



## 1、线性最小均方估计(linear minimum mean square error estimation)

前提：不知道  $f(\theta)$ ，知道  $\theta$  的一、二阶矩特性

准则：使均方误差最小的线性估计

实现：

$$\hat{\theta}_{lms} = \sum_{i=1}^N a_i z_i + b$$

$$\begin{cases} b = E[\theta] - \sum_{i=1}^N a_i E[z_i] \\ E\left[\left(\theta - \sum_{i=1}^N a_i z_i - b\right) z_j\right] = 0 \end{cases}$$

正交条件



## 第八章 检测理论

8.1 假设检验的基本概念（重点）

8.2 判决准则（重点）

8.3 检测性能及其蒙特卡罗仿真

8.4 复合假设检验

8.6 噪声中信号的检测



## 8.1 假设检验的基本概念

- $H_1$  和  $H_0$  是互不相容的，这是最简单的二元假设问题，对两种假设进行判决称为二元假设检验问题；
- 更一般的问题是有M个假设，称为M元假设问题，对M个假设进行判决称为M元假设检验问题。



假设检验的实质是对观测空间进行划分。

如果观测数据落在 $Z_0$ 区域，那么判 $H_0$ 成立；如果观测数据落在 $Z_1$ 区域，则判 $H_1$ 成立。所以 $Z_0$ 也叫 $H_0$ 的判决域， $Z_1$ 也叫 $H_1$ 的判决域。

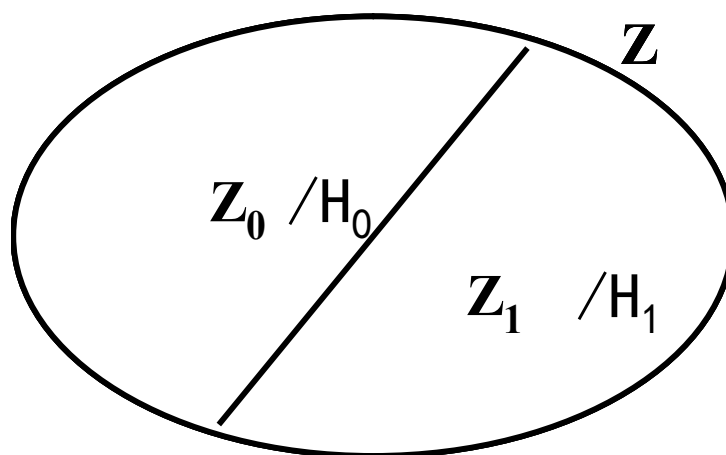


图8.1 观测空间



## 8.2 判决准则

### 1、最大后验概率准则

在观测到数据 $\mathbf{z}$ 的情况下，可以计算出后验概率 $P(H_1|\mathbf{z})$ 和 $P(H_0|\mathbf{z})$ ，对二个后验概率进行比较，判定后验概率大所对应的那个假设成立，则判决公式为：

$$\frac{P(H_1|\mathbf{z})}{P(H_0|\mathbf{z})} \underset{H_0}{\overset{H_1}{>}} 1 \quad \xrightarrow{\text{似然比}} \quad \Lambda(\mathbf{z}) \triangleq \frac{f(\mathbf{z}|H_1)}{f(\mathbf{z}|H_0)} \underset{H_0}{\overset{H_1}{>}} \frac{P(H_0)}{P(H_1)} = \eta_0 \quad \text{门限}$$



对于二元假设检验，有四种可能结果

$H_0$ 为真，判 $H_0$ 成立	——正确判决
$H_1$ 为真，判 $H_1$ 成立	——正确检测
$H_0$ 为真，判 $H_1$ 成立	——虚警（第一类错误）
$H_1$ 为真，判 $H_0$ 成立	——漏警（第二类错误）

发现概率或检测概率:  $P_D = P(D_1 | H_1) = \int_{Z_1} f(z | H_1) dz$

虚警概率(常用 $\alpha$ 表示):  $P_F = P(D_1 | H_0) = \int_{Z_1} f(z | H_0) dz = \alpha$

漏警概率(常用 $\beta$ 表示):  $P_M = P(D_0 | H_1) = \int_{Z_0} f(z | H_1) dz = \beta$



## 2、贝叶斯准则

已知信号的先验概率和代价因子，使统计平均代价最小。

统计平均代价：

$$C = \sum_{i=0}^1 \sum_{j=0}^1 C_{ij} P(D_i, H_j) = \min$$

代价因子  $C_{ij}$  表示  $H_j$  为真，判决为  $H_i$  所付出的代价。

判决表达式为：

假设检验问题转化似然比检验

似然比

$$\frac{f(z | H_1)}{f(z | H_0)} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} \frac{P(H_0)(C_{10} - C_{00})}{P(H_1)(C_{01} - C_{11})}$$

门限



## 估计与检测是一致的

【检测】 高斯噪声中恒定电平的检测

$$H_0 : z(n) = v(n) \quad n = 0, 1, \dots, N-1$$

$$H_1 : z(n) = A + v(n)$$

【估计】 用估计理论来考察检测问题

$$z(n) = \theta + v(n) \quad n = 0, 1, \dots, N-1$$

$$\theta = 0 \quad \text{or} \quad A$$

最大似然估计

$$\hat{\theta} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} z(n)$$



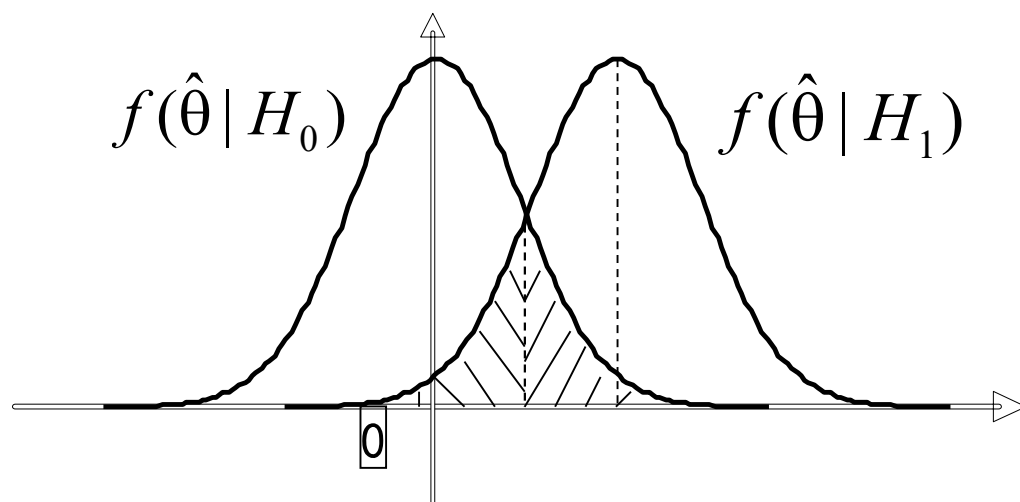


估计量的分布

$$\hat{\theta} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} z(n)$$

$$\hat{\theta} \sim N(0, \sigma^2 / N) \quad \text{under } H_0$$

$$\hat{\theta} \sim N(A, \sigma^2 / N) \quad \text{under } H_1$$



$$\gamma = \frac{A}{2}$$



中山大學

SUN YAT-SEN UNIVERSITY

习题：



## 8.2 判决准则

### 3、最小总错误概率准则 (常应用在数字通信中)

在已知信号的先验概率  $P(H_1)$  和  $P(H_0)$  的条件下, 使总错误概率最小:

$$P_e = P(D_1, H_0) + P(D_0, H_1) = P_F P(H_0) + P_M P(H_1) = \min$$

相当于贝叶斯准则中  $\mathbf{C_{00}=C_{11}=0, C_{01}=C_{10}=1}$

等价于最大后验概率准则

判决规则为:

$$\Lambda(z) \begin{cases} \geq 1 & H_1 \\ < 1 & H_0 \end{cases} \quad \frac{P(H_0)}{P(H_1)}$$



## 8.2 判决准则

例8.2 高斯白噪声中直流电平的检测问题。设有两种假设

$$H_0: \quad z_i = v_i, \quad i=1, 2, \dots, N$$

$$H_1: \quad z_i = A + v_i, \quad i=1, 2, \dots, N$$

其中  $\{v_i\}$  是服从均值为零、方差为  $\sigma^2$  的高斯白噪声序列，假定参数  $A$  是已知的，且  $A > 0$ ，求贝叶斯准则（或最小总错误概率准则）的判决表达式，并确定判决性能。

**【解】** 两种假设下的似然函数为：

$$f(\mathbf{z}|H_0) = \prod_{i=1}^N \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{z_i^2}{2\sigma^2}\right)$$

$$f(\mathbf{z}|H_1) = \prod_{i=1}^N \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(z_i - A)^2}{2\sigma^2}\right]$$



## 8.2 判决准则

$$\Lambda(\mathbf{z}) = \frac{\prod_{i=1}^N \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(z_i - A)^2}{2\sigma^2}\right]}{\prod_{i=1}^N \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{z_i^2}{2\sigma^2}\right)} = \exp\left[\frac{NA}{\sigma^2} \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N z_i - \frac{1}{2}A\right)\right] \begin{matrix} H_1 \\ > \\ H_0 \end{matrix} \eta_0$$

对数似然比为:  $\ln \Lambda(\mathbf{z}) = \frac{NA}{\sigma^2} \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N z_i - \frac{1}{2}A\right)$

判决表达式为:  $\frac{NA}{\sigma^2} \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N z_i - \frac{1}{2}A\right) \begin{matrix} H_1 \\ > \\ H_0 \end{matrix} \ln \eta_0$

令  $\bar{z} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N z_i$ , 将上式整理后得:  $\bar{z} \begin{matrix} H_1 \\ > \\ H_0 \end{matrix} \frac{\sigma^2}{NA} \ln \eta_0 + \frac{1}{2}A = \gamma$



## 8.2 判决准则

检验统计量 $\bar{z}$ 为样本均值。为了确定判决的性能，首先需要确定

检验统计量的分布：在 $H_0$ 为真时， $\bar{z}|H_0 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_i$ ，那么，

$$f_{\bar{z}}(\bar{z}|H_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2/N}} \exp\left(-\frac{\bar{z}^2}{2\sigma^2/N}\right)$$

在 $H_1$ 为真时， $\bar{z}|H_1 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (A + v_i) = A + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_i$ ，那么

$$f_{\bar{z}}(\bar{z}|H_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2/N}} \exp\left(-\frac{(\bar{z}-A)^2}{2\sigma^2/N}\right)$$

这个等价要注意

检测概率 $P_D = P(\Lambda(\mathbf{z}) > \eta_0 | H_1) = P(\bar{z} > \gamma | H_1)$

$$= \int_{\gamma}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2/N}} \exp\left(-\frac{(\bar{z}-A)^2}{2\sigma^2/N}\right) d\bar{z} = Q\left(\frac{\sqrt{N}(\gamma - A)}{\sigma}\right)$$



## 8.2 判决准则

当采用最小错误概率准则且 $P(H_1)=P(H_0)$ 时,  $\eta_0=1$ , 判决表达式为

$$\bar{z} \begin{matrix} H_1 \\ > \\ < \\ H_0 \end{matrix} \frac{1}{2}A = \gamma$$

$$P_F = Q\left(\frac{\sqrt{NA}}{2\sigma}\right), \quad P_D = Q\left(-\frac{\sqrt{NA}}{2\sigma}\right) = 1 - Q\left(\frac{\sqrt{NA}}{2\sigma}\right)$$

总的错误概率为:  $P_e = P(H_0)P_F + P(H_1)P_M = Q\left(\frac{\sqrt{NA}}{2\sigma}\right)$

【完毕】



### 4、纽曼-皮尔逊准则(neyman-pearson)

在许多情况下，给出信号的先验概率或代价因子是困难的，如雷达系统。此时可采样**纽曼-皮尔逊准则**：指定一个虚警概率 $\alpha$ 的容许值，在约束 $\alpha$ 不变的条件下使检测概率 $P_D$ 达到最大。即：

利用拉格朗日乘子构造函数：

$$J = P_M + \lambda(P_F - \alpha)$$

划分判决域使**J**最小。

$$\begin{aligned} J &= \int_{Z_0} f(z | H_1) dz + \lambda \left[ \int_{Z_1} f(z | H_0) dz - \alpha \right] \\ &= \lambda(1 - \alpha) + \int_{Z_0} [f(z | H_1) - \lambda f(z | H_0)] dz \end{aligned}$$





## 8.2 判决准则

划分的结果是使 $J$ 最小的分界面满足：

$$\Lambda(\mathbf{z}) = \frac{f(\mathbf{z} | H_1)}{f(\mathbf{z} | H_0)} \underset{H_0}{\overset{H_1}{>}} \lambda$$

选取 $\lambda$ 满足 $\alpha = \text{常数}$ 的约束条件，即：

$$\alpha = \int_{Z_1} f(\mathbf{z} | H_0) d\mathbf{z} = \int_{\lambda}^{\infty} f[\Lambda(\mathbf{z}) | H_0] d\Lambda$$

假设检验问题转化似然比检验



## 8.2 判决准则

例8.6: 设有两种假设,

$$H_0: \mathbf{z} = \mathbf{v}$$

$$H_1: \mathbf{z} = \mathbf{1} + \mathbf{v}$$

其中 $\mathbf{v} \sim \mathbf{N}(\mathbf{0}, \mathbf{1})$ , 规定 $\alpha = 0.1$ , 试根据一次观测数据 $\mathbf{z}$ , 应用奈曼-皮尔逊准则给出最佳判决及相应检测概率。

【解】

由例8.1可知, 似然比检验为:  $\Lambda(z) = \exp\left(z - \frac{1}{2}\right) \begin{matrix} H_1 \\ > \\ < \\ H_0 \end{matrix} \lambda$

或者化简为:  $z \begin{matrix} H_1 \\ > \\ < \\ H_0 \end{matrix} \ln \lambda + \frac{1}{2} = \gamma$



## 8.2 判决准则

门限 $\gamma$ 由给定的虚警概率确定,

$$\int_{\gamma}^{\infty} f(z|H_0)dz = \int_{\gamma}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-z^2/2} dz = 0.1$$

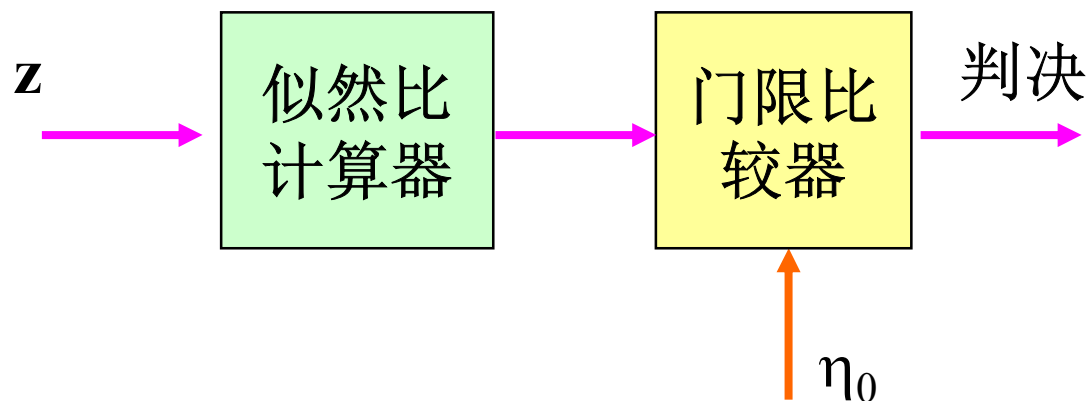
由上式可解得门限 $\gamma = 1.29$ , 对应的检测概率为

$$P_D = \int_{\gamma}^{\infty} f(z|H_1)dz = \int_{\gamma}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-(z-1)^2/2} dz = 0.389$$

【完毕】



## 8.2 判决准则



### 最佳检测器结构

从以上介绍的几种判决准则的判决表达式可以看出，无论采用什么准则，判决表达式最终都归结成似然比检验的形式，可见**似然比检验是最佳检验的基本形式**。



### 1、接收机工作特性

$$H_0: z_i = v_i, \quad i=1,2,\dots,N$$

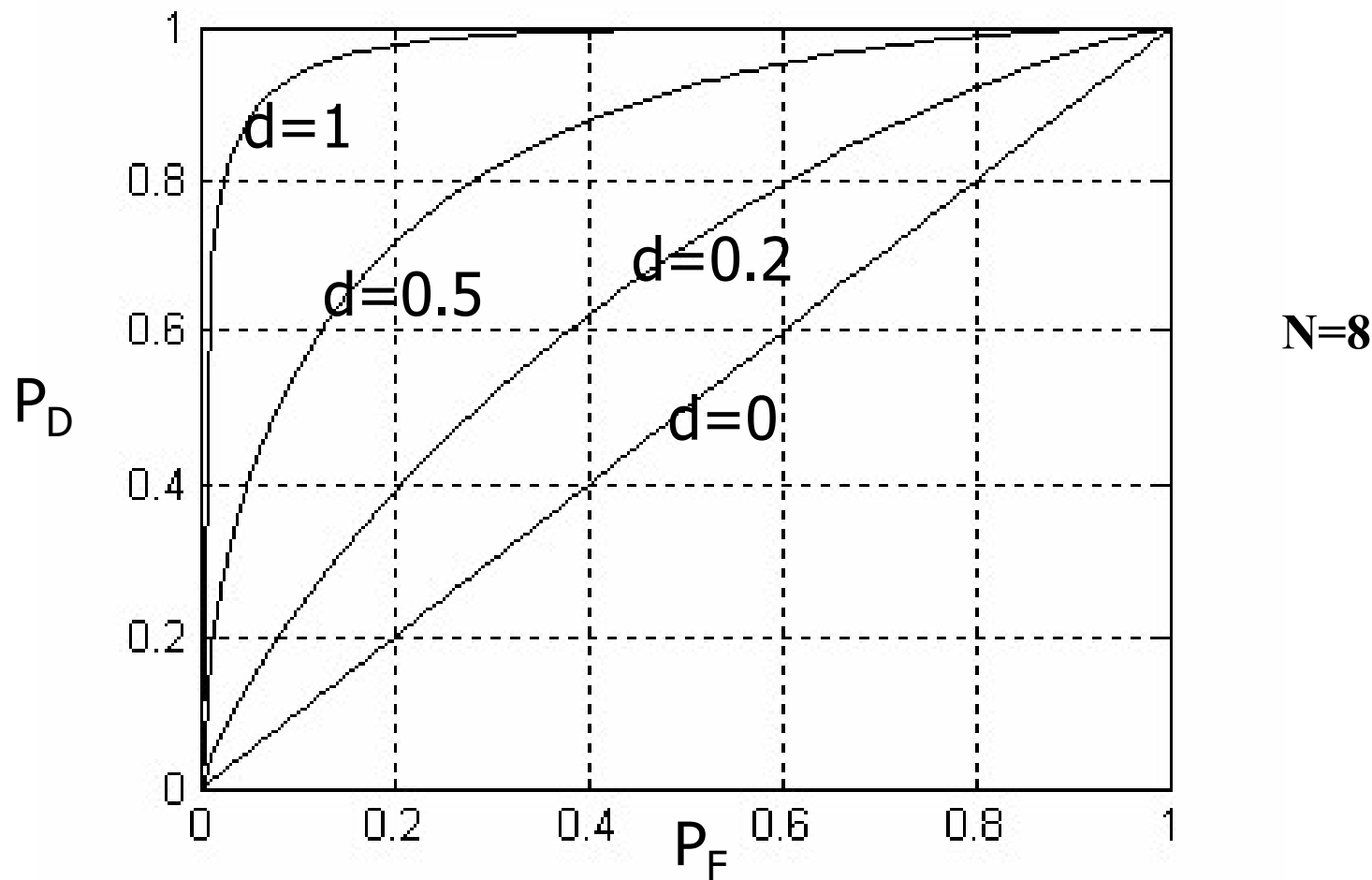
$$H_1: z_i = A + v_i, \quad i=1,2,\dots,N$$

其中 $\mathbf{v}$ 是均值为零、方差为1的正态随机变量；代价函数及先验概率已知，作出贝叶斯准则的判决。

$$P_F = Q\left(\frac{\sqrt{N}\gamma}{\sigma}\right) \longrightarrow \gamma = \frac{\sigma}{\sqrt{N}} Q^{-1}(P_F) \longrightarrow P_D = Q\left(\frac{\sqrt{N}(\gamma - A)}{\sigma}\right)$$

$$P_D = Q\left(Q^{-1}(P_F) - \sqrt{N}d\right) \quad d = A/\sigma$$

给定一定的信噪比，画出 $\mathbf{P_D-P_F}$ 曲线称为接收机工作特性（**ROC**）



接收机ROC曲线



### ROC曲线性质

- ✧ 1、当 $\alpha=0$ ，有 $\eta_0=\infty$ ， $P_D=0$ ；
- ✧ 2、当 $\alpha=1$ ，有 $\eta_0=-\infty$ ， $P_D=1$ ；
- ✧ 3、所有似然比检验的接收机工作特性均位于对角线之上；
- ✧ 4、所有似然比检验的接收机工作特性都是上凸的；
- ✧ 5、接收机工作特性在某点处斜率等于该点上PD和PF所要求的检测门限值 $\eta$ ；

### 【证明】

$$P_D = \int_{\eta}^{\infty} p(\Lambda(z) | H_1) d\Lambda(z) \stackrel{\Delta}{=} P_D(\eta), \quad P_F = \int_{\eta}^{\infty} p(\Lambda(z) | H_0) d\Lambda(z) \stackrel{\Delta}{=} P_F(\eta)$$



## 8.3 检测性能及其蒙特卡罗仿真

微分得到:  $\frac{dP_D(\eta)}{d\eta} = -p(\eta | H_1), \quad \frac{dP_F(\eta)}{d\eta} = -p(\eta | H_0)$

所以  $\frac{dP_D(\eta)}{dP_F(\eta)} = \frac{-p(\eta | H_1)}{-p(\eta | H_0)} = \frac{p(\eta | H_1)}{p(\eta | H_0)}$

又因为  $P_D(\eta) = \int_{\eta}^{\infty} p(\Lambda(z) | H_1) d\Lambda(z) = \int_{Z_1}^{\infty} p(z | H_1) dz =$

$$\int_{Z_1}^{\infty} \Lambda(z) p(z | H_0) dz = \int_{\eta}^{\infty} \Lambda(z) p(\Lambda(z) | H_0) d\Lambda(z)$$

再对上式微分:  $\frac{dP_D(\eta)}{d\eta} = -\eta p(\eta | H_0)$

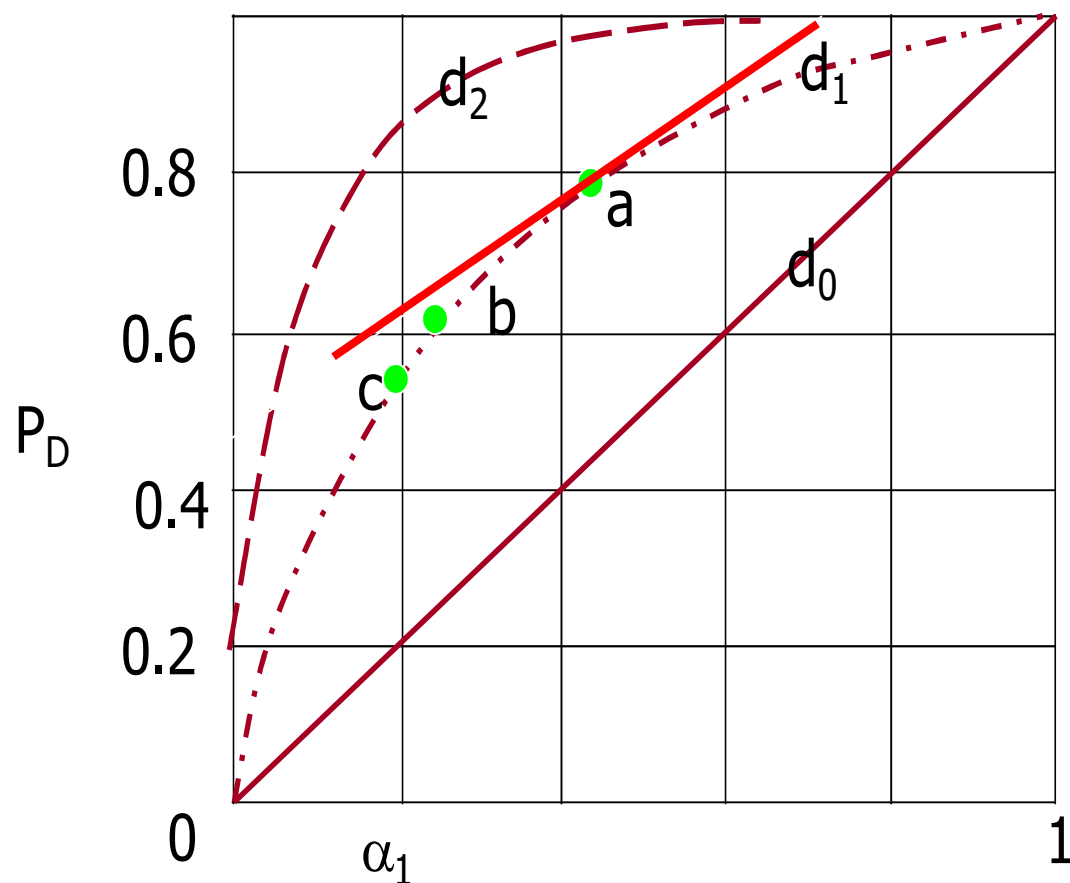
所以  $\frac{dP_D(\eta)}{dP_F(\eta)} = \frac{-p(\eta | H_1)}{-p(\eta | H_0)} = \frac{-\eta p(\eta | H_0)}{-p(\eta | H_0)} = \eta$

【证毕】





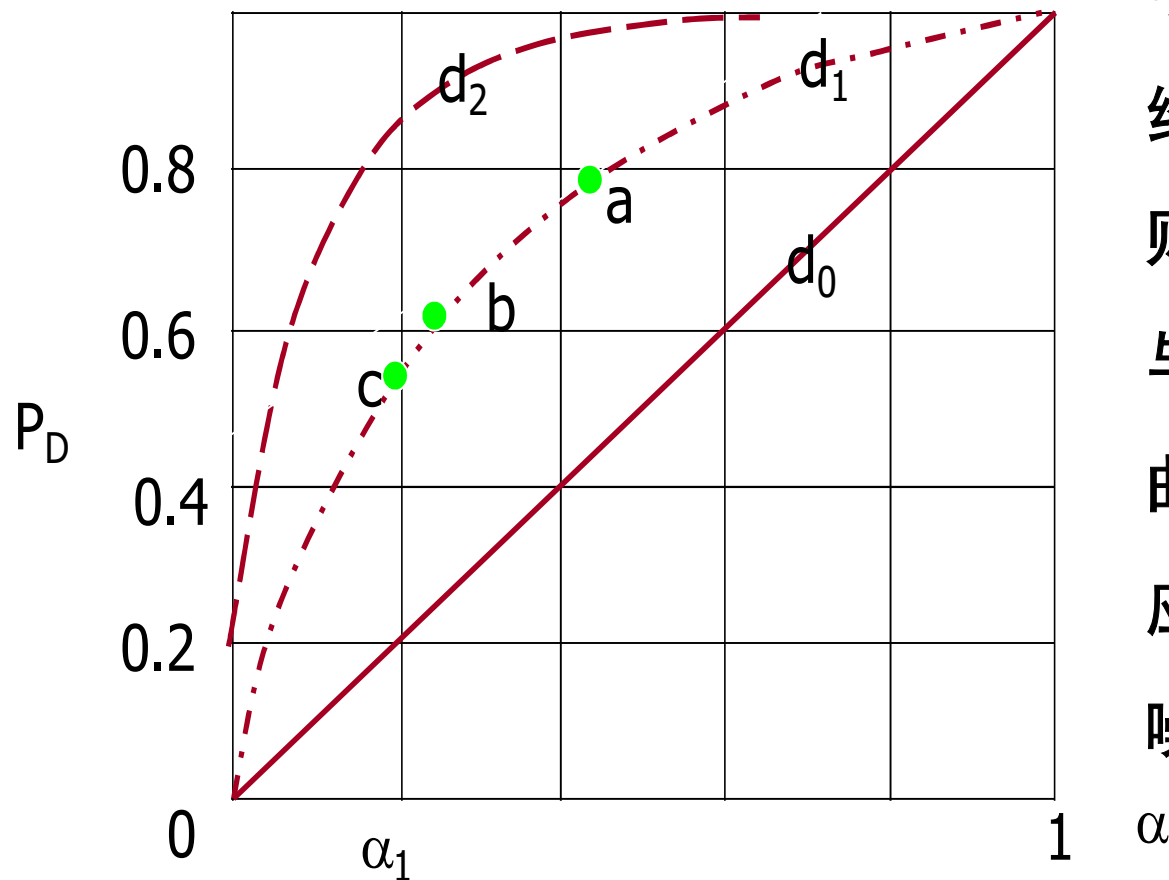
✧ 6、检测系统的接收机工作特性是似然比检验性能的完整描述。



- 在贝叶斯准则、最小平均错误概率准则下，先根据先验知识求出似然比检测门限 $\eta$ ，以 $\eta$ 为斜率的直线与信噪比为 $d$ 的曲线相切，如图中a点，该切点所对应的 $P_D$ 和 $P_F$ 就是该信噪比下的两种判决概率。



## 8.3 检测性能及其蒙特卡罗仿真

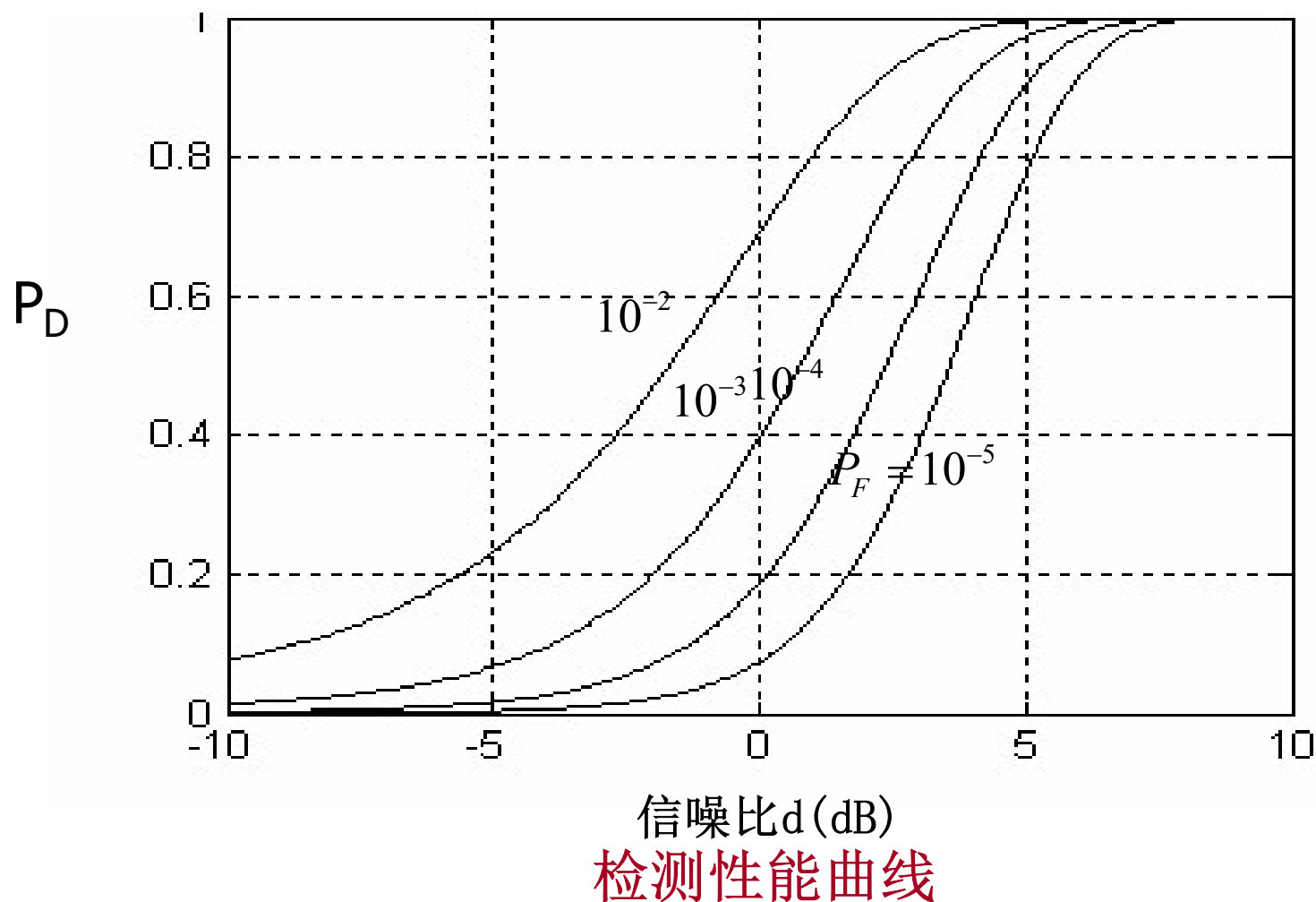


- 对奈曼-皮尔逊准则，  
给定约束条件 $P_F = \alpha$ ，  
则其解为 $P_F = \alpha$ 的直线  
与信噪比 $d$ 的工作特性  
曲线的交点 $c$ ，该点对  
应的 $P_D$ 就是该约束及信  
噪比下的检测概率。



## 8.3 检测性能及其蒙特卡罗仿真

给定虚警概率，检测概率与信噪比之间的关系曲线称为检测器的**检测性能曲线**。





### 1 复合假设检验

- 在假设检验问题中, 对于已知信号的假设称为简单假设;
- 对于含有未知参量信号的假设称为复合假设;
- 对于未知参量信号的检测是复合假设检验.

$$H_0 : \quad z_i = \theta_0 + v_i \quad i = 1, 2, \dots, N$$

$$H_1 : \quad z_i = \theta_1 + v_i \quad i = 1, 2, \dots, N$$

未知参量或随机变量



## 2 贝叶斯方法

假定已知 $f(\theta_0)$ 和 $f(\theta_1)$

$$f(\mathbf{z} | H_0) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\mathbf{z} | \theta_0, H_0) f(\theta_0) d\theta_0$$

$$f(\mathbf{z} | H_1) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\mathbf{z} | \theta_1, H_1) f(\theta_1) d\theta_1$$

$$\frac{f(\mathbf{z} | H_1)}{f(\mathbf{z} | H_0)} \underset{H_0}{\overset{H_1}{>}} \eta_0$$

复合假设检验变换为简单的假设检验.



### 3 一致最大势检验 (Uniformly Most Powerful test)

- ◆ 当 $\theta_1$ 、 $\theta_2$ 为未知常数时，这时可采用纽曼—皮尔逊检验，即约束虚警概率为常数，使检测概率最大。
- ◆ 如果最佳检测器的结构与未知参量 $\theta_1$ 、 $\theta_2$ 无关，称为一致最大势 (UMP) 检验。



### 3 广义似然比检验

对未知参数采用最大似然估计，并将此估计当作真值来进行似然比检验。

$$\Lambda(\mathbf{z}) = \frac{f(\mathbf{z} | H_1, \hat{\theta}_1)}{f(\mathbf{z} | H_0, \hat{\theta}_0)} \quad \begin{matrix} H_1 \\ > \\ < \\ H_0 \end{matrix} \quad \eta_0$$



例8.10：设有两种假设

$$H_0: z_i = v_i, \quad i=1,2,\dots,N$$

$$H_1: z_i = A + v_i, \quad i=1,2,\dots,N$$

其中 $v_i$ 是服从均值为零、方差为 $\sigma^2$ 的高斯白噪声序列, $A$ 未知,求广义似然比检验。

**【解】** 由于参数 $A$ 未知,那么首先求 $H_1$ 假设下参数 $A$ 的最大似然估计,即根据最大似然方程,得:

$$\hat{A}_{ml} = \bar{z} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N z_i$$





## 8.4 复合假设检验

似然比为: 
$$\Lambda(\mathbf{z}) = \frac{f(\mathbf{z}|H_1, \hat{A}_{ml})}{f(\mathbf{z}|H_0)} = \frac{(2\pi\sigma^2)^{-N/2} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^N (z_i - \bar{z})^2\right]}{(2\pi\sigma^2)^{-N/2} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^N z_i^2\right]}$$

对数似然比为: 
$$\ln \Lambda(\mathbf{z}) = -\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^N (z_i - \bar{z})^2 + \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^N z_i^2 = \frac{N\bar{z}^2}{2\sigma^2}$$

判决表达式为: 
$$\begin{array}{c} H_1 \\ > \\ \bar{z}^2 < \\ < \\ H_0 \end{array} \gamma \text{ 或者 } \begin{array}{c} H_1 \\ > \\ |\bar{z}| < \\ < \\ H_0 \end{array} \gamma'$$

门限 $\gamma$ 由给定的虚警概率确定。

【结束】



例8.11：设有两种假设

$$H_0: z_i = v_i, \quad i=1,2,\dots,N$$

$$H_1: z_i = A + v_i, \quad i=1,2,\dots,N$$

其中 $v_i$ 是服从均值为零、方差为 $\sigma^2$ 的高斯白噪声序列

假定 $\sigma^2$ 及直流电平 $A$ 均是未知的。

【解】很显然这仍然是一个复合假设检验问题，需要采用广义似然比检验，判决形式为

$$\frac{f(\mathbf{z}|H_1, \hat{A}_{ml}, \hat{\sigma}_{1ml}^2)}{f(\mathbf{z}|H_0, \hat{\sigma}_{0ml}^2)} \underset{H_1}{\overset{H_0}{>}} \eta_0 \quad (7)$$



## 8.4 复合假设检验

其中 $\hat{A}_{ml}$ 是在 $H_1$ 条件下对未知电平 $A$ 的最大似然估计。 $\hat{\sigma}_{1ml}^2$ 、 $\hat{\sigma}_{0ml}^2$ 是分别在 $H_1$ 和 $H_0$ 条件下对噪声方差的估计，这两个估计是不同的，由例7.5和例7.6可得，

$$\hat{A}_{ml} = \bar{z} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N z_i, \quad \hat{\sigma}_{1ml}^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (z_i - \bar{z})^2, \quad \hat{\sigma}_{0ml}^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N z_i^2$$

代入(7)得：

$$\begin{array}{ccc} \left( \frac{\hat{\sigma}_{0ml}^2}{\hat{\sigma}_{1ml}^2} \right)^{N/2} & \begin{array}{c} H_0 \\ > \\ < \\ H_1 \end{array} & \eta_0 \end{array} \quad \text{或者：} \quad \begin{array}{ccc} \ln \left( \frac{\hat{\sigma}_{0ml}^2}{\hat{\sigma}_{1ml}^2} \right) & \begin{array}{c} H_0 \\ > \\ < \\ H_1 \end{array} & \frac{2 \ln \eta_0}{N} \end{array} \quad (8)$$



## 8.4 复合假设检验

$$\text{又: } \hat{\sigma}_{1ml}^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (z_i - \bar{z})^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (z_i^2 - 2z_i\bar{z} + \bar{z}^2) =$$

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N z_i^2 - \bar{z}^2 = \hat{\sigma}_{0ml}^2 - \bar{z}^2$$

$$\text{那么, : } \ln \left( \frac{\hat{\sigma}_{0ml}^2}{\hat{\sigma}_{1ml}^2} \right) = \ln \left( \frac{\hat{\sigma}_{1ml}^2 + \bar{z}^2}{\hat{\sigma}_{1ml}^2} \right) = \ln \left( 1 + \frac{\bar{z}^2}{\hat{\sigma}_{1ml}^2} \right)$$

由于 $\ln(1+x)$ 是 $x$ 的单调上升函数, (8)式与下面的判决表达式等效:

$$T(\mathbf{z}) = \frac{\bar{z}^2}{\hat{\sigma}_{1ml}^2} \begin{array}{c} H_0 \\ > \\ < \\ H_1 \end{array} \gamma \quad (9)$$



## 8.4 复合假设检验

门限 $\gamma$ 由给定的虚警概率确定，与例8.10比较可以看出，在噪声方差未知的情况下，用噪声方差的估计去归一化检验统计量。下面证明，在 $H_0$ 情况下，检验统计量 $T(\mathbf{z})$ 与噪声方差无关。令 $v_i = \sigma u_i$ ，其中 $u(i)$ 是零均值单位方差的高斯白噪声，则

$$T(\mathbf{z})|H_0 = \frac{\left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_i\right)^2}{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (v_i - \bar{v})^2}, \quad \text{其中 } \bar{v} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_i = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sigma u_i = \sigma \bar{u},$$

代入上式得

$$T(\mathbf{z})|H_0 = \frac{(\sigma \bar{u})^2}{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\sigma u_i - \sigma \bar{u})^2} = \frac{(\bar{u})^2}{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (u_i - \bar{u})^2} \quad (10)$$



## 8.4 复合假设检验

由此可见，在 $H_0$ 情况下，检验统计量与噪声方差无关，它的概率密度也与噪声方差无关，

因此，虚警概率为：
$$P_F = \int_{\gamma}^{\infty} f_{T|H_0}(t)dt \quad (11)$$

根据纽曼-皮尔逊准则，判决门限 $\gamma$ 由给定的虚警概率 $P_F$ 确定。噪声的方差反映了噪声的强度，由(10)和(11)式可以看出，检测器的虚警概率与噪声强度无关，这种噪声强度变化时，虚警概率保持恒定的特性称为恒虚警率(CFAR)特性，CFAR特性对许多应用来说都是必须的，如雷达信号的检测等。

**【完毕】**