

## 课程基础内容总结

### Chapter 1:

#### 1、随机变量的数字特征定义及求解；随机变量之间的关系；

$$\text{均值: } E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} xf_X(x)dx; \quad E(X) = \sum_{i=1}^N x_i p_i$$

$$\text{方差: } D(X) = E\{[X - E(X)]^2\} = \int_{-\infty}^{+\infty} [x - E(x)]^2 f(x)dx$$

$$\text{协方差: } \text{cov}(X, Y) = E\{[X - E(X)][Y - E(Y)]\} = E(XY) - E(X)E(Y)$$

$$\text{相关系数: } r_{XY} = \frac{\text{cov}(X, Y)}{\sqrt{D(X)D(Y)}}$$

相互关系:

$$\text{正交: } E(XY) = 0; \quad \text{不相关: } E(XY) = E(X)E(Y); \quad \text{独立: } f(x, y) = f_X(x)f_Y(y)$$

#### 2、一维随机变量函数分布、数字特征求解；

一维随机变量的函数:

$$f_Y(y) = f_X(x) \cdot \left| \frac{dx}{dy} \right| = f_X(x) |J|$$

$$f_Y(y) = f_X(x_1) \left| \frac{dx_1}{dy} \right| + f_X(x_2) \left| \frac{dx_2}{dy} \right| = f_X(x_1) |J_1|_{x_1=h_1(y)} + f_X(x_2) |J_2|_{x_2=h_2(y)}$$

$$E[g(X)] = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x) f_X(x) dx$$

$$D(Y) = E\{[g(X) - E(g(X))]^2\} = \int_{-\infty}^{+\infty} [g(x) - m_Y]^2 f_X(x) dx$$

### Chapter 2

#### 1、根据随机过程的具体形式，求一、二维概率分布及其数字特征（书上例题）；

$$\text{均值: } m_X(t) = E\{X(t)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} xf_X(x, t)dx; \quad m_X(t) = \sum_{i=1}^N x_i(t) p_i(t)$$

$$\text{方差: } \sigma_X^2(t) = E\{X^2(t)\} - m_X^2(t); \quad \sigma_X^2(t) = \sum_{i=1}^N [x_i(t) - m_X(t)]^2 p_i(t)$$

相关函数:  $R_X(t_1, t_2) = E\{X(t_1)X(t_2)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} x_1 x_2 f(x_1, x_2, t_1, t_2) dx_1 dx_2$  ;

$$R_X(t_1, t_2) = E\{X(t_1)X(t_2)\} = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_i(t_1) x_j(t_2) p_{ij}(t_1, t_2)$$

协方差函数:  $K_X(t_1, t_2) = E\{[X(t_1) - m_X(t_1)][X(t_2) - m_X(t_2)]\}$

$$K_X(t_1, t_2) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N [x_i(t_1) - m_X(t_1)][x_j(t_2) - m_X(t_2)] p_{ij}(t_1, t_2)$$

2、根据随机过程的表达式, 判断该过程是否具有平稳性, 判断两个过程的独立、相关、正交;

$$m_X(t) = m_X$$

$$R_X(t_1, t_2) = R_X(\tau) \quad \tau = t_1 - t_2$$

如果  $K_X(t_1, t_2) = 0$ , 则我们称  $X(t_1)$  和  $X(t_2)$  是不相关的。如果  $R_X(t_1, t_2) = 0$ , 则我们称  $X(t_1)$  和  $X(t_2)$  是相互正交的。如果  $f_X(x_1, x_2, t_1, t_2) = f_X(x_1, t_1) f_X(x_2, t_2)$ , 则称随机过程在  $t_1$  和  $t_2$  时刻的状态是相互独立的。

如果  $R_{XY}(t_1, t_2) = 0$ , 则称  $X(t)$  与  $Y(t)$  是相互正交的, 如果  $K_{XY}(t_1, t_2) = 0$ , 则称  $X(t)$  与  $Y(t)$  是不相关的。可以证明, 如果  $X(t)$  与  $Y(t)$  是相互独立的, 则一定是不相关的, 但反之不一定成立。

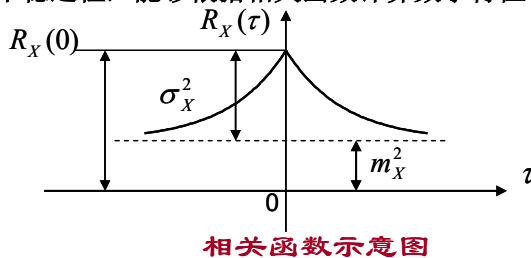
$$\text{如果} \quad m_X(t) = m_X \quad (2.4.8)$$

$$m_Y(t) = m_Y \quad (2.4.9)$$

$$R_{XY}(t_1, t_2) = R_{XY}(\tau) \quad \tau = t_1 - t_2 \quad (2.4.10)$$

则称  $X(t)$  与  $Y(t)$  是广义联合平稳的。

3、对于平稳过程, 能够根据相关函数计算数字特征、包括相关系数和相关时间;



$$R_X(0) = \sigma_X^2 + m_X^2; \quad r_X(\tau) = \frac{K_X(\tau)}{\sigma_X^2} = \frac{R_X(\tau) - m_X^2}{\sigma_X^2}; \quad \tau_0 = \int_0^\infty r_X(\tau) d\tau$$

4、掌握功率谱密度的定义、性质, 掌握平稳过程自相关函数与功率谱密度之间的关系及求解;

定义:  $G_X(\omega) = E\{\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} |X_T(\omega)|^2\}$ , 其中  $X_T(\omega) = \int_{-T}^{+T} X(t) e^{-j\omega t} dt$

性质: 对于实的平稳随机过程, 他的功率谱是一个实的、非负的偶函数;

$$R_X(0) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} G_X(\omega) d\omega$$

关系:  $R_X(\tau) \leftrightarrow G_X(\omega)$ ; 特别注意随机序列功率谱收敛域问题。

## Chapter 3

### 1、随机过程通过线性系统的基本性质;

- 高斯随机信号通过线性系统后的输出仍然是高斯过程;
- 线性系统不会产生新的频率分量, 非线性系统则不然;
- 线性系统输出的随机信号的相关时间于系统的带宽成反比;
- 对于线性系统, 输入严平稳则输出严平稳, 输入宽平稳则输出宽平稳;
- 如果输入  $X(t)$  是平稳的,  $h(t)$  在  $(-\infty, +\infty)$  中都存在(即系统是物理不可实现的), 则输出  $Y(t)$  也是平稳的, 且输入与输出是联合平稳的。
- 对于物理可实现系统, 即当  $t < 0$  时,  $h(t) = 0$ , 假定输入  $X(t)$  是平稳的, 且从  $-\infty$  时加入, 则  $Y(t)$  仍是平稳的; 如果  $X(t)$  是从  $t = 0$  加入, 则  $Y(t)$  非平稳。

### 2、运用冲击响应法和频谱法, 计算平稳随机信号激励下系统输出的二阶统计特性, 计算高斯随机信号激励下系统输出端的概率密度;

$$R_{XY}(\tau) = h(-\tau) \otimes R_X(\tau), \quad \tau = t_1 - t_2$$

$$R_Y(\tau) = h(\tau) \otimes R_{XY}(\tau) = h(-\tau) \otimes h(\tau) \otimes R_X(\tau)$$

$$G_{XY}(\omega) = H^*(\omega) G_X(\omega)$$

$$G_Y(\omega) = H(\omega) G_{XY}(\omega) = H^*(\omega) H(\omega) G_X(\omega) = |H(\omega)|^2 G_X(\omega)$$

注意: 冲激响应法中相关函数求解基本方法

### 3、白噪声通过线性系统、系统的等效噪声带宽(包括连续系统及离散系统);

白噪声通过微分系统、积分系统、理想低通系统、理想带通系统等输入输出统计特性计算及分析, 包括相关函数、功率谱密度、相关时间。

$$F_Y(\omega_0) \Delta\omega_e = \int_0^\infty F_Y(\omega) d\omega$$

$$\text{噪声等效通带为} \quad \Delta f_e = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{\int_0^\infty F_Y(\omega) d\omega}{F_Y(\omega_0)} = \frac{\int_0^\infty |H(\omega)|^2 d\omega}{2\pi |H(\omega_0)|^2}$$

对于可实现系统,  $h(t) = 0; \quad t < 0$ ,

$$\text{对于带通网络,} \quad \Delta f_e = \frac{\int_0^\infty h^2(t) dt}{2 |H(\omega_0)|^2};$$

对于低通网络,  $\Delta f_e = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{\int_0^\infty F_Y(\omega) d\omega}{F_Y(0)} = \frac{\int_0^\infty |H(\omega)|^2 d\omega}{2\pi |H(0)|^2}$ ;  $\Delta f_e = \frac{\int_0^\infty h^2(t) dt}{2[\int_0^\infty h(t) dt]^2}$ ;

对于离散时间系统:  $\Delta f_e = \frac{\int_0^\infty |H(e^{j\omega})|^2 d\omega}{2\pi |H(e^{j\omega})|^2} = \frac{\sum_{n=0}^\infty h^2(n)}{2[\sum_{n=0}^\infty h(n)]^2}$ ;

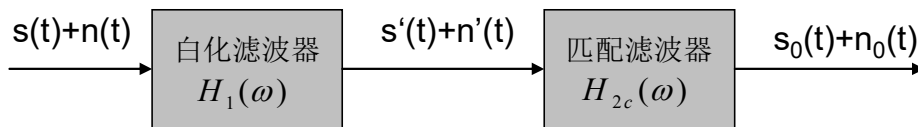
#### 4、匹配滤波器原理、性质及计算;

最佳线性滤波器:  $H(\omega) = cS^*(\omega)e^{-j\omega t_0} / G_n(\omega)$

匹配滤波器:  $H(\omega) = cS^*(\omega)e^{-j\omega t_0}$ ,  $h(t) = cs^*(t_0 - t)$

- 输出的最大信噪比与输入信号的波形无关。
- $t_0$ 应该选在信号  $s(t)$ 结束之后
- 匹配滤波器对信号幅度和时延具有适应性
- 匹配滤波器对信号的频移不具有适应性

广义匹配滤波器结构:



#### 5、基本时间序列模型及性质;

充分反映了信号即系统的概念, 信号的平稳性与系统的稳定性等价。

AR 模型:  $X(n)=a_1X(n-1)+a_2X(n-2)+\dots+a_NX(n-N)+W(n)$ ; 全极点模型, 无限长单位冲击响应滤波器。

MA 模型:  $X(n)=b_0W(n)+b_1W(n-1)+\dots+b_{M-1}W(n-M)$ ; 全零点模型, 有限长单位冲击响应滤波器。

ARMA 模型:  $a_0X(n)+a_1X(n-1)+\dots+a_NX(n-N)=b_0W(n)+b_1W(n-1)+\dots+b_MW(n-M)$

## Chapter 4

#### 1、非线性变换直接法分析方法应用于典型检波器;

$$Y(t) = g[X(t)]$$

$$Y(t) \text{ 的均值: } E[Y(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x)f_X(x,t)dx$$

$$Y(t) \text{ 的相关函数: } E[Y(t_1)Y(t_2)] = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} g(x_1)g(x_2)f_X(x_1,x_2,t_1,t_2)dx_1dx_2$$

如果输入  $X(t)$  是平稳过程, 则其一维和二维概率密度分别为  $f_X(x)$  和  $f_X(x_1,x_2,\tau)$ , 则有:

$$E[Y(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x) f_X(x) dx = m_Y$$

$$E[Y(t_1)Y(t_2)] = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} g(x_1)g(x_2) f_X(x_1, x_2, \tau) dx_1 dx_2$$

## 2、非线性变换其它方法的基本概念。

## Chapter 5

窄带随机过程是在雷达、通信、声纳等电子系统中经常遇到的一种重要的随机信号。

### 1、 熟练掌握希尔伯特变换的概念、性质；

关于希尔伯特变换，应掌握：希尔伯特变换是一种线性变换，应当作为一个线性系统来处理，希尔伯特变换的分析方法有时域法和频域法两种。

假定有一个实函数  $x(t)$ ，它的希尔伯特变换定义为

$$H[x(t)] = \hat{x}(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x(\tau)}{t - \tau} d\tau \quad \text{反变换为} \quad H^{-1}[\hat{x}(t)] = x(t) = -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\hat{x}(\tau)}{t - \tau} d\tau$$

$$H(\omega) = -j \operatorname{sgn}(\omega) = \begin{cases} -j & \omega > 0 \\ j & \omega < 0 \end{cases}$$

- $H[\hat{x}(t)] = -x(t)$
- $H[\cos(\omega_0 t + \varphi)] = \sin(\omega_0 t + \varphi)$

$$H[\sin(\omega_0 t + \varphi)] = -\cos(\omega_0 t + \varphi)$$

- 设  $a(t)$  为低频信号, 其傅立叶变换为  $A(\omega)$ , 且

$$A(\omega) = 0 \quad |\omega| > \Delta\omega/2$$

则当  $\omega_0 > \Delta\omega/2$  时, 有  $H[a(t)\cos\omega_0 t] = a(t)\sin\omega_0 t$ ;  $H[a(t)\sin\omega_0 t] = -a(t)\cos\omega_0 t$

- 设  $A(t)$  与  $\varphi(t)$  为低频信号, 则

$$H[A(t)\cos[\omega_0 t + \varphi(t)]] = A(t)\sin[\omega_0 t + \varphi(t)]$$

$$H[A(t)\sin[\omega_0 t + \varphi(t)]] = -A(t)\cos[\omega_0 t + \varphi(t)]$$

- 设  $y(t) = v(t) \otimes x(t)$  则  $\hat{y}(t) = \hat{v}(t) \otimes x(t) = v(t) \otimes \hat{x}(t)$
- 设平稳随机信号  $X(t)$ , 自相关函数为  $R_X(\tau)$ , 则  $R_{\hat{X}}(\tau) = R_X(\tau)$

- $R_{X\hat{X}}(\tau) = -\hat{R}(\tau)$ ;  $R_{\hat{X}X}(\tau) = \hat{R}(\tau)$

- $R_{X\hat{X}}(-\tau) = -R_{X\hat{X}}(\tau)$ ;  $R_{\hat{X}X}(-\tau) = -R_{\hat{X}X}(\tau)$ ;  $R_{X\hat{X}}(0) = -R_{X\hat{X}}(0)$ ;

$$R_{x\hat{x}}(0) = -R_{\hat{x}x}(0) = 0$$

表明  $X(t)$  与  $\hat{X}(t)$  在同一时刻是正交的。

- 偶函数的希尔伯特变换是奇函数，奇函数的希尔伯特变换是偶函数。

## 2、信号的复信号表示方法及性质

一个实函数加任意一个虚函数部分就可以构成复函数，但这样得到的复函数并非唯一的，不能达到简化运算的目的。确定信号的解析信号

$$\begin{aligned}\tilde{X}(\omega) &= X(\omega) + j\hat{X}(\omega) = X(\omega) + j[-j\operatorname{sgn}(\omega)X(\omega)] = X(\omega)[1 + \operatorname{sgn}(\omega)] \\ &= \begin{cases} 2X(\omega) & \omega > 0 \\ 0 & \omega < 0 \end{cases} = 2X(\omega)U(\omega)\end{aligned}$$

$$\text{随机信号的解析信号: } G_{\tilde{x}}(\omega) = 2[G_X(\omega) + \operatorname{sgn}(\omega)G_X(\omega)] = \begin{cases} 4G_X(\omega) & \omega > 0 \\ 0 & \omega < 0 \end{cases}$$

在窄带信号的条件下，指数信号与复数解析信号基本上是一致的。

## 3、熟练掌握莱斯表示式及同相、正交分量的统计特性；

任何一个实平稳窄带随机过程可以表示成

$$Y(t) = A_c(t)\cos\omega_0 t - A_s(t)\sin\omega_0 t$$

其中： $A_c(t) = Y(t)\cos\omega_0 t + \hat{Y}(t)\sin\omega_0 t$ ； $A_s(t) = -Y(t)\sin\omega_0 t + \hat{Y}(t)\cos\omega_0 t$

其统计特性为：

$$\begin{aligned}R_c(\tau) &= R_Y(\tau)\cos\omega_0\tau + \hat{R}_Y(\tau)\sin\omega_0\tau ; \quad R_s(\tau) = R_Y(\tau)\cos\omega_0\tau - \hat{R}_Y(\tau)\sin\omega_0\tau \\ R_{cs}(\tau) &= R_Y(\tau)\sin\omega_0\tau - \hat{R}_Y(\tau)\cos\omega_0\tau\end{aligned}$$

功率谱关系：

$$G_c(\omega) = \frac{1}{2}[G_Y(\omega+\omega_0) + G_Y(\omega-\omega_0)] + \frac{1}{2j}[j\operatorname{sgn}(\omega+\omega_0)G_Y(\omega+\omega_0) - j\operatorname{sgn}(\omega-\omega_0)G_Y(\omega-\omega_0)]$$

## 4、窄带正态过程包络与相位分布；

注：重点为窄带正态过程包络相位分布的推导思路。

【窄带正态噪声】：

- 包络得一维概率密度  $f_A(A_t) = \int_0^{2\pi} f_{A\phi}(A_t, \phi_t) d\phi_t = \begin{cases} \frac{A_t}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{A_t^2}{2\sigma^2}\right), & A_t \geq 0 \\ 0, & A_t < 0 \end{cases}$
- 相位的一维概率密度  $f_\phi(\phi_t) = \int_0^\infty f_{A\phi}(A_t, \phi_t) dA_t = \begin{cases} \frac{1}{2\pi}, & 0 \leq \phi_t \leq 2\pi \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$

【窄带正态+正弦信号】：

- 信噪比很小时， $f_A(A_t) = \frac{A_t}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{A_t^2 + a^2}{2\sigma^2}\right) \left(1 + \frac{a^2 A_t^2}{4\sigma^2}\right)$

广义瑞利分布趋向瑞利分布。

- 在大信噪比的情况下 
$$f_A(A_t) = \frac{(A_t/a)^{1/2}}{(2\pi\sigma^2)^{1/2}} \exp\left[-\frac{(A_t-a)^2}{2\sigma^2}\right]$$

广义瑞利分布趋近正态分布。

- 窄带噪声包络平方的分布

$$f_U(u) = \frac{1}{2\sigma^2} \exp\left(-\frac{u}{2\sigma^2}\right), u \geq 0 \text{ 为指数分布;}$$

## Chapter 6

1、状态概率、状态转移概率、状态转移矩阵、状态转移图的概念，马尔可夫链、齐次链、平稳链概念；

$$p_i(n) = P\{X_n = a_i\}, \quad p_{ij}(s, n) = P\{X_n = a_j | X_s = a_i\},$$

$$\mathbf{P}(s, n) = \begin{bmatrix} p_{11}(s, n) & p_{12}(s, n) & \cdots & p_{1N}(s, n) \\ p_{21}(s, n) & p_{22}(s, n) & \cdots & p_{2N}(s, n) \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ p_{N1}(s, n) & p_{N2}(s, n) & \cdots & p_{NN}(s, n) \end{bmatrix}$$

状态转移图：是指由状态转移概率为参数的状态流图，建立方法：先标出所有可能状态及其状态转移的方向，再表明转移概率。

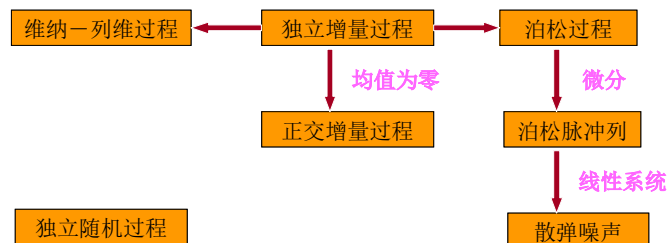
如果马尔可夫链的转移概率  $P_{ij}(s, n)$  只取决于差值  $n - s$ ，而与  $n$  和  $s$  本身的价值无关，则称为齐次链。

如果齐次链中所有状态的概率分布列相同，即  $\mathbf{p}(n) = \mathbf{p}(1)$ ，则称此齐次链是平稳的。

2、马尔可夫链中平稳链的概率分布列求解；

$$\pi \mathbf{p}(1) = \mathbf{p}(2) = \mathbf{p}(1); \quad p_1 + p_2 + \cdots + p_N = 1$$

3、独立增量过程相互关系、维纳-列维过程相关函数分析。



如果正态过程  $X(t)$  的起始值和均值皆为零，相关函数为：
$$R_X(t_1, t_2) = \begin{cases} \alpha t_2 & t_1 \geq t_2 \\ \alpha t_1 & t_1 \leq t_2 \end{cases}, \text{ 则}$$

该过程称维纳过程。

## Chapter 7

### 1、 贝叶斯估计的基本概念及求解

贝叶斯估计：在已知代价函数及先验概率基础上，使估计付出的平均代价最小。

最小均方估计： $\hat{\theta}_{ms} = \int_{-\infty}^{\infty} \theta f(\theta|z) d\theta$ ；代价函数： $(\theta - \hat{\theta})^2$

条件中位数估计： $\int_{-\infty}^{\hat{\theta}_{abs}} f(\theta|z) d\theta = \int_{\hat{\theta}_{abs}}^{\infty} f(\theta|z) d\theta$ ；代价函数： $|\theta - \hat{\theta}|$

最大后验概率估计： $f(\theta|z)|_{\theta=\hat{\theta}_{map}} = \max$  或  $\ln f(\theta|z)|_{\theta=\hat{\theta}_{map}} = \max$

$\left. \frac{\partial f(\theta|z)}{\partial \theta} \right|_{\theta=\hat{\theta}_{map}} = 0$  或  $\left. \frac{\partial \ln f(\theta|z)}{\partial \theta} \right|_{\theta=\hat{\theta}_{map}} = 0$ ；代价函数： $\begin{cases} 1, & |\theta - \hat{\theta}| \geq \frac{\Delta}{2} \\ 0, & |\theta - \hat{\theta}| < \frac{\Delta}{2} \end{cases}$

2、 最大似然估计求解公式及其求解。 $\left. \frac{\partial \ln f(z|\theta)}{\partial \theta} \right|_{\theta=\hat{\theta}_{ML}} = 0$

### 3、 克拉美—罗限概念及非随机参数估计的求解

任何无偏估计量的估计方差不能低于某个门限，即克拉美—罗限。

两种求解方式： $\left\{ E \left[ \left[ \frac{\partial \ln p(\mathbf{z}|\theta)}{\partial \theta} \right]^2 | \theta \right] \right\}^{-1}$ ， $-E \left[ \frac{\partial^2 \ln p(\mathbf{z}|\theta)}{\partial \theta^2} | \theta \right]$

### 4、 线性最小均方估计的求解及其性能分析。

估计误差与各个观测数据乘积的统计均值等于零，即正交条件： $E[\tilde{\theta} z_j] = 0$

线性最小均方估计的均方误差等于误差与被估计量乘积的统计均值： $E[\tilde{\theta}^2] = E[\tilde{\theta} \theta]$

## Chapter 8

### 1、 四种判决准则概念、判决式的求解

**贝叶斯准则：**使统计平均代价最小；要求已知先验概率和代价因子；门限  $\eta_0 = \frac{(C_{10} - C_{00})q}{(C_{01} - C_{11})p}$

**最小总错误概率准则：**在已知信号的先验概率的条件下，使平均错误概率最小；要求已知先验概

率；门限  $\eta_0 = \frac{q}{p}$ ，与最大后验概率准则一样

**奈曼—皮尔逊准则：**指定一个虚警概率容许值  $\alpha$ ，在约束虚警概率  $\alpha$  不变的条件下使检测概率最



大；门限  $\eta = \lambda$ ，其中  $\lambda$  由虚警概率确定， $\alpha = \int_{\lambda}^{\infty} p(\mathbf{z} | H_0) d\mathbf{z}$ 。

2、二元检测判决域确定的四种判决结果如何表示？

$$P_c = \int_{-\infty}^{\eta_0} p(\Lambda(\mathbf{z}) | H_0) d\Lambda, \quad P_D = \int_{\eta_0}^{\infty} p(\Lambda(\mathbf{z}) | H_1) d\Lambda$$

$$\alpha = \int_{\eta_0}^{\infty} p(\Lambda(\mathbf{z}) | H_0) d\Lambda = P_F, \quad \beta = \int_{-\infty}^{\eta_0} p(\Lambda(\mathbf{z}) | H_1) d\Lambda = P_M$$

3、复合假设检验的基本方法、一致最大势检验的基本概念

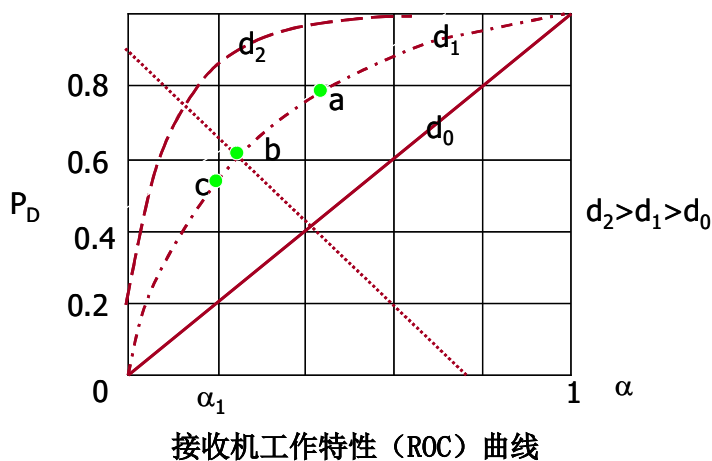
已知参数概率密度，则复合假设检验变为简单假设检验：

$$\Lambda(\mathbf{z}) = \frac{\int_{\{\theta\}} p(\mathbf{z} | H_1, \theta) p(\theta) d\theta}{\int_{\{\phi\}} p(\mathbf{z} | H_0, \phi) p(\phi) d\phi} = \frac{p(\mathbf{z} | H_1)}{p(\mathbf{z} | H_0)}$$

若  $H_0$  是简单假设， $H_1$  是复合假设，则可以试用奈曼-皮尔逊准则：在给定  $\theta$  值并限定虚警概率  $\alpha$  为常数的条件下使检测概率  $P_D$  最大。若  $P_D$  与  $\theta$  无关，则检验称为一致最大势检验（UMP）；若一致最大势检验不存在，则主要采用广义似然比检验：对未知参数采用最大似然估计，并将此估计当作真值来进行似然比检验。 $\theta$  的最大似然估计就是使似然函数  $p(\mathbf{x}|\theta)$  最大的  $\theta$ 。对于复合假设情

$$\text{形，广义似然比判决规则为：} \Lambda(\mathbf{z}) = \frac{p(\mathbf{z} | H_1, \hat{\theta})}{p(\mathbf{z} | H_0, \hat{\theta})} \underset{H_0}{\overset{H_1}{>}} \eta_0$$

4、接收机工作特性曲线及其性质



- ✧ 1、当  $\alpha=0$ ，有  $\eta_0=\infty$ ， $P_D=0$ ；
- ✧ 2、当  $\alpha=1$ ，有  $\eta_0=-\infty$ ， $P_D=1$ ；
- ✧ 3、所有似然比检验的接收机工作特性都是上凸的；
- ✧ 4、所有似然比检验的接收机工作特性均位于对角线之上；

- ✧ 5、接收机工作特性在某点处斜率等于该点上 PD 和 PF 所要求的检测门限值 $\eta$ ;
- ✧ 6、检测系统的接收机工作特性是似然比检验性能的完整描述。