中山大学2019随机信号练习题（1）

考试形式：___闭卷___ 考试时间：__150__ 分钟 满分：__100__ 分

姓名：____________ __各专业必修___

一、填空题（共 10 小题，每小题 1 分，共 10 分）

1、假设连续型随机变量的概率分布函数为 F(x)，则 F(−∞)= _________，F(+∞)= _________。

2、如果一零均值随机过程的功率谱在整个频率轴上为一常数，则称该随机过程为______________，该过程的任意两个不同时刻的状态是__________________。

3、窄带正态噪声加正弦信号在信噪比远小于 1 的情况下的包络趋向____________分布，而相位则趋向___________________分布。

4、平稳随机信号通非线性系统的分析常用的方法是_______________和___________与级数展开法。

5、对随机过程 $X(t)$，如果 $K_X(t_1,t_2)=0$，则我们称 $X(t_1)$ 和 $X(t_2)$ 是____________。如果 $R_X(t_1,t_2)=0$，则我们称 $X(t_1)$ 和 $X(t_2)$ 是____________。如果 $f_X(x_1,x_2,t_1,t_2)=f_X(x_1,t_1)f_X(x_2,t_2)$，则称随机过程在 t_1 和 t_2 时刻的状态是____________。

6、平稳正态随机过程的任意维概率密度只由____________与____________来确定。

7、典型的独立增量过程有_________________与_________________。

8、对于随机参量，如果有效估计存在，则其有效估计就是_______________。

9、对于无偏估计而言，___________总是大于等于某个量，这个量称为_______________，达到这个量的估计称为___________。

10、纽曼-皮尔逊准则是：____。

二、选择题（共 5 小题，每小题 2 分，共 10 分）

1、$X(t)$ 是均值为 m 方差为 σ^2 的平稳随机过程，下列表达式正确的有：（　　　）

（A）$E\left[X^2(t)\right]=\sigma^2$　　　　（B）$R_X(0)=m^2+\sigma^2$

（C）$R_X(0)=m+\sigma^2$　　　　（D）$E\left\{\left[X(t)-m\right]^2\right\}=\sigma^2$

2、白噪声通过理想低通线性系统，下列性质正确的是：（　　　）

（A）　输出随机信号的相关时间与系统的带宽成反比

（B）　输出随机信号的相关时间与系统的带宽成正比

（C）　系统带宽越窄，输出随机过程随时间变化越缓慢

（D）　系统带宽越窄，输出随机过程随时间变化越剧烈

3、设平稳随机序列 $X(n)$ 通过一个冲击响应为 $h(n)$ 的线性系统，其输出用 $Y(n)$ 表示，那么，下列正确的有：（　　　）

（A）$E\{Y(n)\}=E\{X(n)\}\sum_{k=-\infty}^{+\infty}h(k)$　　　　（B）$R_{XY}(m)=R_X(m)\otimes h(m)$

（C）$R_{YX}(m)=R_{XY}(m)$　　　　（D）$R_Y(m)=R_{YX}(m)\otimes h(-m)$

4、$\widehat{X}(t)$ 为 $X(t)$ 的希尔伯特变换，下列表达正确的有：（　　　）

（A）$X(t)$ 与 $\widehat{X}(t)$ 的功率谱相等　　　　（B）$R_X(\tau)=\widehat{R}_X(\tau)$

（C）$\widehat{X}(t)=X(t)\otimes\dfrac{1}{\pi t}$　　　　（D）$X(t)$ 与 $\widehat{X}(t)$ 在同一时刻相互正交

5、对于一个二元假设检验问题，判决表达式为：如果 T(z)>γ，则判 H_1 成立，否则判 H_0 成立。那么，虚警概率可表示为（　　　）

（A）　$P_F=\int_{Z_1}p(z\,|\,H_0)dz$　　　　（B）　$P_F=\int_{\gamma}^{\infty}p(T\,|\,H_0)dT$

（C）　$P_F=\int_{-\infty}^{\gamma}T(z)p(z\,|\,H_0)dT$　　　　（D）　$P_F=\int_{Z_0}p(T(z)\,|\,H_0)dT$

三、判断题（共 10 小题，每小题 1 分，共 10 分）

1、$X(t)$ 为一个随机过程，对于任意一个固定的时刻 t_i，$X(t_i)$ 是一个确定值（　　）

2、随机信号的均值计算是线性运算，而方差则不是线性运算。（　　）

3、如果随机过程其时间平均和集合平均是依概率 1 相等的，则该随机过程具有遍历性。（　　）

4、平稳随机信号在 $t=-\infty$ 时刻起加入物理可实现线性系统，其输出为平稳随机信号；平稳随机信号在 $t=-\infty$ 时起加入物理不可实现线性系统，其输出为非平稳随机信号。（　　）

5、非线性变换不会增加新的频率分量而线性变换会增加新的频率分量。（　　）

6、对于零均值的正态随机过程来说，两个时刻相互正交和相互独立是等价的。（　　）

7、随机信号的解析信号只存在正的功率谱。（　　）

8、窄带正态噪声的包络与相位在同一时刻相互正交。（　　）

9、如果对随机参量的估计是有效估计，那么这个估计必定是最大似然估计。（　　）

10、最小错误概率准则等价于最大后验概率准则。（　　）

四、计算题（共 1 小题，每小题 10 分，共 10 分）

已知平稳随机过程 $\boldsymbol{X(t)}$ 的功率谱密度为 $G_X(\omega)=\dfrac{14\omega^2+14}{\omega^4+5\omega^2+4}$，

(1)、求出该随机过程的均值与方差；

(2)、相关时间 τ_0（提示：$\mathrm{e}^{-\alpha|\tau|}\leftrightarrow\dfrac{2\alpha}{\alpha^2+\omega^2}$）。

五、计算题（共 1 小题，每小题 8 分，共 8 分）

考虑随机过程 $X(t)=a\cos(\Omega t+\theta)$，其中 a 为常数，θ 在 $(0,2\pi)$ 上均匀分布，Ω 是随机变量，其概率密度 $f(\omega)$ 为偶函数，证明 $X(t)$ 的功率谱密度为 $\pi a^2 f(\omega)$。

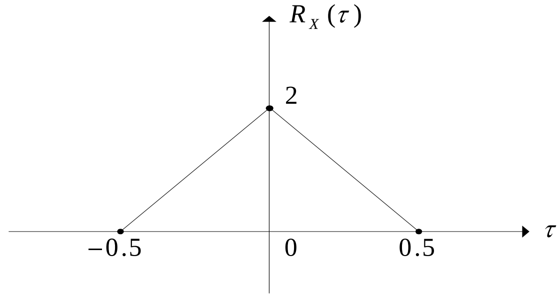
六、计算题（共 1 小题，每小题 10 分，共 10 分）

已知平稳随机过程 $X(t)$ 的自相关函数如右图所示。

计算：

(1)、功率谱密度 $G_X(\omega)$；

(2)、噪声等效通能带$\Delta\omega_e$。



七、计算题（共 1 小题，每小题 10 分，共 10 分）

设线性滤波器输入为 $X(t)=s(t)+n(t)$，其中 $n(t)$ 的功率谱密度为 $G_n(\omega)=N_0/2,-\infty<\omega<\infty$ 的白噪声，$s(t)$ 为与 $n(t)$ 统计独立的矩形脉冲

$$s(t)=\begin{cases}A & 0\le t\le T\text{，}A\text{为常数}\\ 0 & \text{其它}\end{cases}$$

求：(1)、利用匹配滤波器时，输出端的最大信噪比为多少？

(2)、如果不用匹配滤波器，而用滤波器为 $h(t)=\begin{cases}e^{-\alpha t} & 0\le t\le T\\ 0 & \text{其它}\end{cases}$，则输出最大信噪比为多少，你认为 α 的最佳值应该是多少？

八、计算题（共 1 小题，每小题 10 分，共 10 分）

设一质点在一线段上随机游动，线段的两端设有反射壁，假定质点只能停留在 a1=-L，a2=0，a3=L 三个点上，且只在时间 t=T,2T,... 发生位置的游动，游动的规则如下：如果游动前质点在 a2 位置上，则下一时刻向左、向右移动的概率均为 1/2；若游动前质点在 a1 位置，则下一时刻或以概率 1/2 向 a2 移动，或以概率均为 1/2 停留在原地；若游动前质点在 a3 位置，则下一时刻或以概率 1/2 向 a2 移动，或以概率均为 1/2 停留在原地。

(1)、试画出一步状态转移图；

(2)、列出一步状态转移矩阵；

(3)、求该链稳态时（平稳）的概率分布列。

九、计算题（共 1 小题，每小题 10 分，共 10 分）

设有如下两种假设，观测次数为 N 次，

$$H_0 \quad z_k = n_k$$
$$H_1 \quad z_k = 2 + n_k \qquad k=1, 2, \ldots, N$$

其中 n_k 服从均值为 0 方差为 σ^2 的正态分布，假设 $p(H_0)$=0.5， $p(H_1)$=0.5，求

(1)、最小错误概率准则下的判决表达式；

(2)、虚警概率 P_F 与检测概率 P_D（结果由误差函数表示）。

十、计算题（共 1 小题，每小题 12 分，共 12 分）

设 $z(t) = s\cos\omega_0 t + n(t)$，通过取样对幅度 s 作线性估计。设 $z(t)$ 在 $\omega_0 t = 0, \omega_0 t = \pi/3$ 处取样，并设：

$$E[s] = 0, E[n_1 n_2] = 0, E[s^2] = 2, E[sn] = 0, E[n_1] = E[n_2] = 0, E[n_1^2] = E[n_2^2] = 1$$

求：

(1)、线性最小均方估计 $\hat{s}_{lms}$；

(2)、线性最小均方估计的均方误差。