ELEMENTO DE COMPETENCIA 1

Elemento competencia 1 Guía de evidencia Bibliografía

Desarrollo temático

Tabla de contenido

De clic en los siguientes enlaces para acceder a un contenido específico.

Tema 2

Operaciones con polinomios

Suma: para sumar polinomios se agrupan los términos semejantes y luego se suman sus coeficientes.

Producto: para multiplicar polinomios se multiplican entre sí todos los términos, o sea, cada término de un polinomio se multiplica con cada termino del otro.

Para hallar el producto se multiplican los coeficientes de los términos y se suman los exponentes de las variables.

Ley de los signos: en algebra es común encontrar expresiones positivas y negativas. Por eso al hallar el producto se deben tener en cuenta la llamada ley de los signos:

El producto de **+** por **+** da como resultado **+**

El producto de **+** por **-** da como resultado **-**

El producto de **-** por **+** da como resultado **-**

El producto de **+** por **+** da como resultado **+**

Suma algebraica: en algebra es común encontrar la suma algebraica de expresiones, la cual consiste en que en los sumandos se encuentran expresiones positivas y negativas.

Para realizar la suma algebraica se deben considerar lo siguiente:

Si los dos sumandos son positivos entonces la suma es positiva.

Si los dos sumandos son negativos entonces la suma es negativa.

Si un sumando es positivo y el otro es negativo, entonces se restan los coeficientes y el signo del resultado es el del mayor coeficiente.

Potenciación: la potencia expresa un producto repetido tantas veces como lo exprese el exponente. Es decir, $x^n = (x)(x)(x)....(x)$ n veces.

$$x^2 = (x)(x)$$
$$x^3 = (x)(x)(x)$$

Las siguientes son algunas propiedades de la potenciación:

a) $(x^n)(x^m) = x^{m+n}$
b) $(x^m)^n = x^{(m)(n)}$
c) $x^{-1} = \dfrac{1}{x}$
d) $x^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{x}$
e) $x^0 = 1$

Estas propiedades deben tenerse muy presente cuando en las operaciones algebraicas: suma, resta, producto, división, factorización y productos notables.

Ejemplo 1.3

Realizar los siguientes productos

a) $(5x^2)(4x^3) = 20x^{2+3} = 20x^5$
b) $(-5x^2y)(4x^3y^2) = -20x^{2+3}y^{1+2} = -20x^5y^3$
c) $(5x^2)(-5y^2x^2) = -25x^{2+2}y^2 = -25x^4y^2$
d) $(-5xy)(-5xy) = 25x^{1+1}y^{1+1} = 25x^2y^2$

En cada caso se aplicó la ley de los signos.

Los coeficientes se multiplicaron.

Los exponentes se sumaron.

Ejemplo 1.4

Realizar las sumas de los polinomios $P(x)$ y $Q(x)$.

$$P(x) = 5x^4 - 3x^3 + x^2 - x + 10$$
$$Q(x) = -3x^5 + 2x^4 + x^3 - 4x^2 - 5x - 6$$

$$P(x) + Q(x) = -3x^5 + 5x^4 + 2x^4 - 3x^3 + x^3 + x^2 - 4x^2 - x - 5x + 10 - 6$$

Se agruparon los términos semejantes.

Luego se hace la suma algebraica de los coeficientes de los términos semejantes:

$$5 + 2 = 7$$
$$-3 + 1 = -2$$
$$1 - 4 = -3$$
$$-1 - 5 = -6$$
$$10 - 6 = 4$$

Con estos resultados de obtienen los coeficientes del siguiente polinomio:

$$P(x) + Q(x) = -3x^5 + 7x^4 - 2x^3 - 3x^2 - 6x + 4$$

$$P(x) = x^3 - 10x^2 + 7$$
$$Q(x) = 7x^4 - x^3 + 18x^2 \ -10$$

$P(x) + Q(x) = 7x^4 + x^3 - x^3 - 10x^2 + 18x^2 + 7 - 10$ Se agruparon los términos semejantes.

Luego se hacen las siguientes sumas algebraicas:

$$1 - 1 = 0$$
$$-10 + 18 = 8$$
$$7 - 10 = -3$$

Con estos resultados de obtienen los coeficientes del siguiente polinomio:

$$P(x) + Q(x) = 7x^4 + 0x^3 + 8x^2 - 3$$
$$= 7x^4 + 8x^2 - 3$$

Ejemplo 1.5

Obtener las siguientes multiplicaciones de los polinomios $P(x)$ y $Q(x)$:

$P(x).Q(X) = \ (-x^2 + 3x - 4)(4x^3 - 2x^2)$ Para hallar el resultado se multiplican entre si los términos de cada polinomio, es decir, cada termino del polinomio $P(x)$ con cada termino del polinomio $Q(x)$.

$$(-x^2 + 3x - 4)(4x^3 - 2x^2)$$
$$= (-x^2)(4x^3) + (-x^2)(-2x^2) + (3x)(4x^3) + (3x)(-2x^2) + (-4)(4x^3) + (-4)(-2x^2)$$
$$= -4x^5 + 2x^4 + 12x^4 - 6x^3 - 16x^3 + 8x^2$$

En cada caso se aplicó la ley de los signos.

Los coeficientes se multiplicaron.
Los exponentes se sumaron.

Luego se hace la suma algebraica con los términos semejantes para obtener:

$$= -4x^5 + 14x^4 - 22x^3 + 8x^2$$

Ejemplo 1.6

$$P(x) = 3x^3 - 5x + 1$$
$$Q(x) = x^2 - 3x$$

Hallar la suma y el producto de estos dos polinomios

a) La siguiente es la suma:

$$\begin{aligned} &P(x) + Q(x) = (3x^3 - 5x + 1) + (x^2 - 3x) \\ &= 3x^3 + x^2 - 5x - 3x + 1 \\ &= 3x^3 + x^2 - 8x + 1 \end{aligned}$$

b) El siguiente es el producto:

$$\begin{aligned} &P(x).Q(x) = (3x^3 - 5x + 1)(x^2 - 3x) \\ &= (3x^3)(x^2) + (3x^3)(-3x) + (-5x)(x^2) + (-5x)(-3x) + (1)(x^2) + (1)(-3x) \\ &= 9x^{3+2} - 9x^{3+1} - 5x^{1+2} + 15x^{1+1} + x^2 - 3x \\ &= 9x^5 - 9x^4 - 5x^3 + 15x^2 + x^2 - 3x \\ &= 9x^5 - 9x^4 - 5x^3 + 16x^2 - 3x \end{aligned}$$