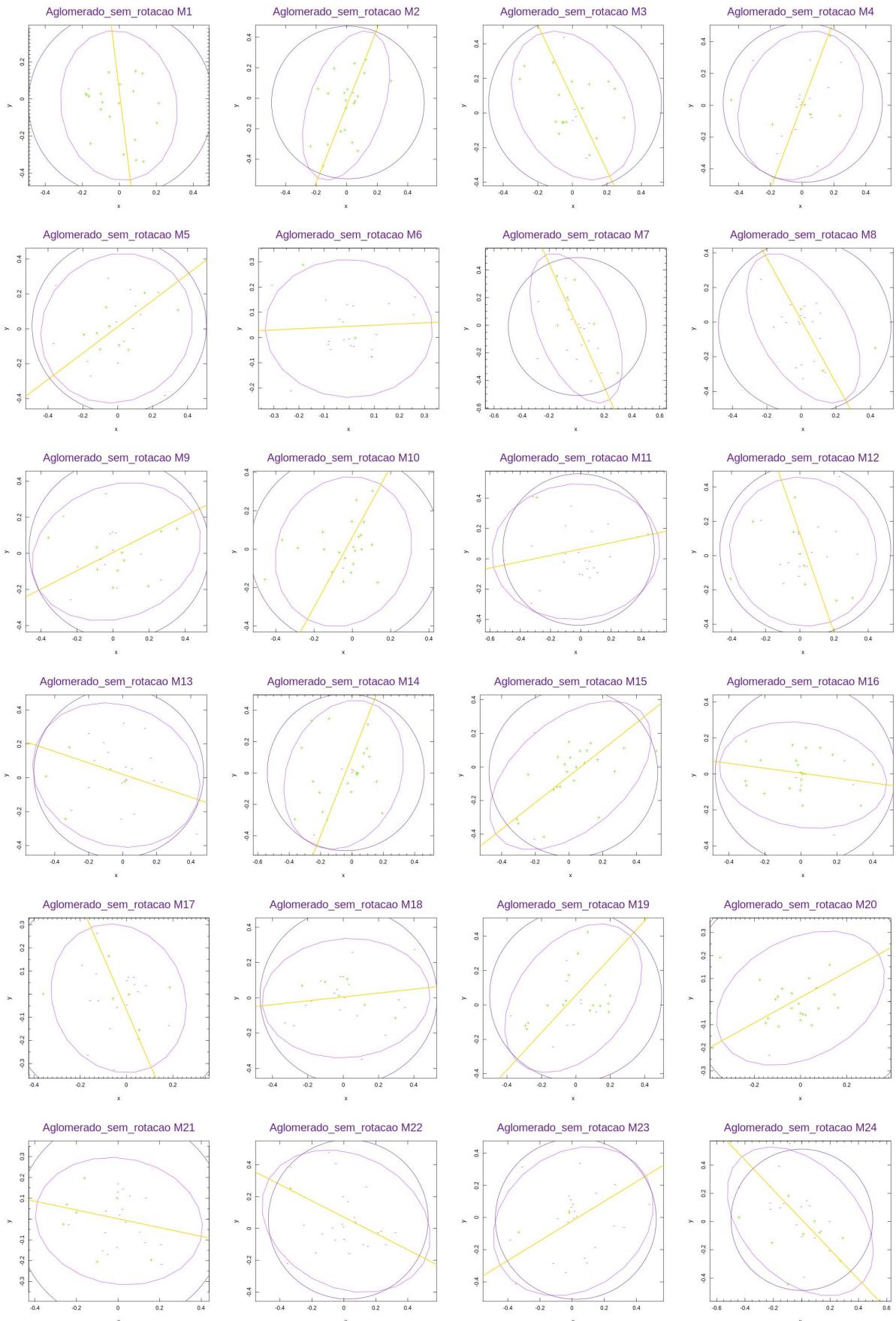


Figura 55 – Ajuste da elipse e eixo principal da distribuição projetada no plano do céu para a amostra II.

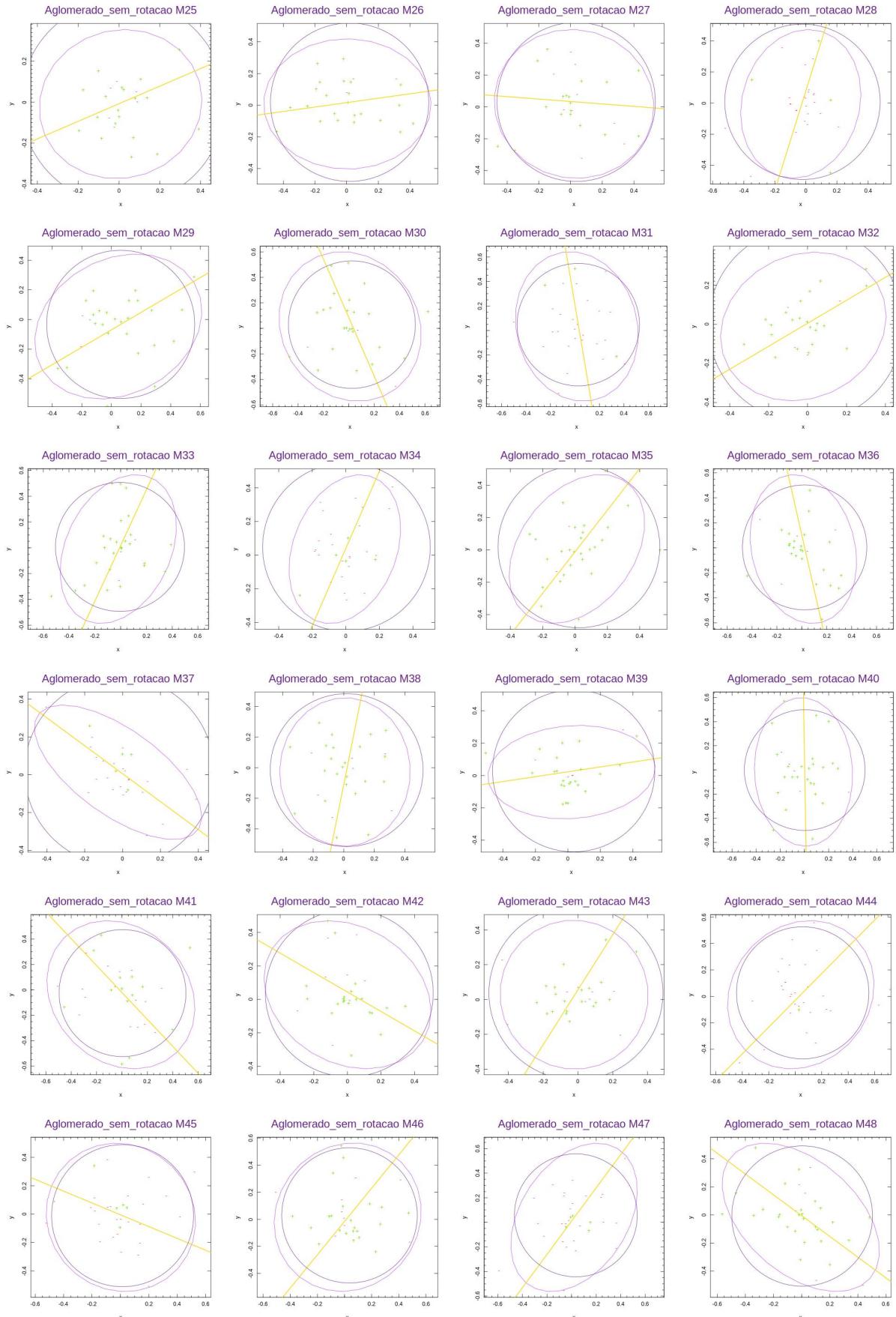


Figura 56 – Ajuste da elipse e eixo principal da distribuição projetada no plano do céu para a amostra II.

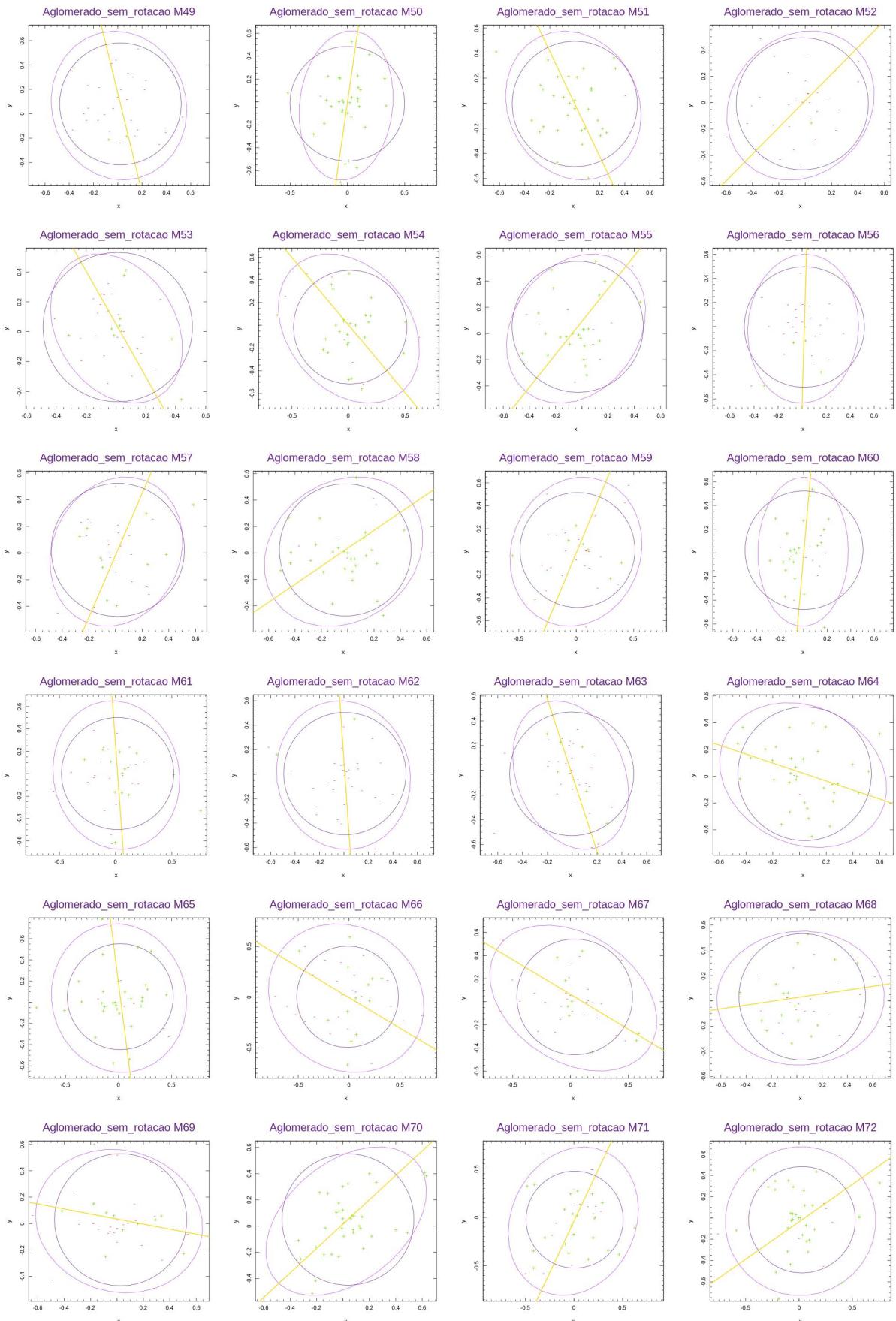


Figura 57 – Ajuste da elipse e eixo principal da distribuição projetada no plano do céu para a amostra II.

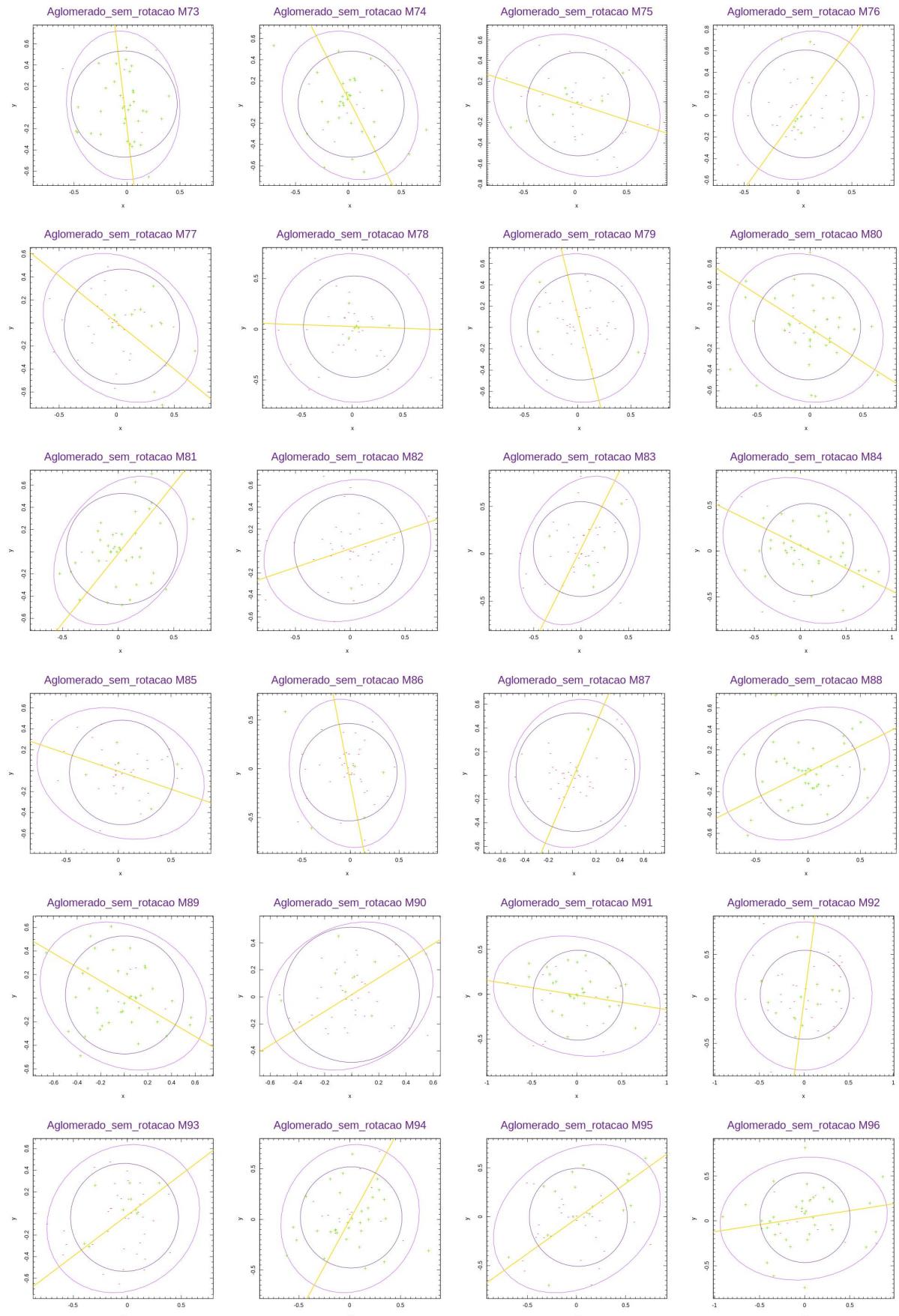


Figura 58 – Ajuste da elipse e eixo principal da distribuição projetada no plano do céu para a amostra II.

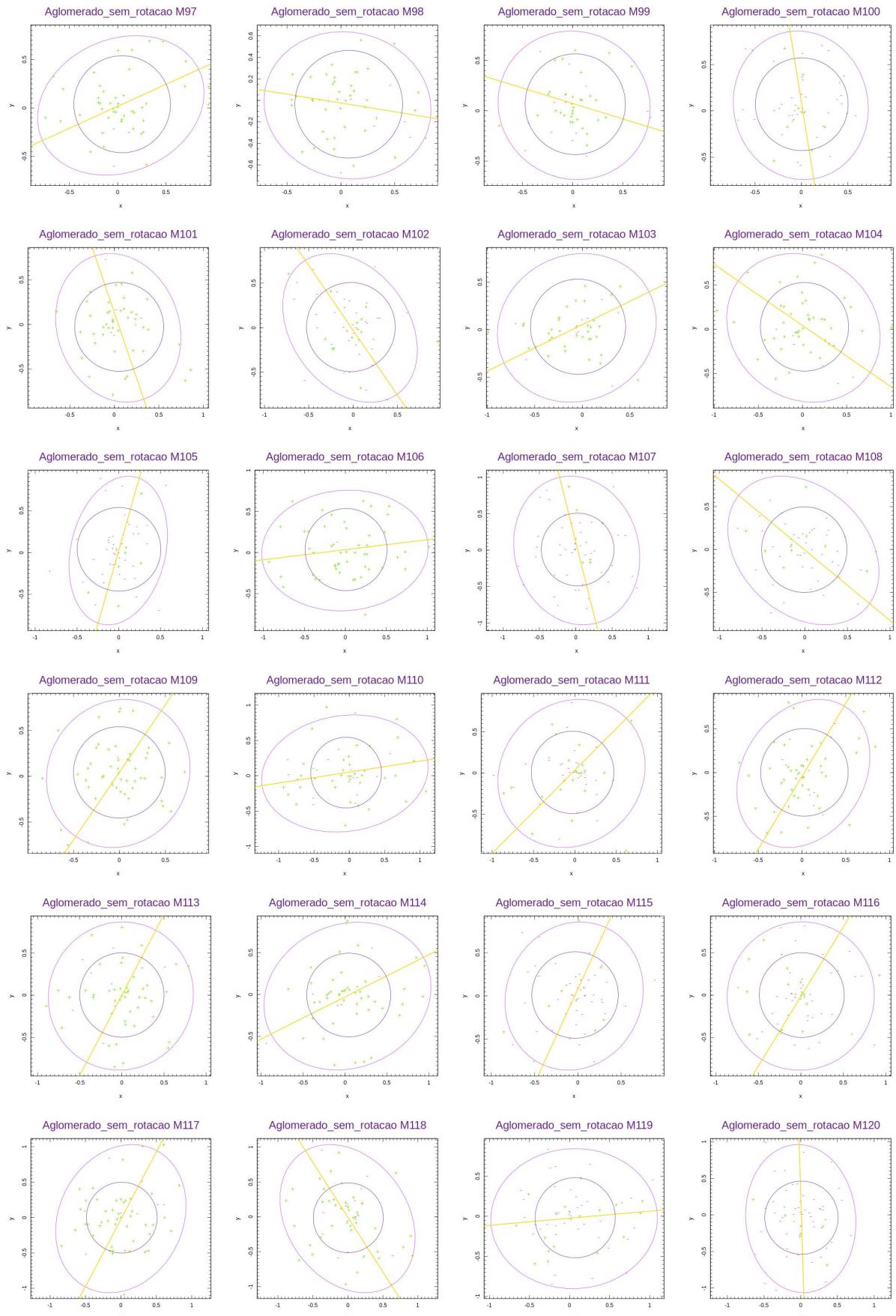


Figura 59 – Ajuste da elipse e eixo principal da distribuição projetada no plano do céu para a amostra II.

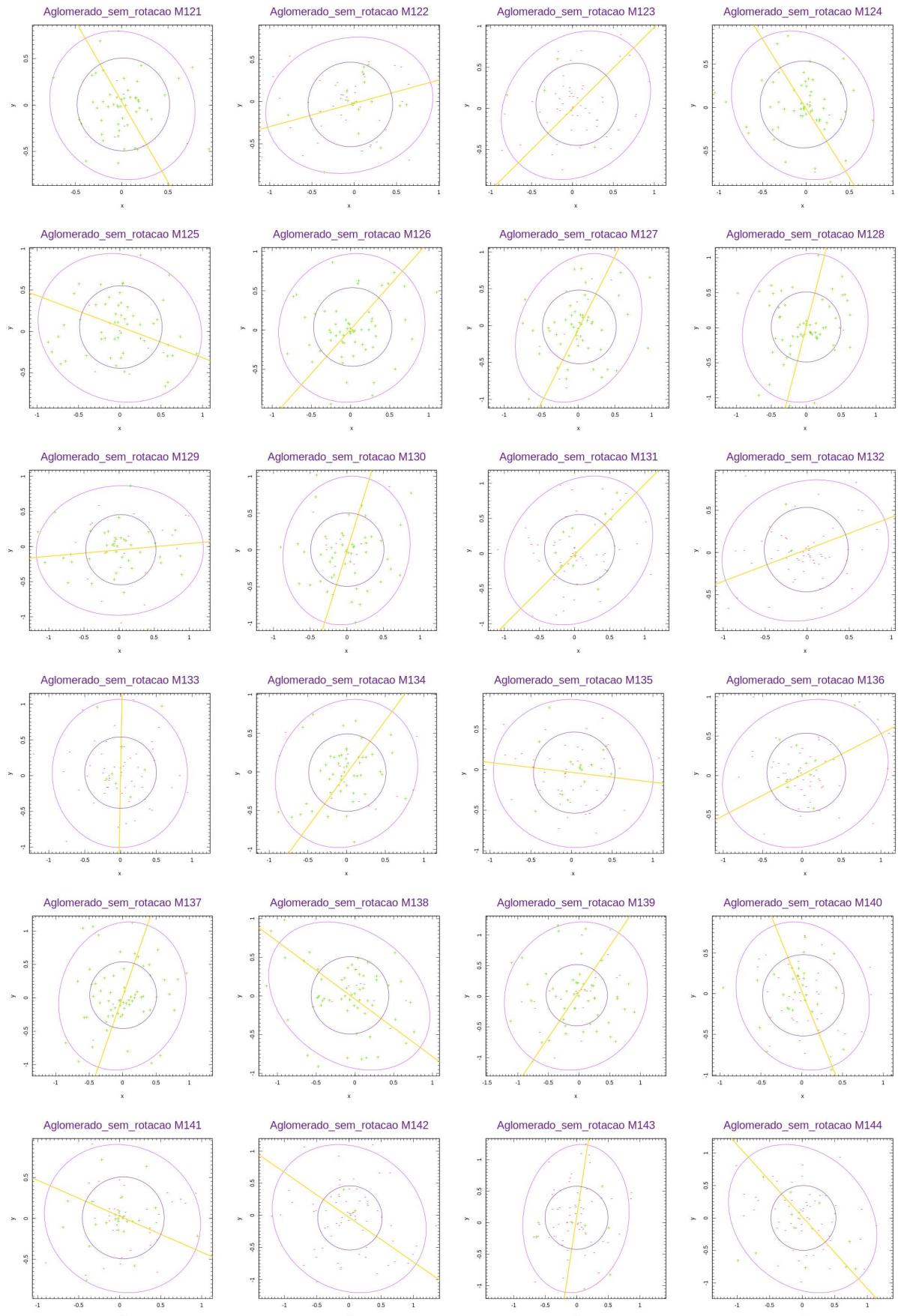


Figura 60 – Ajuste da elipse e eixo principal da distribuição projetada no plano do céu para a amostra II.

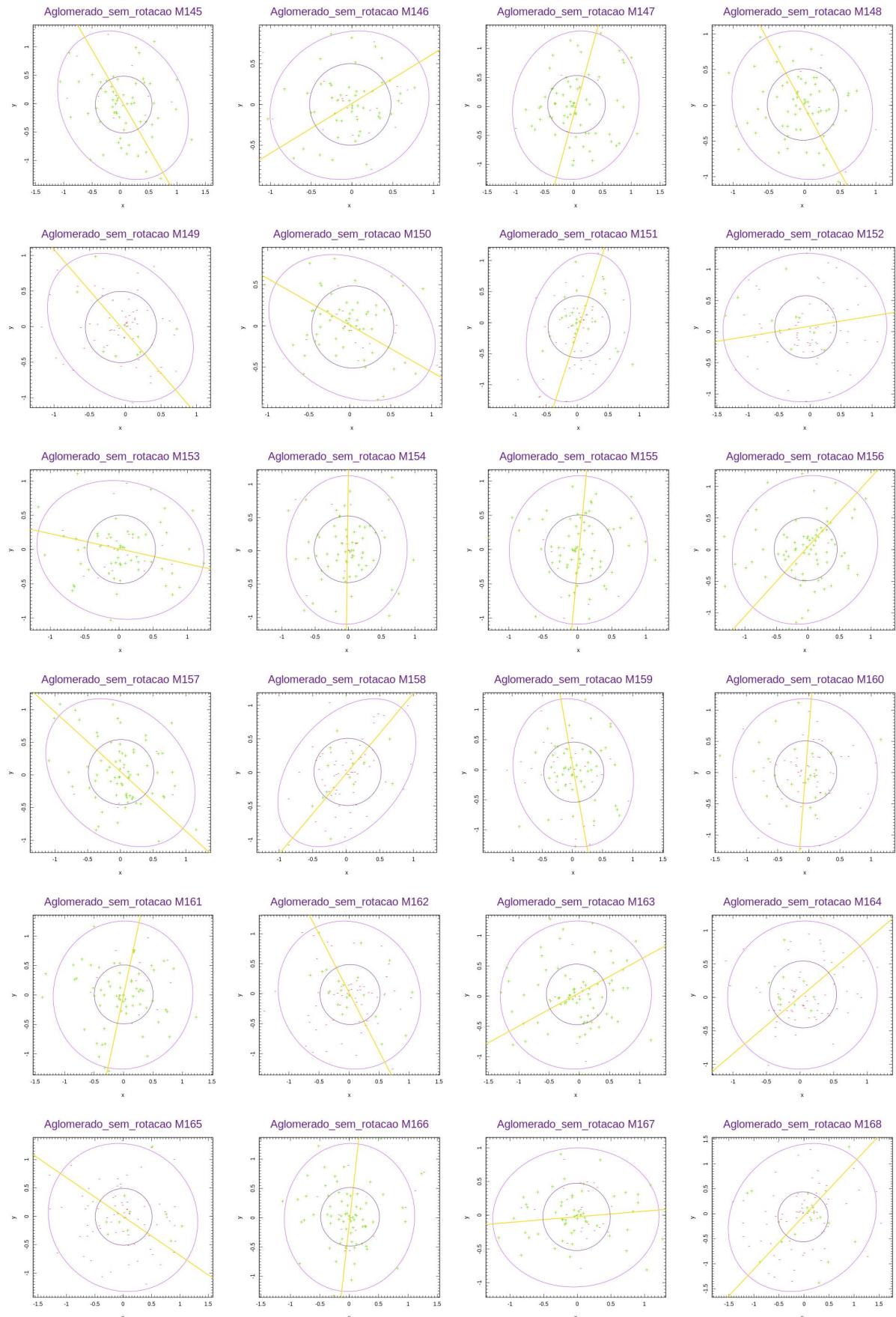


Figura 61 – Ajuste da elipse e eixo principal da distribuição projetada no plano do céu para a amostra II.

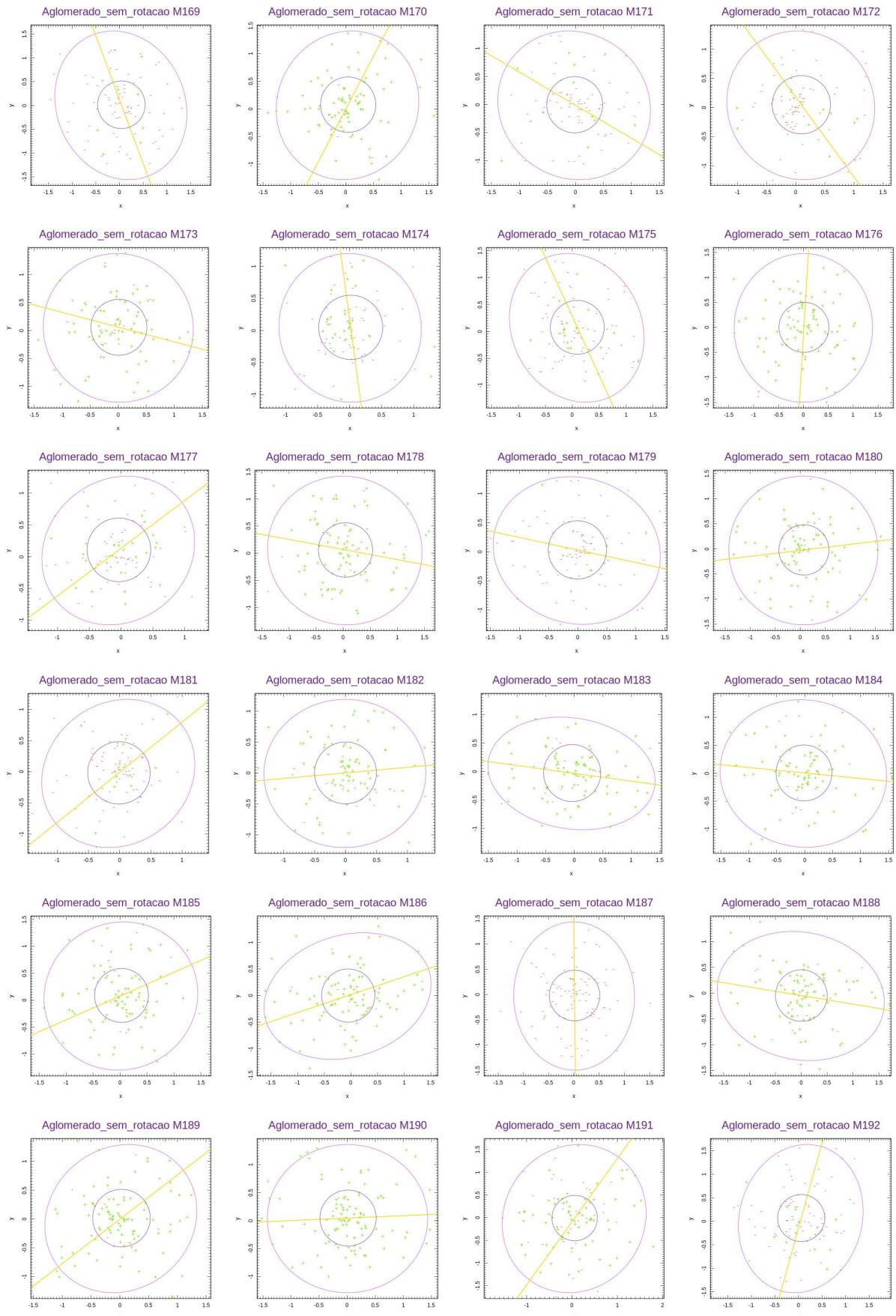


Figura 62 – Ajuste da elipse e eixo principal da distribuição projetada no plano do céu para a amostra II.

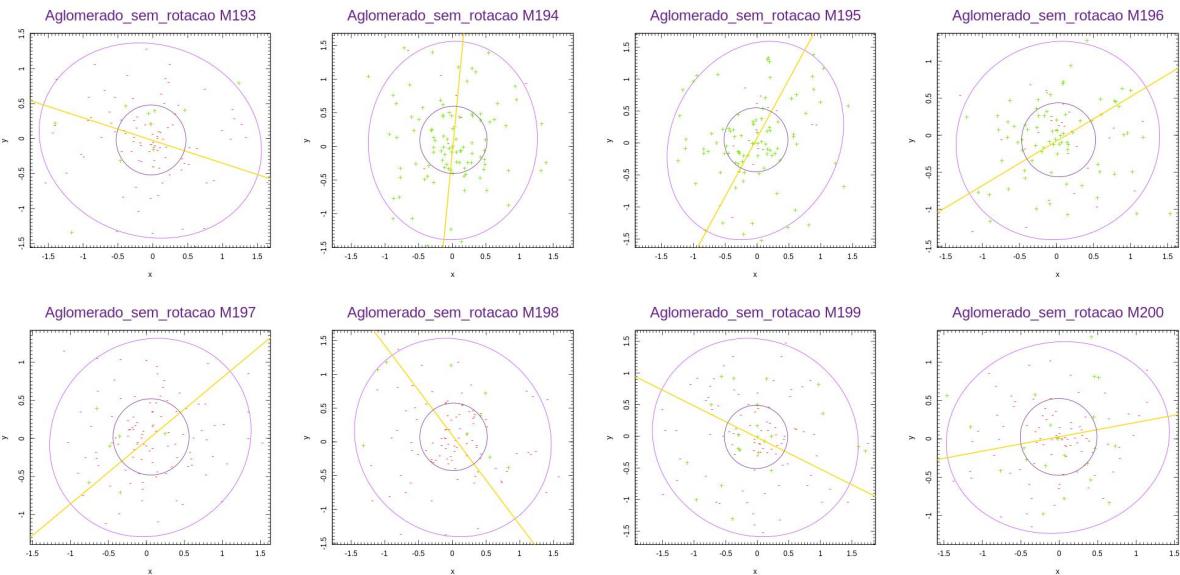


Figura 63 – Ajuste da elipse e eixo principal da distribuição projetada no plano do céu para a amostra II.

Tabela 14 – Teste Cramer e Hotelling aplicado na amostra II do catálogo III utilizando gap - sem indicação rotação.

Cluster	Cenário 1		Cenário 2		Cenário 3		Nº galáxias
	Cramer	Hotelling	Cramer	Hotelling	Cramer	Hotelling	
200	0.5964036	0.7358027	0.1338661	0.07153539	0.7092907	0.4974291	111
002	0.7822178	NA	-	-	0.6393606	NA	
004	0.6843157	0.7938505	0.1018981	0.07123809	0.6303696	0.7304262	23
008	0.1458541	0.05019626	0.2157842	3.21E-01	0.2357642	NA	23
011	0.1048951	NA	0.3836164	NA	-	-	24
016	0.1048951	0.09763397	0.2567433	NA	0.2457542	0.3811142	25
020	0.4735265	0.4642253	0.5244755	NA	0.08391608	NA	26
022	0.1488511	NA	0.1638362	NA	-	-	26
024	0.2807193	0.1578456	0.4745255	0.2891566	0.2867133	1.31E-01	27
025	0.7112887	0.9767928	0.6123876	5.80E-01	0.7272727	6.89E-01	27
026	0.4505495	0.6999341	0.1868132	0.2982538	0.07792208	NA	27
030	0.4015984	0.2947505	0.2207792	0.2297729	0.7982018	0.8631554	28
031	0.2007992	0.3835032	0.5684316	0.9155575	0.1508492	NA	28
032	0.3626374	0.3101351	0.5364635	0.5132498	0.1018981	0.1165967	28
033	0.7752248	0.7022384	-	-	0.8461538	8.08E-01	29
034	0.5874126	0.6067584	0.2037962	2.27E-01	0.8671329	0.9543834	29
036	0.7302697	0.7209215	0.5854146	9.42E-01	0.1498501	0.5330126	29
038	0.8421578	0.6850392	0.1778222	3.58E-01	0.7432567	0.841858	30
040	0.7572428	0.9765375	0.2147852	NA	0.6913087	0.532617	30
041	0.6633367	0.690304	0.8401598	7.94E-01	0.4415584	4.22E-01	31
042	0.2277722	0.3651583	0.1898102	4.31E-01	0.4685315	0.3456067	31
043	0.3016983	0.3402965	0.3866134	5.09E-01	0.2947053	0.1120584	31
044	0.7512488	NA	-	-	0.8041958	NA	31
045	0.7062937	0.9818181	0.2647353	4.69E-01	0.2687313	2.56E-01	32
046	0.6773227	0.6691391	0.5344655	0.9362561	0.4395604	0.6803409	32
048	0.2457542	0.490564	0.2597403	0.4344565	0.07492507	0.1067042	32
049	0.2067932	0.3042334	-	-	0.06793207	1.19E-01	33
050	0.4225774	NA	0.5534466	NA	-	-	33
054	0.8161838	0.9499862	0.8491508	5.95E-01	0.6123876	0.9834082	34

055	0.6913087	0.7667936	0.4725275	5.90E-01	0.2097902	0.3031661	34
056	0.05494505	0.07049526	0.05794206	0.1351758	0.3106893	0.4401539	35
058	0.1308691	0.2059732	0.05594406	0.1215173	0.1288711	0.1026264	35
062	0.06493506	0.06817502	0.1308691	NA	0.1118881	NA	36
063	0.8351648	0.7513607	0.5134865	0.5020346	0.1908092	0.2682376	37
064	0.6963037	0.8355945	-	-	0.6763237	8.14E-01	37
066	0.5344655	0.7129925	0.6543457	0.4741688	0.1068931	0.252928	38
067	0.4095904	0.4574693	0.2667333	0.7377185	0.1898102	0.28945	38
069	0.8541459	0.8115412	0.2937063	2.39E-01	0.8001998	8.54E-01	38
070	0.0969031	NA	0.09490509	NA	-	-	39
071	0.4375624	0.5660701	0.6583417	0.7142287	0.1798202	0.5112295	39
072	0.3616384	0.7657323	0.1258741	4.32E-01	0.6023976	0.8552286	39
073	0.2967033	0.2469322	0.4255744	0.4603226	0.2887113	0.2974434	40
074	0.6133866	0.8163535	0.3346653	0.577924	0.7392607	0.7539927	40
078	0.4575425	0.822838	0.5634366	0.5359704	0.3166833	0.2581801	41
081	0.4545455	0.4151558	0.7132867	0.8189598	-	-	42
082	0.4055944	NA	-	-	0.4355644	NA	43
083	0.3996004	0.3613649	0.6433566	NA	0.5114885	0.4451453	43
085	0.8941059	0.763514	0.8471528	0.82538	0.7332667	0.9674982	44
086	0.3436563	0.6571947	0.5384615	5.74E-01	0.1088911	0.1631016	44
088	0.2127872	0.331013	0.2267732	NA	0.4885115	8.06E-01	45
089	0.4785215	0.4986756	0.7182817	0.9416855	0.7392607	NA	45
090	0.4835165	0.6424214	0.9260739	6.10E-01	0.1258741	9.73E-01	46
092	0.6943057	0.7993178	0.6943057	0.5619936	0.3936064	0.4978302	46
093	0.4925075	0.4793764	0.7532468	0.5022691	0.3886114	0.2059282	47
094	0.3036963	0.3112214	0.1128871	0.1136326	0.4695305	4.20E-01	47
096	0.6613387	0.7297383	0.8281718	0.9977877	0.3786214	0.2616077	48
097	0.08191808	0.05766432	-	-	0.1698302	0.158072	48
100	0.7442557	0.681642	0.3866134	2.97E-01	0.6903097	5.97E-01	49
101	0.5364635	0.4380752	0.4265734	4.18E-01	0.4705295	6.43E-01	50
105	0.6193806	0.5252446	0.5444555	0.5641079	0.8061938	7.46E-01	51
106	0.7402597	0.9660664	0.8151848	NA	0.5944056	NA	52
108	0.7172827	0.6489582	0.2467532	6.02E-02	0.2097902	0.3603596	53
109	0.9290709	0.9844836	0.7582418	NA	0.4965035	NA	53
110	0.4275724	0.3687743	0.1538462	2.16E-01	0.7442557	0.9506957	54
111	0.7412587	0.9387834	0.3156843	0.6693255	0.7592408	0.8391512	54
112	0.7182817	0.795175	0.6223776	0.8772088	0.7222777	0.8365826	54
113	0.2077922	0.2352763	0.9070929	9.70E-01	0.2647353	5.74E-01	55
116	0.1938062	0.144636	0.2957043	2.30E-01	0.7032967	0.7488636	56
118	0.7782218	0.6403886	0.2487512	3.65E-01	0.1828172	0.1968149	57
119	0.4935065	0.5665553	0.3846154	4.17E-01	0.5044955	0.8094837	58
120	0.4845155	0.6285087	0.2587413	4.19E-01	0.6593407	0.9774007	58
121	0.5984016	0.6095131	0.4125874	0.9049829	0.1138861	2.25E-01	59
122	0.2727273	0.3718719	0.3796204	0.5204773	0.2347652	0.373182	59
124	0.3676324	0.3398544	0.5054945	5.53E-01	0.1018981	NA	60
125	0.2877123	0.254408	0.3196803	NA	0.2697303	0.4268113	61
126	0.6663337	0.6213889	-	-	0.6193806	0.5452351	61
127	0.4825175	0.7028529	0.3466533	5.62E-01	0.2547453	0.3400394	62
128	0.3496503	NA	-	-	0.4305694	NA	62
130	0.4855145	0.5749569	0.6803197	9.14E-01	0.5064935	0.4111191	63
131	0.8951049	0.8414167	0.6283716	4.98E-01	0.7882118	0.988734	64
132	0.3926074	0.3545742	0.9060939	9.54E-01	-	-	64
133	0.8831169	0.8292769	0.5724276	4.86E-01	0.4865135	0.4245858	65
134	0.1598402	0.2917957	0.3826174	2.30E-01	0.1778222	0.1819368	65
136	0.6623377	0.520292	0.6013986	6.00E-01	0.8251748	0.601133	66
137	0.2947053	0.3027814	0.4125874	4.40E-01	-	-	67
138	0.1988012	0.2212606	0.4795205	6.41E-01	0.6563437	0.4398883	67

139	0.5134865	0.869461	0.3986014	7.72E-01	0.1648352	0.2235055	68
140	0.2657343	0.2962245	0.06993007	6.20E-02	0.8041958	0.7374509	68
141	0.4355644	0.586881	0.8391608	6.79E-01	0.1798202	0.340584	69
142	0.6803197	0.6767604	0.8691309	7.74E-01	-	-	70
143	0.2467532	0.1929114	0.3526474	3.00E-01	0.2287712	0.2384746	70
144	0.2587413	0.1549816	0.3256743	3.87E-01	0.6133866	0.7316541	71
145	0.2387612	0.1849796	0.6963037	6.90E-01	0.2487512	0.2727173	71
146	0.8381618	0.8277132	0.5604396	6.68E-01	0.3876124	0.3139615	72
147	0.6883117	0.4742918	0.2967033	3.90E-01	0.4115884	NA	72
149	0.6283716	0.9548643	0.6713287	9.64E-01	0.5894106	0.7336452	74
150	0.1878122	0.2299669	0.1928072	1.49E-01	0.1358641	0.1137399	74
151	0.2327672	0.3025134	0.3706294	3.29E-01	0.1758242	0.07504331	75
153	0.5364635	0.3573815	0.5624376	5.69E-01	0.7952048	0.4885489	76
154	0.5224775	0.5531792	0.8011988	6.99E-01	0.2057942	0.2335556	77
156	0.4515485	0.37706	0.2147852	NA	0.7172827	NA	78
157	0.5374625	0.4851072	0.4725275	5.24E-01	0.4565435	0.3472567	79
158	0.992008	0.9746776	0.5444555	4.28E-01	0.8761239	0.8666871	79
159	0.1588412	0.1018143	0.2387612	0.2172219	0.1578422	0.0837924	80
160	0.3696304	0.2701966	0.1628372	0.1239153	0.2547453	0.5160874	80
161	0.4335664	0.329648	0.9000999	0.7591142	0.3426573	0.3367135	81
163	0.5244755	0.7457686	0.4625375	0.493111	0.2547453	0.2462483	82
164	0.4055944	0.7391956	0.4725275	0.8465005	0.5974026	0.5225801	83
165	0.3196803	0.2002964	0.2357642	0.1965954	0.3446553	0.5459479	84
166	0.2717283	0.1013921	0.958042	0.6630872	0.3966034	0.2851029	84
167	0.5224775	0.9914484	0.5654346	0.5986561	0.1048951	0.3310652	85
168	0.8761239	0.8334684	0.6143856	0.9483062	0.5814186	0.9663737	86
169	0.959041	0.9078225	0.9060939	0.8832501	0.8091908	0.8991731	87
170	0.3716284	0.2645146	0.7742258	0.5246633	0.2427572	0.3070747	87
171	0.7572428	0.8585594	0.2487512	0.6825932	0.7252747	0.8345581	88
172	0.1378621	0.3389358	0.06293706	0.1935488	0.6233766	0.8873292	89
173	0.8771229	0.7787538	0.995005	0.98211	0.5794206	0.6205955	89
174	0.2777223	0.4757454	0.2887113	0.623739	0.05994006	0.1145013	90
175	0.5524476	0.7625398	0.9410589	0.8513461	0.2727273	0.3865842	91
176	0.4275724	0.3164628	0.2937063	0.2511959	0.5974026	0.6822097	92
177	0.8241758	0.7074444	0.7442557	0.8467946	0.7052947	0.9108532	92
178	0.7672328	0.9360064	0.4315684	0.5610111	0.07392607	0.0533156	93
179	0.3786214	0.3794149	0.4505495	0.7174877	0.3476523	0.2742298	94
180	0.9410589	0.8979024	0.8001998	0.9526554	0.8441558	0.5897772	95
181	0.6803197	0.5041501	0.6543457	0.5709025	0.7992008	0.6801714	95
183	0.1108891	0.3062273	0.3826174	0.5811679	0.1498501	0.3150324	97
184	0.6173826	0.5895936	0.5204795	0.4570624	0.5444555	0.7380759	98
185	0.9020979	0.9182036	0.8631369	0.7982281	0.5454545	0.399064	99
186	0.9120879	0.7598938	0.5154845	0.5913635	0.5514486	0.4860275	99
187	0.8431568	0.6754103	-	-	0.969031	0.9694233	100
188	0.963037	0.9167766	0.8811189	0.8149625	0.8211788	0.8781799	101
189	0.9370629	0.6911797	0.8511489	0.6124953	0.7892108	0.9072653	102
190	0.8551449	0.9406226	0.5684316	0.6675334	0.964036	NA	103
191	0.3426573	0.3805958	0.07992008	0.2159686	0.4525475	0.3626127	103
192	0.3016983	0.4065174	0.6343656	0.7982287	0.1098901	0.0812857	104
193	0.4885115	0.5987625	0.6463536	0.7854831	0.1578422	0.1172697	105
194	0.05194805	0.05646952	0.1588412	0.1840023	0.1488511	0.2598809	106
195	0.4015984	0.8243796	0.08991009	0.08118501	0.8781219	0.7916262	107
196	0.6703297	0.7257392	0.3526474	0.7809823	0.6493506	0.4718188	108
199	0.9260739	0.9060057	0.5244755	0.5173995	0.5914086	0.6593095	110

Tabela 15 – Teste Cramer e Hotelling aplicado na amostra II do catálogo III utilizando mediana - sem indicação rotação.

Cluster	Cenário 1		Cenário 2		Cenário 3		Nº galáxias
	Cramer	Hotelling	Cramer	Hotelling	Cramer	Hotelling	
001	0.1798202	0.1926395	0.09190809	NA	0.4855145	NA	22
005	0.6813187	0.974675	0.3836164	0.4239655	0.5804196	0.6394542	23
006	0.3796204	0.2697156	0.1638362	NA	0.6553447	NA	23
007	0.1678322	0.1865029	0.2557443	0.1220348	0.6303696	NA	23
009	0.6103896	0.5987963	0.3006993	0.495491	0.4685315	0.4718867	24
010	0.6893107	NA	-	-	0.4765235	NA	24
012	0.4105894	0.4654985	0.1618382	0.4472253	0.6763237	0.7361151	24
014	0.4585415	0.7826982	0.4985015	0.3483151	0.1858142	0.2517147	25
017	0.3811142	0.9801644	0.5554446	0.926011	0.6473526	0.99394	25
018	0.9120879	0.9029442	0.3846154	0.4653077	0.3196803	0.5234822	25
023	0.4635365	0.424509	0.2757243	0.3784219	-	-	26
027	0.7182817	0.7264721	0.4835165	0.7811923	0.3366633	0.4322292	27
035	0.8301698	0.7511528	0.8091908	0.8270189	-	-	29
037	0.5124875	0.3231416	0.5904096	0.448675	0.8171828	0.6327968	30
047	0.3416583	0.8134423	0.2877123	0.1540928	0.5644356	0.9801395	32
051	0.1408591	NA	0.2277722	NA	-	-	33
052	0.7302697	NA	-	-	0.8781219	NA	33
053	0.4235764	0.3447581	0.4295704	0.3132929	0.7302697	0.9725978	34
057	0.3746254	0.4784978	0.4915085	0.7557529	0.1888112	0.2218227	35
059	0.6803197	0.9147675	0.5694306	0.7955171	0.6973027	0.8804987	35
060	0.1128871	0.06176115	0.5674326	0.5780196	0.1938062	0.8075297	36
061	0.3306693	0.1387564	0.2617383	0.2740208	0.8371628	0.5782358	36
065	0.5084915	0.421375	0.2987013	0.5282827	0.2797203	0.3101782	37
068	0.4655345	0.6406612	0.7592408	0.7866571	0.1188811	0.06571244	38
079	0.3676324	0.8527383	0.1678322	NA	0.1598402	0.109867	42
080	0.1688312	0.7544086	0.4135864	0.3614202	0.1818182	0.4292816	42
102	0.8371628	0.9473536	0.6483516	0.6158217	0.7942058	0.9513989	50
103	0.4115884	0.3947503	0.3636364	0.7052043	0.1488511	0.5716642	51
107	0.2077922	0.2272114	0.3266733	0.300718	-	-	52
115	0.9120879	0.959744	0.6603397	0.8362047	0.8211788	0.9364242	56
117	0.4835165	0.5432218	0.7552448	0.9034977	0.1318681	0.3685206	57
129	0.4565435	0.3993224	0.1908092	0.2095662	0.7122877	0.6375977	63
135	0.3406593	0.7904514	0.3446553	0.7821828	0.6593407	0.6759055	66

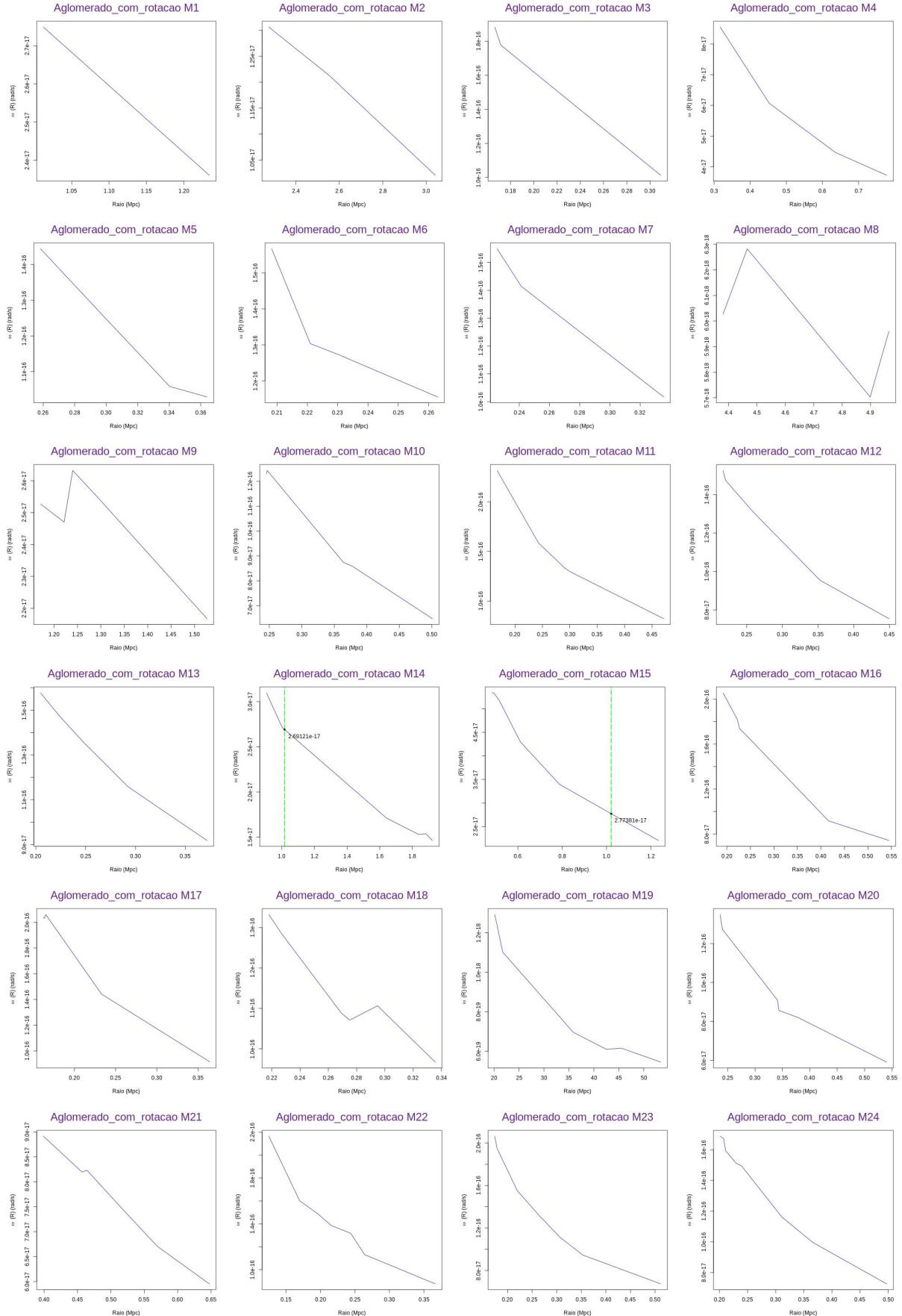


Figura 64 – Perfil de velocidade angular para a amostra I.

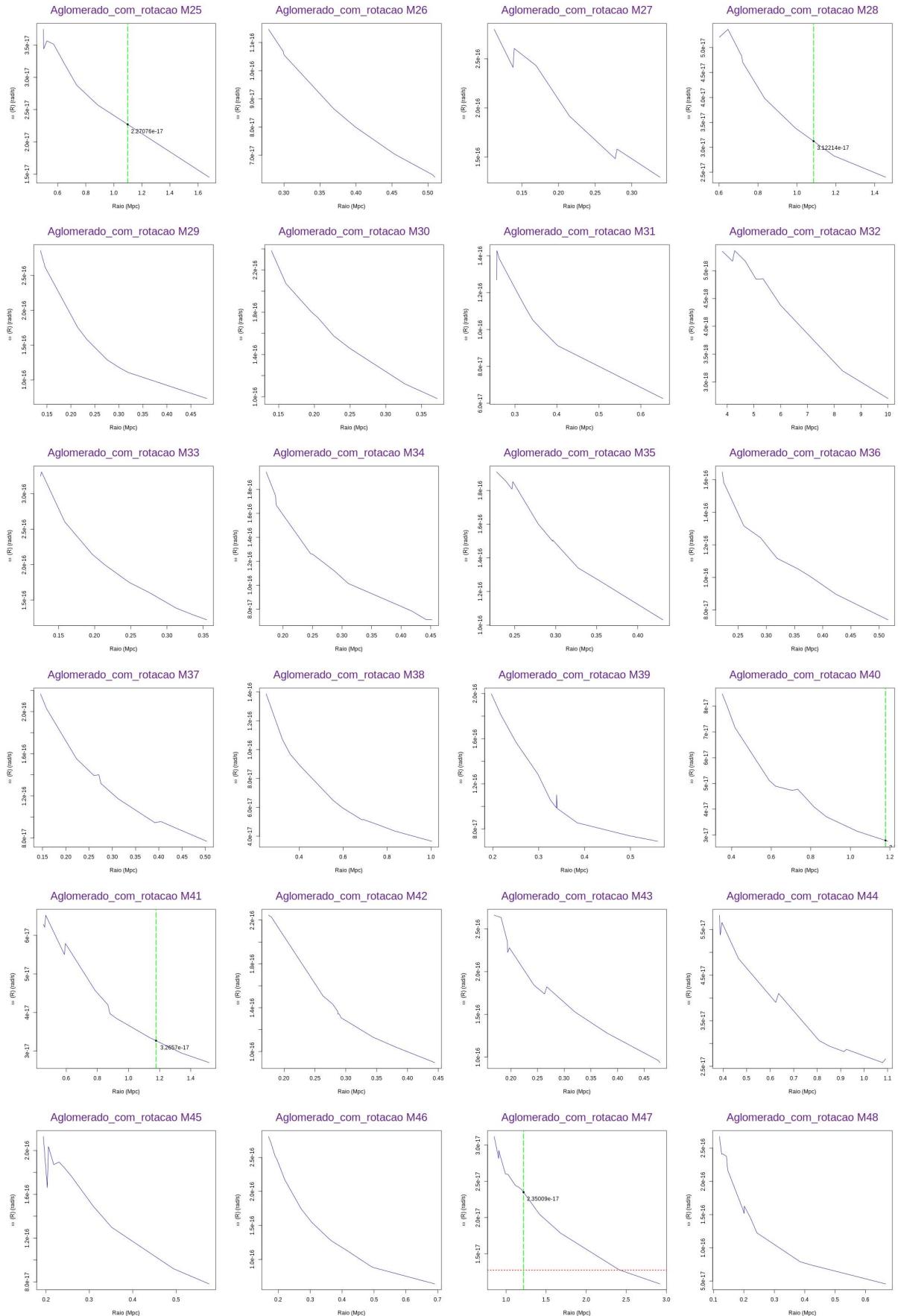


Figura 65 – Perfil de velocidade angular para a amostra I.

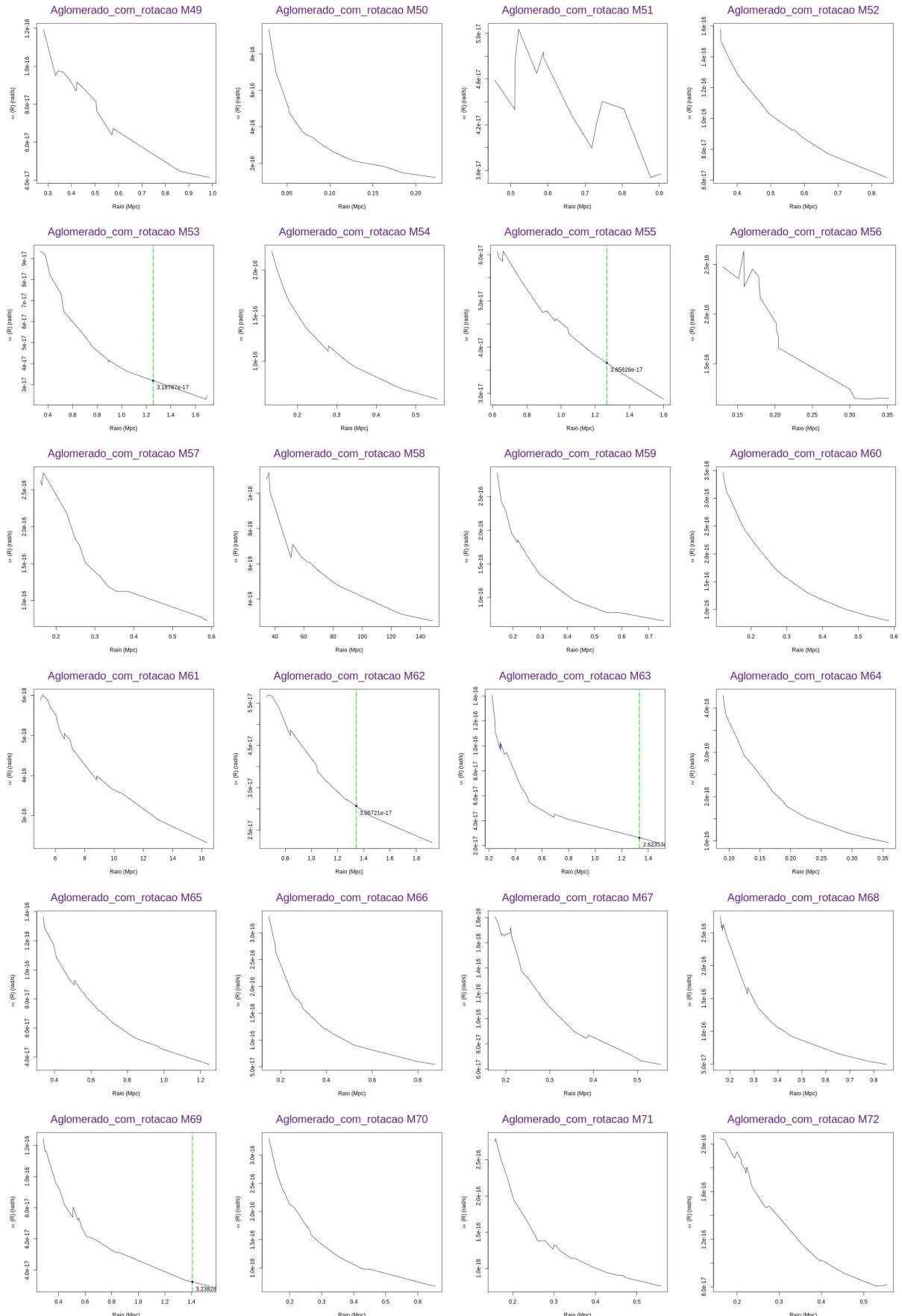


Figura 66 – Perfil de velocidade angular para a amostra I.

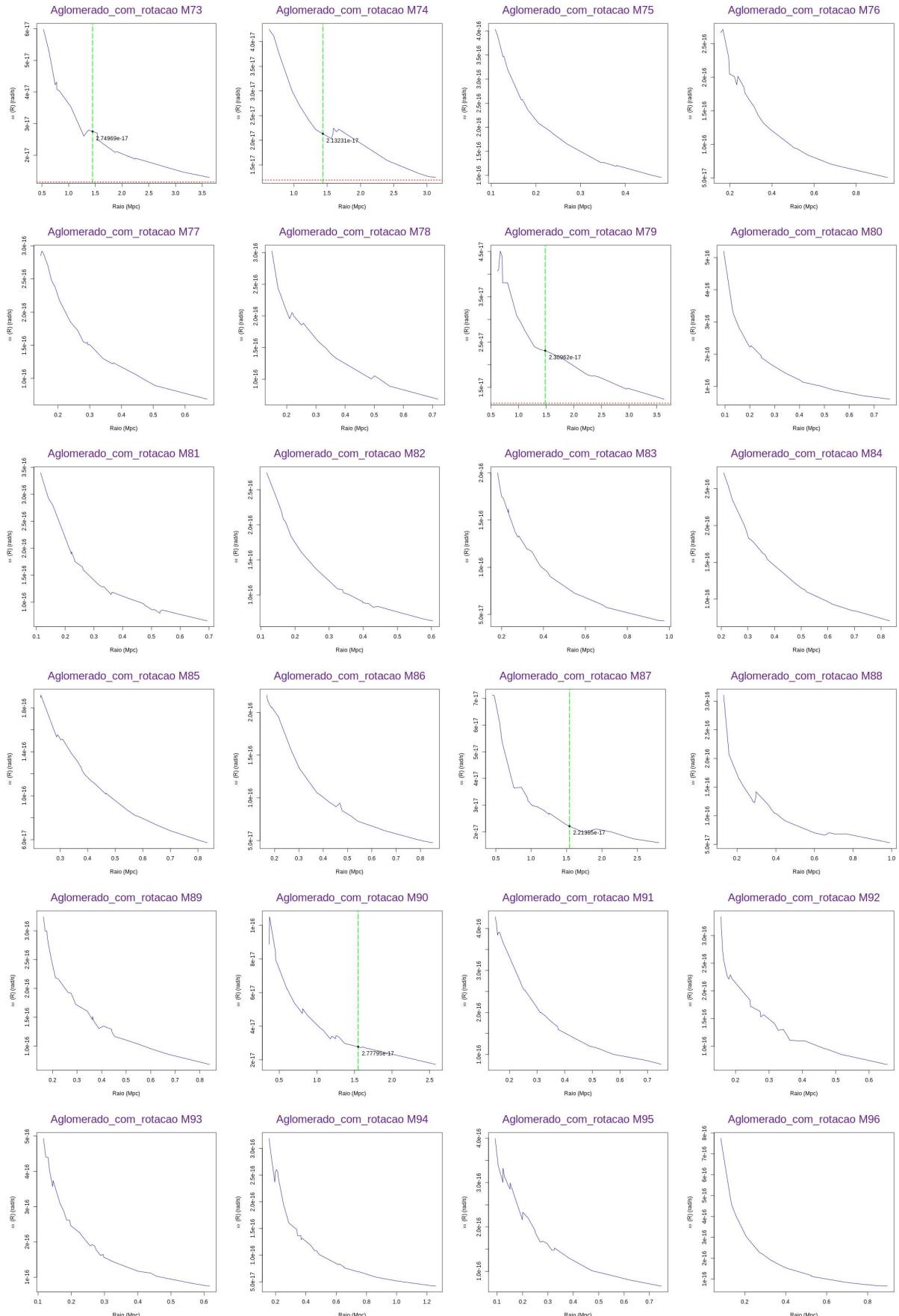


Figura 67 – Perfil de velocidade angular para a amostra I.

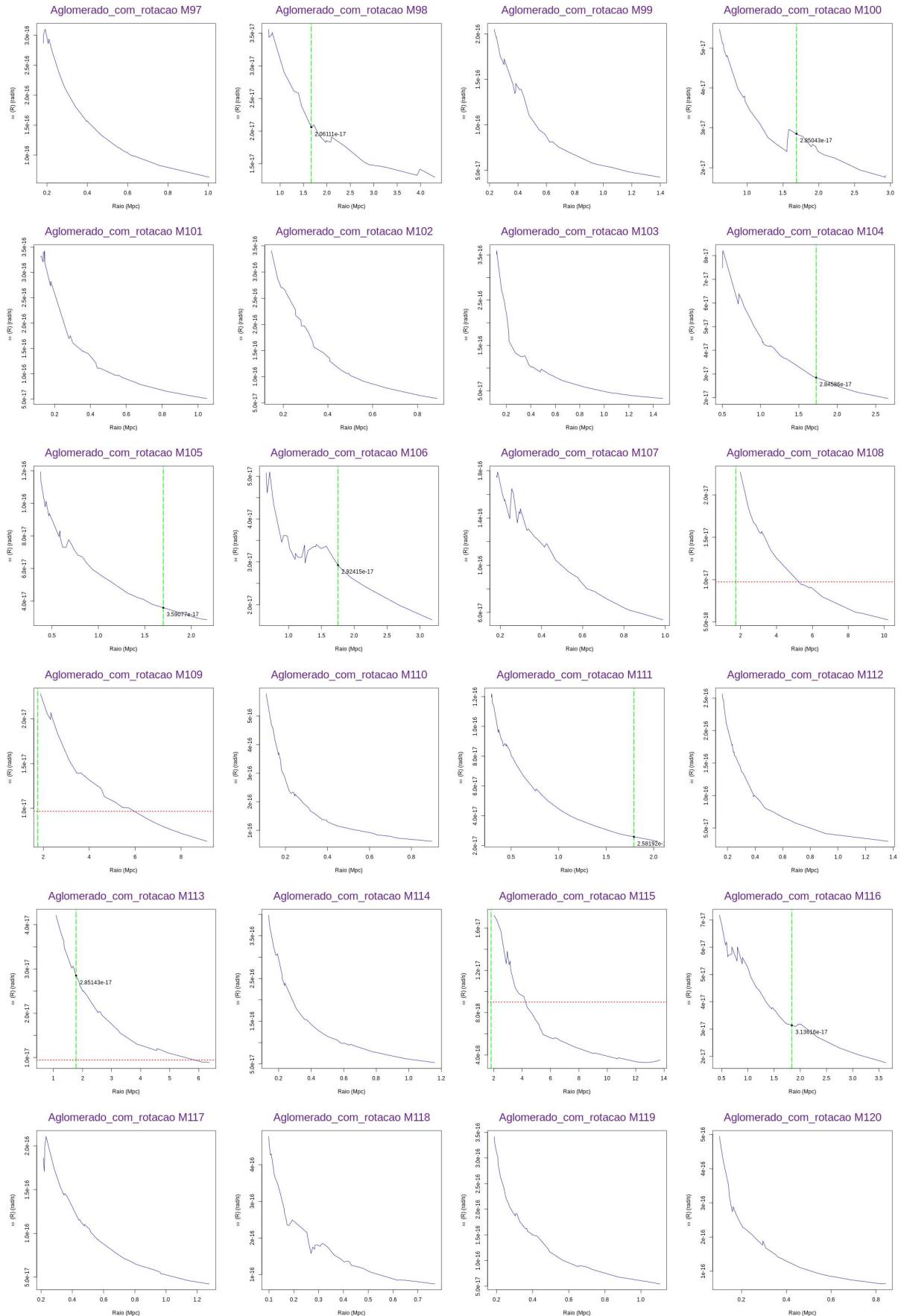


Figura 68 – Perfil de velocidade angular para a amostra I.

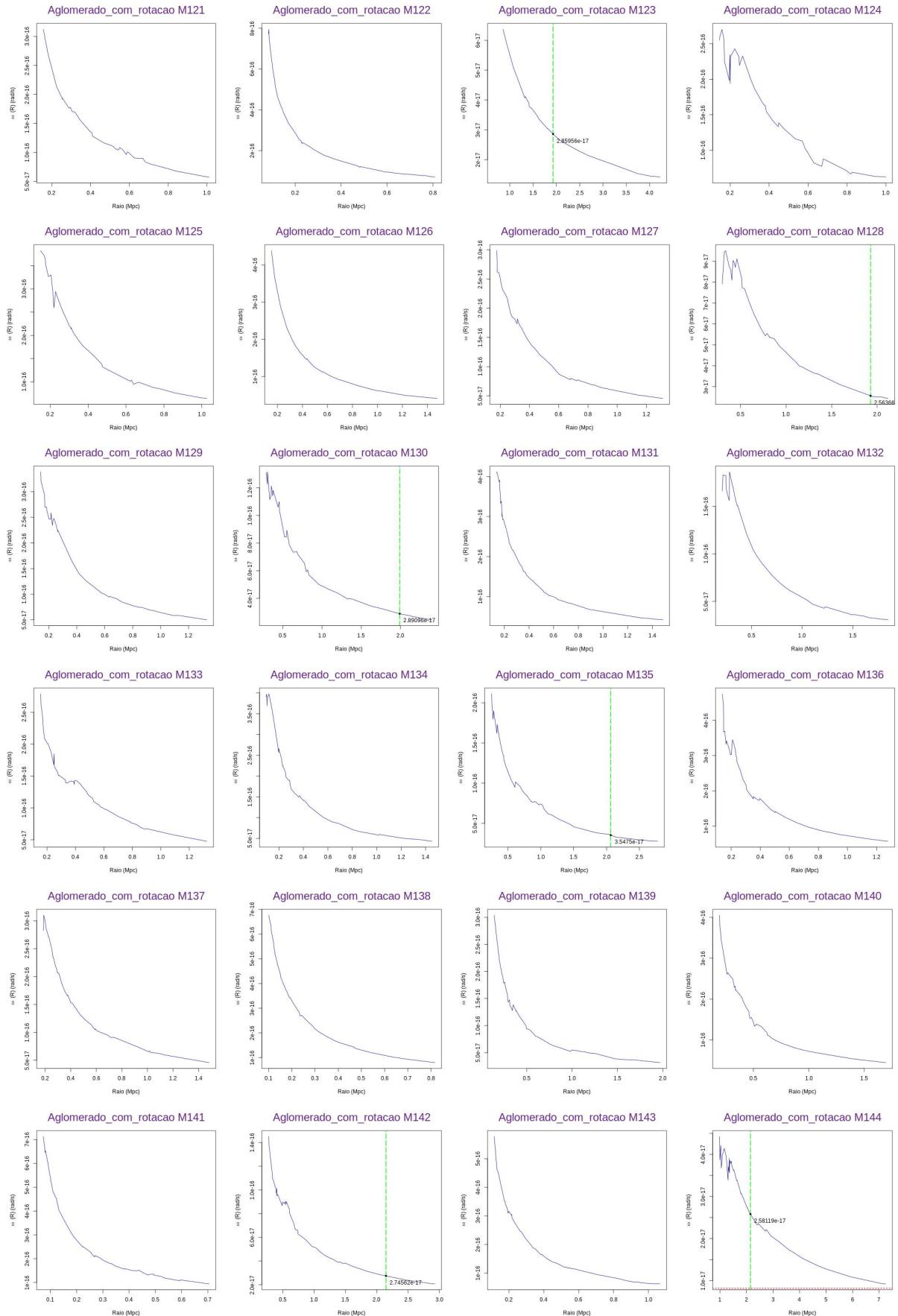


Figura 69 – Perfil de velocidade angular para a amostra I.

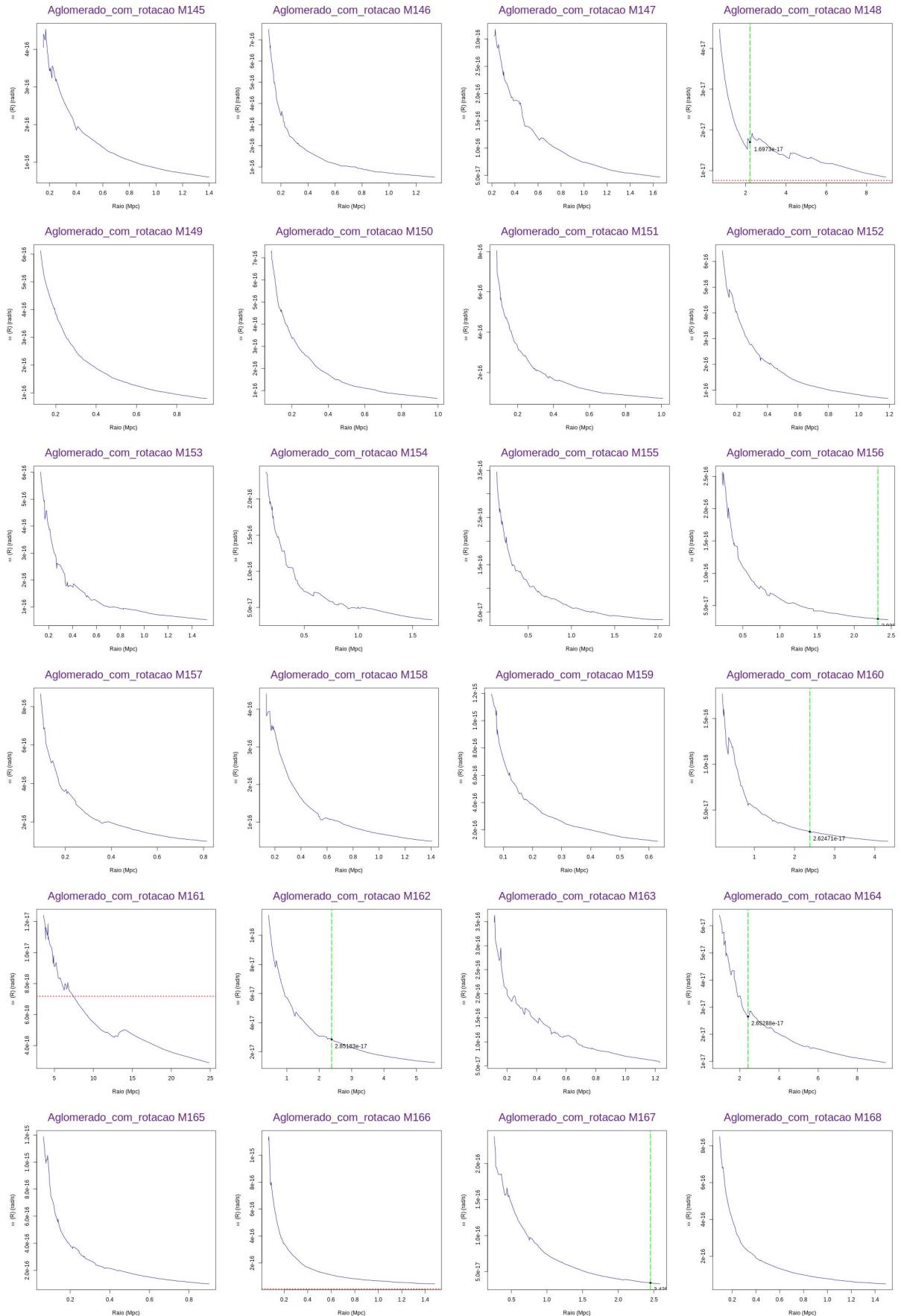


Figura 70 – Perfil de velocidade angular para a amostra I.

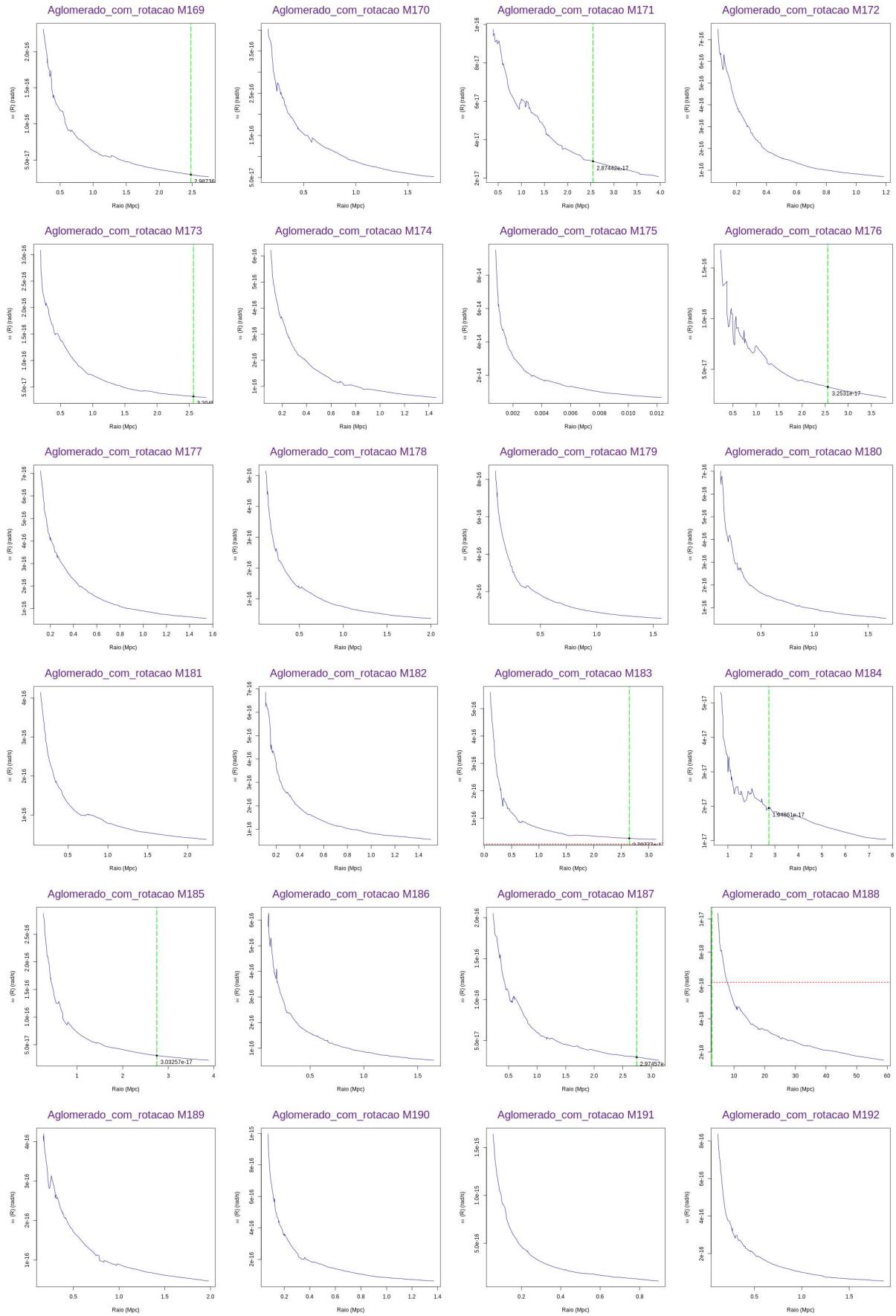


Figura 71 – Perfil de velocidade angular para a amostra I.

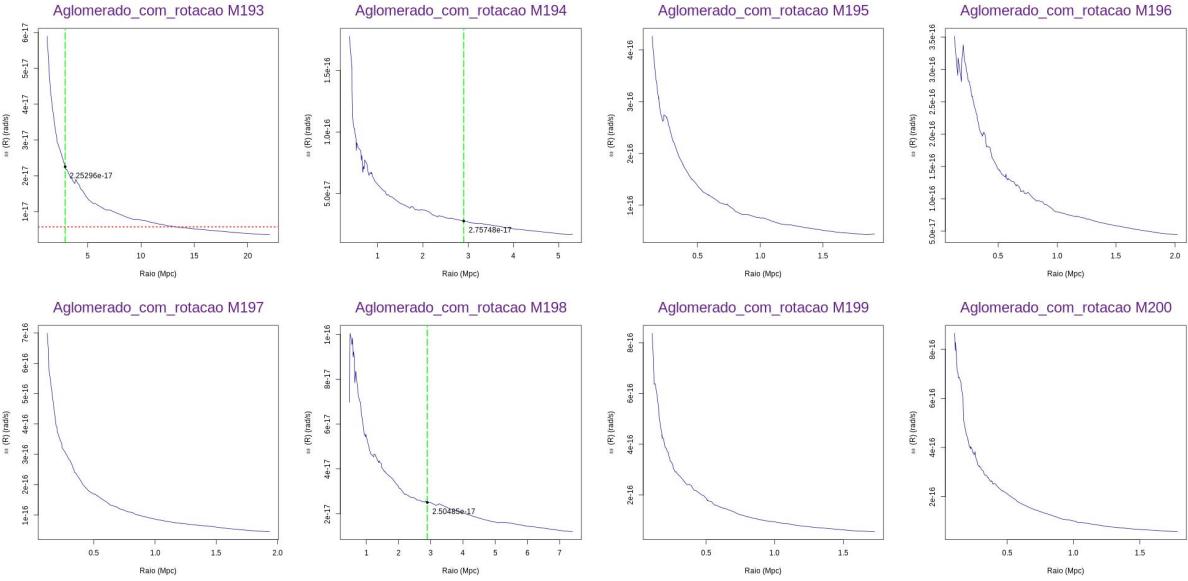


Figura 72 – Perfil de velocidade angular para a amostra I.

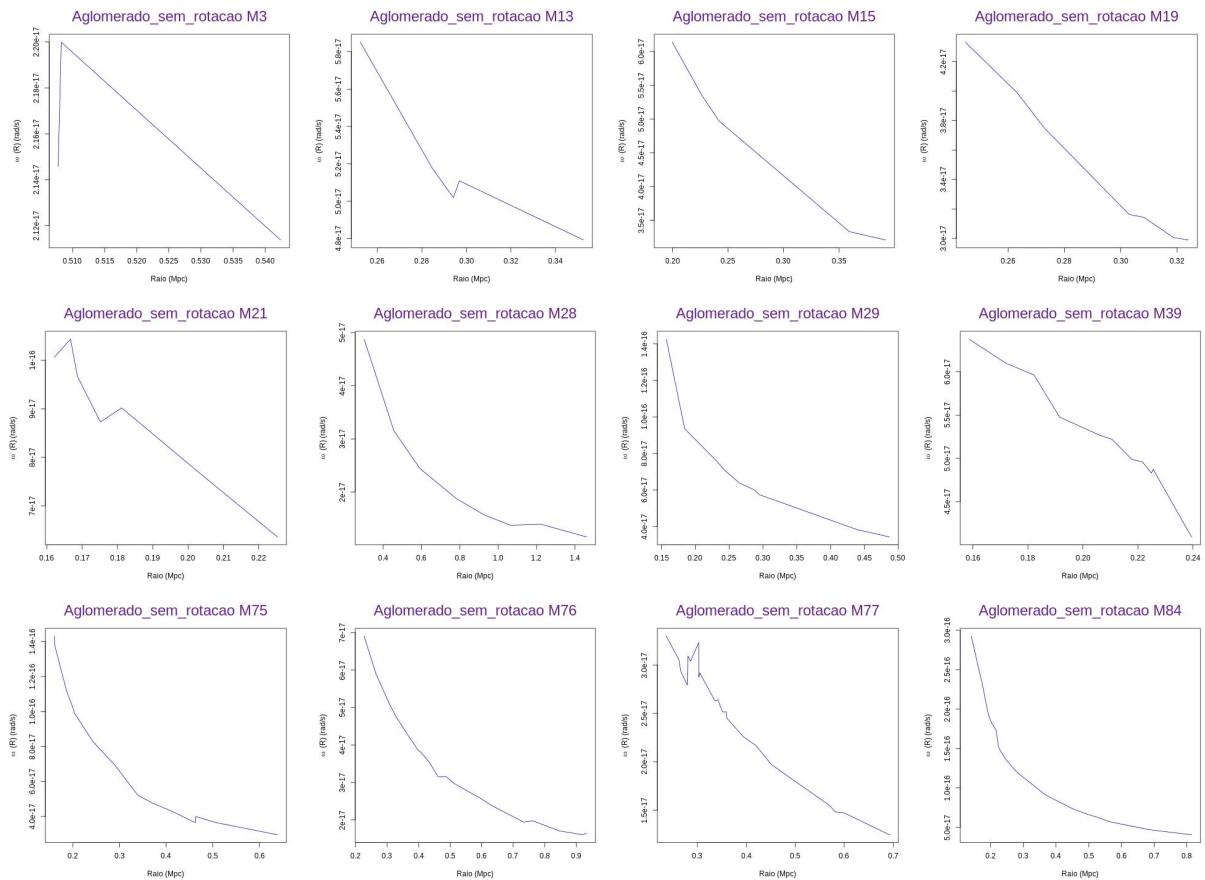


Figura 73 – Perfil de velocidade angular para a amostra II.

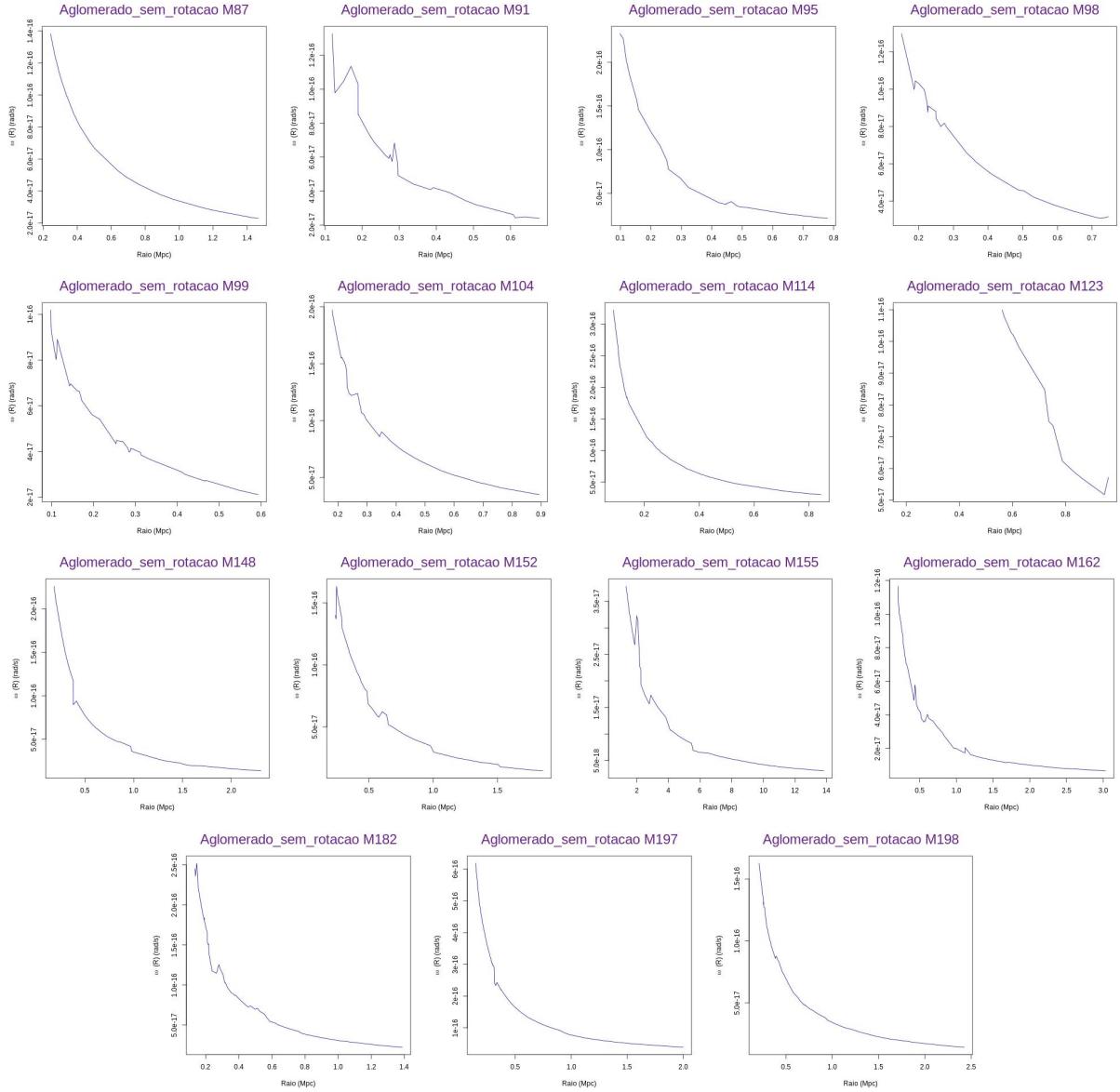


Figura 74 – Perfil de velocidade angular para a amostra II.