

2009 年攻读硕士学位研究生入学考试

数字信号处理试题

考生注意：答案写在答题纸上（包括填空题等），保持卷面整洁。

一. 填空题（每空 2 分，共 20 分）

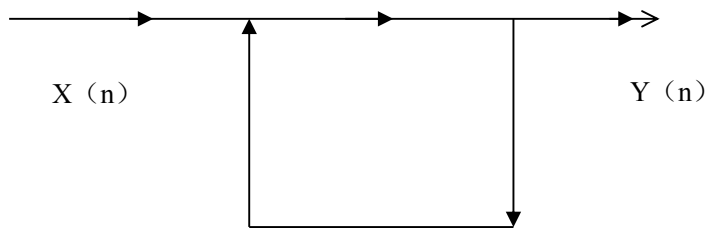
1. 线性时不变离散因果系统的差分方程为 $y(n) = -2x(n) + 5x(n-1) - x(n-4)$, 则该系统的单位脉冲响应为_____。
2. 一个频率响应为 $H(e^{j\omega})$ 的线性时不变离散系统, 若其输入序列为 $x(n) = e^{j\omega_0 n}$, 则输出序列为_____。
3. 用一个数字低通滤波器从 0-10kHz 的信号中滤取 0-4kHz 的频率成分, 该数字系统的抽样频率至少为_____ kHz。
4. 用 8kHz 的采样频率对一段 2kHz 的正弦信号采样 64 点, 若用 64 点离散傅里叶变换(DFT) 对其做频谱分析则第_____根和第_____根谱线上会看到峰值。
5. 对于一个因果稳定系统, 其系统函数的极点应满足_____条件。
6. 一个数字低通滤波器的截止频率是 $\omega = 0.2\pi$, 如果系统采样频率为 $f = 2\text{kHz}$, 则等效于模拟低通滤波器的截止频率为_____ Hz。
7. 为了由模拟滤波器低通原型的传递函数 $H(s)$ 求出相应的数字滤波器的系统函数 $H(z)$, 必须找出 s 平面和 z 平面之间的映射关系, 这种映射关系应遵循两个基本目标: (1) _____。(2) _____。
8. 由于有限字长的影响, 在数字系统中存在着三种误差, 它们是输入信号的量化效应、_____和数字运算过程中的有限字长效应。

二. 选择题（每题 2 分，共 10 分）

1. 已知系统的单位脉冲响应为 $h(n) = e^n * u(3-n)$, 则该系统为 ()
a. 非因果、不稳定 b. 非因果、稳定 c. 因果、不稳定
2. 已知系统的输入输出关系为 $y(n) = \sum_{k=0}^n X(k) + 5$, 则该系统为 ()
a. 线性、时不变系统 b. 非线性、时不变系统 c. 非线性、时变系统
3. 用窗口法设计 FIR 数字滤波器时, 若窗函数已定, 则减小窗函数时所设计的数字滤波器的阻带最小衰减将 ()
a. 减小 b. 增大 c. 不变
4. 由模拟滤波器设计 IIR 数字滤波器时, 不适合用脉冲响应不变法设计的滤波器有 ()
a. 低通 b. 高通 c. 带通
5. 双线性变换法在频域的变换是非线性的, 它把模拟频率 ω 变为数字频率 ()
a. π b. $\frac{\pi}{2}$ c. 0

三. 画图题（共 24 分）

1. (8 分) 系统结构如图所示, 试画出零、极点分布图, 并粗略画出起幅频曲线, 说明该滤波器类型, 即是 FIR, 还是 IIR? 高通、低通、带通还是带阻?



0.9

2. (6 分) 画出 $N=8$ 按时间抽取 (DIT) 的 FFT 分解流图, 要求:

(1) 按照 2 组 4 点, 即 $N=2 \times 4$ 分解, 注明输入、输出序列及每一级的 W 因子,

(2) 指出比较直接计算 DFT 节约了多少次乘法运算 (乘以 ± 1 、 $\pm j$ 均计为一次乘法运算)。

3. (10 分) 已知线性时不变离散时间系统在单位阶跃序列激励下的响应, 即阶跃响应为 $s(n)$

$= 0.5^n u(n)$, 画出该系统的正准型实现结构。

四. 证明题 (每题 8 分, 共 16 分)

1. 设某 FIR 滤波器的单位脉冲响应 $h(n)$ 偶对称, 滤波器长度 N 为奇数, 且 $h(n)$ 为实数, 证明该 FIR 滤波器是线性相位的。

2. 一线性时不变系统的单位脉冲响应为 $h(n)$, 其输入序列 $x(n)$ 是均值为零、方差为 σ^2

的白噪声实序列, 输出序列为 $y(n)$ 试证: $E[x(n) y(n)] = h(0) \sigma^2$ 。

五. 分析计算题 (共 40 分)

1. (8 分) 输入信号 $x(t) = \cos 2\pi t + \cos 5\pi t$ 经过一个采样频率为 $\Omega = 6\pi$ 的理想采样系统后, 又经理想低通滤波器 $H(j\Omega)$ 还原, $H(j\Omega) =$

$$\begin{cases} 1/2, |\Omega| < 3\pi \\ 0, |\Omega| \geq 3\pi \end{cases}$$

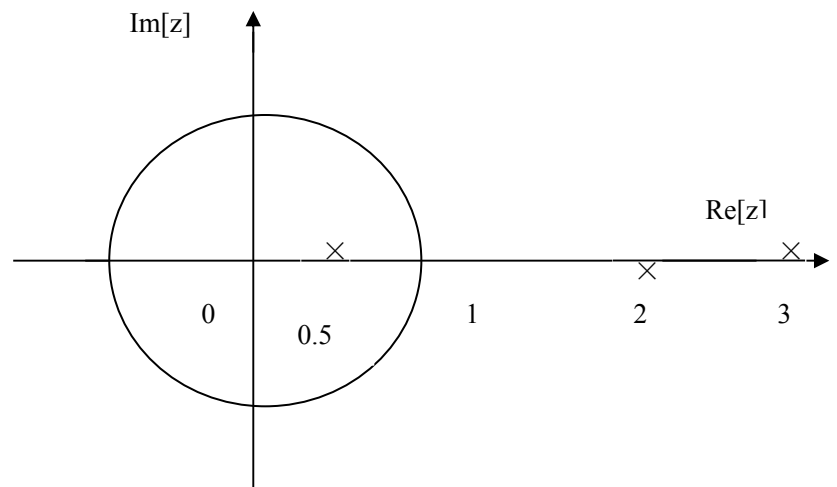
求低通滤波器 $H(j\Omega)$ 的输出信号 $y(t)$ 。

2. (8 分) 已知 $X_1(n) = \{1, 0, 1\}$, $X_2(n) = \{1, 1, 1, 1, 1\}$,

(1)、计算 $X_1(n)$ 和 $X_2(n)$ 的线性卷积和 5 点圆周卷积;

(2)、什么条件下, 线性卷积等于圆周卷积。

3. 序列 $x(n)$ 的 Z 变换为 $X(z)$ ，其零极点分布如下图。



- (1) 若已知序列 $x(n)$ 的傅里叶变换是收敛的，问 $X(z)$ 的收敛域是什么？序列 $x(n)$ 是左边序列、右边序列还是双边序列？
- (2) 若已知序列是双边序列，且其 Z 变换存在，问对应的序列可能有几种（不需求出序列的表达式）？并分别指出它们对应的收敛域。

4. (10 分) 一个未知的线性时不变系统因果滤波器，在输入 $x(n) = 0.7^n u(n)$ 时的输出为 $y(n) = 0.7^n u(n) + 0.5^n u(n)$

(1) 求系统的系统函数 $H(z)$ 和单位脉冲响应 $h(n)$

(2) 求出使输出为 $y(n) = 0.5^n u(n)$ 的因果输入 $x_1(n)$ 是什么？

5. (8 分) $x(n)$, $n=0,1,\dots,N-1$ 是长为 N 的有限长序列，其 N 点 DFT 为 $X(k)$ ，设 $x_1(n)$

$$= \frac{1}{2} [x(n) + \widetilde{x_N^*}(N-n) R_N(n)], \quad x_2(n) = \frac{1}{2} [x(n) - \widetilde{x_N^*}(N-n) R_N(n)],$$

其中， $\widetilde{x_N}(n)$

是 $x(n)$ 的以 N 为周期的周期延拓信号， $X_e(k)$ 和 $X_n(k)$ 分别是 $x_e(n)$ 和 $x_n(n)$

的 N 点 DFT，试求 $X_e(k)$ 和 $X_n(k)$ ，要求用 $X(k)$ 表示。

六. 设计题 (共 40 分)

1. (10 分) FFT 的应用之一是快速计算线性卷积，假如一个信号序列 $x(n)$ 通过一个 M 阶的、单位脉冲响应为 $h(n)$ 的 FIR 滤波器，那么可以用 FFT 运算来快速计算滤波

器的输出序列 $y(n)$ ，试设计一个快速求解输出序列 $y(n)$ 的实现步骤，其中序列 $x(n)$ 的长度设为 N ，

2. (10 分) 用脉冲响应不变法设计一个低通数字滤波器，已知模拟低通原型滤波器的

传递函数为 $H_a(s) = \frac{2}{s^2 + 4s + 3}$ ，系统采样频率为 f_s ，设计该低通数字滤波器的系统

函数 $H(z)$ 。

3. (12 分) 用双线性变换法设计一个三阶巴特沃兹 (Butterworth) 低通数字滤波器，

采样频率为 $f_s = 8\text{kHz}$, 3dB 截止频率为 2kHz，已知三阶巴特沃兹滤波器的归一化低通原

型为 $H(s) = \frac{1}{s^3 + 2s^2 + 2s + 1}$ 要求：

(1) 设计该低通滤波器的系统函数 $H(z)$ ；

(2) 画出该滤波器的直接 II 型 (正准型) 实现结构。

4. (8 分) 用 L 个一阶 FIR 数字低通滤波器 $H_1(z) = \frac{1}{2}(1+z^{-1})$ 级联构成数字低通滤波器，

要求其 3dB 截止频率低于 ω_c ，该滤波器的级联阶数 L 取多少？