

南京邮电大学

2006 年攻读硕士学位研究生入学考试数字信号处理试题

(考生注意：答案写在答题纸上，保持卷面整洁。)

一、填空题（每空 1 分，共 16 分）

1、正弦类变换中性能最佳的是卡亨南—洛厄维变换（KLT），在____准则下，该变换的失真最小。

2、一个数字低通的截止频率为 $\omega_c = 0.1\pi$ ，如果采样频率为 $f_s = 1\text{kHz}$ ，则等效于模拟低通的截止频率为 $f_c = \underline{\hspace{2cm}}$ ，如果采样频率为 $f_s = 2\text{kHz}$ ，则等效于模拟低通截止频率为 $f_c = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

3、已知 $x(n) = \sigma(n) + 2\sigma(n-1) + 3\sigma(n-2) + 4\sigma(n-3) + 5\sigma(n-4)$ ，则该序列的循环移位序列 $\tilde{x}(n+2)R_5(n) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

4、某线性时不变离散时间系统的单位脉冲响应为 $h(n) = 0.5^n u(-n)$ ，则该系统的因果稳定性为____。

5、用窗口法设计 FIR 数字滤波器时，理想的窗函数应满足以下两项要求

(1) _____。

(2) _____。

6、全通系统就是指_____。

7、已知 $x(n) = \sigma(n - n_0)$ ， $x(n)$ 的 Z 变换为 $X(z)$ ，当 $n_0 < 0$ ，则 $X(z)$ 的收敛域为_____，当 $n_0 > 0$ 时， $X(z)$ 的收敛域为_____。

8、为了由模拟滤波器低通原型的传递函数 $H_a(s)$ 求出相应的数字滤波器的系统函数 $H(z)$ ，必须找出 S 平面与 Z 平面之间的映射关系。这种关系，这种映射关系应遵循的两个基本目标：

(1) _____。

(2) _____。

9、在 IIR 数字滤波器的不同实现结构中，直接 II 型优于直接 I 型之处是_____。

10、定点运算通常在_____运算过程中会引入量化噪声，浮点运算在_____运算过程中会引入量化噪声。

二、判断题（每题 2 分，共 10 分）

（错的请指出错误之处，并解释原因或给出正确结果）

1、已知信号 $x(n)$ 的 Z 变换为 $X(z)$ ，如果 $X(z)$ 的所有极点都在单位圆内，则信号 $x(n)$ 是趋于零的衰减信号。

2、已知系统的输入输出关系为 $y(n) = 2x(n) + 3$ ，因为该方程是一个线性方

程，所以对应的系统为线性系统。

3、线性相位的 FIR 系统都具有恒群时延和恒相时延特性。

4、用 DFT 来分析长度为 t_b 的一段时域波形的模拟频谱 $H(j\Omega)$ ，为了提高模拟频域的分辨率，可以通过提高抽样频率来增加采样点数。

5、计算 $N=6$ 时间抽取 FFT，对输入序列可以采用倒位序规律进行排序。

三、问答题（共 14 分）

1、（8 分）设 $x(n)$ 是一 N 点序列，有

$$x(n) = \begin{cases} 1, 0 \leq n \leq \frac{N}{2} - 1 \\ -1, \frac{N}{2} \leq n \leq N - 1 \\ 0 \quad \text{其他} \end{cases}$$

试确定 $y(n) = x(n) * x(n)$ 的最大正值和最小负值及他们的位置。

2、（6 分）已知正弦序列 $x(n) = \sin\left(\frac{3\pi}{4}n - \frac{\pi}{4}\right)$ ，试问

（1）该序列的数字频率 ω_0 为多少？

（2）该序列是否为周期序列？若是，则给出其周期。

四、证明题（每题 8 分，共 16 分）

1、试证 M 个一阶 FIR 数字低通滤波器 $H_{Lp}(z) = \frac{1}{2}(1 + z^{-1})$ 级联构成的数字

低通滤波器的 3dB 截止频率为 $\omega_c = 2 \arccos(2^{-\frac{1}{2M}})$

2、已知 Hilbert 变换器的频响为

$$H(e^{j\omega}) = \begin{cases} -j, 0 \leq \omega < \pi \\ j, -\pi \leq \omega < 0 \end{cases}$$

若该 Hilbert 变换器在序列 $x(n)$ 激励下的输出为 $y(n)$ ，试证 $x(n)$ 和 $y(n)$ 的自相关函数相等，即 $R_x(m) = R_y(m)$

五、画图题（每题 6 分，共 18 分）

1、FFT 的应用之一是快速计算相关函数，假定利用随机序列 $x(n)$ 的 N 个数据点估计 $x(n)$ 的自相关函数 $R_x(m)$ 的方法为

$$\hat{R}_x(m) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x_N(n) x_N(n+m)$$

试画出快速计算上式中 $\hat{R}_x(m)$ 的运算框图（注：上式中的 $\hat{R}_x(m)$ 表示 $R_x(m)$ 的估值， $x_N(n)$ 表示由 $x(n)$ 的 N 个数据点构成的有限长序列。）

2、一个因果系统的差分方程为 $y(n) + 0.81y(n-2) = x(n) - x(n-1)$ ，请画出系统的零、极点分布图，并根据零、极点分布粗略画出其幅频特性曲线。

3、设滤波器的差分方程为 $y(n) = x(n) + \frac{1}{3}x(n-1) + \frac{3}{4}y(n-1) - \frac{1}{8}y(n-2)$ ，请画出并联型实现结构。

六、设计题（共 22 分）

1、（10 分）在 IIR 数字滤波器设计中，常用的方法是从模拟滤波器设计 IIR 数字滤波器。已知二阶巴特沃兹低通滤波器的幅度平方函数为

$$|H_a(j\Omega)|^2 = \frac{1}{1 + \left(\frac{j\Omega}{j\Omega_c}\right)^2}$$

如果要求 3dB 截止频率 $\Omega_c = 2\text{rad/s}$ ，则可以解出 $H_a(s)H_a(-s)$ 在 s 平面上的极点为： $s_1 = -\sqrt{2} + j\sqrt{2}, s_2 = -\sqrt{2} - j\sqrt{2}, s_3 = \sqrt{2} - j\sqrt{2}, s_4 = \sqrt{2} + j\sqrt{2}$ ，要求：

（1）选取合适的极点组成二阶巴特沃兹模拟低通滤波器的系统函数 $H_a(s)$ ；

（2）试用脉冲响应不变法由模拟低通滤波器 $H_a(s)$ 求出相应的数字低通滤波器 $H(z)$ 。（假定抽样周期为 T ）

2.（12 分）用窗口法设计一个线性相位的 FIR 低通数字滤波器，其截止频率为 f_c ，采样频率为 $f = 6f_c$ 。假定窗口为矩形窗，窗长为 $N=13$ ，要求：

（1）所设计滤波器的单位脉冲响应 $h(n)$ 的表达式。

（2）求系统的时延 α 和过渡带宽 $\Delta\omega$ ；

（3）如果矩形窗的长度改为 $N=17$ ，问滤波器的阻带最小衰减是否会改变？

七、简单计算题（每题 10 分，共 30 分）

1、已知某线性移不变离散因果系统，当输入为 $u(n)$ 时输出为 $\delta(n)$ ，求当输出为

$$y(n) = \begin{cases} 1, & n = 0, 1 \\ -1, & n = 2, 3 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

时的输入 $x(n)$ 。

2、已知 $X(z) = \frac{0.5z^{-1}}{(1-0.5z^{-1})^2}, |z| > 0.5$ ，求 Z 反变换 $x(n) = Z^{-1}[X(z)]$ 。

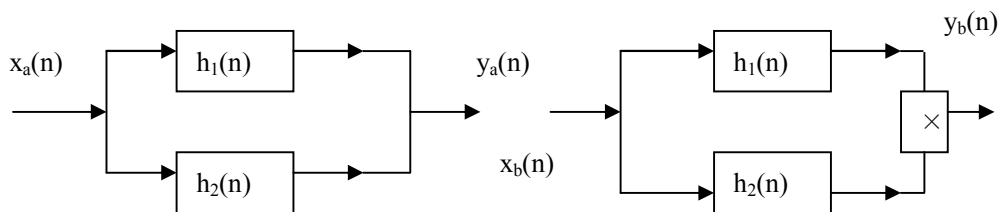
3、已知序列 $x_1(n) = (-1)^n x(n), x_2(n) = \frac{1}{2}[x(n) + x_1(n)]$ ，序列 $y(n)$ 是对 $x_2(n)$ 的抽取，有 $y(n) = x_2(n)$ ，如果 $x(n)$ 和 $y(n)$ 的 Z 变换分别为 $X(z)$ 和 $Y(z)$ ，求 $X(z)$ 和 $Y(z)$ 的关系。

八、综合题（共 24 分）

1、（14 分）用计算机对测量的随机数据 $x(n)$ 进行平均处理，当收到一个测量数据后，计算机就把这一次输入的数据与前三次输入的数据进行平均，要求：

- （1）列出描述这一运算过程的差分方程，画出系统的结构图；
- （2）求系统函数 $H(z)$ ；
- （3）根据其零、极点分布，判断该系统具有何种滤波特性（注：指出是低通、还是高通）。
- （4）求单位脉冲响应 $h(n)$ 。

2、（10 分）如图（a）、（b）所示两个系统，已知三个线性移不变子系统的单位脉冲响应分别为 $h_1(n) = u(n), h_2(n) = \delta(n), h_3(n) = u(n) + \delta(n)$



- (1) 求系统（a）和系统（b）的单位脉冲响应 $h_a(n)$ 和 $h_b(n)$ ；
- (2) 判断两个系统是否等效。