

中山大学2019随机信号练习题（2）

考试形式： 闭卷 考试时间： 150 分钟 满分： 100 分

学员姓名： 各专业必修

一、填空题（共 12 小题，每空 1 分，共 25 分）

1. 随机过程可以看成是_____的集合，也可以看作是_____的集合。
2. 假设连续型随机变量的概率分布函数为 $F(x)$ ，则 $F(-\infty) =$ _____， $F(+\infty) =$ _____。
3. 平稳随机信号通非线性系统的分析常用的方法是_____和_____与级数展开法。
4. 平稳正态随机过程的任意维概率密度只由_____与_____来确定。
5. 如果随机过程 $X(t)$ 满足 _____，则称 $X(t)$ 为严格平稳随机过程；如果随机过程 $X(t)$ 满足： _____， _____，则称 $X(t)$ 为广义平稳随机过程。
6. 如果一零均值随机过程的功率谱在整个频率轴上为一常数，则称该随机过程为 _____，该过程的任意两个不同时刻的状态是_____。
7. 宽带随机过程通过窄带线性系统，其输出近似服从_____分布。窄带正态噪声的包络服从_____分布，而相位则服从_____分布。
8. 分析平稳随机信号通过线性系统的两种常用方法是_____和_____。
9. 若实平稳随机过程相关函数为 $R_X(\tau) = 25 + \frac{4}{1+6\tau^2}$ ，则其均值为_____，方差为_____。
10. 匹配滤波器是_____作为准则的最佳线性滤波器。

11. 对随机过程 $X(t)$, 如果 $K_X(t_1, t_2) = 0$, 则我们称 $X(t_1)$ 和 $X(t_2)$ 是_____。如果 $R_X(t_1, t_2) = 0$, 则我们称 $X(t_1)$ 和 $X(t_2)$ 是_____。如果 $f_X(x_1, x_2, t_1, t_2) = f_X(x_1, t_1)f_X(x_2, t_2)$, 则称随机过程在 t_1 和 t_2 时刻的状态是_____。
12. 对于未知的非随机参量, 如果有效估计存在, 则其有效估计一定是_____估计。

二、判断题（共 10 小题，每小题 1 分，共 10 分）

- 1、随机变量的均值反映了它取值的离散程度，它的方差反映了它取值的平均值。
()
- 2、如果一个随机过程是各态历过程，那么它一定是广义平稳的。()
- 3、窄带随机过程的正交分量和同相分量在同一时刻是相互独立的。()
- 4、白噪声通过一个线性系统，它的输出服从瑞利分布。()
- 5、随机信号的功率谱与其希尔伯特变换的功率谱相等。()
- 6、正态随机信号通过任何线性系统，输出都服从正态分布。()
- 7、随机信号通过线性系统不会产生新的频率分量，但随机信号通过非线性系统则可能会产生新的频率分量。()
- 8、随机信号的复信号表示的功率谱在正频率部分是该随机信号功率谱的两倍，在负频率部分则为零。()
- 9、非线性系统普遍具有“欺负”小信号的特点。()
- 10、对于严格平稳随机过程，不相关和独立是等价的。()

三、计算题（共 1 小题，每小题 13 分，共 13 分）

已知正态平稳随机过程 $X(t)$ 的功率谱密度为

$$G_X(\omega) = \frac{14\omega^2 + 14}{\omega^4 + 5\omega^2 + 4},$$

(1) 求 $X(t)$ 的自相关函数 (提示: $e^{-\alpha|t|} \leftrightarrow \frac{2\alpha}{\alpha^2 + \omega^2}$);

(2) 求 $X(t)$ 均值与方差,

(3) 求 $X(t)$ 的一维概率密度。

四、计算题（共 1 小题，每小题 13 分，共 13 分）

设一质点在一线段上随机游动，线段的两端设有反射壁，假定质点只能停留在 $a_1 = -L$, $a_2 = 0$, $a_3 = L$ 三个点上，且只在时间 $t = T, 2T, \dots$ 发生位置的游动，游动的规则如下：如果游动前质点在 a_2 位置上，则下一时刻向左、向右移动的概率均为 $1/2$ ；若游动前质点在 a_1 位置，则下一时刻或以概率 $1/2$ 向 a_2 移动，或以概率 $1/2$ 停留在原地；若游动前质点在 a_3 位置，则下一时刻或以概率 $1/2$ 向 a_2 移动，或以概率 $1/2$ 停留在原地。

- (1) 试画出一部状态转移图，
- (2) 列出一部状态转移矩阵，
- (3) 根据一步状态转移图，求自 a_3 出发，经过三步转移后回到 a_3 的概率。

五、计算题（共 1 小题，每小题 13 分，共 13 分）

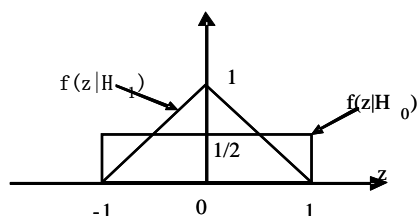
设 N 次观测独立观测为

$$z_i = A + v_i \quad i = 1, 2, \dots, N$$

其中 A 为未知常量， $\{v_i\}$ 为零均值高斯白噪声，求 A 的最大似然估计，并求估计的方差。

六、计算题（共 1 小题，每小题 13 分，共 13 分）

设有两种假设 H_0 和 H_1 ，其观测的概率密度如下图所示，要求虚警概率 $P_F = 0.1$ ，求判决表达式，并确定正确判决概率 $P_D = P(D_1 | H_1)$ 。



七、计算题（共 1 小题，每小题 13 分，共 13 分）

假定功率谱密度为 $N_0/2$ 的高斯白噪声通过如下图所示的 RC 电路，

- （1）求输出 $Y(t)$ 的功率谱密度；
- （2）求输出 $Y(t)$ 的自相关函数 $R_y(\tau)$ ；
- （3）求输出 $Y(t)$ 的一维概率密度。

