1. 已知平稳随机过程的自相关函数为 $R_X(\tau)=25+16e^{-5|\tau|}$，该过程的均值、方差和总的平均功率分别为________，________，________。

2. 设有随机振幅信号 $X(t)=A\cos\omega_0 t$，其中 ω_0 为常数，A 为服从在[-5 ,5]区间内均匀分布的随机变量，试画出该过程的一个样本函数，要求标出样本函数在零时刻时纵轴的值。

3. 已知随机变量 X 的概率密度为 $f_X(x)$，那么随机变量 $Y = aX + b$（其中 a，b 为常数）的概率密度 $f_Y(y)$ 为__________________。

4. 已知平稳随机过程的功率谱为 $2\pi\delta(\varpi)$，那么该过程的平均功率为__________________。

二　简答题（每个小题 20 分）

1.设随机过程 $X(t)=A\cos(\omega t+\phi)$，其中 A,ω,ϕ 是相互独立的随机变量，A 的均值是 2，方差是 4。ϕ，ω 分别服从区间 $[-\pi,\pi]$ 和 $[-5,5]$ 上的均匀分布，验证平稳过程 $X(t)$ 具有均值遍历性。

2. 设平稳过程 $X(t)$ 有相关函数 $R_X(\tau)$ 和谱密度函数 $G_X(\omega)$，令 $Y(t)=X(t)\cos(\omega_0 t+\phi)$, $-\infty<t<\infty$，其中 ϕ 为区间 $[0,2\pi]$ 上均匀分布的随机变量，且与过程 $X(t)$ 独立，ω_0 为常数。

（1） 验证随机过程 $Y(t)$ 是平稳过程。

（2） 验证随机过程 $Y(t)$ 的谱密度函数为

$$G_Y(\omega)=\frac{1}{4}[G_X(\omega-\omega_0)+G_X(\omega+\omega_0)]。$$

3. 已知 $\int_0^{\infty} \xi^n e^{-a\xi} d\xi = \dfrac{n!}{a^{n+1}}$。给定 ξ 的概率密度函数为

$$f(\xi) = \begin{cases} e^{-\xi}, & \xi > 0 \\ 0, & \xi \le 0 \end{cases}$$

，设随机过程 $X(t), t \ge 0$ 满足 $X(t) = t\xi$。求

（1）$X(t)$的一维分布函数$F_X(x,t)$

（2）求$X(t)$的方差函数$D_X(t)$。

4.设随机过程 $X(t)=A\cos(\omega t)+B\sin(\omega t)$,其中 ω 为常数，A 和 B 是两个相互独立的高斯随机变量。已知 $\mathrm{E}[A]=E[B]=0$，$\mathrm{E}[A^2]=\mathrm{E}[B^2]=\sigma^2$，求 $X(t)$ 的一维和二维概率密度函数。（注：求出 K 之后不必求逆，直接用 K^{-1} 表示即可）

习题：3.29　3.31　3.36

复习

3.2随机过程通过线性系统分析

3.2.1 冲激响应法

3.2.2 频谱法

互相关的应用：系统辨识

3.2.3 平稳性讨论

三种情况

3.3 限带过程

3.3.1 低通过程

•理想低通随机过程

功率谱：

$$G_Y(\omega)=\frac{N_0}{2}\left|H(\omega)\right|^2=\begin{cases}\frac{N_0}{2} & -\omega_c<\omega<\omega_c\\ 0 & other\end{cases}$$

相关函数：

$$R_Y(\tau)=\frac{N_0\omega_c}{2\pi}\cdot\frac{\sin\omega_c\tau}{\omega_c\tau}$$

输出功率：

$$\sigma_Y^2=R_Y(0)=\frac{N_0\omega_c}{2\pi}$$

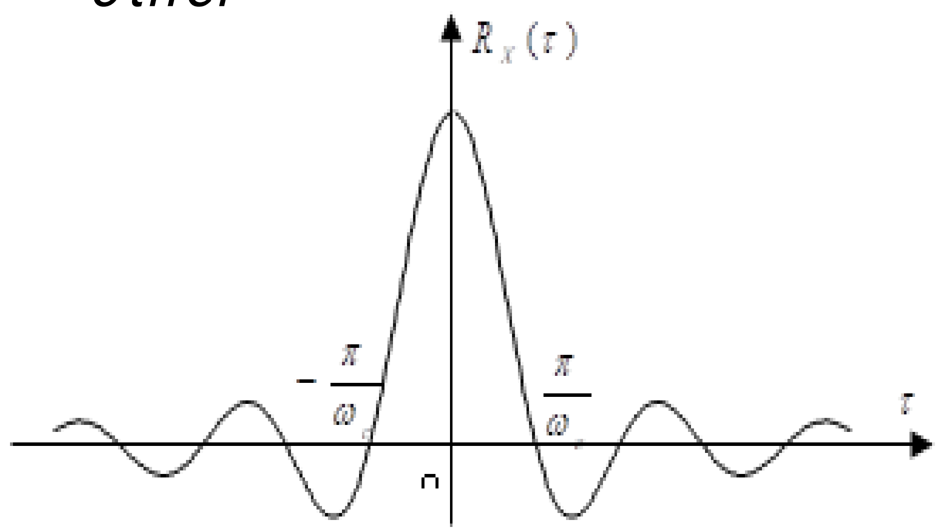
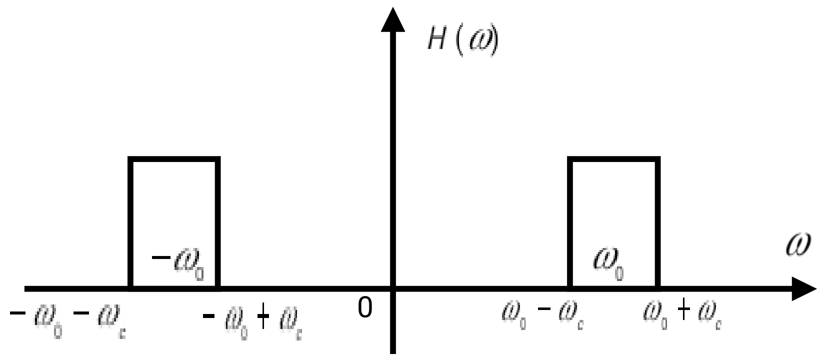


图3.9 理想低通随机过程的自相关函数

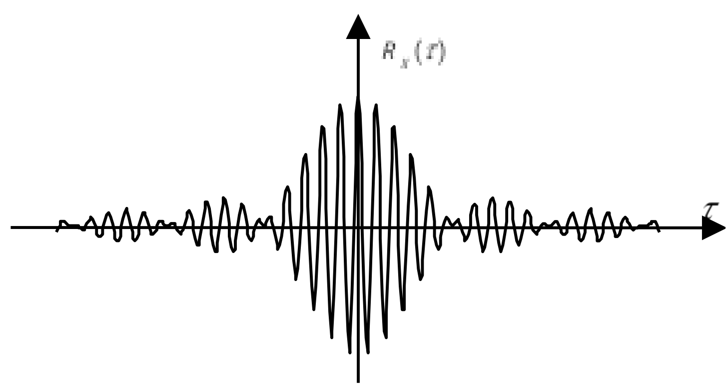
复习

3.3.2 带通过程



输出功率谱:

$$G_Y(\omega)=\frac{N_0}{2}\left|H(\omega)\right|^2=\begin{cases}\dfrac{N_0}{2} & \omega_0-\omega_c<|\omega|<\omega_0+\omega_c\\ 0 & other\end{cases}$$



相关函数: $R_Y(\tau)=\dfrac{N_0\omega_c}{\pi}\cdot\dfrac{\sin\omega_c\tau}{\omega_c\tau}.\cos\omega_0\tau$

输出功率: $\sigma_Y^2=R_Y(0)=\dfrac{N_0\omega_c}{\pi}$

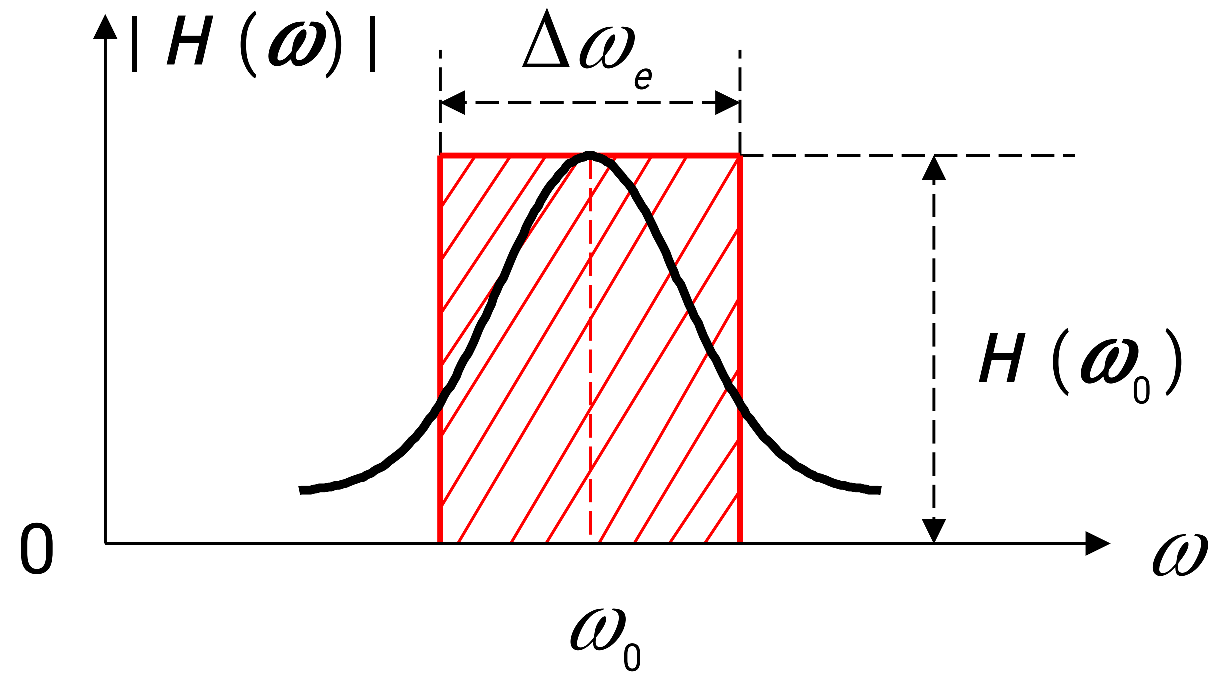
3.3.3 噪声等效通能带

根据等效原则，

$$F_Y(\omega_0)\Delta\omega_e = \int_0^{\infty} F_Y(\omega)\,d\omega$$

$$\Delta\omega_e = \frac{\int_0^{\infty} |H(\omega)|^2\, d\omega}{|H(\omega)|_{max}^2}$$

$$\Delta f_e = \frac{\int_0^{\infty} |H(\omega)|^2\, d\omega}{2\pi|H(\omega)|_{max}^2}$$



复习

3.4 随机序列通过离散线性系统分析

均值:

$$m_Y(n) = E\{Y(n)\} = h(n) \otimes m_X(n)$$

$$= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h(k) m_X(n-k)$$

相关函数:

$$R_{XY}(n_1, n_2) = E\{X(n_1)Y(n_2)\} = h(n_2) \otimes R_X(n_1, n_2)$$

$$R_Y(n_1, n_2) == h(n_1) \otimes h(n_2) \otimes R_X(n_1, n_2)$$

复习

功率谱密度：

$$G_{XY}(\omega) = H(-\omega) G_X(\omega)$$

$$G_Y(\omega) = H(\omega) G_{XY}(\omega) = \left| H(\omega) \right|^2 G_X(\omega)$$

时间序列模型

ARMA模型

3.5最佳线性滤波器

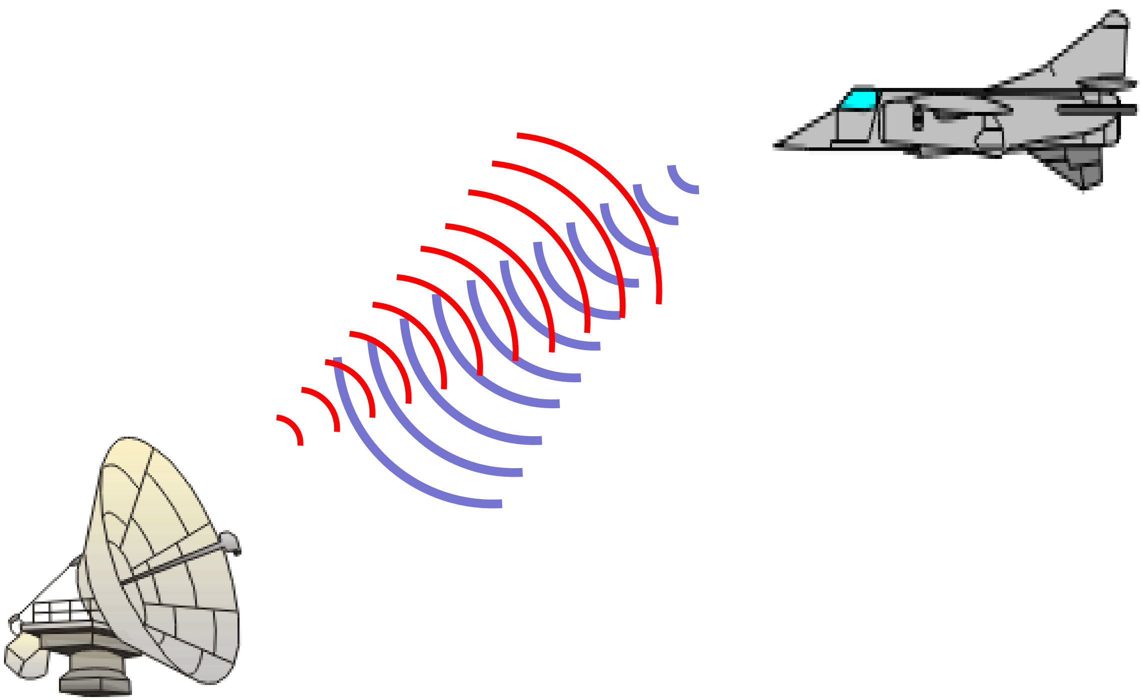
3.5.1 输出信噪比最大的线性滤波器

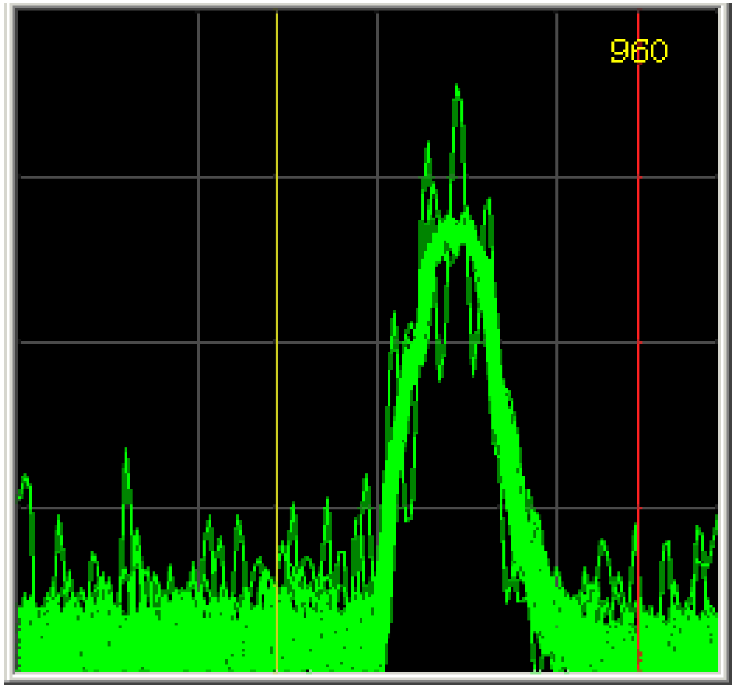
3.5.2 匹配滤波器

3.5.3 广义匹配滤波器

3.5最佳线性滤波器

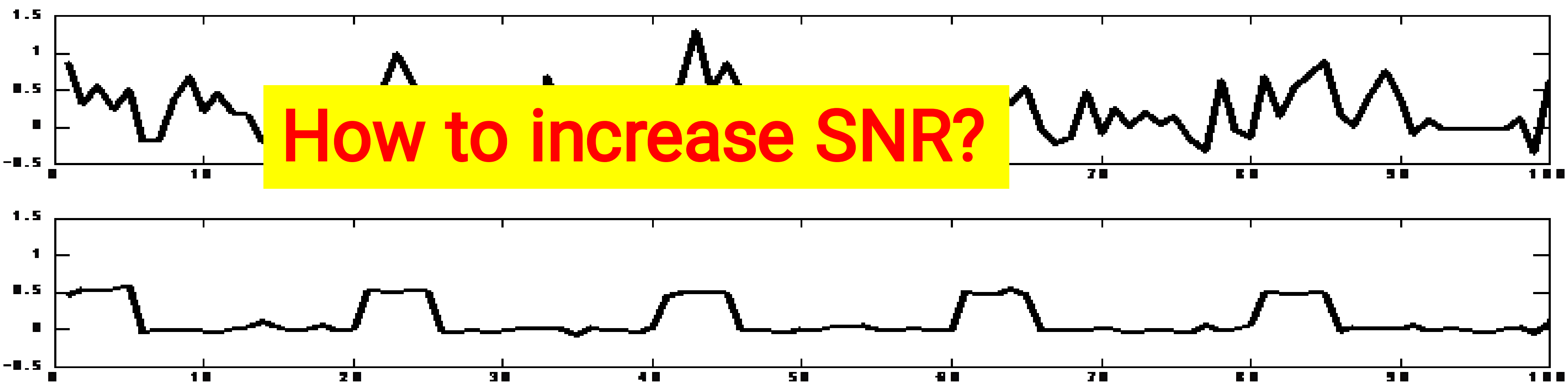
3.5.1 输出信噪比最大的线性滤波器





低信噪比

高信噪比



How to increase SNR?

中山大學 SUN YAT-SEN UNIVERSITY

3.5最佳线性滤波器

3.5.1 输出信噪比最大的线性滤波器

$$X(t)=s(t)+n(t) \longrightarrow \boxed{h(t)} \longrightarrow Y(t)=s_o(t)+n_o(t)$$

确知信号

零均值平稳随机过程，功率谱Gn(ω)

如何设计?

准则：最有利于检测，即信噪比最大

信噪比：在t=t₀时输出端信号**瞬时功率**与噪声的**平均功率**之比

$$d_0=\frac{s_0^2(t_0)}{E[n_0^2(t)]}$$

3.5最佳线性滤波器

3.5.1 输出信噪比最大的线性滤波器

$$s_0(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} H(\omega) S(\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

输出噪声功率为: $E[n_0^2(t)] = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} |H(\omega)|^2 G_n(\omega) d\omega$

$$d_0 = \frac{s_0^2(t_0)}{E[n_0^2(t)]} = \frac{\left|\int_{-\infty}^{\infty} H(\omega) S(\omega) e^{j\omega t_0} d\omega\right|^2}{2\pi\int_{-\infty}^{\infty} |H(\omega)|^2 G_n(\omega) d\omega}$$

$H(\omega)$如何取值，使得信噪比d_0最大

3.5.1 输出信噪比最大的线性滤波器

最佳滤波器:

$$H(\omega) = c \cdot \frac{S^*(\omega)}{G_n(\omega)} e^{-j\omega t_0}$$

其幅频特性为:

$$|H(\omega)| = c \cdot \frac{|S(\omega)|}{G_n(\omega)}$$

其相频特性为:

$$\arg H(\omega) = -\arg S(\omega) - \omega t_0$$

3.5最佳线性滤波器

此时， $H(\omega) = c \cdot \frac{S^*(\omega)}{G_n(\omega)} e^{-j\omega t_0}$

最大输出信噪比为:

$$d_m = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\left|S(\omega)\right|^2}{G_n(\omega)} d\omega$$

输出信号波形为:

$$s_0(t) = \frac{c}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\left|S(\omega)\right|^2}{G_n(\omega)} e^{j\omega(t-t_0)} d\omega$$

当$t=t_0$时，输出信号值最大，是波形$s_0(t)$的尖峰.

3.5最佳线性滤波器

证明思路：利用许瓦兹不等式

$$\left|\int_{-\infty}^{\infty} A(\omega)B(\omega)\,d\omega\right|^2 \le \int_{-\infty}^{\infty}|A(\omega)|^2\,d\omega\int_{-\infty}^{\infty}|B(\omega)|^2\,d\omega$$

等号成立的条件 $A(\omega)=cB^*(\omega)$

$$d_0=\frac{1}{2\pi}\frac{\left|\int_{-\infty}^{\infty}S(\omega)H(\omega)e^{j\omega t_0}\,d\omega\right|^2}{\int_{-\infty}^{\infty}G_n(\omega)\left|H(\omega)\right|^2\,d\omega}$$

$$=\frac{1}{2\pi}\frac{\left|\int_{-\infty}^{\infty}\frac{S(\omega)}{\sqrt{G_n(\omega)}}\sqrt{G_n(\omega)}H(\omega)e^{j\omega t_0}\,d\omega\right|^2}{\int_{-\infty}^{\infty}G_n(\omega)\left|H(\omega)\right|^2\,d\omega}$$

3.5最佳线性滤波器

$$B(\omega) = S(\omega) / \sqrt{G_n(\omega)} \qquad A(\omega) = H(\omega)\sqrt{G_n(\omega)}\, e^{j\omega t_0}$$

$$d_0 = \frac{1}{2\pi} \frac{\left| \int_{-\infty}^{\infty} \frac{S(\omega)}{\sqrt{G_n(\omega)}} \sqrt{G_n(\omega)} H(\omega) e^{j\omega t_0} d\omega \right|^2}{\int_{-\infty}^{\infty} G_n(\omega) \left| H(\omega) \right|^2 d\omega}$$

$$\le \frac{1}{2\pi} \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{S(\omega)}{\sqrt{G_n(\omega)}} \right|^2 d\omega \bullet \int_{-\infty}^{\infty} \left| \sqrt{G_n(\omega)} H(\omega) e^{j\omega t_0} \right|^2 d\omega}{\int_{-\infty}^{\infty} G_n(\omega) \left| H(\omega) \right|^2 d\omega}$$

3.5最佳线性滤波器

$$= \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left|\frac{S(\omega)}{\sqrt{G_n(\omega)}}\right|^2 d\omega = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{|S(\omega)|^2}{G_n(\omega)} d\omega$$

等号成立的条件：

$$A(\omega) = H(\omega)\sqrt{G_n(\omega)}e^{j\omega t_0} \quad = \quad cB^*(\omega) = cS^*(\omega)/\sqrt{G_n(\omega)}$$

$$H(\omega) = cS^*(\omega)e^{-j\omega t_0}/G_n(\omega)$$

最佳线性滤波器的表达式

证毕

3.5最佳线性滤波器

最佳线性滤波器物理意义分析:

幅频特性为:

$$\left|H(\omega)\right| = c \cdot \frac{\left|S(\omega)\right|}{G_n(\omega)}$$

相频特性为:

$$\arg H(\omega) = -\arg S(\omega) - \omega t_0$$

$$s_0(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \left|S(\omega)\right|\left|H(\omega)\right| e^{j[\arg S(\omega)+\arg H(\omega)+\omega t]} d\omega$$

$$= \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \left|S(\omega)\right|\left|H(\omega)\right| e^{j[\arg S(\omega)-\arg S(\omega)-\omega t_0+\omega t]} d\omega$$

$$= \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \left|S(\omega)\right|\left|H(\omega)\right| e^{j\omega(t-t_0)} d\omega$$

3.5.2 匹配滤波器

$$s(t)+n(t) \longrightarrow \boxed{h(t)} \longrightarrow s_o(t)+n_o(t)$$

确知信号

白噪声

匹配滤波器

信噪比最大

$$H(\omega)=c\cdot\frac{S^*(\omega)}{G_n(\omega)}e^{-j\omega t_0}$$

其中，$G_n(\omega)=c$

$$\boxed{H(\omega)=cS^*(\omega)e^{-j\omega t_0}}$$

3.5最佳线性滤波器

匹配滤波器冲激响应:

$$h(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}H(\omega)e^{j\omega t}d\omega$$

$$=\frac{c}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}S^*(\omega)e^{j\omega(t-t_0)}d\omega=cs^*(t_0-t)$$

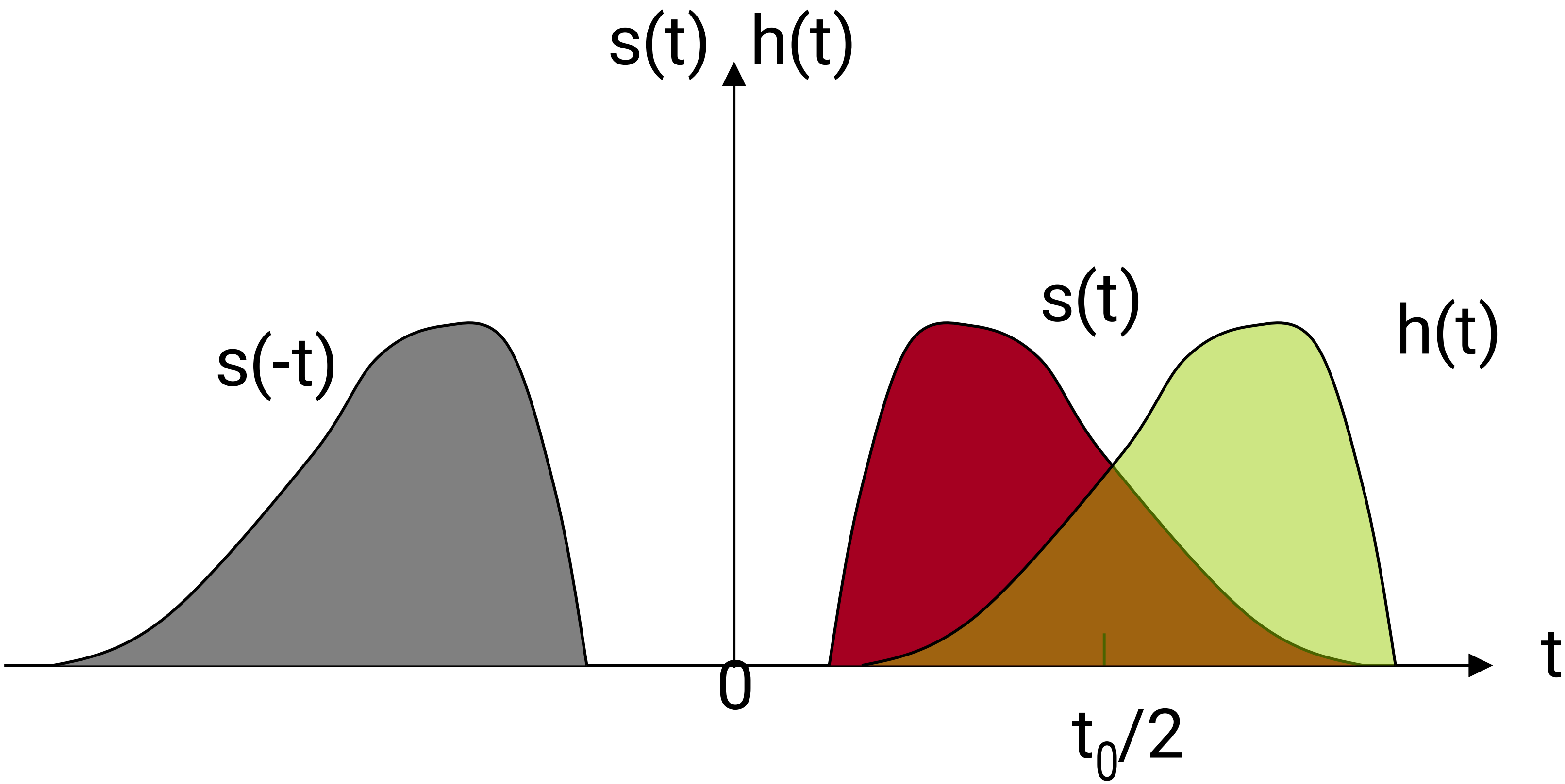
即匹配滤波器的冲激响应为信号的共轭镜像。

对于实信号,有:

$$h(t)=cs(t_0-t)$$

如果c=1, h(t)与s(t)对于$t_0/2$点呈偶对称关系.

3.5最佳线性滤波器



实信号及其匹配滤波器的冲激响应

3.5最佳线性滤波器

匹配滤波器性质:

☞最大 输出信噪比d_m与信号s(t)波形无关;

$$d_m = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\left|S(\omega)\right|^2}{G_n(\omega)}d\omega = \frac{2E}{N_0}$$

其中 $$E = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left|S(\omega)\right|^2 d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} s^2(t)\,dt$$

输出最大信噪比只与信号能量有关,而与信号波形无关。

3.5最佳线性滤波器

☞ t_0时刻应当选在信号s(t)结束之后;

物理可实现的滤波器满足:

$$h(t)=0,\ t<0 \quad \longleftrightarrow \quad s(t_0-t)=0, \quad t>t_0$$

如果选择输出最大的时刻t_0在信号结束之前,则匹配滤波器在物理上不可实现

3.5最佳线性滤波器

☞ **匹配滤波器对信号幅度和时延具有适应性；**

$$s_1(t) = as(t-\tau) \qquad S_1(\omega) = aS(\omega)e^{-j\omega\tau}$$

$$H_1(\omega) = cS_1^*(\omega)e^{-j\omega t_1} = caS^*(\omega)e^{-j\omega(t_1-\tau)}$$

$$= caS^*(\omega)e^{-j\omega t_0}e^{-j\omega(t_1-\tau-t_0)} = aH(\omega)e^{-j\omega(t_1-\tau-t_0)}$$

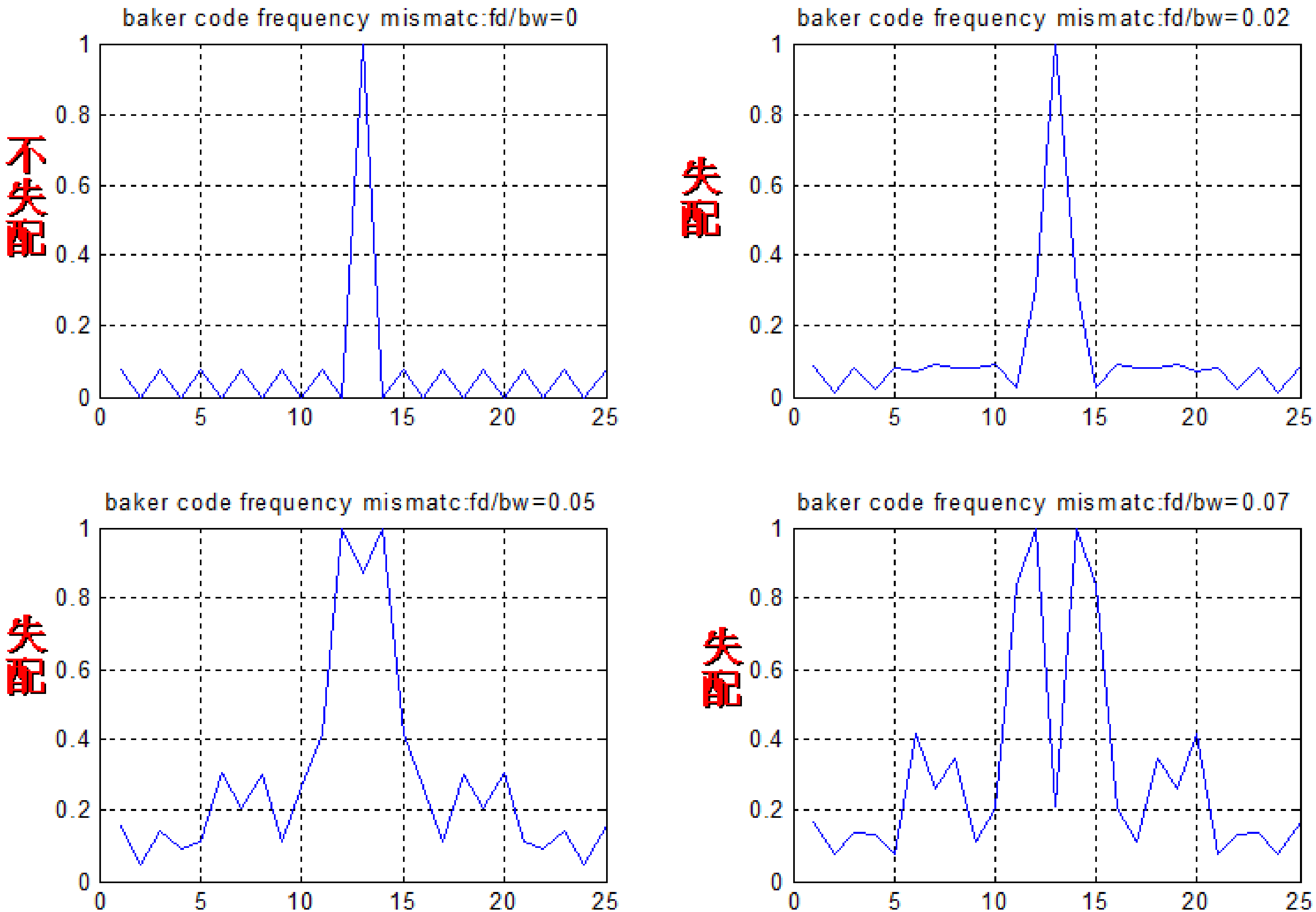
令$t_1 = \tau - t_0$，$\quad H_1(\omega) = aH(\omega)$

☞ **匹配滤波器对信号的频移不具有适应性。**

$$S_2(\omega) = S(\omega+\omega_d)$$

$$H_2(\omega) = cS^*(\omega+\omega_d)e^{-j\omega t_0} \neq H(\omega)$$

3.5最佳线性滤波器

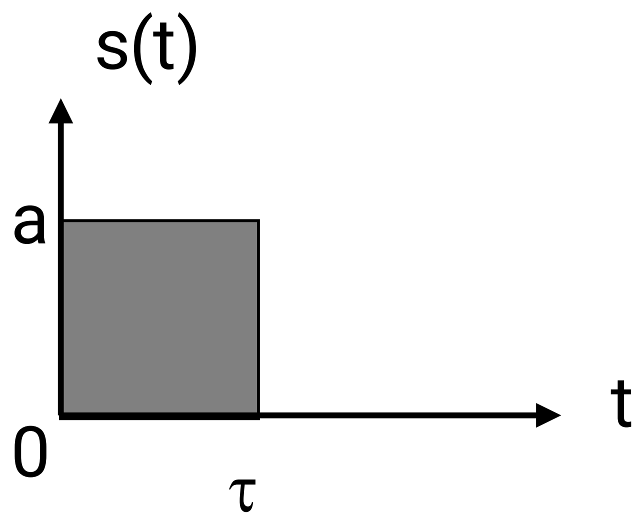

baker code frequency mismatc:fd/bw=0
不失配
baker code frequency mismatc:fd/bw=0.02
失配
baker code frequency mismatc:fd/bw=0.05
失配
baker code frequency mismatc:fd/bw=0.07
失配
0
0.2
0.4
0.6
0.8
1
0
5
10
15
20
25

3.5最佳线性滤波器

例1: 单个矩形脉冲信号

$$s(t)=\begin{cases} a, & 0\le t\le\tau \\ 0, & t<0,\ t>\tau \end{cases}$$

求其匹配滤波器的传输函数及输出信号波形.



3.5最佳线性滤波器

例3.11: 单个矩形脉冲信号
$$s(t)=\begin{cases} a, & 0\le t\le \tau \\ 0, & t<0, t>\tau \end{cases}$$

求其匹配滤波器的传输函数及输出信号波形.

解:
$$S(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty} s(t)e^{-j\omega t}dt=\int_{0}^{\tau} a e^{-j\omega t}dt=\frac{a}{j\omega}(1-e^{-j\omega\tau})$$

$$H(\omega)=\frac{ca}{-j\omega}(1-e^{j\omega\tau})e^{-j\omega\tau}=\frac{ca}{j\omega}(1-e^{-j\omega\tau})$$ 取$t_0=\tau$

对比，可以看出 h(t)=c s(t)

3.5最佳线性滤波器

$$s_0(t) = s(t) \otimes h(t) = cs(t) \otimes s(t) = \begin{cases} ca^2 t & 0 \le t \le \tau \\ ca^2(2\tau - t) & \tau \le t \le 2\tau \\ 0 & 0 \end{cases}$$

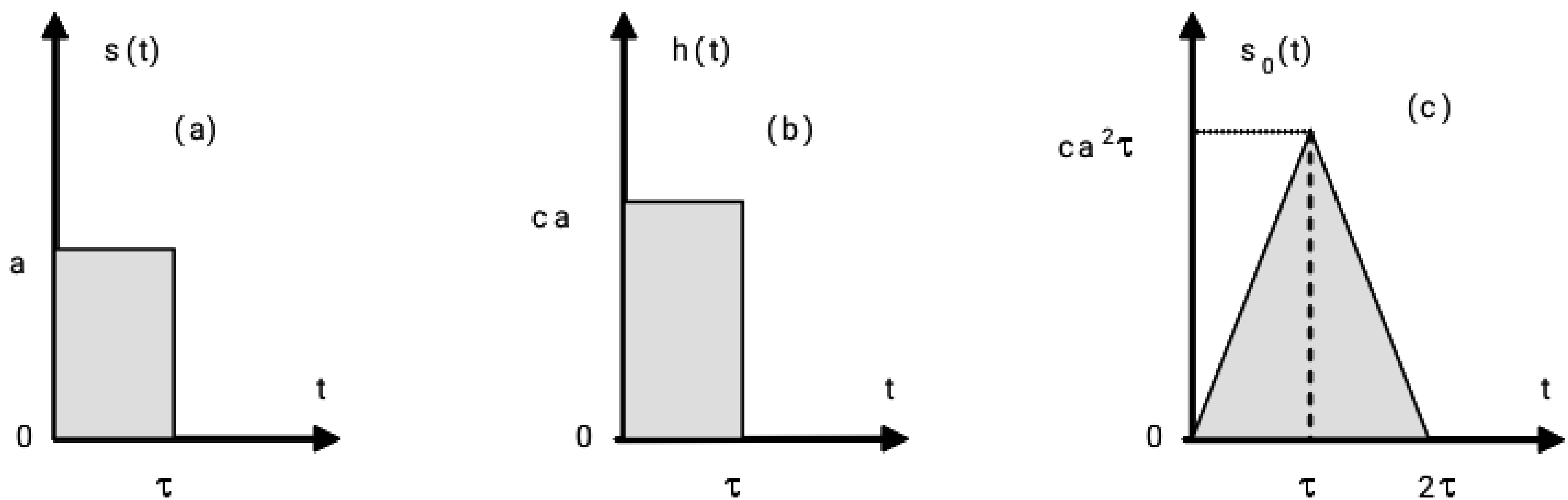
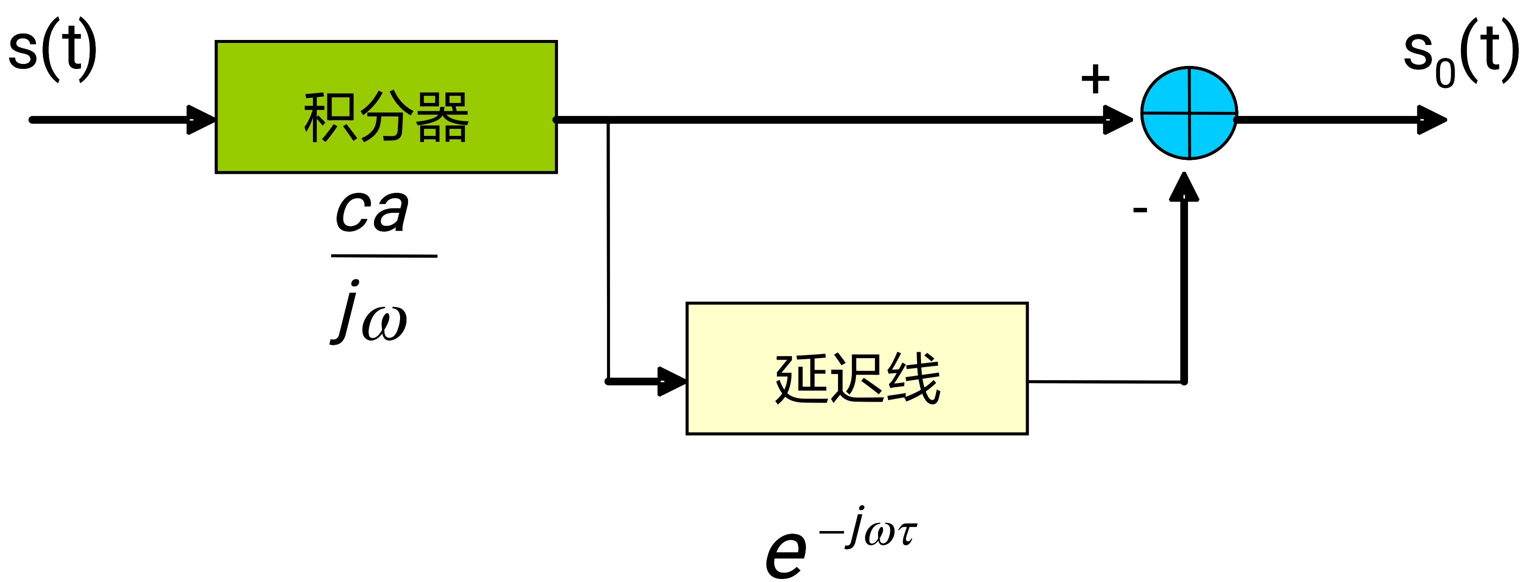


图3.17 矩形脉冲的匹配滤波器

(a)矩形脉冲信号 (b)匹配滤波器的冲击响应(c)匹配滤波器的输出信号

匹配滤波器的实现

$$H(\omega)=\frac{ca}{j\omega}\left(1-e^{j\omega\tau}\right)$$



矩形脉冲信号匹配滤波器实现框图

匹配滤波还可以利用频域方法实现。

3.5最佳线性滤波器

思考1: 单个矩形中频脉冲信号 $s(t)=a\,rect(t/\tau)\cos\omega_0 t$

其中 $rect(x)=\begin{cases}1 & |x|\le 1/2\\ 0 & other\end{cases}$

求其匹配滤波器的传输函数及输出信噪比。

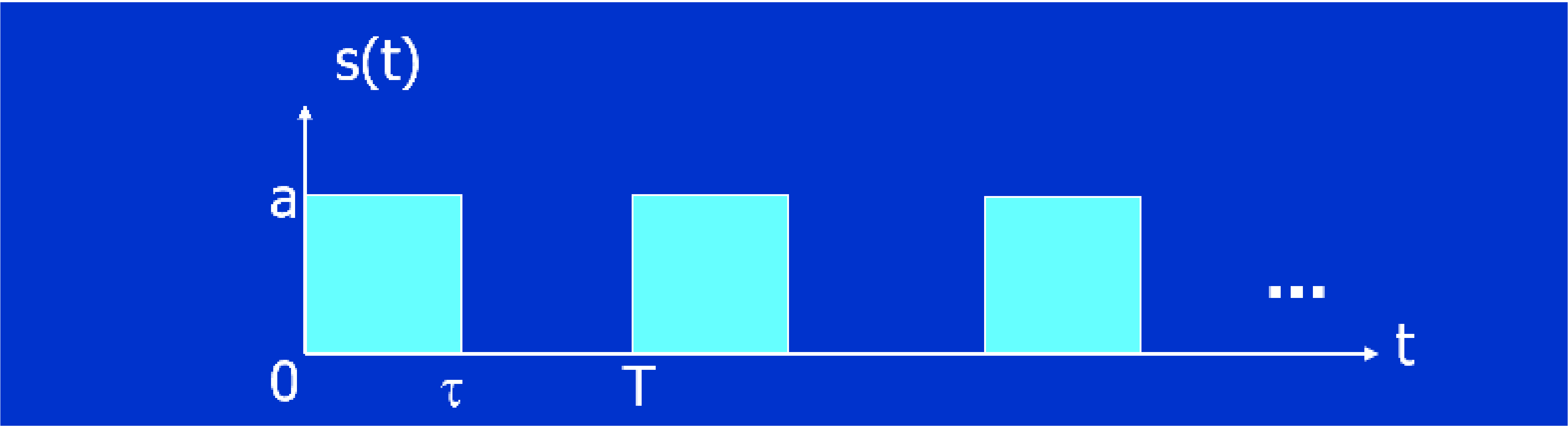
思考2: 单个线性调频矩形中频脉冲信号

$$s(t)=a\,rect(t/\tau)\cos(\omega_0 t+\mu t^2/2)$$

求其匹配滤波器的传输函数及输出信噪比。

3.5最佳线性滤波器

例3.12 设计矩形脉冲串信号的匹配滤波器



3.5最佳线性滤波器

设矩形脉冲串信号为： $s(t)=\sum_{k=0}^{M-1} s_1(t-kT)$

矩形脉冲串信号频谱为： $S(\omega)=\sum_{k=0}^{M-1} S_1(\omega)e^{-jk\omega T}$

s(t)的匹配滤波器 $H(\omega)=cS^*(\omega)e^{-j\omega t_0}=c\sum_{k=0}^{M-1} S_1^*(\omega)e^{jk\omega T}e^{-j\omega t_0}$

取$t_0=(M-1)T+\tau$

$$H(\omega)=c\sum_{k=0}^{M-1} S_1^*(\omega)e^{jk\omega T}e^{-j\omega[(M-1)T+\tau]}=cS_1^*(\omega)e^{-j\omega\tau}\sum_{k=0}^{M-1} e^{-j\omega(M-1-k)T}$$

3.5最佳线性滤波器

匹配滤波器可表示为

$$H(\omega)=H_1(\omega)H_2(\omega)$$

$$H_1(\omega)=cS_1^*(\omega)e^{-j\omega\tau}$$

子脉冲匹配滤波器

$$H_2(\omega)=\sum_{k=0}^{M-1}e^{-j\omega(M-1-k)T}=1+e^{-j\omega T}+\cdots+e^{-j\omega(M-1)T}$$

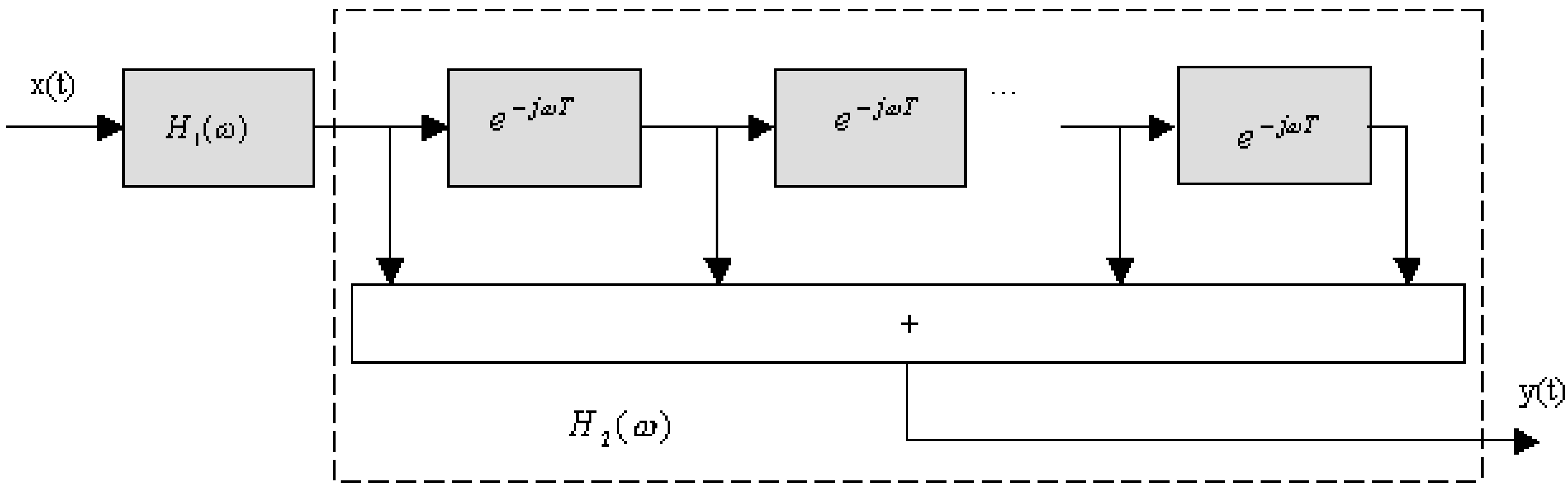
相参积累器

输出的最大信噪比

$$d_m=\frac{2E}{N_0}=\frac{2ME_1}{N_0}=M\cdot\frac{2E_1}{N_0}=Md_1$$

3.5最佳线性滤波器

脉冲串信号匹配滤波实现的结构



矩形脉冲串信号的匹配滤波器

3.5.3 广义匹配滤波器

$$H(\omega) = c\frac{S^*(\omega)}{G_n(\omega)}e^{-j\omega t_0}$$

假定噪声具有有理的功率谱

$$G_n(\omega) = G_n^+(\omega)G_n^-(\omega) = G_n^+(\omega)\cdot[G_n^+(\omega)]^*$$

$$H(\omega) = cS^*(\omega)e^{-j\omega t_0}/G_n(\omega) = \frac{1}{G_n^+(\omega)}\bullet c\left[\frac{S(\omega)}{G_n^+(\omega)}\right]^* e^{-j\omega t_0} = H_1(\omega)H_2(\omega)$$

$$S'(\omega) = S(\omega)/G_n^+(\omega)$$

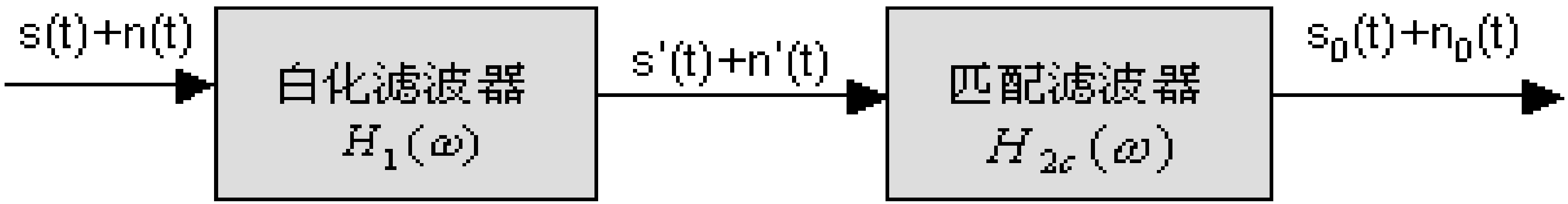
$$H_1(\omega) = \frac{1}{G_n^+(\omega)}$$

$$H_2(\omega) = cS'^*(\omega)e^{-j\omega t_0}$$

3.5最佳线性滤波器

噪声通过$H_1(\omega)$后变成了白噪声，这是因为

$$G_{n'}(\omega) = G_n(\omega)\cdot\left|H_1(\omega)\right|^2 = G_n(\omega)\cdot\frac{1}{G_n^+(\omega)}\cdot\frac{1}{[G_n^+(\omega)]^*} = 1$$



广义匹配滤波器结构

对于物理可实现的系统

$$H_{2c}(\omega) = \left[\frac{cS^*(\omega)e^{-j\omega t_0}}{G_n^-(\omega)}\right]^+$$

$$H(\omega) = H_1(\omega)H_{2c}(\omega) = \frac{1}{G_n^+(\omega)}\bullet\left[\frac{cS^*(\omega)e^{-j\omega t_0}}{G_n^-(\omega)}\right]^+$$

3.5最佳线性滤波器

例3.13 $s(t)=\begin{cases} e^{-t/2}-e^{-t} & t\geq 0 \\ 0 & t<0 \end{cases}$ $G_n(\omega)=1/(1+\omega^2)$

求广义匹配滤波器的传递函数

[解]

$$G_n(s)=\frac{1}{1-s^2}=\frac{1}{(1+s)(1-s)}$$

谱分解 $G_n^+(s)=\frac{1}{1+s}$ $G_n^-(s)=\frac{1}{1-s}$

白化滤波器 $H_1(s)=\frac{1}{G_n^+(s)}=1+s$

信号的拉普拉斯变换 $S(s)=\frac{1}{1/2+s}-\frac{1}{1+s}=\frac{1}{(1+2s)(1+s)}$

3.5最佳线性滤波器

$$H_2(s)=\frac{cS(-s)e^{-st_0}}{G_n^-(s)}=\frac{c}{1-2s}e^{-st_0}$$

$$h_2(t)=\begin{cases}\dfrac{c}{2}e^{(t-t_0)/2} & -\infty<t\le t_0\\ 0 & t>t_0\end{cases}$$

取物理可实现部分

$$h_{2c}(t)=\begin{cases}\dfrac{c}{2}e^{(t-t_0)/2} & 0<t\le t_0\\ 0 & t<0\text{或}t>t_0\end{cases}$$

对应的传递函数为

$$H_{2c}(s)=\int_0^{t_0}\frac{c}{2}e^{(t-t_0)/2}e^{-st}dt=\frac{c}{1-2s}(e^{-st_0}-e^{-t_0/2})$$

s(t)的广义匹配滤波器为

$$H(s)=H_1(s)H_{2c}(s)=c\cdot\frac{1+s}{1-2s}(e^{-st_0}-e^{t_0/2})$$

中山大學 SUN YAT-SEN UNIVERSITY

3.6线性系统输出端随机过程的概率分布

3.6.1 正态随机信号通过线性系统

$$X(t) \longrightarrow \boxed{h(t)} \longrightarrow Y(t)$$

$$Y(t)=\int_{-\infty}^{t} X(\tau)h(t-\tau)d\tau=\lim_{\max \Delta\tau_i\to 0}\sum_{i=0}^{n} X(\tau_i)h(t-\tau_i)\Delta\tau_i$$

$$Y_1=l_{11}X_1+l_{12}X_2+\cdots+l_{1N}X_N$$

$$Y_2=l_{21}X_1+l_{22}X_2+\cdots+l_{2N}X_N$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$Y_N=l_{N1}X_1+l_{N2}X_2+\cdots+l_{NN}X_N$$

☞正态随机信号通过线性系统输出服从正态分布

3.6线性系统输出端随机过程的概率分布

$$X(t) \longrightarrow \boxed{H(\omega)} \longrightarrow Y(t)$$

$$G_Y(\omega) = G_X(\omega)\left|H(\omega)\right|^2$$

$$\sigma_Y^2 = R_Y(0) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} G_X(\omega)\left|H(\omega)\right|^2 d\omega$$

若X(t)均值为零：

$$f_Y(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi R_Y(0)}}\exp\left[-\frac{y^2}{2R_Y(0)}\right]$$

$Y(t)$ 的二维概率密度为:

$$f_Y(\mathbf{y}) = \frac{1}{2\pi\left|\mathbf{K}\right|^{1/2}}\exp\left\{-\frac{1}{2}\mathbf{y}^T\mathbf{K}^{-1}\mathbf{y}\right\}$$

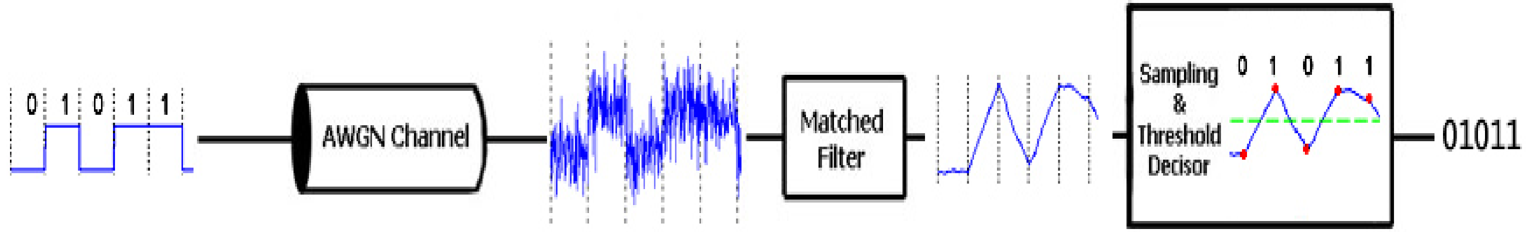
3.6.2 随机过程正态化

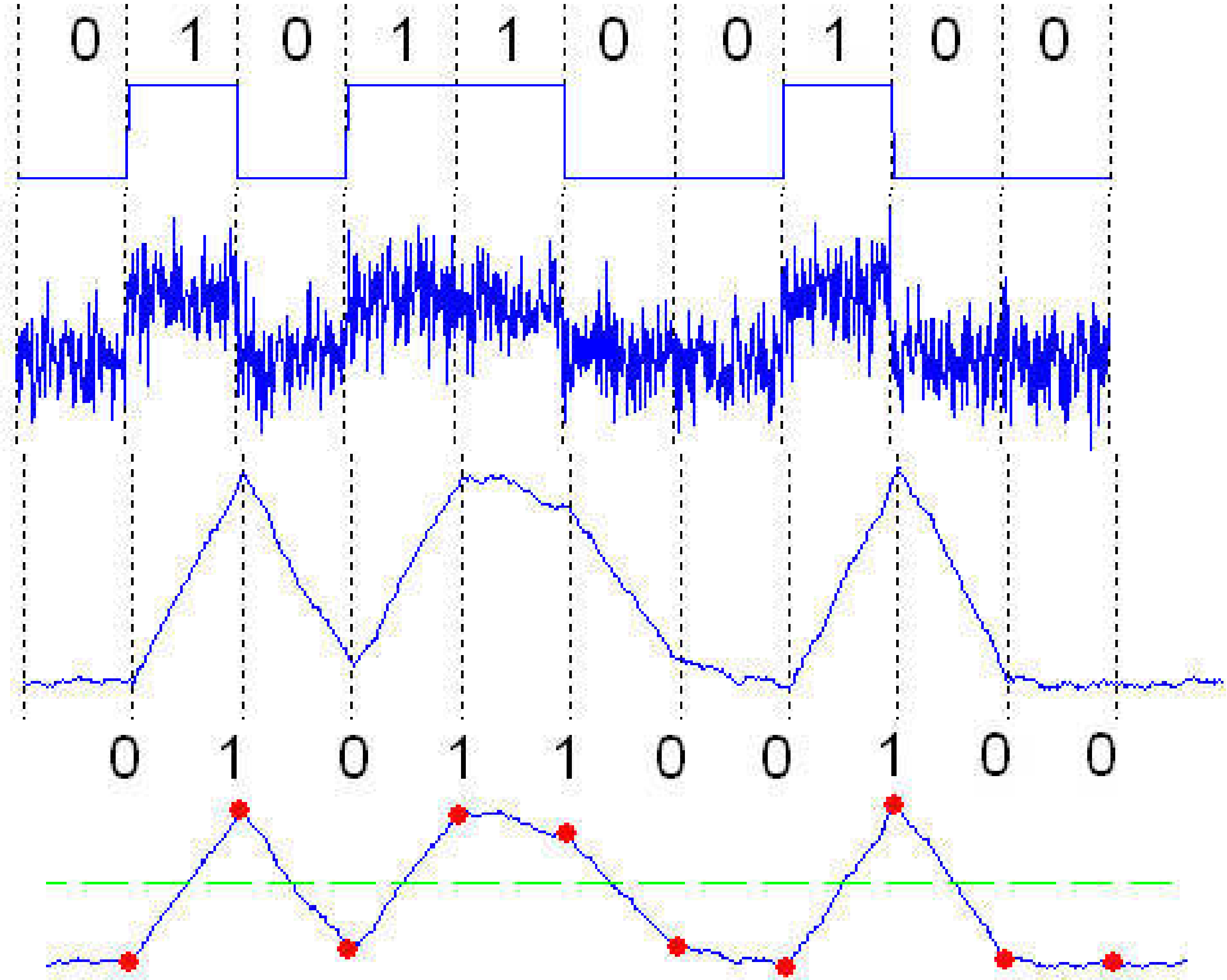
中心极限定理：

大量独立同分布的随机变量之和，其分布是趋于正态的。

$$Y(t)=\lim_{\substack{\max\ \Delta\tau_i\to 0\\ n\to\infty}}\sum_{i=1}^{n}X(\tau_i)h(t-\tau_i)\Delta\tau_i$$

- 白噪声通过有限带宽线性系统
- 宽带随机信号通过窄带线性系统


0 1 0 1 1
AWGN Channel
Matched Filter
Sampling & Threshold Decisor
0 1 0 1 1
01011


0 1 0 1 1 0 0 1 0 0
0 1 0 1 1 0 0 1 0 0

数字通信系统：