Tipado vs. Inferencia
Variables

$$\frac{}{\Gamma, x : \tau \vdash x : \tau}\ (\mathrm{Ax})$$

$$\mathbb{W}(x) \stackrel{\mathrm{def}}{=} \{x : X\} \vdash x : X, \quad X \text{ variable fresca.}$$

Tipado vs. Inferencia
Abstracciones

$$\frac{\Gamma \cup \{x : \sigma\} \vdash M : \tau}{\Gamma \vdash \lambda x : \sigma.M : \sigma \to \tau}\ (\to_i)$$

- Sea $\mathbb{W}(U) = \Gamma \vdash M : \rho$
- Si el contexto tiene información de tipos para x (i.e. $x : \alpha \in \Gamma$ para algún α), entonces
  $$\mathbb{W}(\lambda x.U) \stackrel{\mathrm{def}}{=} \Gamma \setminus \{x : \alpha\} \vdash \lambda x : \alpha.M : \alpha \to \rho$$
- Si el contexto no tiene información de tipos para x (i.e. $x \notin \mathrm{Dom}(\Gamma)$) elegimos una variable fresca X y entonces
  $$\mathbb{W}(\lambda x.U) \stackrel{\mathrm{def}}{=} \Gamma \vdash \lambda x : X.M : X \to \rho$$

Tipado vs. Inferencia
Abstracciones

$$\frac{\Gamma \cup \{x : \sigma\} \vdash M : \tau}{\Gamma \vdash \lambda x : \sigma.M : \sigma \to \tau}\ (\to_i)$$

Otra forma de escribirlo:
Sea $\mathbb{W}(U) = \Gamma \vdash M : \rho$

$$\beta = \begin{cases} \alpha \text{ si } x : \alpha \in \Gamma \\ \text{variable fresca en otro caso.} \end{cases}$$

$\Gamma' = \Gamma \ominus \{x\}$

$$\mathbb{W}(\lambda x.U) \stackrel{\mathrm{def}}{=} \Gamma' \vdash \lambda x : \beta.M : \beta \to \rho$$

Tipado vs. Inferencia
Aplicación

$$\frac{\Gamma \vdash M : \sigma \to \tau \quad \Gamma \vdash N : \sigma}{\Gamma \vdash M\,N : \tau}\ (\to_e)$$

- Sean
  - $\mathbb{W}(U) = \Gamma_1 \vdash M : \tau$
  - $\mathbb{W}(V) = \Gamma_2 \vdash N : \rho$
- Sea
  $$S = MGU(\{\sigma_1 \doteq \sigma_2 \mid x : \sigma_1 \in \Gamma_1 \land x : \sigma_2 \in \Gamma_2\} \cup \{\tau \doteq \rho \to X\}) \text{ con } X \text{ una variable fresca.}$$
- Entonces

$$\mathbb{W}(U\,V) \stackrel{\mathrm{def}}{=} S\Gamma_1 \cup S\Gamma_2 \vdash S(M\,N) : SX$$