中山大學
SUN YAT-SEN UNIVERSITY

复习

2.3平稳随机过程

2.3.4 其他平稳的概念（循环平稳）

2.3.5 随机过程的各态历经性

2.4随机过程的联合分布和互相关函数

2.4.1 联合分布函数与联合概率密度

2.4.2 互相关函数及其性质

2.5随机过程的功率谱密度

2.5.1 连续时间随机过程的功率谱

习题：2.41　2.45

2.5随机过程的功率谱密度

例2.17 求随机相位信号 $X(t)=A\cos(\omega_0 t+\Phi)$ 功率谱

$$R_X(\tau)=\frac{A^2}{2}\cos\omega_0\tau$$

$$G_X(\omega)=\frac{1}{2}\pi A^2[\delta(\omega-\omega_0)+\delta(\omega+\omega_0)]$$

2.5随机过程的功率谱密度

例2.18 已知谱密度为 $G_X(\omega)=\dfrac{\omega^2+4}{\omega^4+10\omega^2+9}$ 求相关函数。

解、 由因式分解

$$G_X(\omega)=\frac{\omega^2+4}{\omega^4+10\omega^2+9}=\frac{2\times 9/48}{\omega^2+1}+\frac{6\times 5/48}{\omega^2+9}$$

$$e^{-\alpha|\tau|}\leftrightarrow\frac{2\alpha}{\alpha^2+\omega^2}$$

$$R_X(\tau)=\frac{1}{48}(9e^{-|\tau|}+5e^{-3|\tau|})$$

谱分解定理

平稳随机过程功率谱密度为ω的有理函数形式

$$G_X(\omega) = c_0^2 \frac{\omega^{2M} + a_{2(M-1)}\omega^{2(M-1)} + \cdots + a_0}{\omega^{2N} + b_{2(N-1)}\omega^{2(N-1)} + \cdots + b_0}$$

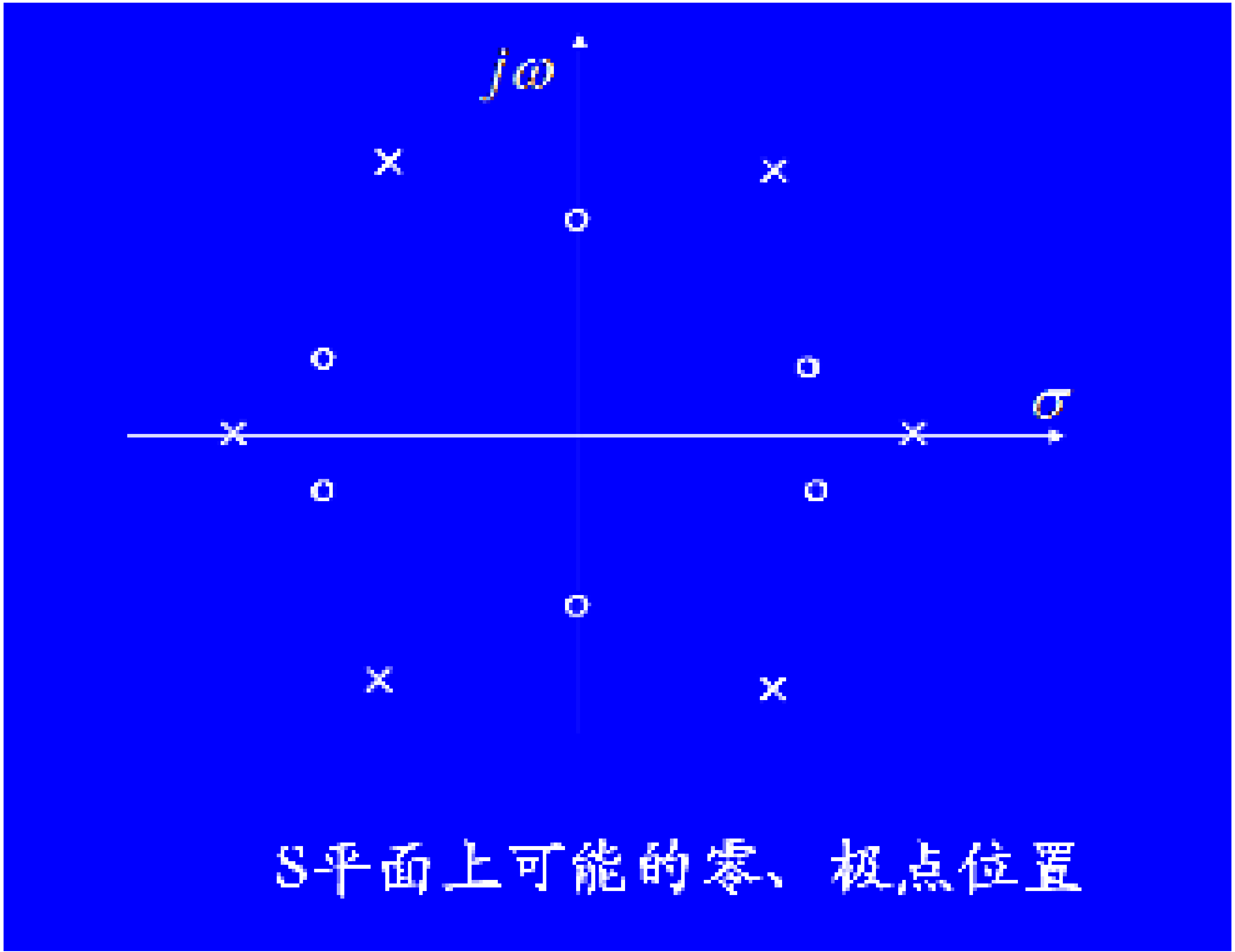
$$\Downarrow$$

$$G_X(\omega) = \underbrace{c_0 \frac{(j\omega+\alpha_1)\cdots(j\omega+\alpha_M)}{(j\omega+\beta_1)\cdots(j\omega+\beta_N)}}_{G^{+}_X(\omega)} \cdot \underbrace{c_0 \frac{(-j\omega+\alpha_1)\cdots(-j\omega+\alpha_M)}{(-j\omega+\beta_1)\cdots(-j\omega+\beta_N)}}_{G^{-}_X(\omega)}$$

2.5随机过程的功率谱密度

$$G_X(s) = c_0 \frac{(s+\alpha_1)\cdots(s+\alpha_M)}{(s+\beta_1)\cdots(s+\beta_N)} \cdot c_0 \frac{(s+\alpha_1)\cdots(s+\alpha_M)}{(s+\beta_1)\cdots(s+\beta_N)} \triangleq G_X^+(s) G_X^-(s)$$

零、极点共轭成对



2.5.2 随机序列的功率谱

对于平稳随机序列X(n)，其功率谱密度

$$G_X(\omega) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} R_X(m) e^{-jm\omega}$$

傅里叶⇕变换对

$$R_X(m) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{+\pi} G_X(\omega) e^{jm\omega} d\omega$$

平均功率 $R_X(0) = E[X^2(n)] = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{+\pi} G_X(\omega) d\omega$

2.5随机过程的功率谱密度

功率谱Z变换形式：

$$G_X(z)=\sum_{m=-\infty}^{+\infty}R_X(m)z^{-m}$$

收敛域是一个包含单位圆的环形区域，即

$$a<|z|<\frac{1}{a}\,,\qquad 0<a<1$$

反变换：

$$R_X(m)=\frac{1}{2\pi j}\oint_c G_X(z)z^{m-1}dz$$

其中，C是收敛域内包含z平面原点逆时针的闭合围线。

2.5随机过程的功率谱密度

随机序列功率谱的性质:

① 功率谱是实偶函数

$$G_X(\omega) = G_X(-\omega) \qquad G_X^*(\omega) = G_X(\omega)$$

$$G_X(z) = G_X(z^{-1})$$

②功率谱密度是非负 $\quad G_X(\omega) \geq 0$

2.5随机过程的功率谱密度

③如果随机序列的功率谱具有有理谱的形式,那么,

功率谱可以进行谱分解 $G_X(z) = G_X^{+}(z)G_X^{-}(z)$

功率谱中所有零极点在单位圆内的那一部分

功率谱中所有零极点在单位圆外的那一部分

且有

$$G_X^{+}(z^{-1}) = G_X^{-}(z) \qquad G_X^{-}(z^{-1}) = G_X^{+}(z)$$

2.5随机过程的功率谱密度

因此，功率谱中z和z^{-1}总是成对出现，

$$z+z^{-1}\Big|_{z=e^{j\omega}}=e^{j\omega}+e^{-j\omega}=2\cos\omega$$

$$G_X(z+z^{-1})\big|_{z=e^{jw}}=G_X(2\cos\omega)$$

所以，用离散傅里叶变换表示的功率谱是$\cos\omega$的函数，

即功率谱可以表示为 $G_X(\cos\omega)$

中山大學 SUN YAT-SEN UNIVERSITY

2.5随机过程的功率谱密度

例2.19 $X(n)=W(n)+W(n-1)$ 其中，$W(n)$是高斯随机序列，均值为零，自相关函数为 $R_W(m)=\sigma^2\delta(m)$

求X（n）的自相关函数和功率谱。

解：

$$E[X(n)]=E[W(n)]+E[W(n-1)]=0$$

自相关函数为：

$$\begin{aligned}R_X(m)&=E[X(n+m)X(n)]\\&=E\{[W(n+m)+W(n+m-1)][W(n)+W(n-1)]\}\\&=\sigma^2[2\delta(m)+\delta(m+1)+\delta(m-1)]\end{aligned}$$

2.5随机过程的功率谱密度

$$G_X(z)=\sum_{m=-\infty}^{\infty} R_X(m)z^{-m}=\sigma^2(2+z+z^{-1})$$

$$G_X(\omega)=G_X(z)|_{z=e^{j\omega}}=\sigma^2(2+e^{j\omega}+e^{-j\omega})=2(1+\cos\omega)$$

2.5.3 互功率谱

定义为 $$G_{XY}(\omega)=E\{\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}X_T(\omega)Y_T^*(\omega)\}$$

其中： $$X_T(\omega)=\int_{-T}^{+T}x_T(t)e^{-j\omega t}dt$$

$$Y_T(\omega)=\int_{-T}^{+T}y_T(t)e^{-j\omega t}dt$$

若X(t)及Y(t)联合平稳，有

$$R_{XY}(\tau)\leftrightarrow G_{XY}(\omega)\quad\begin{cases}G_{XY}(\omega)=\int_{-\infty}^{+\infty}R_{XY}(\tau)e^{-j\omega\tau}d\tau\\ R_{XY}(\tau)=\dfrac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}G_{XY}(\omega)e^{j\omega\tau}d\tau\end{cases}$$

2.5随机过程的功率谱密度

性质:

- $G_{XY}(\omega) = G_{YX}(-\omega) = G_{YX}^{*}(\omega)$

- $\mathrm{Re}[G_{XY}(\omega)]$ 与 $\mathrm{Re}[G_{YX}(\omega)]$ 是ω的偶函数;

  $\mathrm{Im}[G_{XY}(\omega)]$ 与 $\mathrm{Im}[G_{YX}(\omega)]$ 是ω的奇函数;

- 若X(t)与Y(t)正交，则 $G_{XY}(\omega) = G_{YX}^{*}(\omega) = 0$

  若不相关，则 $G_{XY}(\omega) = G_{YX}^{*}(\omega) = 2\pi m_X m_Y \delta(\omega)$

- $\left|G_{XY}(\omega)\right|^2 \leq G_X(\omega) G_Y(\omega)$

2.5.4 非平稳随机过程的功率谱

Power spectral density of nonstationary process

功率谱的定义

$$G_X(\omega) = E\left[\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\left|X_T(\omega)\right|^2\right]$$

对平稳和非平稳过程都是适应的。但实际中很难根据上式确定功率谱，对于非平稳过程需要寻找其它方法。

2.5随机过程的功率谱密度

1. 广义功率谱

$$G_X(\omega_1,\omega_2)=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}R_X(\tau_1,\tau_2)e^{-j(\omega_1 t_1-\omega_2 t_2)}dt_1 dt_2$$

$$R_X(\tau_1,\tau_2)=\frac{1}{(2\pi)^2}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}G_X(\omega_1,\omega_2)e^{j(\omega_1 t_1-\omega_2 t_2)}d\omega_1 d\omega_2$$

2. 时变功率谱

$$R_X(t+\tau,t)=E[X(t+\tau)X(t)]$$

$$G_X(\omega,t)=\int_{-\infty}^{\infty}R_X(t+\tau,t)e^{-j\omega\tau}d\tau$$

2.5随机过程的功率谱密度

3.维格纳-威利(Wigner-Ville)谱

$$R_X(t+\tau, t) = E[X(t+\tau/2)X(t-\tau/2)]$$

$$G_X(\omega, t) = \int_{-\infty}^{\infty} E[X(t+\tau/2)X(t-\tau/2)]e^{-j\omega\tau}d\tau$$

$$= E\left[\int_{-\infty}^{\infty} X(t+\tau/2)X(t-\tau/2)e^{-j\omega\tau}d\tau\right]$$

$$= E[W_X(t,\omega)]$$

$$W_X(t,\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} X(t+\tau/2)X(t-\tau/2)e^{-j\omega\tau}d\tau$$ 维格纳分布

2.5随机过程的功率谱密度

4. 时变功率谱的时间平均

$$G_X(\omega, t) = \int_{-\infty}^{\infty} R_X(t+\tau, t) e^{-j\omega\tau} d\tau$$

$$G_X(\omega) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} G_X(\omega, t) dt$$

不难证明：

$$\overline{R_X(\tau)} = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} R_X(\tau, t) dt$$

$$G_X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \overline{R_X(\tau)} e^{-j\omega\tau} d\tau$$

2.5随机过程的功率谱密度

例2.21 $X(t)=N(t)\cos\omega_0 t$ N(t)是平稳噪声，求X(t)的功率谱

解：

$$R_X(t+\tau,t)=E\{X(t+\tau)X(t)\}$$

$$=E\{N(t+\tau)\cos\omega_0(t+\tau)N(t)\cos\omega_0 t\}$$

$$=R_N(\tau)\frac{1}{2}\{\cos\omega_0(2t+\tau)+\cos\omega_0\tau\}$$

$$\overline{R_X(\tau)}=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-\infty}^{\infty}R_X(t+\tau,t)\,dt=\frac{1}{2}R_N(\tau)\cos\omega_0\tau$$

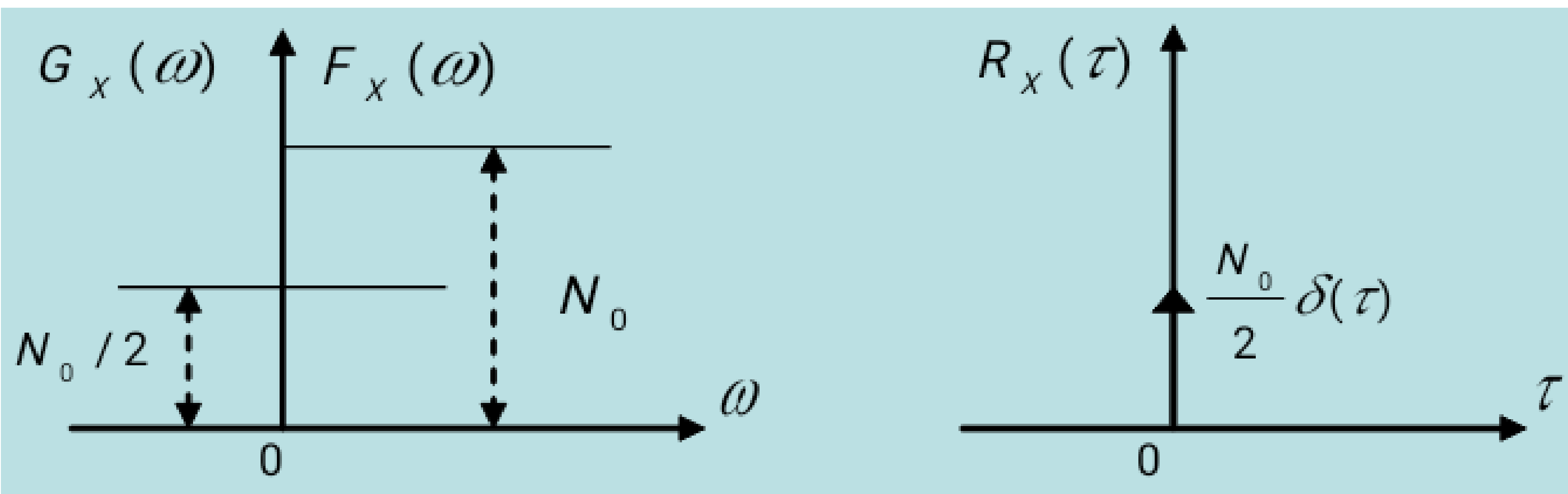
$$G_X(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}\overline{R_X(\tau)}e^{-j\omega\tau}d\tau=\frac{1}{4}[G_N(\omega+\omega_0)+G_N(\omega-\omega_0)]$$

2.6.1 白噪声

定义： 若X(t)为一个具有零均值的平稳随机过程，其功率谱密度为：

$$G_X(\omega)=\frac{N_0}{2}$$

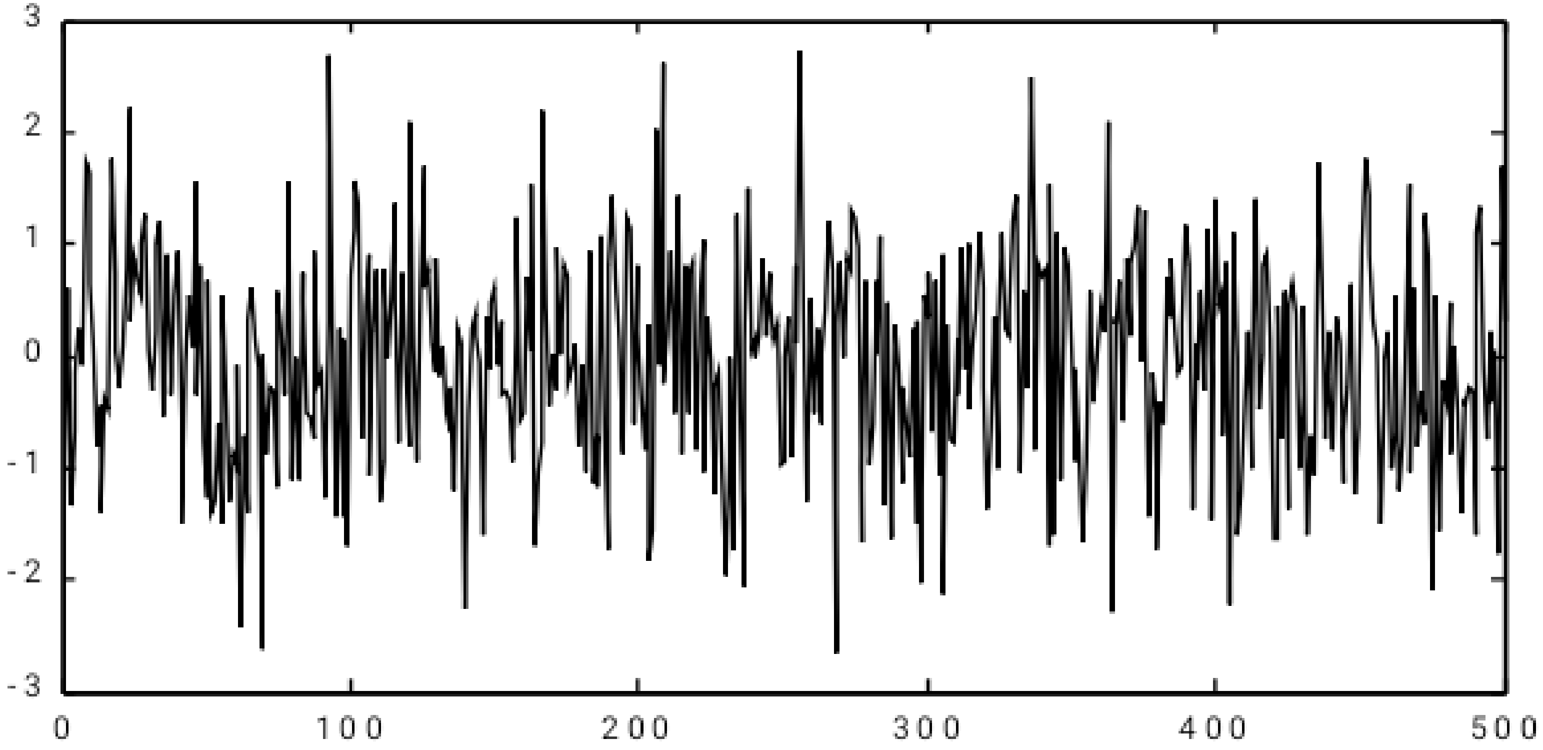
，其中 N_0 为一正实常数，则称X(t)为白噪声。



白噪声的功率谱密度和自相关函数

2.6 典型随机过程

白噪声相关系数： $r_X(\tau) = \dfrac{R_X(\tau)}{R_X(0)} = \begin{cases} 1 & \tau = 0 \\ 0 & \tau \neq 0 \end{cases}$

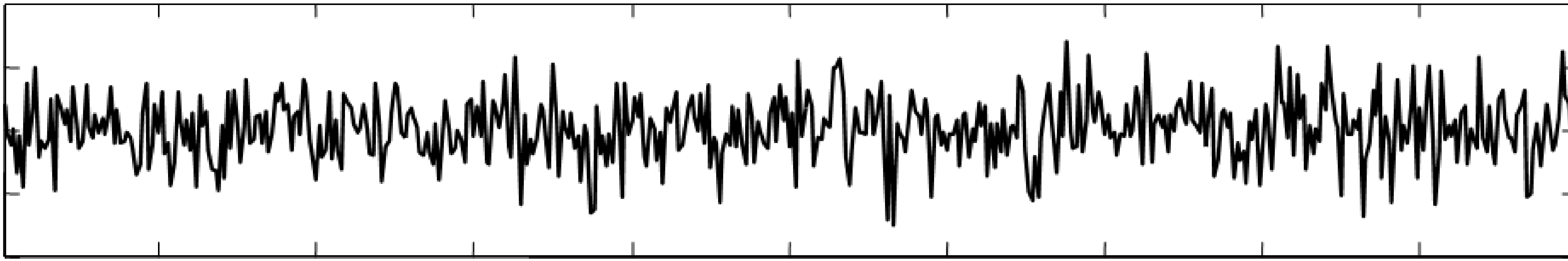


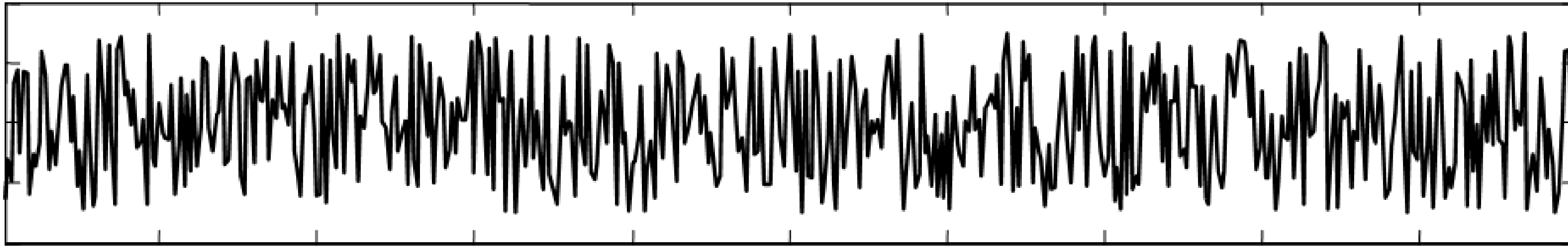
白噪声样本函数波形

SUN YAT-SEN UNIVERSITY 中山大學

2.6 典型随机过程

高斯白噪声





均匀白噪声

2.6.2 正态随机过程

定义： 如果一个随机过程X(t)的任意N维分布都服从正态分布，则称该随机过程为正态随机过程。

一维分布：

$$f_X(x_1,t_1)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma(t_1)}\exp\left[-\frac{(x_1-m(t_1))^2}{2\sigma^2(t_1)}\right]$$

N维分布：

$$f_X(\mathbf{x})=\frac{1}{(2\pi)^{N/2}|\mathbf{K}|^{1/2}}\exp\{-\frac{1}{2}(\mathbf{x}-\mathbf{m})^T\mathbf{K}^{-1}(\mathbf{x}-\mathbf{m})\}$$

2.6 典型随机过程

只由一、二阶矩特性确定

N维概率密度：

$$f_X(\mathbf{x})=\frac{1}{(2\pi)^{N/2}\,|\mathbf{K}|^{\frac{1}{2}}}\exp\left\{-\frac{1}{2}(\mathbf{x}-\mathbf{m})^T\mathbf{K}^{-1}(\mathbf{x}-\mathbf{m})\right\}$$

$$\mathbf{x}=\begin{bmatrix}x_1 & x_2 & \ldots & x_N\end{bmatrix}^T,\mathbf{m}=\begin{bmatrix}m(t_1) & m(t_2) & \ldots & m(t_N)\end{bmatrix}^T$$

$$\mathbf{K}=\begin{bmatrix}Cov(X(t_1),X(t_1)) & Cov(X(t_1),X(t_2)) & \cdots & Cov(X(t_1),X(t_N))\\ Cov(X(t_2),X(t_1)) & Cov(X(t_2),X(t_2)) & \cdots & Cov(X(t_2),X(t_N))\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ Cov(X(t_N),X(t_1)) & Cov(X(t_N),X(t_2)) & \cdots & Cov(X(t_N),X(t_N))\end{bmatrix}$$

2.6 典型随机过程

平稳正态过程

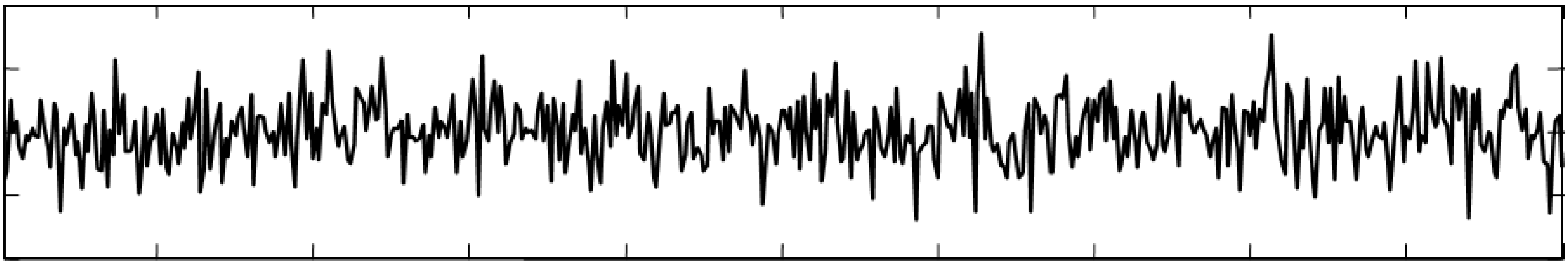
$$\mathbf{K}=\begin{bmatrix} Cov(X(t_1),X(t_1)) & Cov(X(t_1),X(t_2)) & \cdots & Cov(X(t_1),X(t_N)) \\ Cov(X(t_2),X(t_1)) & Cov(X(t_2),X(t_2)) & \cdots & Cov(X(t_2),X(t_N)) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Cov(X(t_N),X(t_1)) & Cov(X(t_N),X(t_2)) & \cdots & Cov(X(t_N),X(t_N)) \end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix} K_X(0) & K_X(t_1-t_2) & \cdots & K_X(t_1-t_N) \\ K_X(t_2-t_1) & K_X(0) & \cdots & K_X(t_N-t_1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ K_X(t_N-t_1) & K_X(t_N-t_2) & \cdots & K_X(0) \end{bmatrix}$$

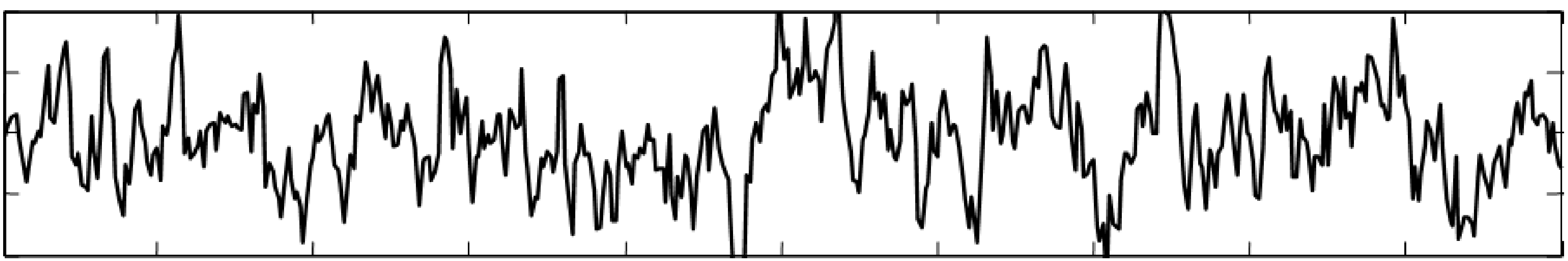
广义平稳，协方差只与时间差有关

2.6 典型随机过程

正态白噪声



相关正态噪声



2.6 典型随机过程

设X(t)是正态随机过程，若有

$$m_X(t) = m_X$$

$$R_X(t_1, t_2) = R_X(\tau),\ \tau = t_1 - t_2$$

则X(t)称为**广义平稳正态过程**。

2.6 典型随机过程

性质：

- 对于正态随机过程而言，广义平稳与严格平稳等价；不相关与独立等价；

- 一般平稳正态噪声与确定信号之和为非平稳的正态过程。

$$X(t) = N(t) + S(t)$$

$$f_X(x,t) = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{\frac{1}{2}}} \exp\left\{-\frac{[x - S(t)]^2}{2\sigma^2}\right\}$$

- 平稳正态随机过程通过线性系统的输出是正态随机过程。

2.6 典型随机过程

如果广义平稳，必定严平稳

$$\mathbf{K}=\begin{bmatrix} K_X(0) & K_X(t_1+\varepsilon-t_2-\varepsilon) & \cdots & K_X(t_1+\varepsilon-t_N-\varepsilon) \\ K_X(t_2+\varepsilon-t_1-\varepsilon) & K_X(0) & \cdots & K_X(t_N+\varepsilon-t_1-\varepsilon) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ K_X(t_N+\varepsilon-t_1-\varepsilon) & K_X(t_N-t_2-\varepsilon) & \cdots & K_X(0) \end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix} K_X(0) & K_X(t_1-t_2) & \cdots & K_X(t_1-t_N) \\ K_X(t_2-t_1) & K_X(0) & \cdots & K_X(t_N-t_1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ K_X(t_N-t_1) & K_X(t_N-t_2) & \cdots & K_X(0) \end{bmatrix}$$

2.6 典型随机过程

随机过程正态化

中心极限定理：

大量独立同分布的随机变量之和，其分布是趋于正态的。

$$Y(t)=\lim_{\substack{\max\ \Delta\tau_i\to 0\\ n\to\infty}}\sum_{i=1}^{n}X(\tau_i)h(t-\tau_i)\Delta\tau_i$$

- 白噪声通过有限带宽线性系统
- 宽带随机信号通过窄带线性系统

2.7.1 独立同分布白噪声序列

（1）(0,1)均匀分布的白噪声序列

用法：x=rand(m,n)

功能：产生$m \times n$的均匀分布随机数矩阵

（2）正态分布白噪声序列

用法：x=randn(m,n)

功能：产生$m \times n$的标准正态分布随机数矩阵，

（3）韦伯分布白噪声序列

用法：x=weibrnd(A,B,m,n);

功能：产生$m \times n$的韦伯分布随机数矩阵

2.7.2 相关正态随机矢量的产生

任意分布随机数的产生 $\begin{cases} \text{反函数法} \\ \text{变换法} \end{cases}$

（1）反函数法

定理：如果随机变量X具有连续分布函数$F_X(x)$，而r是(0,1)上均匀分布的随机变量，则$X=F_X^{-1}(r)$

由此等式，根据(0,1)上随机序列可以产生服从分布$f_X(x)$的随机序列x_i

2.7 基于Matlab随机过程分析方法

举例：指数分布随机数的产生

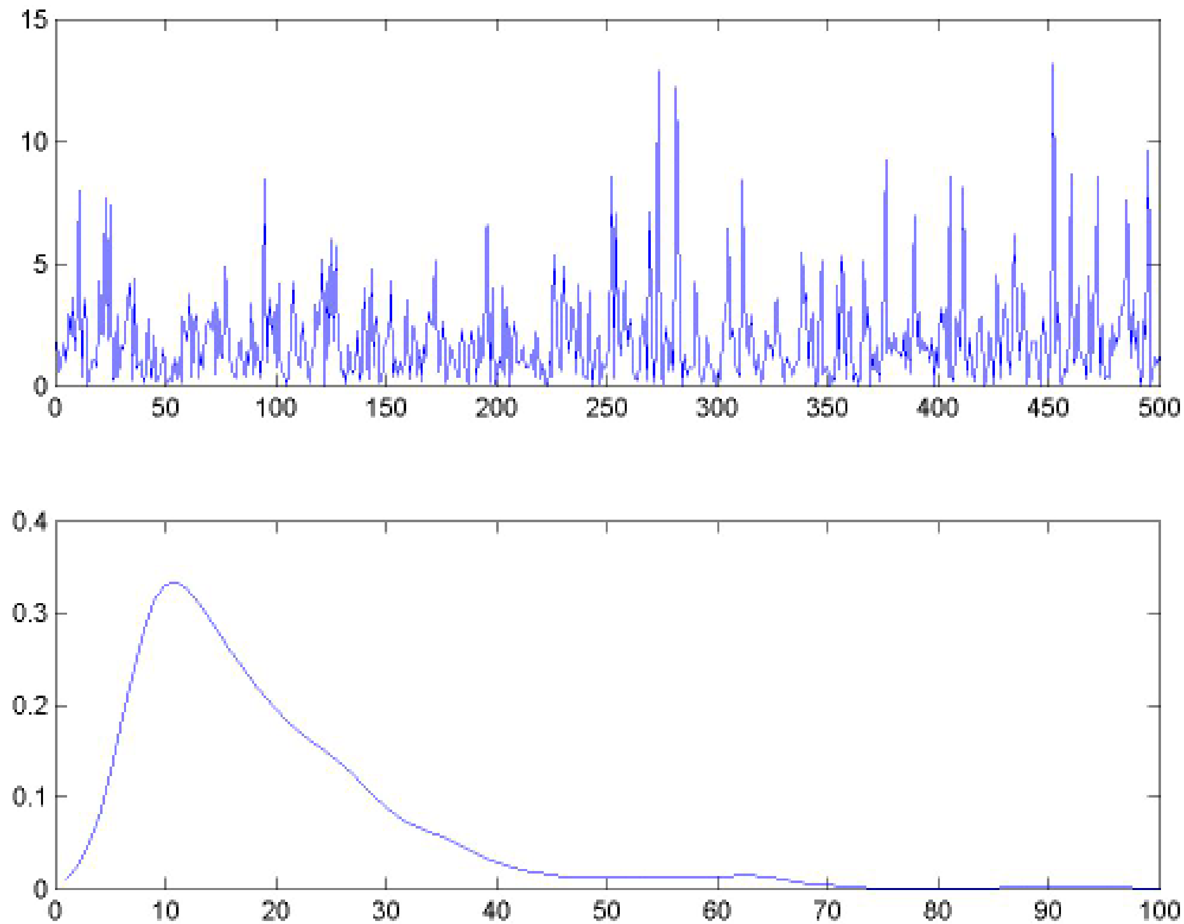
$$f_X(x) = \lambda e^{-\lambda x} \qquad x > 0$$

$$r_i = \int_{-\infty}^{x_i} f_X(x)dx = \int_0^{x_i} \lambda e^{-\lambda x} dx = 1 - e^{-\lambda x_i}$$

$$x_i = -\frac{1}{\lambda}\ln(1 - r_i) \quad 或 \quad x_i = -\frac{1}{\lambda}\ln r_i$$

2.7 基于Matlab随机过程分析方法

```
% 指数分布随机数的产生
N=200;
r=rand(N,1);
l=0.1;
x=-log(r)/l;
subplot(2,1,1);
plot(x);
y=ksdensity(x)
subplot(2,1,2);
plot(y);
```



2.7 基于Matlab随机过程分析方法

(2) 变换法

标准正态分布随机数的产生

$$x_i = \sqrt{-2\ln r_{1i}}\cos 2\pi r_{2i}$$

$$y_i = \sqrt{-2\ln r_{1i}}\sin 2\pi r_{2i}$$

$N(m, \sigma^2)$的正态分布随机数的产生

$$u_i = m + \sigma x_i = m + \sigma\sqrt{-2\ln r_{1i}}\cos 2\pi r_{2i}$$

2.7 基于Matlab随机过程分析方法

（3）相关正态随机矢量的产生

产生N维正态随机矢量$\mathbf{X}=[X_1,\ldots,X_N]^T$，要求服从如下概率密度：

$$f_X(x_1,x_2,\ldots,x_N)=\frac{1}{(2\pi)^{N/2}\,|\mathbf{K}|^{1/2}}\exp\left\{-\frac{1}{2}(\mathbf{x}-\mathbf{M})^T\mathbf{K}^{-1}(\mathbf{x}-\mathbf{M})\right\}$$

其中K为协方差矩阵，它是对称正定矩阵。

$$\mathbf{K}=\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & \cdots & k_{1N} \\ k_{21} & k_{22} & \cdots & k_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{NN} & k_{N2} & \cdots & k_{NN} \end{bmatrix}$$

2.7 基于Matlab随机过程分析方法

基本方法：先产生零均值、单位方差且各个分量相互独立的标准正态随机矢量U，然后做如下变换：

$$X = AU + M$$

其中矩阵A由协方差矩阵K确定。由于K是对称的正定矩阵，根据矩阵理论可分解为

$$K = AA^T$$

其中A是下三角矩阵。

可以利用MATLAB的Cholesky矩阵分解函数chol()对协方差矩阵进行分解得到A矩阵。

2.7 基于Matlab随机过程分析方法

举例：模拟产生一个正态随机序列$X(n)$，要求自相关函数满足

$$R_X(m)=\frac{\sigma^2}{1-a^2}a^{|m|}$$

其中a、σ为常数，且$|a|<1$。

解

$$K=\begin{bmatrix} R_X(0) & R_X(1) & \cdots & R_X(N-1) \\ R_X(1) & R_X(0) & \cdots & R_X(N-2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_X(N-1) & R_X(N-2) & \cdots & R_X(0) \end{bmatrix}=\frac{\sigma^2}{1-a^2}\begin{bmatrix} 1 & a & \cdots & a^{N-1} \\ a & 1 & \cdots & a^{N-2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a^{N-1} & a^{N-2} & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

2.7 基于Matlab随机过程分析方法

当$N=3$时

$$K=\frac{\sigma^2}{1-a^2}\begin{bmatrix}1 & a & a^2\\ a & 1 & a\\ a^2 & a & 1\end{bmatrix}\Rightarrow A=\frac{\sigma}{\sqrt{1-a^2}}\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ a & \sqrt{1-a^2} & 0\\ a^2 & a\sqrt{1-a^2} & \sqrt{1-a^2}\end{bmatrix}$$

由$X=AU$，得

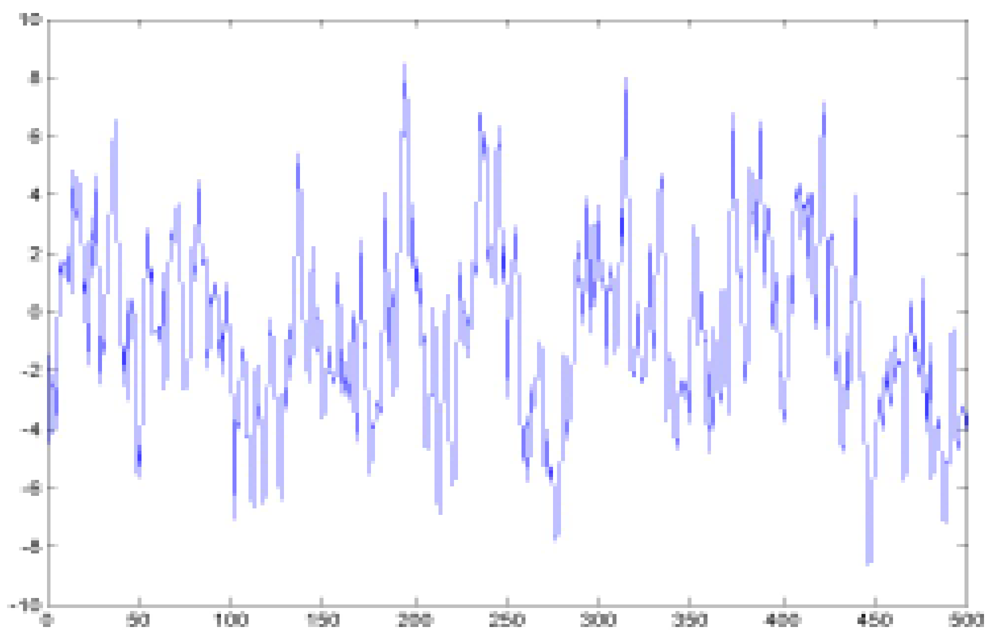
$$x_1=\frac{\sigma}{\sqrt{1-a^2}}u_1$$

$$x_i=ax_{i-1}+\sigma u_i$$

2.7 基于Matlab随机过程分析方法

MATLAB程序

```
a=0.8;
sigma=2;
N=500;
u=randn(N,1);
x(1)=sigma*u(1)/sqrt(1-a^2);
for i=2:N
    x(i)=a*x(i-1)+sigma*u(i);
end
plot(x);
```



2.7 基于Matlab随机过程分析方法

产生任意形式的相关函数的相关正态随机序列

根据相关函数确定协方差矩阵

↓

对协方差矩阵进行矩阵分解

↓

产生N维标准正态随机矢量

↓

做变换$X = AU + M$

2.7.2 数字特征估计

对于各态历经过程，可以通过对随机序列的一条样本函数来获得该过程的统计特性，利用MATLAB的统计分析函数可以分析随机序列的统计特性。在以下的介绍中，假定随机序列$x(n)$和$y(n)$是各态历经过程，样本分别为$x(n)$和$y(n)$，其中$n = 0,1,2,\cdots,N-1$。

功率谱估计

(1) 自相关法

原理：$$\hat{R}_x(m)=\frac{1}{N-|m|}\sum_{n=0}^{N-|m|-1}x_{n+m}x_n$$

$$\hat{G}_x(\omega)=\sum_{m=-(N-1)}^{N+1}\hat{R}_x(m)e^{-jm\omega}$$

用法：$R=\mathrm{xcorr}(x)$

$Pw=\mathrm{fft}(R,N)$

功能：fft(*R*, *N*)为自相关函数的快速傅里叶变换，*N*为傅里叶变换的长度。

(2) 周期图法 periodogram()

原理：
$$X(\omega)=\sum_{n=0}^{N-1}x(n)e^{-jn\omega}$$

$$\hat{G}_x(\omega)=\frac{1}{N}\left|X(\omega)\right|^2$$

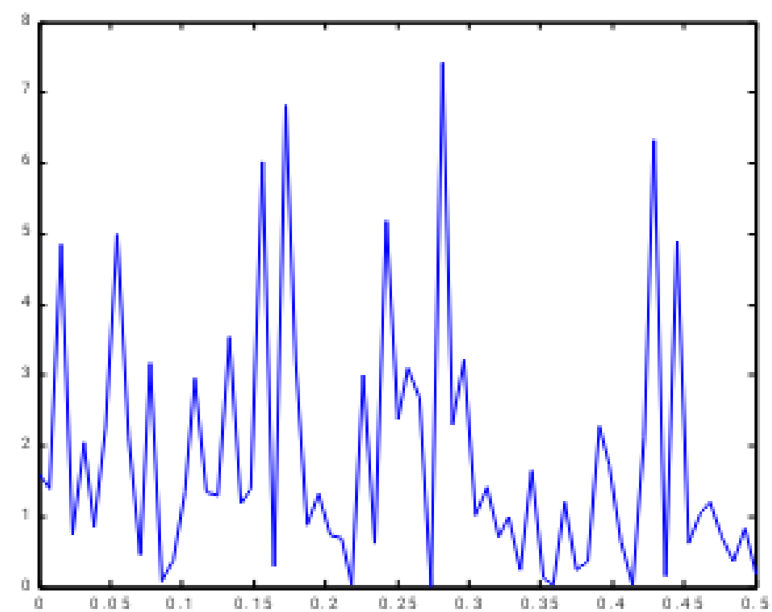
用法：$[Pxx, w]$ = periodogram(x, window, N, f_s)

功能：Pxx为对应频率w的x的功率谱密度值，window为与x等长度的窗序列，N为傅里叶变换的长度，f_s为采样频率。

2.7 基于Matlab随机过程分析方法

举例：估计长度为100、均值为0、方差为1的高斯白噪声序列X(n) 的功率谱密度。

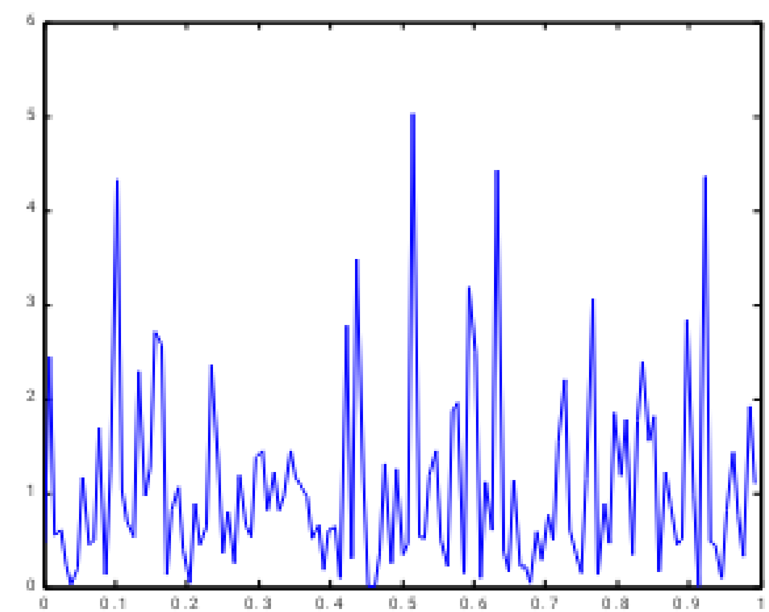
```
x=randn(1, 100);
N=2^ceil(log2(length(x)));
[Pxx, frequency]=periodogram(x, [], N, 1);
figure
plot(frequency, Pxx)
xlabel( ‘frequency(Hz)’ )
ylabel( ‘PSD’ )
```



2.7 基于Matlab随机过程分析方法

举例：估计长度为100、均值为0、方差为1的高斯白噪声序列X(n) 的功率谱密度。

```
xcomplex=randn(1, 100)*sqrt(2)/2+j*randn(1, 100)
*sqrt(2)/2;
[Pxx, frequency]=periodogram(xcomplex, [], N, 1);
figure
plot(frequency, Pxx)
xlabel(‘frequency(Hz)’)
ylabel(‘PSD’)
```



4. 概率密度估计

概率密度估计有两个函数：ksdensity()，hist()。

直接估计ksdensity()

用法：[f, xi] = ksdensity(x)

功能：估计用矢量x表示的随机序列在xi处的概率密度f。也可指定xi，估计对应点的概率密度值，用法为：f = ksdensity(x, xi)。

2.7 基于Matlab随机过程分析方法

直方图估计hist()

用法：hist(y, x)

功能：画出用矢量y表示的随机序列的直方图，参数x表示计算直方图划分的单元，也是用矢量表示。

2.7 基于Matlab随机过程分析方法

例 产生一组随机序列，并画出他的直方图。

MATLAB程序如下：

```
x = -2.9:0.1:2.9;
y = normrnd(0,1,1000,1);
hist(y,x);
```

以上程序产生1000个标准正态随机数。