



**Universidad Católica del Norte**  
**Facultad de Ingeniería y Ciencias Ambientales**  
**Cálculo Diferencial**  
**Taller 1 (5%-Del 30/01 al 6/02)**

**Prof: Maycol segura.**

**Apreciado estudiante.**

A continuación encontrarán el taller correspondiente a los temas de la unidad 1, a medida de que van avanzando en los temas de esta unidad pueden ir desarrollando el taller, cada uno de los literales corresponde a un tema determinado visto en la unidad. De forma tal que aplicando lo aprendido deben resolver cada uno de los siguientes ejercicios. En caso de tener alguna duda, pregunta o comentario, lo pueden escribir por el Foro Unidad 1 y con gusto les explicaré. El tema del quiz 1 comprende este tema, por tanto el desarrollo de todo el taller es fundamental.

### **Instrucciones**

- Leer la documentación correspondiente a la unidad 1 e identificar cada uno de sus temas.
- Dar solución a cada uno de los ejercicios aplicando los conceptos aprendidos, ilustrando el proceso de solución paso a paso.
- Elaborar un documento con la solución de todos los ejercicios con su respectivo procedimiento de análisis y solución.
- Para facilitar la digitación, escogen un ejercicio de cada tema (*concepto de función, función lineal, función cuadrática, función polinómica, operaciones con funciones, límites de funciones y continuidad*), los digitan en cualquier editor de texto (Word, Latex, ScientificWord, etc), lo guardan en PDF, para evitar desconfiguraciones por ediciones distintas, y lo adjuntan en el foro unidad 1. Se recomienda realizar todo el taller, pues con base en este se escogerán los ejercicios del quiz de la unidad 1. Puede ser realizado de forma individual o en grupos máximo de 5 estudiantes.

### **Criterios de valoración**

- Planteamiento de solución del ejercicio correcto.
- Procedimiento de solución adecuado.
- Aplicación de los conceptos de la unidad.
- v Solución final correcta del ejercicio.
- Adecuado uso de los conceptos matemáticos en general, es decir todas propiedades matemáticas y algebraicas que apliquen en la solución de los problemas. (Identidades, distribuciones, propiedades de logaritmos etc.)

**Fecha de entrega:** hasta el Lunes 6 de Febrero.

## Concepto de función.

1. Ubica los puntos en un sistema de coordenadas cartesianas y completa el cuadro con los puntos graficados

$$P = (-3,3)$$

$$Q = (3,3)$$

$$R = (1,0)$$

$$S = (0,-1)$$

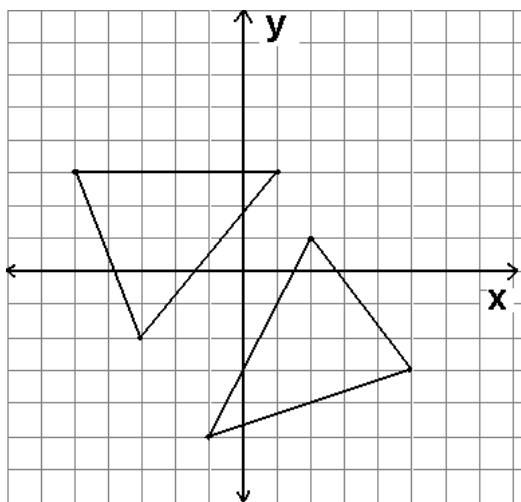
$$T = (4,5)$$

$$M = (2,5)$$

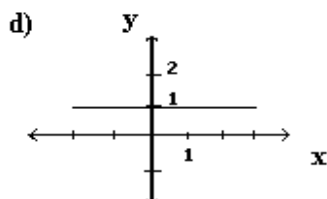
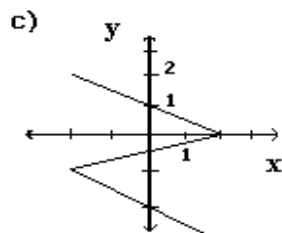
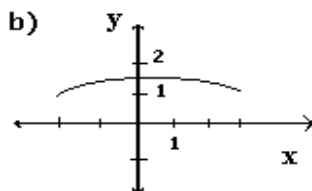
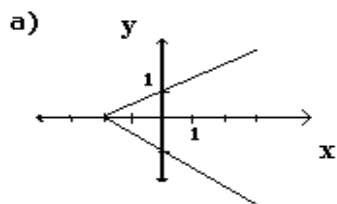
$$N = (-1,-3)$$

Ubicación en el plano	Puntos
Primer Cuadrante	
Segundo cuadrante	
Tercer cuadrante	
Cuarto Cuadrante	
Eje x	
Eje y	

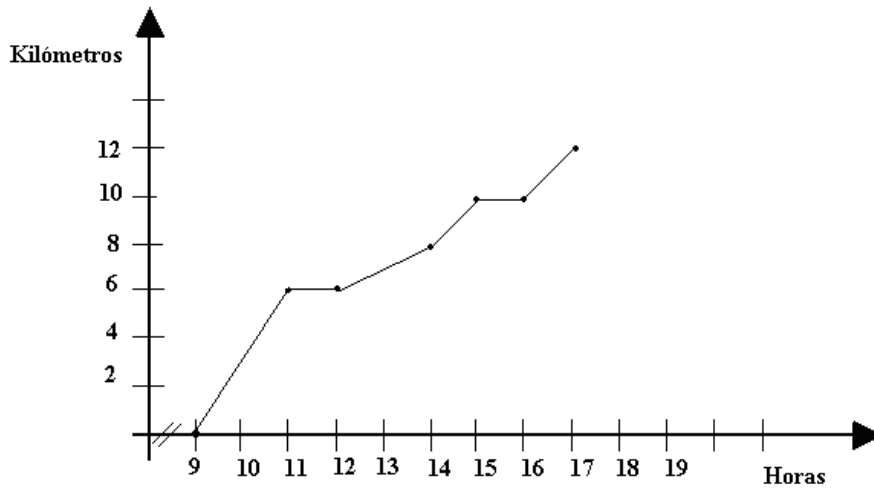
2. Escribe las coordenadas de los vértices de cada triángulo:



3. Indique cuál de los siguientes gráficos representan funciones:

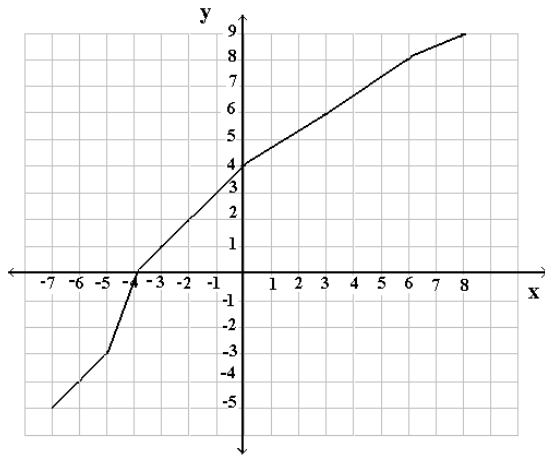


4. La gráfica de la figura nos muestra el recorrido realizado por un grupo de deportistas entre las 9 y 17 horas.



- ¿Cuál es la variable dependiente y la independiente?
- Indique el dominio y la imagen de la función.
- ¿Cuántas horas descansaron los deportistas?
- ¿En que periodo de tiempo recorrieron más kilómetros?

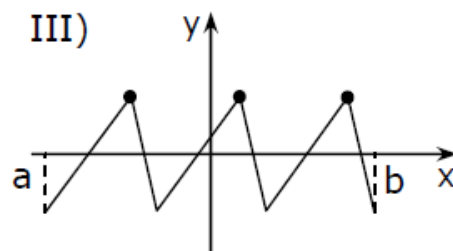
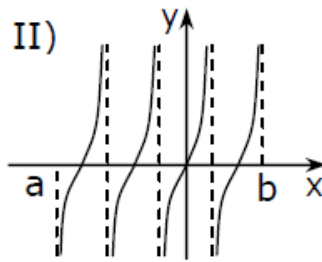
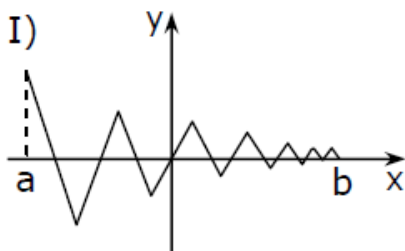
5. Observe el gráfico de la siguiente función y responde:



- Determine dominio e imagen de la función.
- ¿Cuál es la imagen de 8?
- ¿Cuál es la preimagen de 8?
- ¿El punto  $(-4, 0)$  pertenece a la función?
- ¿Y el  $(3, 2)$ ?
- Completa:
 

* $f(-1) =$	* $f(\quad) = -4$
* $f(3) =$	* $f(\quad) = 2$
* $f(0) =$	* $f(\quad) = 8$

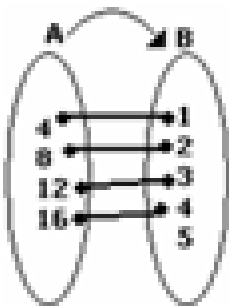
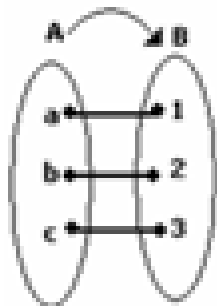
6. ¿Cuál(es) de los siguientes gráficos representa una función en el intervalo  $[a, b]$ ?



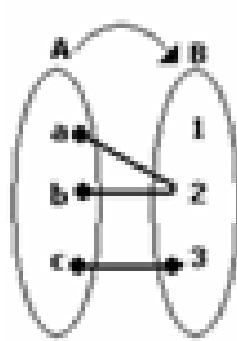
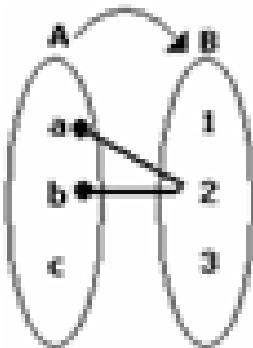
- A) Sólo I    B) I y II    C) I y III    D) II y III    E) I, II y III

7. De los diagramas que se presentan a continuación, diga cuales representan una función:

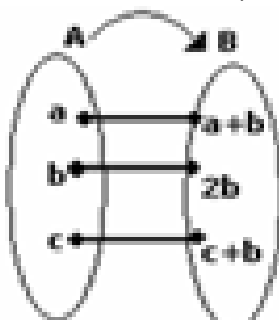
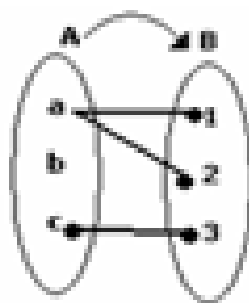
a.)



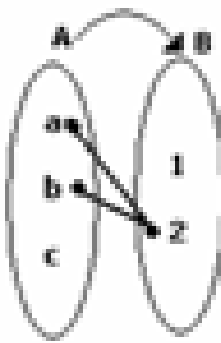
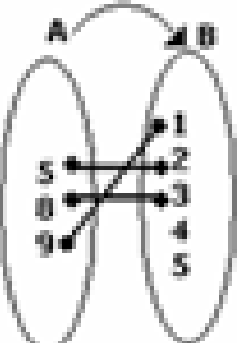
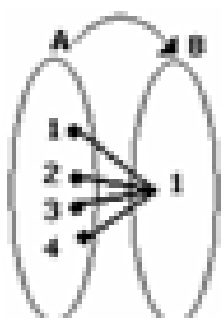
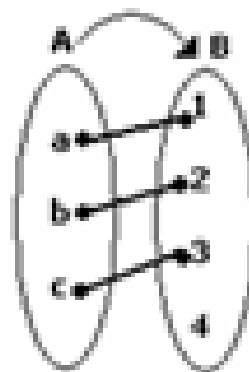
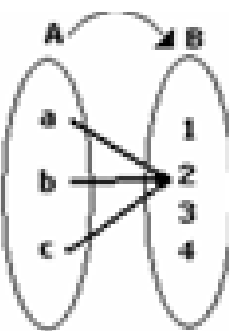
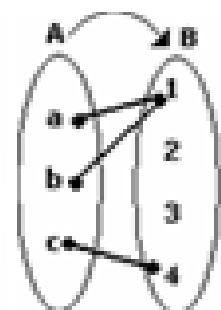
b.)



c.)

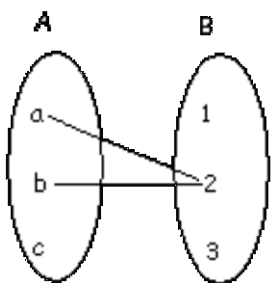


d.)

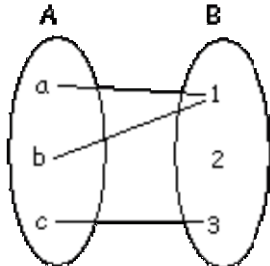


8. Reconocer en los diagramas que se presentan a continuación, cuales representan una función y cuáles no, justificando cada una de las respuestas. Además a los diagramas que representen funciones indica si cumplen ser inyectivas, sobreyectivas y biyectivas.

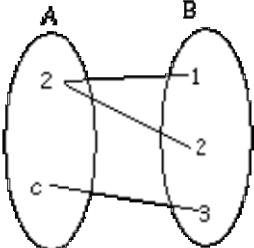
1)



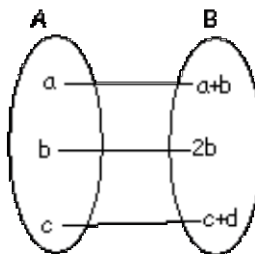
2)

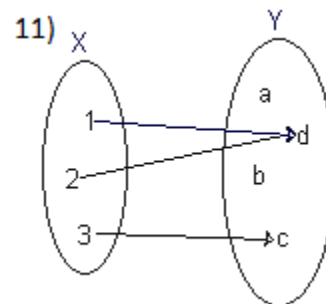
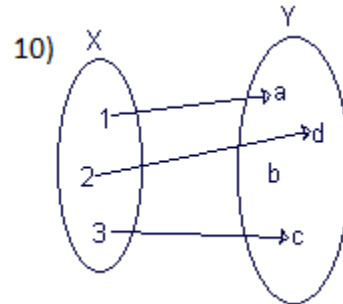
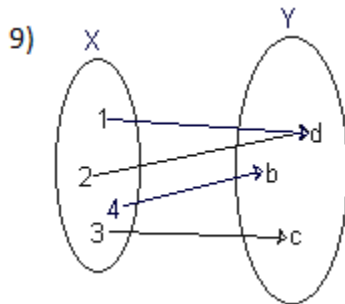
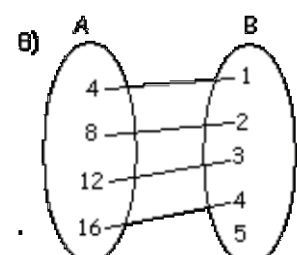
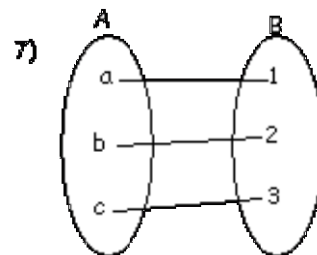
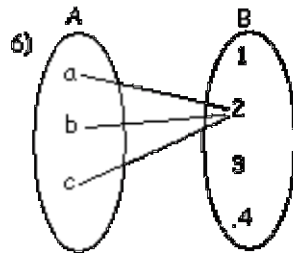
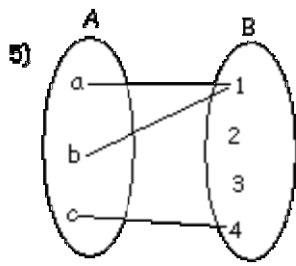


3)



4)





## Tipos de funciones.

### Función lineal.

9. Trazar las líneas que pasan por los puntos:

- a) (1, 2) y (3, 4)
- b) (-3, -2) y (-1, -4)
- c) (-4, 3) y (0, 3)
- d) (-2, -4) y (-3, -6)

10. Representa gráficamente las funciones:

- a)  $y = 3x + 6$
- b)  $y = -2x - 4$
- c)  $y = 4x + 5$
- d)  $y = 8 - 3x$
- e)  $y = -3x$

11. Representa las funciones lineales sabiendo que y es la variable dependiente:

- a)  $2x = 3y$
- b)  $3y = 4x + 5$
- c)  $2x = y - 1$
- d)  $8x + 2y = 16$
- e)  $6x - y = 2$

12. Marca con una x las funciones que sean lineales:

- ☐  $y = x^3$ 
☐  $y = 3x + 4$ 
☐  $y = 5x$ 
☐  $y = x^2 + 5$ 
☐  $y = -2$

13. Construye una tabla de valores (sólo 4) y grafica las siguientes funciones lineales:

- a)  $y = 3x - 1$                       d)  $y = -2x$                       g)  $y = \frac{1}{3}x - 1$
- b)  $y = x + 2$                       e)  $y = -3x + 5$                       h)  $y = -\frac{3}{4}x + 3$
- c)  $y = 5x - 6$                       f)  $y = \frac{1}{2}x + 3$                       i)  $y = -\frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$

### Función Cuadrática.

14. En las siguientes funciones identificar la concavidad e indicar el número de intersecciones que hay con el eje X.

- a)  $y = x^2 - 5x + 3$                       b)  $y = 2x^2 - 5x + 4$
- c)  $y = x^2 - 2x + 4$                       d)  $y = -x^2 - x + 3$
- e)  $y = -3x^2 + 4$                       f)  $y = -2x^2 - 3x + 1$

15. En las siguientes funciones determinar las coordenadas del vértice, identificar si es punto mínimo o máximo e indicar dominio y recorrido en cada una de ellas:

- a)  $y = x^2 - 5$                       b)  $y = x^2 + 2x + 1$
- c)  $y = -2x^2 + x + 1$                       d)  $y = -x^2 + 1$
- e)  $y = 4x^2 - 3x - 2$                       f)  $y = -x^2 + 6x + 16$

16. En las siguientes funciones determinar las intersecciones con ambos ejes, e indicar el eje de simetría en cada una de ellas.

- a)  $y = x^2 + 4x + 3$                       b)  $y = -4x^2 + 9$
- c)  $y = x^2 + 5x$                       d)  $y = 2x^2 + 5x + 4$

17. Considerando las funciones del ítem 3 realizar el gráfico de cada una de ellas.

### Función polinómica.

18. Determina si  $x = -11$ ,  $x = -4$  y  $x = 7$  son raíces de  $P(x) = x^3 - 93x + 308$ .

19. Dado  $P(x) = x^4 - 5x^2 + 4$ , encuentra  $P(-3)$ ,  $P(0)$  y  $P(2)$ .

20. Dado  $P(x) = 7x^2 - 18 - 3x^4 - 7x^3$ , encuentra  $P\left(-\frac{1}{3}\right)$  y  $P(-2)$ .

21. Encontrar las raíces de los siguientes polinomios e indica si son reales o complejas:

- a)  $P(x) = x^3 + 3x^2 + 2x$
- b)  $P(x) = x^3 + 5x^2 + 4x$
- c)  $P(x) = x^3 + 2x^2 + x$
- d)  $P(x) = x^3 + x$

22. Realizando el diagrama de signos (*consultar regla de los signos de descartes*), para las raíces reales bosquejar la gráfica de las funciones polinómicas del ítem 4.

### Operaciones con funciones.

Encuentre el resultado de efectuar la operación indicada.

23. Si  $f(x) = 7x - 4$  y  $g(x) = x + 9$ , encontrar

- (a)  $(f+g)(x)$                       (b)  $(f \cdot g)(x)$                       (c)  $(f/g)(x)$                       (d)  $(f \circ g)(x)$

24. Si  $f(x) = \frac{x+2}{x+5}$  y  $g(x) = x^2 + 4$ , encontrar

- (a)  $(f-g)(x)$                       (b)  $(f \circ g)(x)$                       (c)  $(g \circ f)(x)$                       (d)  $g^2(x)$

25. Si  $g(x) = 4$  y  $h(x) = x-8$ , encontrar

- (a)  $g(10)$                       (b)  $(h \circ g)(x)$                       (c)  $(g \circ h)(x)$                       (d)  $(h \circ g)(4)$

26. Si  $v(x) = 2x^2 - 3x + 2$  y  $w(x) = 5x + 1$ , encontrar

- (a)  $(v+w)(2)$                       (b)  $(v \cdot w)(1)$                       (c)  $(v/w)(0)$                       (d)  $(v \circ w)(-1)$

27. Si  $f(x) = 2/3$  y  $g(x) = x-9$ , encontrar

- (a)  $(f \cdot g)(9)$                       (b)  $(f/g)(9)$                       (c)  $(f \circ g)(x)$                       (d)  $(g \circ f)(-6)$

28. Escriba la función  $v(x) = \sqrt{x+4}$  como la composición de dos funciones.

29. Escriba la función  $w(x) = x^2 + 4x + 4$  como la composición de dos funciones.

30. Escriba la función  $s(x) = x^2 + 3x + 2$  como:

- (a) el producto de dos funciones                      (b) la suma de dos funciones.

### Límites de funciones.

31. Determine los siguientes límites:

1.  $\lim_{x \rightarrow 3} (x - 5)$

2.  $\lim_{t \rightarrow -1} (1 - 2t)$

3.  $\lim_{x \rightarrow -2} (x^2 + 2x - 1)$

4.  $\lim_{x \rightarrow -2} (x^2 + 2t - 1)$

5.  $\lim_{t \rightarrow -1} (t^2 - 1)$

6.  $\lim_{t \rightarrow -1} (t^2 - x^2)$

$$7. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$$

$$8. \lim_{t \rightarrow -7} \frac{t^2 + 4t - 21}{t + 7}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 4x^2 + x + 6}{x + 1}$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^4 + 2x^3 - x^2}{x^2}$$

32. Para la funciones  $f$  que se grafican en las *figuras 11 y 12* determine el límite que se indica o el valor de la función, o establezca que el límite o el valor de la función no existe.

$$(a) \lim_{x \rightarrow -3} f(x)$$

$$(b) f(-3)$$

$$(c) f(-1)$$

$$(d) \lim_{x \rightarrow -1} f(x)$$

$$(e) f(1)$$

$$(f) \lim_{x \rightarrow 1} f(x)$$

$$(g) \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$$

$$(h) \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$$

$$(i) \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$$

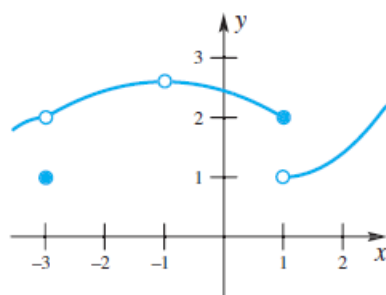


Figura 11

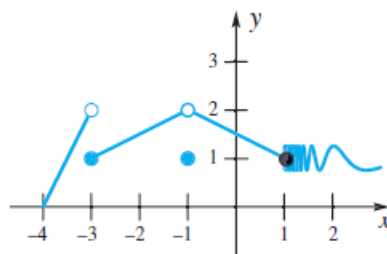


Figura 12

33. Determine los siguientes límites:

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{x - 5}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{5 - x^3}$$

$$3. \lim_{t \rightarrow -\infty} \frac{t^2}{7 - t^2}$$

$$4. \lim_{t \rightarrow -\infty} \frac{t}{t - 5}$$

34. En los problemas siguientes establezca si la función indicada es continua en 3. Si no es continua, diga por qué.

$$1. f(x) = (x - 3)(x - 4)$$

$$2. g(x) = x^2 - 9$$

$$3. h(x) = \frac{3}{x - 3}$$

$$4. g(t) = \sqrt{t - 4}$$



**9.**  $h(x) = \frac{x^2 - 9}{x - 3}$

**10.**  $f(x) = \frac{21 - 7x}{x - 3}$

**11.**  $r(t) = \begin{cases} \frac{t^3 - 27}{t - 3} & \text{si } t \neq 3 \\ 27 & \text{si } t = 3 \end{cases}$