南京邮电大学

2005年攻读硕士学位研究生入学考试数字信号处理试题参考答案

一、基本概念题（共50分）

1、填空题（每空1分，共20分）

（1）系数量化效应；运算中的有限字长效应（2）12、16

（3）$3\delta(n)-2\delta(n-1)+4\delta(n-3)$(或者$\{3、2、1\}$)

（4）数字高通滤波器；带阻 （5）π

（6）指从谱估计$\hat{S}_x(e^{j\omega})$曲线上分辨出原真实谱$S_x(e^{j\omega})$中两个不同信号频谱的能力 （7）级联 （8）、时间平均；集合平均

（9）$M+N-1$；$L\geq M+N-1$ （10）$e^{-j\frac{2\pi}{N}}$；-1

（11）有限Z平面；$0<|z|<\infty$ （12）待解 （13）展宽

2、判断题（每题2分，共10分）

（1）对。

（2）错，它的DTFT不存在（单位原上Z变换不存在）Z变换未必不存在（可在单位圆外存在），如：$2^n u(n)$的Z变换存在。

（3）错，仅试用线性时不变系统。

（4）错，估计偏差与一致性是两个不同的概念；估计值的平均偏差$bia\left[\hat{a}\right]=a-E\left[\hat{a}\right]$，表示估计的均值与真值之间的接近程度。若$bia\left[\hat{a}\right]=0$，称$\hat{a}$是$a$的无偏估计，否则就是有偏估计。估计的方差

$\mathrm{var}\left[\hat{a}\right]=E\left[\hat{a}-E\left(\hat{a}\right)\right]$，方差反映了各次估值相对于均值的分散程度，方差小意味着估计值的一致性好。

（5）、对。

3、简答题（共20分）

1、（8分）解：$\because y(n)=x(n-1)-x(1-n)$

$$\therefore T\left[x_1(n)\right]=x_1(n-1)-x_1(1-n),T\left[x_2(n)\right]=x_2(n-1)-x_2(1-n)$$

$$\therefore T\left[ax_1(n)+bx_2(n)\right]=ax_1(n-1)+bx_1(n-1)-\left[ax_2(1-n)+bx_2(1-n)\right]$$

$$\therefore T\left[ax_1(n)+bx_2(n)\right]=ax_1(n-1)-ax_2(1-n)+bx_1(n-1)-bx_2(1-n)$$

$=aT\left[x_1(n)\right]+bT\left[x_2(n)\right]\therefore$该系统为线性系统。

又$\because \mathrm{T}\left[x(n-n_0)\right]=x(n-n_0-1)-x(1-n+n_0)$

$$y(n-n_0)=x(n-n_0-1)-x(1-n+n_0)\therefore T\left[x(n-n_0)\right]=y(n-n_0)$$

所以该系统为线性时不变系统。

因果性：$\because y(n)=x(n-1)-x(1-n)$ $\therefore y(0)=x(-1)-x(1)$

所以在$n=0$时刻的输出与$x(1)$有关，故为非因果。

稳定性：$\because$ 若 $|x(n)|<M, |y(n)|<2M$ $\therefore$系统稳定。

（2）（6 分）解：

用方差为 1 的白噪声序列$\eta(n)$作为激励源输入待测系统，得到一个输出序列 $y(n)$ 。

则$R_{\eta}(m)=\delta(m), R_{\eta y}(m)=R_{\eta}(m)*h(m)$

所以$R_{\eta y}(m)=\delta(m)*h(m)=h(m)$ 即$h(m)=R_{\eta y}(m)$

（3）（6 分）解：

①傅氏变换收敛，则 Z 变换的收敛域含单位圆（|z|=1），又收敛域内不含极点。故$X(z)$的收敛域是$0.5<|z|<2$，序列$x(n)$为双边序列。

②若已知序列是双边序列，则其收敛域为一圆环，又收敛域内不含极点，所以收敛域可能的情况为 2 种，他们分别是$0.5<|z|<2$，$2<|z|<3$

二、证明题（每题 6 分，共 12 分）

1、证明：

$$\because X(k)=\sum_{n=0}^{N-1}x(n)W_N^{kn}=\sum_{n=0}^{N-1}x^*(n)W_N^{kn}$$

$$=(\sum_{n=0}^{N-1}x(n)W_N^{-kn})^*=X^*(-k)=X^*(N-k)$$

$\therefore X(k)=X^*(N-k)$ 证毕。

2、证明：

因为为一线性时不变离散系统，所以$y(n)=T\left[x(n)\right]=x(n)*h(n)$

又由时不变特性，$y(n+rN)=T\left[x(n+rN)\right]=x(n+rN)*h(n)$

所以若 $x(n)$ 为周期序列，则$x(n)=x(n+rN)$，故有

$y(n+rN)=x(n)*h(n)=y(n)$ 所以$y(n)$也是周期序列。

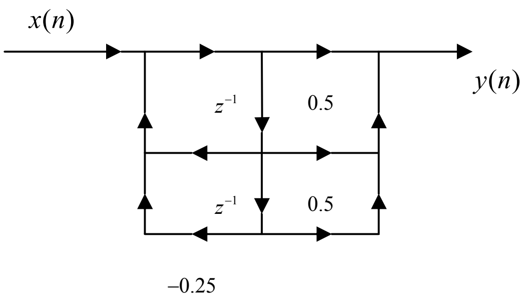
三、画图题（每题 7 分，共 14 分）

1、解：由题知

$$\because u(n)\leftrightarrow\frac{1}{1-z^{-1}}, s(n)\leftrightarrow\frac{0.5z^{-1}}{(1-0.5z^{-1})^2}$$

$$\therefore H(z)=\frac{S(z)}{U(z)}=\frac{0.5z^{-1}}{(1-0.5z^{-1})^2}\cdot(1-z^{-1})=\frac{0.5z^{-1}-0.5z^{-2}}{1-z^{-1}+0.25z^{-2}}$$

所以其正准型实现结构如下：



2、解：由图知

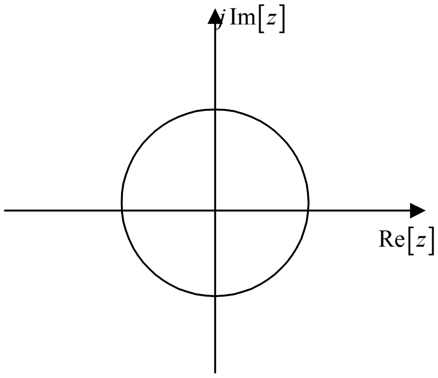
系统的差分方程为：$y(n)=x(n)-0.99y(n-1)$

对两边做 Z 变换，则$Y(z)=X(z)-0.99z^{-1}Y(z)$

所以系统函数$H(z)=\dfrac{Y(z)}{X(z)}=\dfrac{1}{1+0.99z^{-1}}=\dfrac{z}{z+0.99}$

所以零点为$z=0$，极点为$z=-0.99$。

画出其零极点分布图如下：



四、计算题（共 32 分）

1、(10 分)解：

$\because$ 系统频响在$\omega=\dfrac{\pi}{2},\omega=\pi$时为 0，由 FIR 系统零点分布特性知

该 FIR 系统的零点有，$z_1=j,z_2=-j,z_3=-1$

所以可令系统函数$H(z)=a\dfrac{(z+1)(z^2+1)}{z^3}$又$\omega=0$时，系统幅度为 1

，则$H(1)=1$。 $\therefore a=\dfrac{1}{4}$

$$\therefore H(z)=\frac{1}{4}\frac{(z+1)(z^2+1)}{z^3}=\frac{1}{4}(1+z^{-1}+z^{-2}+z^{-3})$$

$\therefore h(n)=\frac{1}{4}\delta(n)+\frac{1}{4}\delta(n-1)+\frac{1}{4}\delta(n-2)+\frac{1}{4}\delta(n-3)$

2、（10 分）解：由分析知

根据四零点组特性，得出其余三零点$0.5-0.5j,1+j,1-j$

满足已知条件且长度最短的数字滤波器的 N 应为 5，则可令系统函数为

$$H(z)=\frac{a(z-0.5-0.5j)(z-0.5+0.5j)(z-1+j)(z-1-j)}{z^4}$$

$$=\frac{a(z^2-z+0.5)(z^2-2z+2)}{z^4}$$

$$=a(1-3z^{-1}+4.5z^{-2}-3z^{-3}+z^{-4})$$

又$\omega=0$时系统频响为 0.5，即$H(z)|_{z=1}=0.5\quad\therefore a=1$

$\therefore H(z)=1-3z^{-1}+4.5z^{-2}-3z^{-3}+z^{-4}$

3、（12 分）解：

（1）、$\because H_a(s)=\frac{2}{s^2+3s+2}=\frac{2}{s+1}+\frac{-2}{s+2}\quad T=\frac{1}{f_s}$

$\therefore H(z)=\sum_{i=1}^{2}\frac{A_iT}{1-e^{s_iT}z^{-1}}=\frac{2T}{1-e^{-T}z^{-1}}+\frac{2T}{1-e^{2T}z^{-1}}$

（2）、数字截止频率$\omega_c=\Omega_cT=2\pi f_c\cdot\frac{1}{f_s}=\frac{\pi}{2}$

（3）、$0.5kHz$

五、分析计算题（共 42 分）

1、（8 分）解：

因为对长度为$2.048s$的信号进行 256 个等距离点采样，所以采样周期

$T=\frac{2.048}{256}=8\times10^{-3}s\quad\therefore f_s=\frac{1}{T}=125Hz$

若要求不产生混叠失真，则要求$f(t)$的频谱限制在$62.5Hz$内。

2、（8 分）解：

（1）、因为当$x(n)=0.7^nu(n)$时，输出$y(n)=0.7^nu(n)+0.5^nu(n)$

分别对$x(n)$和$y(n)$做 Z 变换，则

$$X(z)=\frac{1}{1-0.7z^{-1}},Y(z)=\frac{1}{1-0.7z^{-1}}+\frac{1}{1-0.5z^{-1}}=\frac{2-1.2z^{-1}}{(1-0.7z^{-1})(1-0.5z^{-1})}$$

$$\therefore H(z)=\frac{Y(z)}{X(z)}=\frac{2-1.2z^{-1}}{(1-0.7z^{-1})(1-0.5z^{-1})}\cdot(1-0.7z^{-1})=\frac{2-1.2z^{-1}}{1-0.5z^{-1}}$$

$$\therefore 若 y_1(n)=0.5^n u(n)\leftrightarrow Y_1(z)=\frac{1}{1-0.5z^{-1}}, 则 X_1(z)=\frac{Y_1(z)}{H(z)}=\frac{\frac{1}{2}}{1-0.6z^{-1}}$$

又所求的为因果序列，所以 $x_1(n)=\frac{1}{2}(0.6)^n u(n)$。

（2）、在上一问中已求得系统函数为 $H(z)=\frac{2-1.2z^{-1}}{1-0.5z^{-1}}$

$$\therefore h(n)=Z^{-1}\left[H(z)\right]=Z^{-1}\left[\frac{2}{1-0.5z^{-1}}\right]-Z^{-1}\left[\frac{1.2z^{-1}}{1-0.5z^{-1}}\right]$$

$$=2(0.5)^n u(n)-1.2(0.5)^{n-1}u(n-1)$$

（3）、（8 分）解：

由 DIT FFT 相关知识知：

$$X(k)=F(k)+W_N^k G(k)(k=0,1,\cdots\frac{N}{2}-1)$$

$$X(k+\frac{N}{2})=F(k)-W_N^k G(k)(k=0,1,\cdots\frac{N}{2}-1)$$

此处 $N=4$，带入相应的值进行计算有：

$$X(0)=F(0)+W_4^0 G(0)=4+1\cdot 6=10$$

依此 $X(1)=-2+2j, X(2)=-2, X(3)=-1-2j$

所以 $X(k)=\{10,-2+2j,-2,-1-2j\}$

4、（12 分）解：由题知

（1）从图可得出系统的差分方程为 $y(n)=x(n)+x(n-1)$

对两边做 Z 变换，则 $Y(z)=X(z)+z^{-1}X(z)$

$$\therefore 系统函数 H(z)=\frac{Y(z)}{X(z)}=1+z^{-1}$$

（2）、$\because y(n)=x(n)+x(n-1)$

又系统的单位脉冲响应为输入为单位脉冲序列 $\delta(n)$ 的零状态响应，

$$\therefore h(n)=\delta(n)+\delta(n-1)$$

（3）、$\because H(z)=1+z^{-1}$

$$\therefore H(e^{j\omega})=H(z)|_{z=e^{j\omega}}=1+e^{-j\omega}=e^{-j\frac{\omega}{2}}(e^{j\frac{\omega}{2}}+e^{-j\frac{\omega}{2}})=2\cos\frac{\omega}{2}e^{-j\frac{\omega}{2}}$$

$$\therefore H(\omega)=2\cos\frac{\omega}{2},\varphi(\omega)=-\frac{\omega}{2}$$

（4）、根据幅度函数和相位函数的表达式，可以画出幅频特性曲线和相频特性曲线如下：

（5）、$\because H(\omega_{3dB})=\dfrac{\sqrt{2}}{2}H(0)=\sqrt{2}$

$\therefore 2\cos\dfrac{\omega_{3dB}}{2}=\sqrt{2}$即$\dfrac{\omega_{3dB}}{2}=\dfrac{\pi}{4}$

所以$\omega_{3dB}=\dfrac{\pi}{2}$。

5、方法一：

据序列终值定理，$\lim\limits_{n\to\infty}g(n)=\lim\limits_{z\to 1}\left[(1-z^{-1})G(z)\right]$

又$g(n)=1+a+a^2+\cdots+a^n=\dfrac{1-a^{n+1}}{1-a}=\dfrac{1}{1-a}\left[u(n)-a^{n+1}u(n)\right]$

$\therefore G(z)=Z\left[g(n)\right]=\dfrac{1}{1-a}(\dfrac{1}{1-z^{-1}}-\dfrac{a}{1-az^{-1}})$

$$\therefore \lim_{n\to\infty}g(n)=\lim_{z\to 1}\left[(1-z^{-1})G(z)\right]=\lim_{z\to 1}\left[(1-z^{-1})\frac{1}{1-a}(\frac{1}{1-z^{-1}}-\frac{a}{1-az^{-1}})\right]$$

$$=\lim_{z\to 1}\left[\frac{1}{1-a}(1-\frac{a(1-z^{-1})}{1-az^{-1}})\right]=\frac{1}{1-a}$$

即求得$\lim\limits_{n\to\infty}g(n)=\dfrac{1}{1-a}$。

方法二：

不用终值定理，$g(n)=1+a+a^2+\cdots+a^n$是有限长等比数列求和，结果为$\dfrac{1-a^{n+1}}{1-a}$。又$|a|<1$，所以$\lim\limits_{n\to\infty}g(n)=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1-a^{n+1}}{1-a}=\dfrac{1}{1-a}$