

10年

一. 填空题

1. 并联 > 级联 > 直接型

2. 1250、12500 (注: 带宽限制在 5kHz 以下)

3. 高通、带阻

4. 11-17.2 { 解法一: 先求 $h(n) = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^n u(n) + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^n u(n) \right]$, 再与 $x(n) = 1$ 卷积 }

解法二: 利用曹书 P3 “要点” 那句话的结论.

5. {2, 1, 0, 0, 4, ...} (注: 算出 $y(n) = x(n)$ 平移, 离散傅氏变换隐含周期性)

6. $\pm h(n-1-n)$ 奇

7. 增加截取长度 N

8. $M_0 \cdot 4(1)$

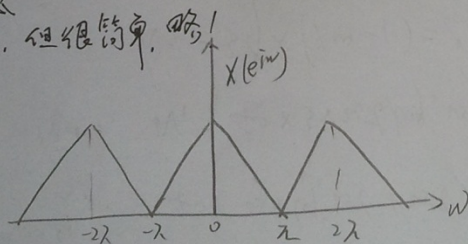
二. 选择题

1-5 B C C A B

三. 画图题

1. 图不全, 但很简单, 略!

2. 图略



四. 证明题

1. 书 P₁₀₀

2. 证: 将 $z = e^{j\omega T} \Rightarrow s = \frac{1+z^{-1}}{1-z^{-1}} \Rightarrow s = -j\cot(\frac{\omega T}{2})$

10-2

∴ s 平面虚轴映射到 z 平面单位圆。

$$s = \frac{1+z^{-1}}{1-z^{-1}} \Rightarrow z = \frac{s+1}{s-1} \Rightarrow z^2 = \frac{(s+1)^2}{(s-1)^2}$$

当 $s < 0$ 时 $|z| < 1$

所以 s 平面左半平面映射到 z 平面的单位圆内。

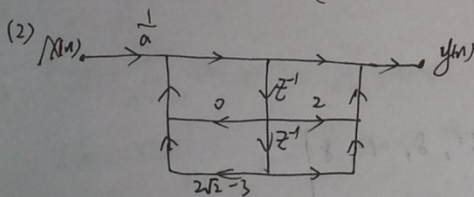
五. 设计题

1. (1) $\omega_c = 2\pi \frac{1}{T} = \frac{2}{T}$

∴ $\omega_c' = \frac{2}{T} \tan(\frac{\omega_c T}{2}) = \frac{2}{T}$

∴ $H(s) = \frac{1}{(\frac{s}{\omega_c'})^2 + \sqrt{2}(\frac{s}{\omega_c'}) + 1}$

∴ $H(z) = H(s) \Big|_{s=\frac{2(1-z^{-1})}{1+z^{-1}}} = \frac{1}{\left(\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}\right)^2 + \sqrt{2}\left(\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}\right) + 1} = \frac{1+z^{-1}+z^{-2}}{(2+\sqrt{2}) + (2-\sqrt{2})z^{-2}}$



2. (1) $x(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X[k] e^{j2\pi kn/N}$

- ① $X[k]$ 共轭
- ② 对 $X[k]$ 求 FFT
- ③ 取共轭
- ④ 乘以 $1/N$

(2) 图略

$$\left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right\}$$

3.1) 题目问“至少”，所以应该把 1000 点序列分为每段 256 点，这样次数才能最少。当然这样做将会有混叠。有人认为应该将 1000 点序列分为每段 $256 - 100 + 1 = 157$ 点，这样做可以实现卷积，并且无混叠，但不符合题意“至少”，次数不是最少。

解： $\frac{1000}{256} \text{ (进-1)} \Rightarrow 40 \text{ 次卷积}$ 。

将 100 点 $h(n)$ 补长到 256 点后，只需做 1 次 DFT 即可，不需每次卷积再做一次，而 1000 点序列分成的 40 段序列需做 40 次 DFT。

\therefore FFT 次数： $40 + 1 = 41 \text{ 次}$ 。

IFFT 次数： 40 次。

(2) $Y(k) = H(k) \cdot X(k)$

复乘：求 $H(k)$ 需 1 次，复乘 $\frac{256}{2} \log_2 256$ 次

② 求 $X(k)$ 40 次，复乘： $40 \times \frac{256}{2} \log_2 256$ 次

③ 求 $Y(k) = H(k) \cdot X(k)$ 40 次，每次 256 次复乘，复乘 40×256 次

④ 求 $y(n) = \text{IDFT}[Y(k)]$ 40 次，复乘： $40 \times \frac{256}{2} \log_2 256$ 次

综上：复乘： $40(256 \log_2 256 + 256) + \frac{256}{2} \log_2 256 = \underline{93184}$ 次。

复加： $N_1 = 40 \times 3 \times 256 \log_2 256 = 245760$ 次

N_2 ：一共有 39 段混叠，每段混叠 99 点，混叠的都得复加

$\therefore N_2 = 39 \times (100 - 1) = 3861$

$\therefore N_{\text{总}} = N_1 + N_2 = \underline{249621}$ 次。

六. 综合计算题

1. 线性: 1 2 1 2

1 2 1 2

2 4 2 4

1 2 1 2

2 4 2 4

1 2 1 2

1 4 6 8 9 4 4

同同: 1 4 6 8 9 4 4

1 4 6 8 9 4 x

1 4 6 8 9 4

1 4 6 8 9 4

1 4 6 8 9 4

1 4 6 8 9 4

1 4 6 8 9 4

1 4 6 8 9 4

1 4 6 8 9 4

1 4 6 8 9 4

1 4 6 8 9 4

1 4 6 8 9 4

1 4 6 8 9 4

1 4 6 8 9 4

1 4 6 8 9 4

1 4 6 8 9 4

1 4 6 8 9 4

1 4 6 8 9 4

1 4 6 8 9 4

1 4 6 8 9 4

1 4 6 8 9 4

1 4 6 8 9 4

1 4 6 8 9 4

1 4 6 8 9 4

1 4 6 8 9 4

1 4 6 8 9 4

1 4 6 8 9 4

1 4 6 8 9 4

1 4 6 8 9 4

1 4 6 8 9 4

1 4 6 8 9 4

1 4 6 8 9 4

1 4 6 8 9 4

1 4 6 8 9 4

1 4 6 8 9 4

1 4 6 8 9 4

1 4 6 8 9 4

1 4 6 8 9 4

1 4 6 8 9 4

1 4 6 8 9 4

1 4 6 8 9 4

1 4 6 8 9 4

1 4 6 8 9 4

1 4 6 8 9 4

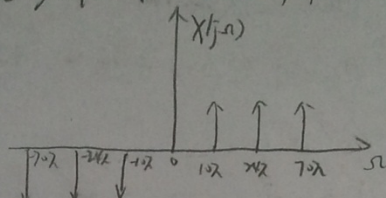
1 4 6 8 9 4

1 4 6 8 9 4

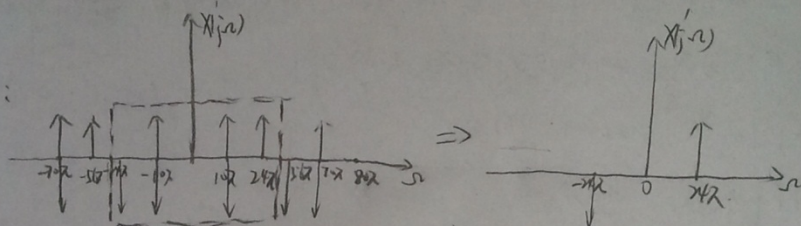
若将 α_m 补零至 7 位即 $\alpha_m = \{1, 2, 1, 2, 0, 0, 0\}$, 则对 α_m 进行同态卷积可求出 α_m 的线性卷积.

六2. (注意: 模拟信号是 \sin , 不是 \cos)

(1) 采样频率 f_s 对应七次采样为单位时 $\Omega_s = 8\pi$, 而 $\Omega_1 = \pi/2$, $\Omega_2 = 2\pi$, $\Omega_3 = 7\pi/2$
 则原输入信号频谱:



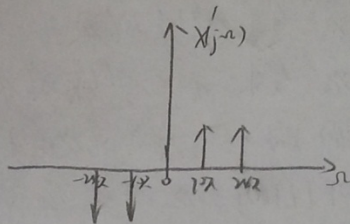
采样:



采样后经过截止频率 $2\pi \text{ kHz}$ (对应 $\Omega = 4\pi$) 理想LPF, 剩下只有 $\Omega = \pi/2$ 有频谱

$$\therefore y_c(t) = \sin \pi/2 t$$

(2) 经过抗混叠滤波器后, 频谱:



$$\text{由 } \Omega_s \geq 2\Omega_1, \quad \Omega_s \geq 2\Omega_2$$

\therefore 抽样后不会产生混叠

$$\therefore \text{输出信号 } y_o(t) = \sin \pi/2 t + \sin 2\pi t$$

$$3. (1) X(z) = -\frac{5}{3} \frac{1}{1-\frac{1}{3}z^{-1}} + \frac{12}{3} \frac{1}{1-2z^{-1}}, \quad \text{ROC: } \frac{1}{2} < |z| < 2$$

$$Y(z) = 2 \cdot \frac{1}{1-\frac{1}{3}z^{-1}} + 3 \frac{1}{1+\frac{3}{4}z^{-1}}, \quad \text{ROC: } |z| > \frac{1}{2}$$

$$\therefore Y(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = 60 \cdot \frac{1-2z^{-1}}{(3z^2+4)(4z^2+7)} = 33 \cdot \frac{1}{1+\frac{3}{4}z^{-1}} - \frac{216}{7} \frac{1}{1+\frac{4}{7}z^{-1}}$$

$$\text{极点: } z_1 = -\frac{3}{4} \quad z_2 = -\frac{4}{7}$$

$$\text{零点: } z_3 = 0 \quad z_4 = 2$$

$$\text{ROC: } |z| > \frac{3}{4}$$

$$(2) h(n) = 33 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)^n u(n) - \frac{216}{7} \left(-\frac{4}{7}\right)^n u(n)$$

$$(3) H(z) = \frac{60 - 120z^{-1}}{12z^2 + 37z + 28} = \frac{Y(z)}{X(z)}$$

$$\therefore \text{差分方程: } y(n] = \frac{1}{28} [60x(n) - 120x(n-1) - 37y(n-1) - 12y(n-2)]$$

(4) 因果稳定

4. -

六 5. 原题---曹书 p57-----1.2.20