复习

5.4 窄带正态随机过程包络和相位的分布

5.4.1 窄带正态噪声的包络和相位的分布

1. 一维分布（掌握推导，瑞利+均匀）

2. 二维分布（了解，二维瑞利）

5.4.2 窄带正态噪声加正弦信号的包络和相位的分布

（了解）

包络：广义瑞利，介于瑞利分布与正态分布之间
相位：介于均匀分布与正态分布之间

复习

5.4.3 窄带正态过程包络平方的分布

对于窄带噪声，其包络的平方服从指数分布。

第六章 马尔可夫过程与泊松过程

6.1 马尔科夫链

马尔可夫性或无后效性

马尔科夫链，或者马氏链

复习

6.1.2 马尔可夫链的一般特性

状态概率： $p_j(n) = P\{X_n = a_j\}$ （时刻n，状态为 a_j 的概率）

概率分布列： $\mathbf{p}(n) = \left[p_1(n) \quad p_2(n) \quad \cdots \quad p_N(n) \right]^T$

（n时刻所有状态构成的矢量）

有： $\sum_{j=1}^{N} p_j(n) = 1$

习题：

6.5

6.1 马尔科夫链

状态转移概率： $p_{ij}(s,n)=P\{X_n=a_j|X_s=a_i\}$

转移矩阵：

$$\mathbf{P}(s,n)=\begin{bmatrix} p_{11}(s,n) & \cdots & p_{1N}(s,n) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ p_{N1}(s,n) & \cdots & p_{NN}(s,n) \end{bmatrix}$$

根据全概率公式，有：

$$p_j(n)=\sum_{i=1}^{N}P\{X_n=a_j,X_s=a_i\}$$

$$=\sum_{i=1}^{N}P\{X_n=a_j|X_s=a_i\}P\{X_s=a_i\}=\sum_{i=1}^{N}p_{ij}(s,n)p_i(s) \qquad (1)$$

6.1 马尔科夫链

性质小结:

(1) $$\sum_{j=1}^{N} p_j(n) = 1$$

(2) $$\sum_{j=1}^{N} p_{ij}(s,n) = \sum_{j=1}^{N} P\{X_n = a_j | X_s = a_i\} = 1$$

(3) $$p_j(n) = \sum_{i=1}^{N} p_{ij}(s,n) p_i(s)$$

$$\mathbf{p}(n) = \mathbf{P}^T(s,n)\mathbf{p}(s)$$

(4) 状态转移图

6.1 马尔科夫链

注意字母的大小写和矢量：

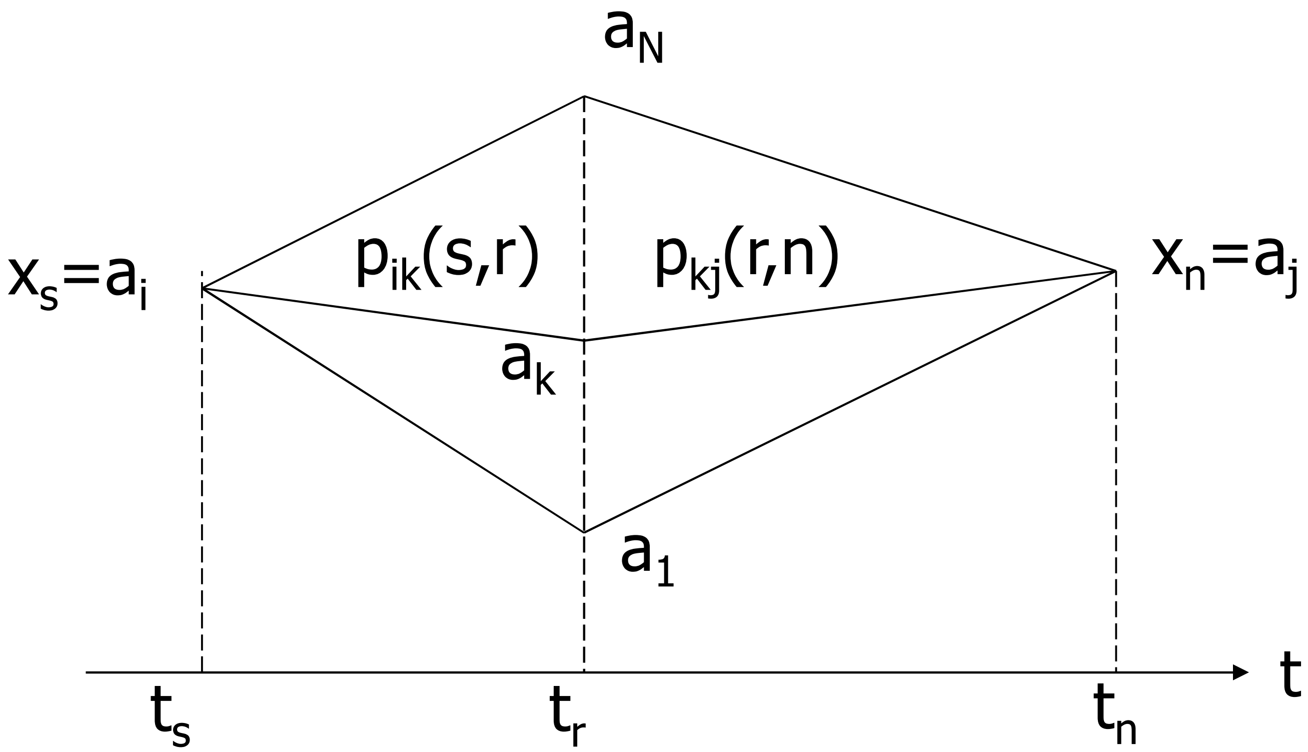
$$p_j(n) \qquad \mathbf{p}(n)$$

$$p_{ij}(s,n) \qquad \mathbf{P}(s,n)$$

6.1 马尔科夫链

6.1.3 切普曼—柯尔莫哥洛夫方程 （重点）

$$p_{ij}(s,n)=\sum_{k=1}^{N}p_{ik}(s,r)p_{kj}(r,n),\quad n>r>s$$



6.1 马尔科夫链

【证明】 根据转移概率的定义，有

$$p_{ij}(s,n)=P\{x_n=a_j|x_s=a_i\}=\frac{P\{x_n=a_j,x_s=a_i\}}{P\{x_s=a_i\}}$$

$$=\sum_{k=1}^{N}\frac{P\{x_n=a_j,x_r=a_k,x_s=a_i\}}{P\{x_r=a_k,x_s=a_i\}}\cdot\frac{P\{x_r=a_k,x_s=a_i\}}{P\{x_s=a_i\}}$$

$$=\sum_{k=1}^{N}P\{x_n=a_j|x_r=a_k,x_s=a_i\}\cdot P\{x_r=a_k|x_s=a_i\}$$

根据马尔可夫链及其转移概率的定义，式中

$$P\{x_n=a_j|x_r=a_k,x_s=a_i\}=P\{x_n=a_j|x_r=a_k\}=p_{kj}(r,n)$$

而$P\{x_r=a_kx_s=a_i\}=p_{ik}(s,r)$ 【得证】

6.1 马尔科夫链

【物理含义】

可借图加以说明。如果已知$P_{ik}(s,r)$，$P_{kj}(r,n)$，则由$x_s = a_i$转移到$x_r = a_k$，再由$x_r = a_k$转移到$x_n = a_j$的概率为

$$P\{x_n = a_j, x_r = a_k | x_s = a_i\} = p_{ik}(s,r)p_{kj}(r,n)$$

于是由$x_s = a_i$转移到$x_n = a_j$的概率为上式当$k = 1,2,\cdots,N$时的总和，即考虑到x_r所有可能值的情况。

定理应用：预测股票价格走势

- 问题提出：

  连续观察双汇股票自2005年2月21日至4月7日的价格如下（资料来自中原证券），试预测2005年4月7日后的第二个交易日该股票的价格走势。

应用：预测股票价格走势

日期	2-21	2-22	2-23	2-24	2-25	2-26	3-01	3-02	3-03
价格	13.76	14.44	14.3	14.02	13.86	13.78	13.64	13.50	13.65
日期	3-04	3-07	3-08	3-09	3-10	3-11	3-12	3-15	3-16
价格	13.74	13.73	14.12	13.98	14.01	14.30	15.03	14.83	14.56
日期	3-17	3-18	3-21	3-22	3-23	3-24	3-25	3-28	3-30
价格	14.57	14.63	14.69	14.49	13.87	13.63	13.59	13.84	13.72
日期	3-31	4-01	4-04	4-05	4-06	4-07			
价格	13.85	14.18	14.53	14.45	15.19	14.88			

6.1 马尔科夫链

- Step1：建模

用 y_n 表示双汇股票第n天的价格，记 $x_n = y_n - y_{n-1}$，以-1，0，1分别表示 $x_n < -0.1$、$-0.1 < x_n < 0.1$、$x_n > 0.1$ 这三种状态。由表中连续观察该股票33天，得如下数据：1、-1、-1、-1、0、-1、-1、1、0、0、1、-1、0、1、1、-1、-1、-1、0、0、0、-1、-1、-1、1、1、-1、1、1、1、0、1、-1。

6.1 马尔科夫链

- Step2：求解

又因为在32个数据中，-1有13个，0有8个，1有11个且以-1结尾。又-1→-1有6次；-1→0有3次；-1→1有3 次，0→-1有2次，0→0有3次；0→1有3次，1→-1有5次，1→0有2次，1→1有4次

$$P=\begin{bmatrix} \frac{6}{12} & \frac{3}{12} & \frac{3}{12} \\ \frac{2}{8} & \frac{3}{8} & \frac{3}{8} \\ \frac{5}{11} & \frac{2}{11} & \frac{4}{11} \end{bmatrix}$$

- Step2：求解

$$P_{ij}^{(2)}=\sum_{k=-1}^{1}P_{ik}P_{kj}$$，得

$$P_{-1,-1}^{(2)}=\sum_{k=-1}^{1}P_{-1,k}P_{k,-1}=\frac{6}{12}\times\frac{6}{12}+\frac{3}{12}\times\frac{2}{8}+\frac{3}{12}\times\frac{5}{11}=0.4261;$$

$$P_{-1,0}^{(2)}=\sum_{k=-1}^{1}P_{-1,k}P_{k,0}=\frac{6}{12}\times\frac{3}{12}+\frac{3}{12}\times\frac{3}{8}+\frac{3}{12}\times\frac{2}{11}=0.2642;$$

$$P_{-1,1}^{(2)}=\sum_{k=-1}^{1}P_{-1,k}P_{k,1}=\frac{6}{12}\times\frac{3}{12}+\frac{3}{12}\times\frac{3}{8}+\frac{3}{12}\times\frac{4}{11}=0.3096.$$

0.4261>0.3096>0.2624，预测4月7日后的第二个交易日该股票的价格会下跌。这个预测结果与实际情况完全吻合。

6.1.4 齐次马尔可夫链

如果马尔可夫链的转移概率只取决于**n-s**，而与**n**和**s**本身的值无关，则称为齐次马尔可夫链，简称齐次链。

$$p_{ij}(s,n)=p_{ij}(n-s)$$

与前面一般随机过程比较

一步转移概率： $p_{ij}=p_{ij}(1)$

n-s步转移矩阵：

$$P(n-s)=\begin{bmatrix} p_{11}(n-s) & \cdots & p_{1N}(n-s) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ p_{N1}(n-s) & \cdots & p_{NN}(n-s) \end{bmatrix}$$

6.1 马尔科夫链

令 $\mathbf{P}^T(1) \triangleq \pi$，利用切普曼方程，有 $\mathbf{P}^{\mathrm{T}}(2)=\mathbf{P}^{\mathrm{T}}(1)\mathbf{P}^{\mathrm{T}}(1)=\boldsymbol{\pi}^2$

$$\boxed{\mathbf{P}^T(n)=\pi^n}$$

一般： $\mathbf{p}(n)=\mathbf{P}^T(s,n)\mathbf{p}(s)$

齐次： $\boxed{\mathbf{p}(n+k)=\mathbf{P}^T(n)\mathbf{p}(k)=\pi^n\mathbf{p}(k)}$

$$\mathbf{p}(n+1)=\mathbf{P}^T(n)\mathbf{p}(1)=\pi^n\mathbf{p}(1)$$

- 对于齐次马尔可夫链，状态概率由初始概率和一步转移概率决定。即利用初始分布和一步转移概率矩阵就能完整地描述齐次马尔可夫链的统计特性。

6.1 马尔科夫链

例1 分析用于表征通信系统的错误产生机制的马尔可夫模型，假定其级数为**2**，求二步转移概率矩阵 。

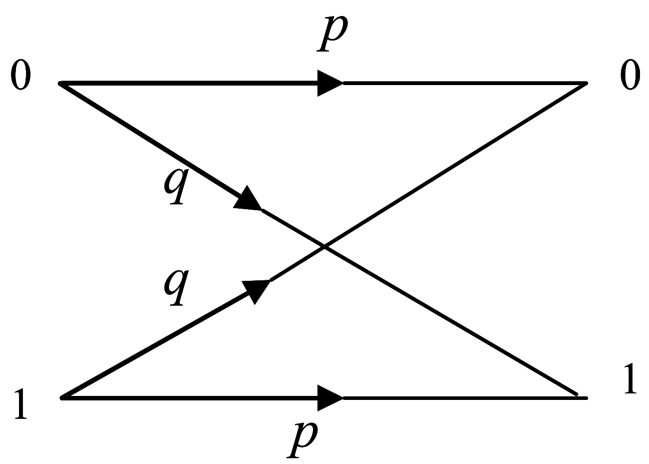


图6.2 二进制对称信道

$$\mathbf{P}(1)=\begin{bmatrix} p & q \\ q & p \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{P}(2)=\mathbf{P}^2(1)=\begin{bmatrix} p & q \\ q & p \end{bmatrix}\begin{bmatrix} p & q \\ q & p \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} p^2+q^2 & 2pq \\ 2pq & p^2+q^2 \end{bmatrix}$$

6.1.5 平稳链

如果齐次链中所有时刻的状态概率分布列相同，即：

$$\mathbf{p}(n)=\mathbf{p}(1)$$

则此齐次链是平稳的。

若齐次链中序列X_1和X_2的概率分布列相同，即$\mathbf{p}(2)=\mathbf{p}(1)$，则此链平稳。因为：

$$\mathbf{p}(3)=\boldsymbol{\pi}\mathbf{p}(2)=\boldsymbol{\pi}\mathbf{p}(1)=\mathbf{p}(2)=\mathbf{p}(1)$$

依次类推

6.1 马尔科夫链

平稳链概率分布列求解问题（要求掌握）

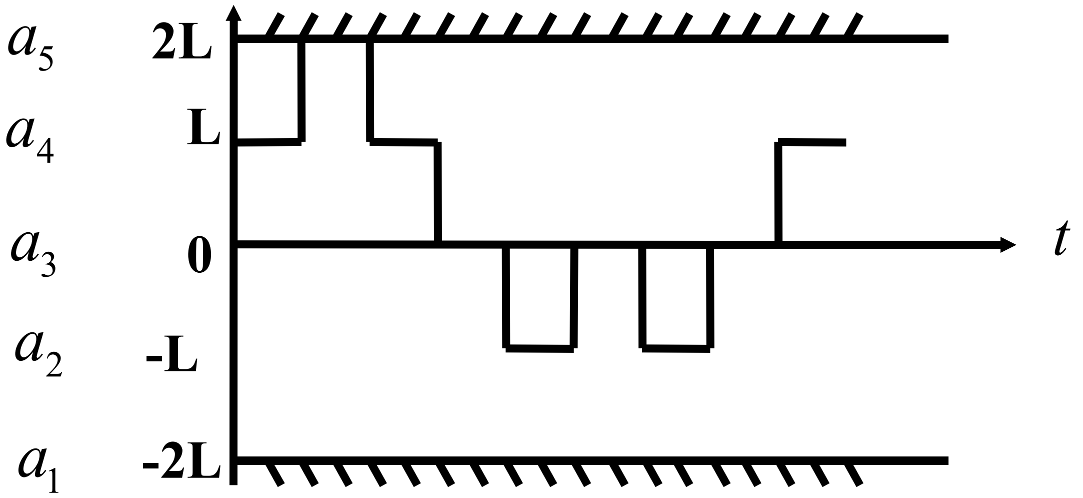
已知平稳链 $\mathbf{p}(1)=\left[p_1, p_2, \cdots, p_N\right]^T$

求其中各个元素 $p_1, p_2, \cdots, p_N$

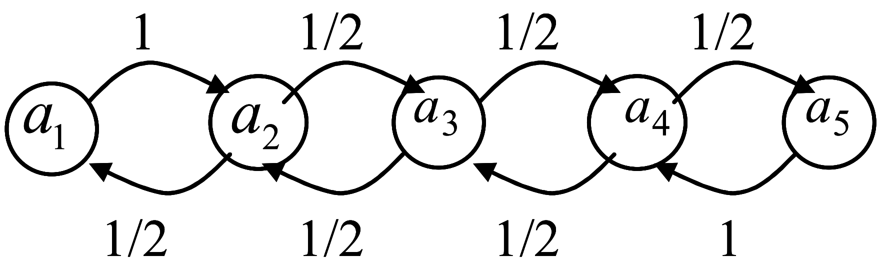
$$\boldsymbol{\pi}\mathbf{p}(1)=\mathbf{p}(1) \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} \pi_{11}p_1+\pi_{21}p_2+\cdots+\pi_{N1}p_N=p_1 \\ \pi_{12}p_1+\pi_{22}p_2+\cdots+\pi_{N2}p_N=p_2 \\ \cdots\cdots \\ \pi_{1N}p_1+\pi_{2N}p_2+\cdots+\pi_{NN}p_N=p_N \\ p_1+p_2+\cdots+p_N=1 \end{array}\right.$$

6.1 马尔科夫链

例2：具有反射壁的随机游动。设有一质点在线段上游动，终端设有反射壁。质点只能停留在 $a_1=-2l, a_2=-l, a_3=0, a_4=l, a_5=2l$ 上，游动的概率法则如下：如果游动前质点在 a_2, a_3, a_4 位置，则以**1/2**概率向前或向后移动一单位**L**，在 a_1 位置，则以概率**1**游动到 a_2，在 a_5 位置，则以概率**1**游动到 a_4，画出状态转移图，并求概率分布列。



6.1 马尔科夫链



由 X_n 构成的过程为一齐次链，其一步转移矩阵为

$$\mathbf{P}(1)=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1/2 & 0 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

6.1 马尔科夫链

$$
\begin{cases}
\dfrac{p_2}{2} = p_1 \\
p_1 + \dfrac{p_3}{2} = p_2 \\
\dfrac{p_2}{2} + \dfrac{p_4}{2} = p_3 \\
\dfrac{p_3}{2} + p_5 = p_4 \\
p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 = 1
\end{cases}
$$

解得的结果为：

$$p_2 = p_3 = p_4 = \frac{1}{4}$$

$$p_1 = p_5 = \frac{1}{8}$$

6.1.6 马尔科夫链中状态分类（了解基本概念）

☞到达

如果对于状态 a_i 与 a_j(简写为 i 与 j)，总存在某个 n(n≥1)，使得 $p_{ij}(n)>0$，即：由状态 i 出发，经 n 步转移以正的概率到达状态 j，则称自状态 i 可达状态 j，记为 $i \to j$。

若状态 i 不能到达状态 j，记为 $i \nrightarrow j$。即对所有的 n(n≥1)，总有 $p_{ij}(n)=0$。

无限制的随机游动，每个状态都是可到达的，带吸收壁的随机游动，吸收壁状态不能到达任何其它状态。

6.1 马尔科夫链

☞**相通**

设两状态**i**与**j**，由状态**i**可达状态**j**，从状态**j**也可达状态**i**，则称状态**i**与**j**相通，记为**i**↔**j**。

无限制的随机游动，所有状态都是相通的，带吸收壁的随机游动，除吸收壁外，其余状态都是相通的。

☞**性质：**

●到达具有传递性。即：若**i**→**r**，**r**→**j**，则**i**→**j**。

●相通具有传递性。即：若**i**↔**r**，**r**↔**j**，则**i**↔**j**。

6.1 马尔科夫链

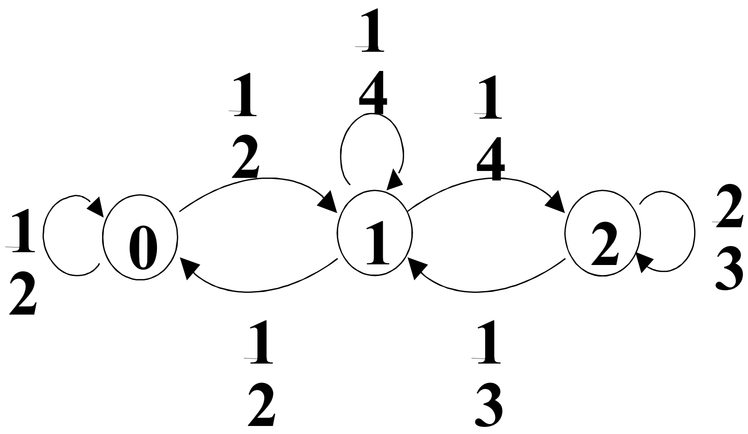
☞状态空间的分解

设C∈I，若从子集C内任一状态i不能到达C外的任一状态，则称C为闭集。

- 闭集的充分必要条件是，i∈C，　j在C外，恒有p_{ij}(n)=0，　n≥1
- 若单个状态i构成一个闭集，则称此闭集为吸收态。
- 除了整个状态空间外，没有别的闭集的马氏链称为不可约的；此时，所有状态相通。

例6.4：设有三个状态(0,1,2)的马尔可夫链，它的一步转移概率矩阵为

$$P(1)=\begin{bmatrix}1/2 & 1/2 & 0\\ 1/2 & 1/4 & 1/4\\ 0 & 1/3 & 2/3\end{bmatrix}$$



⓪→①→②　　②→①→⓪　　⓪↔②

三个状态均相通，所以是不可约的。

6.1.7 遍历性

如果齐次马尔可夫链中，对于一切i与j，存在不依赖i的极限，则称该链具有遍历性。即

$$\lim_{n\to\infty} p_{ij}(n) = p_j$$

含义：当转移步数足够长时，不论n步之前是处于哪种状态，n步后转移到状态j的概率接近p_j。

定理　对有穷马尔可夫链，如存在正整数s，使

$$p_{ij}(s) > 0$$

式中$i, j = 1,2,\cdots,N$，则该链具有遍历性。

6.1 马尔科夫链

例3：设马尔可夫链的一步转移矩阵为，分析其遍历性。

$$\mathbf{P}(1)=\begin{bmatrix} q & p & 0 \\ q & 0 & p \\ 0 & q & p \end{bmatrix} \qquad \mathbf{P}(2)=\begin{bmatrix} q^2+pq & pq & p^2 \\ q^2 & 2pq & p^2 \\ q^2 & pq & pq+p^2 \end{bmatrix}$$

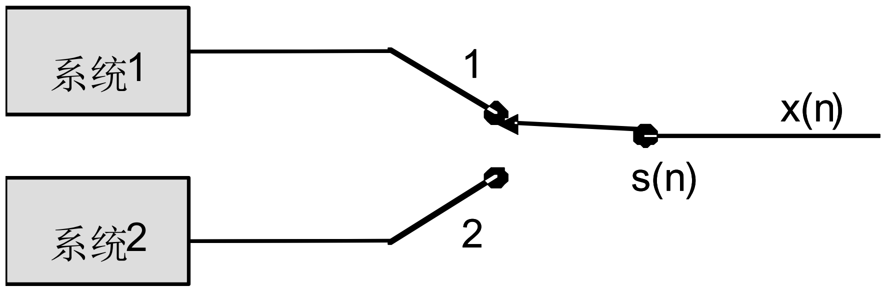
$$\mathbf{P}(1)=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{P}(n)=\mathbf{P}^n(1)=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

6.1 马尔科夫链

天气预报的例子

6.2 隐马尔可夫模型

隐马尔可夫模型（Hidden MM）--------掌握概念与应用场景



产生隐马尔可夫链模型

x(n)代表直接观测到的随机序列，s(n) 代表控制开关转接状态的马尔可夫链，尽管x(n)的输出序列与s(n)有关，但s(n)只起到控制转接开关的作用，因此产生x(n)的模型称为隐马尔可夫模型。

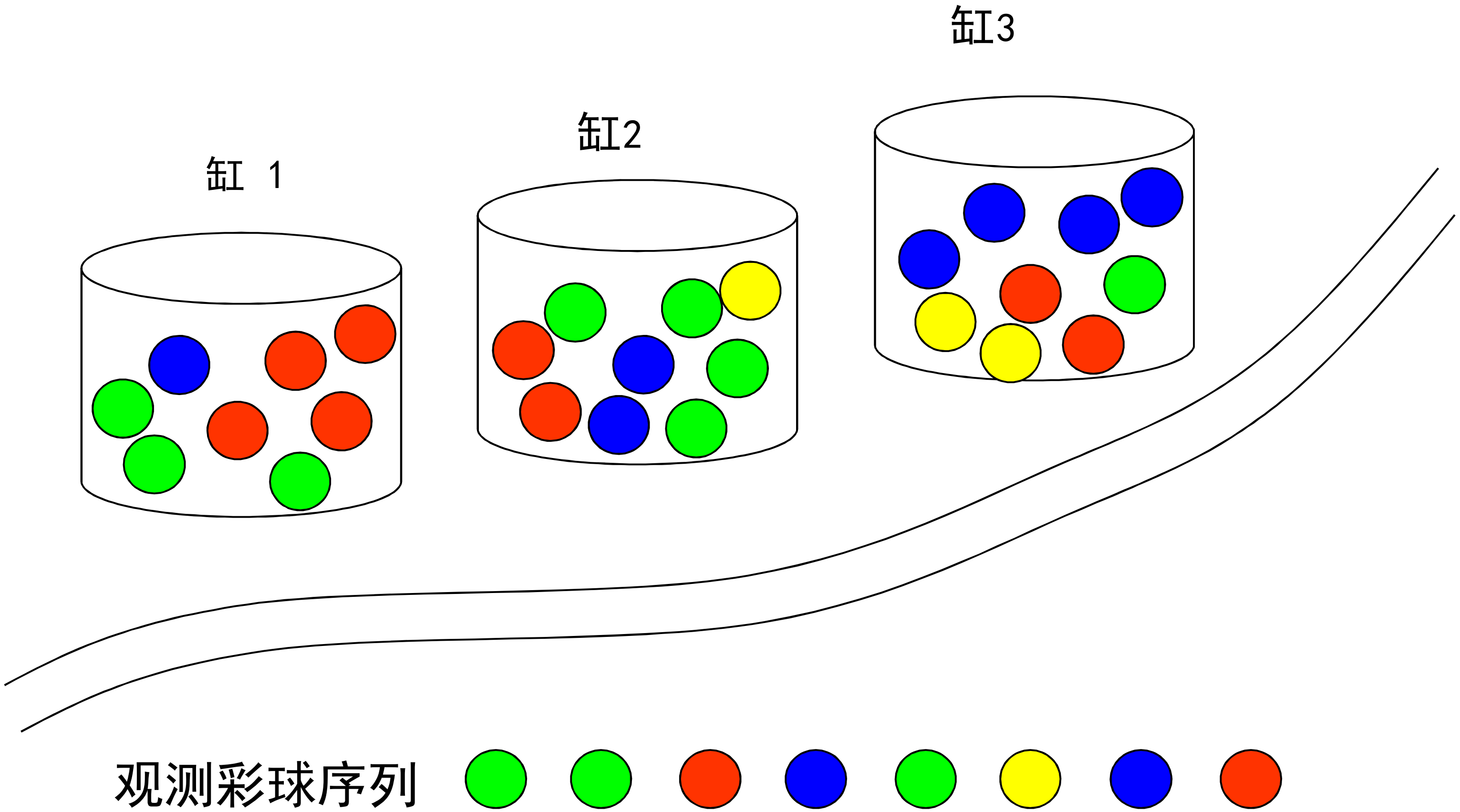
6.2 隐马尔可夫模型

隐马尔可夫模型：探索看不到的世界的工具

- 柏拉图的“洞穴寓言”
- 语音识别：Apple的siri，Google的voice search
- 生物信息学：基因序列分析

6.2 隐马尔可夫模型

HMM实例



6.2 隐马尔可夫模型

HMM概念

- HMM是一个双重随机过程，有两个组成部分：
  - 马尔可夫链：描述状态的转移，用转移概率描述。
  - 一般随机过程：描述状态与观察序列间的关系，用观察值概率描述。
- HMM的状态是不确定或不可见的，只有通过观测序列的随机过程才能表现出来
- 观察到的事件与状态并不是一一对应，而是通过一组概率分布相联系

6.2 隐马尔可夫模型

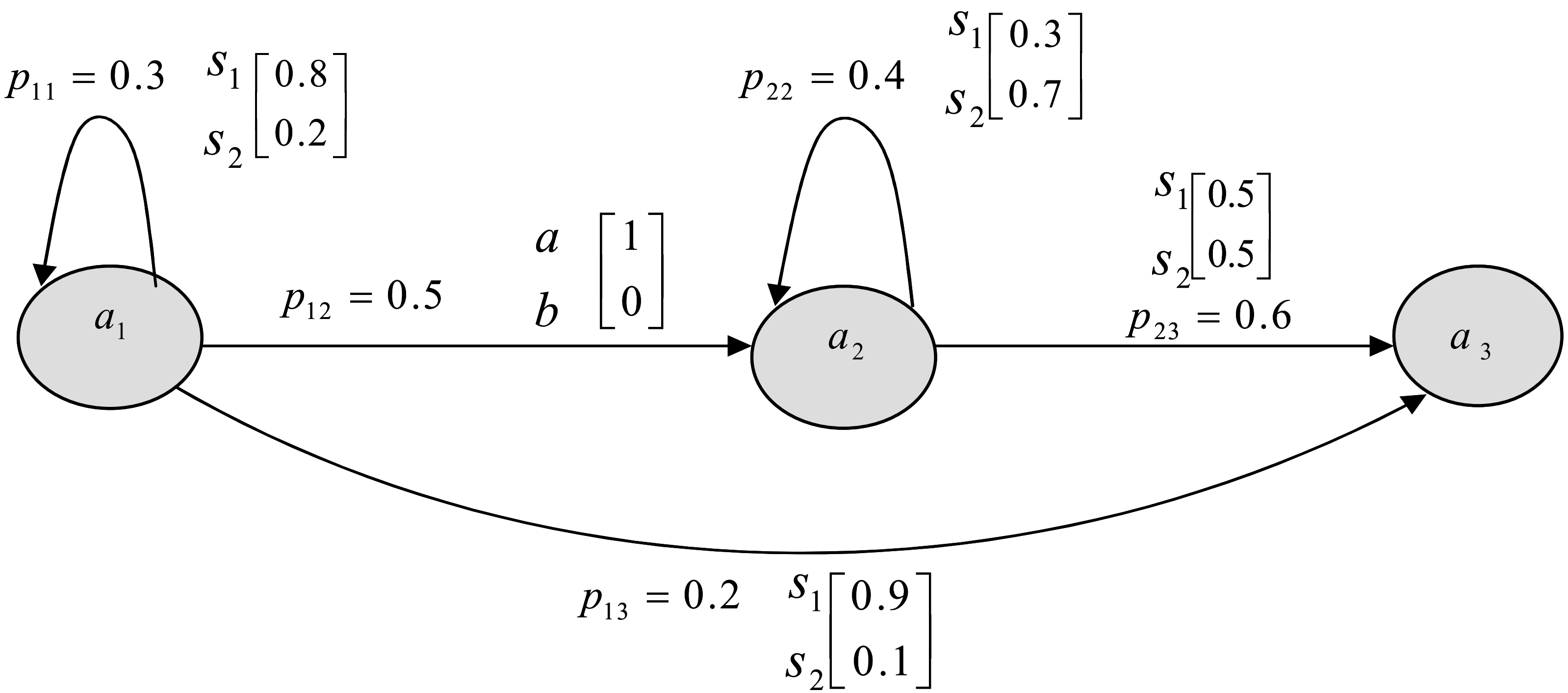
HMM的基本要素

- 用模型五元组 λ =（ N, M, π, A, B）来描述HMM，或简写为 （π, A, B）

参数	含义	实例
N	状态数目	缸的数目
M	每个状态可能的观察值数目	彩球颜色数目
A	与时间无关的状态转移概率矩阵	在选定某个缸的情况下，选择另一个缸的概率
B	给定状态下，观察值概率分布	每个缸中的颜色分布
π	初始状态空间的概率分布	初始时选择某口缸的概率

6.2 隐马尔可夫模型

例 设一个离散随机序列有三个状态$\{a_1,a_2,a_3\}$，三个状态在发生状态转移时输出两个符号$\{s_1,s_2\}$，假定从a_1出发到a_3截止，输出的符号序列为$s_1s_1s_2$，试求输出$s_1s_1s_2$的概率。



6.3 独立增量过程

相关知识：器件噪声

- 高频段：散弹噪声、热噪声 $G(f) = 4kTR$

泊松过程

维纳过程

- 低频段：闪烁噪声

$$G(f) = \frac{KI_D^2 R^2}{f}$$

电阻

$$G(f) = \frac{2qf_L I_B^{\gamma}}{f^a}$$

晶体管

6.3 独立增量过程

1、独立增量过程(independence of increments)

设随机过程X(t)，t≥0满足

（1）$P[X(t_0)=0]=1$

（2）对任意的时刻 $0 \le t_0 < t_1 < \cdots < t_n < b$

过程的增量 $X(t_1)-X(t_0)$ 、⋯、 $X(t_n)-X(t_{n-1})$

是相互独立的随机变量，则称X(t)为**独立增量过程**，又称**可加过程**。

思考：独立增量过程的马尔可夫性

6.3 独立增量过程

相关概念：独立随机过程

过程的任一时刻的状态和任何其它时刻状态之间互不影响，即满足：

$$f_X(x_1,\cdots x_n,t_1,\cdots,t_n)=\prod_{i=1}^{n} f_X(x_i,t_i)$$

则称X(t)为独立随机过程。

若取值时刻离散，则X(t)为独立随机序列；

若取值时刻连续，则X(t)为独立连续时间随机过程。

6.3 独立增量过程

2、泊松过程

计数过程（counting process）：

某一时段内出现随机点数目

(1)到达某超级市场的顾客数N(t);　　--接待一位顾客

(2)某电话交换台的呼唤数N(t);　　--到达一次呼唤

(3)某车间发生故障的机器数N(t);　　--修理一台机器

(4)某通讯系统出现的误码数N(t);　　--发现一个误码

6.3 独立增量过程

泊松过程{X(t), t≥0}在时间间隔[t_0, t_0+t]内k次出现事件A的概率为：

$$P_k(t_0, t_0+t) = \frac{(\lambda t)^k}{k!} e^{-\lambda t} \quad (k = 0,1,2,\cdots)$$

☞均值 $E[X(t)] = \lambda t$

速率或强度

☞均方值与方差

$$E[X^2(t)] = \lambda^2 t^2 + \lambda t$$

$$D[X(t)] = \lambda t$$

6.3 独立增量过程

相关概念

- 泊松定理 $$\lim_{n \to \infty} C_n^k p^k (1-p)^{n-k} = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$
- 泊松分布 $$P(X = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$
- 泊松过程 $$P_k(t_0, t_0 + t) = \frac{(\lambda t)^k}{k!} e^{-\lambda t}$$

问题

利用泊松过程性质计算相关函数问题

- 相关函数

$$R_X(t_1,t_2)=\begin{cases}\lambda t_1+\lambda^2 t_1 t_2, & t_2>t_1\\ \lambda t_2+\lambda^2 t_1 t_2, & t_1>t_2\end{cases}$$

练习

某通信系统发生误码数服从参数为$\lambda=1$/分钟的泊松过程，已知系统8点开始工作，分析到8:01发生一次误码错误，8:10发生5次误码错误的概率。

6.3 独立增量过程

性质：

- 如果$X_1(t)$，$X_2(t)$是参数分别为λ_1，λ_2的独立泊松过程，则它们的和$X_1(t)+X_2(t)$是参数为$\lambda_1+\lambda_2$的泊松过程；

- 如果$X_1(t)$，$X_2(t)$是参数分别为λ_1，λ_2的独立泊松过程，则它们的差$X_1(t)-X_2(t)$不是泊松过程，其均值为（$\lambda_1-\lambda_2$）t，方差为（$\lambda_1+\lambda_2$）t；

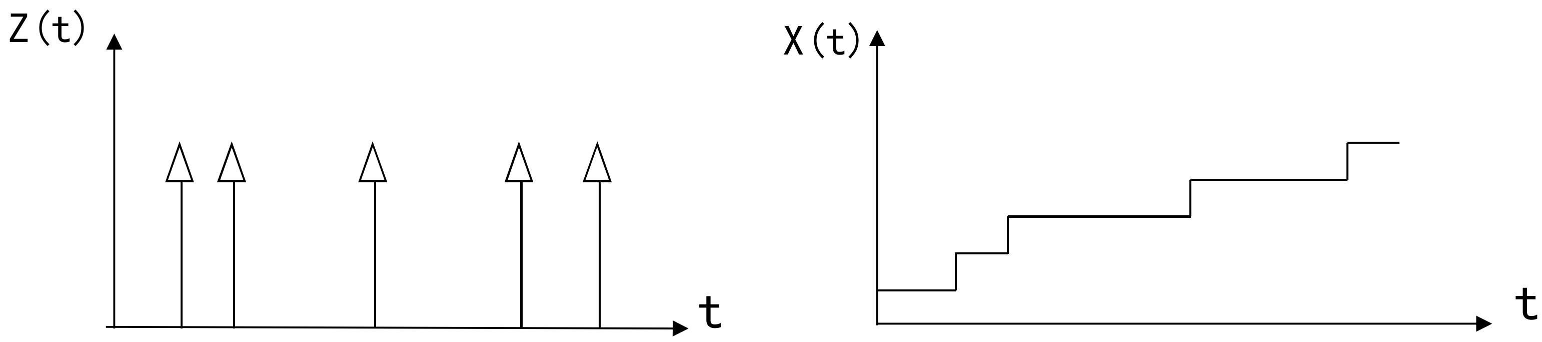
- 泊松过程具有零初值性、独立增量性、齐次性。

泊松脉冲列

设有脉冲随机出现过程Z(t)，脉冲出现是相互独立的，即

$$Z(t)=\frac{d}{dt}X(t) \Leftrightarrow Z(t)=\sum_i \delta(t-t_i)$$

Z(t)称为泊松脉冲列。



泊松脉冲列及泊松过程

6.3 独立增量过程

泊松脉冲序列统计特性：

均值： $E[Z(t)] = \lambda$

相关函数： $R_Z(t_1, t_2) = \lambda^2 + \lambda\delta(t_1 - t_2)$

功率谱密度： $G_Z(\omega) = 2\pi\lambda^2\delta(\omega) + \lambda$

泊松脉冲列为平稳随机序列

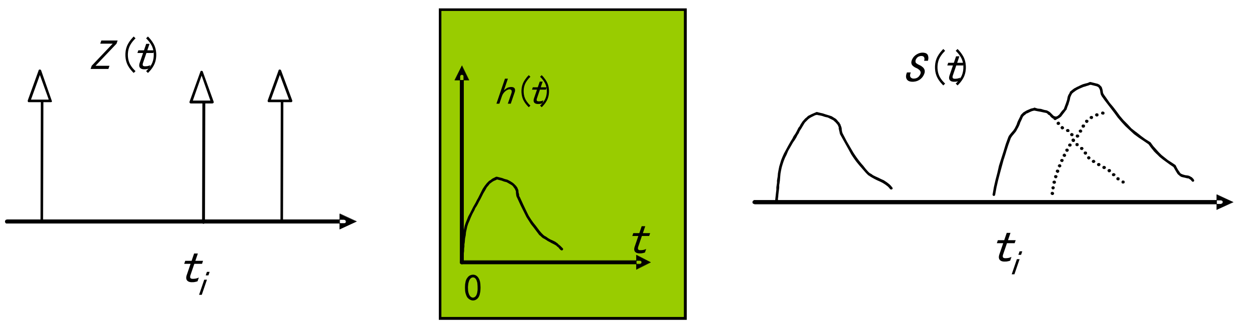
6.3 独立增量过程

散弹噪声

☞线性系统输入端为泊松脉冲序列Z(t)，则系统的输出为散弹噪声，即：

$$S(t)=\sum_{i} h(t-t_i)$$

h(t)为线性系统的冲击响应，为确定的函数。



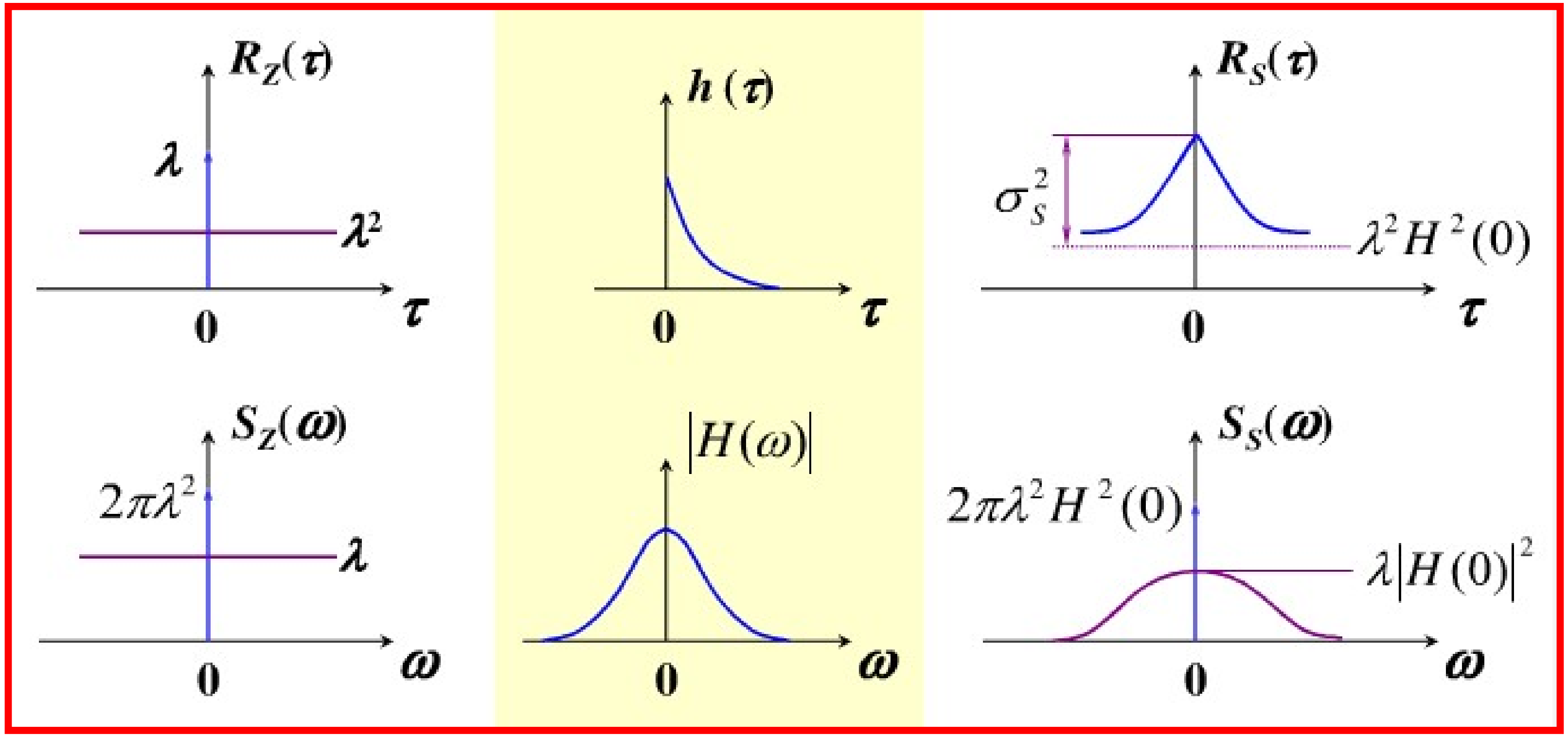
形成散弹噪声的关系图

6.3 独立增量过程

$$G_s(\omega)=2\pi\lambda^2\,|H(0)|^2\,\delta(\omega)+\lambda\,|H(\omega)|^2$$

平稳随机过程

$$R_S(\tau)=\lambda^2H^2(0)+\lambda\int_{-\infty}^{\infty}h(\tau+\beta)h(\beta)d\beta$$



6.3 独立增量过程

坎贝勒(Campbell)定理

散弹噪声的均值和方差分别为：

$$E[S(t)]=\lambda\int_{-\infty}^{\infty}h(t)dt$$

$$\sigma_s^2=R_s(0)-E^2[S(t)]=\lambda\int_{-\infty}^{\infty}h^2(t)dt$$

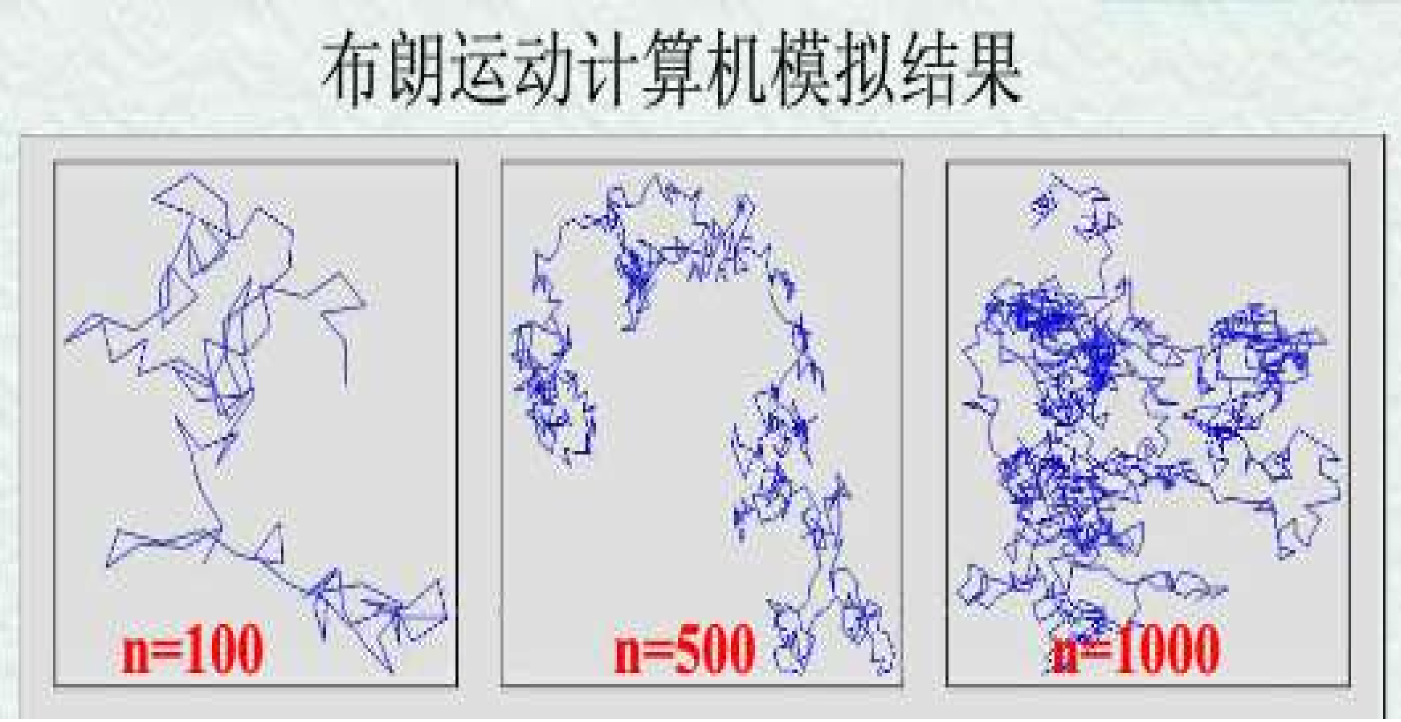
因为有：$E[Z(t)]=\lambda$

$$R_S(\tau)=\lambda^2H^2(0)+\lambda\int_{-\infty}^{\infty}h(\tau+\beta)h(\beta)d\beta$$

阅读例6.11

6.3 独立增量过程

3、维纳过程（热噪声）



维纳过程是布朗运动的数学模型，电子元件在恒温下的热噪声也可归结为维纳过程。

6.3 独立增量过程

定义：

一正态过程的起始值和均值皆为零，即：

$$X(0)=E[X(t)]=0$$

且相关函数为：

$$R_X(t_1,t_2)=\begin{cases} at_2, & t_1 \geq t_2 \\ at_1, & t_1 \leq t_2 \end{cases}$$

则该过程为维纳过程。

中山大學 SUN YAT-SEN UNIVERSITY

练习

一积分器的输入为N(t)，输出为X(t)，则：

$$X(t)=\int_0^t N(\lambda)d\lambda$$

若N(t)为平稳正态白噪声，均值为零，功率谱密度为$N_0/2$，证明X(t)为维纳过程。

该过程方差是多少，是否平稳？

6.3 独立增量过程

性质:

- 马尔可夫性：它是一个Markov过程。
- 独立增量性：该过程在任一时间区间上变化的概率分布独立于其在任一的其他时间区间上变化的概率。
- 正态增量性：它在任何有限时间上的变化服从正态分布，其方差随时间区间的长度呈线性增加。

中山大學 SUN YAT-SEN UNIVERSITY

6.3 独立增量过程

维纳过程

独立增量过程

泊松过程

热噪声

独立随机过程

微分

泊松脉冲列

线性系统

散弹噪声