



Estimación de volumen perdido en un evento de fuga en un contenedor de combustibles

Contribución para:
Taller Virtual para Educadores 2024:
Enseñando Pensamiento Computacional con MATLAB

Dr. Rodolfo Salazar Peña
Profesor Campus Guadalajara

9 de agosto de 2024

Resumen

En esta contribución se presenta un proyecto académico en el que se modela y simula una hipotética fuga de un líquido combustible en un contenedor cilíndrico. Se utiliza MATLAB para desarrollar la simulación así como Simulink y Simscape con su módulo de líquidos isotérmicos como alternativa para que los estudiantes tengan opciones y comparen resultados obtenidos. Finalmente se presenta un proyecto-reto a los estudiantes para que consideren si resulta conveniente tener el contenedor ya sea “parado” o “acostado” y si esto representa una diferencia significativa en términos de seguridad industrial.

Pre-requisitos

- Disciplinar
 - Mecánica de fluidos - Fluidos incompresibles isotérmicos
 - Modelado matemático
 - Ecuaciones diferenciales ordinarias
- MATLAB
 - Manejo básico y escritura de ecuaciones
 - Implementación de controles interactivos con LiveScript
 - Simulink y Simscape

1. Introducción

La seguridad industrial es uno de los aspectos claves a considerar en un diseño integral de plantas de procesos. La industria química en particular puede llegar a manejar materiales con alto grado de peligrosidad, esto es, materiales tóxicos, explosivos, corrosivos, etc. Los accidentes relacionados a estos tipos de materiales han sucedido en el pasado, no solamente significando la pérdida de un activo para las empresas y las consecuentes afectaciones económicas adicionales tales como multas, demandas y gastos de saneamiento, sino también con fatalidades y daños para el medio ambiente, por lo general irreversibles en el corto y mediano plazo.

Uno de los principales eventos catastróficos a tomar en cuenta, son las fugas de fluidos. Para los líquidos en particular, con relativamente poca información, es posible realizar una estimación de la cantidad que se perdería en un escenario de derrame accidental. La clave se encuentra en aplicar los principios básicos de hidráulica.

La presente contribución está diseñada para desarrollar un estudio sobre una hipotética situación en la que se puede llegar a derramar una cantidad de líquido en un periodo determinado de tiempo. Se considera que el líquido es de alguna manera peligroso, por lo que es necesario conocer la cantidad de la potencial pérdida para crear un sistema de mitigación y/o de recuperación, como puede ser un contenedor auxiliar sobre el cual se derive la fuga.

Esta actividad escolar está considerada para ser realizada por estudiantes de nivel licenciatura en ingeniería que ya hayan cumplido con la siguiente formación disciplinar:

1. Ecuaciones diferenciales ordinarias
2. Modelado de procesos y sistemas físicos
3. Mecánica de fluidos o equivalente a un curso de hidráulica

De igual manera se recomienda tener conocimientos de elementales a intermedios en el uso de MATLAB y Simulink.

2. Objetivos

2.1. Objetivo General

Aplicar un modelo de vaciado hidráulico de un tanque de almacenamiento. En principio, éste recipiente puede contener una sustancia líquida tóxica, corrosiva, inflamable o de cualquier otro tipo de peligrosidad. El modelo es particularmente útil para diseñar y desarrollar medidas de contingencia ante un eventual evento de fuga.

2.1.1. Objetivos Particulares

1. Desarrollar un modelo hidráulico del vaciado de un tanque de almacenamiento cilíndrico con su eje axial vertical.
2. Generar una herramienta interactiva con la que se pueda determinar volumen y masa del líquido derramado durante un evento de fuga en un periodo determinado de tiempo.
3. Realizar una comparativa entre diversas estrategias de cómputo y simulación, estas pueden ser, solución analítica de las ecuaciones diferenciales del modelo hidráulico, solución numérica utilizando los *solvers* de MATLAB y/o Simulink con su módulo de Simscape.



Figura 1: Vista exterior de la fábrica en ruinas y abandonada de pesticidas Union Carbide en Bhopal, India, escenario de uno de los peores desastres industrial durante 1984–1985. By Bhopal Medical Appeal, Martin Stott - CC BY-SA 2.0.

3. Descripción de la Actividad y Materiales de Enseñanza

3.1. Actividad en Aula

La actividad se realiza primero realizando una exposición concerniente al potencial de eventos de accidentes industriales, principalmente aquellos que están relacionados con la fuga de químicos peligrosos. Para concientizar a los estudiantes sobre la relevancia del proyecto se pueden mencionar y revisar los siguientes casos:

1. Flixborough, Inglaterra (1974). Explosión debida a la rotura de una tubería de 20 pulgadas colocada provisionalmente entre dos reactores, provocando la liberación de una gran cantidad de ciclohexano que, al mezclarse con el aire, provocó un incendio.
2. Seveso, Italia (1976). Incendio industrial que ocurrió en una pequeña planta química. El accidente produjo la liberación al medio ambiente de cantidades de la dioxina TCDD.
3. Bophal, India (1984). Fuga al aire libre de isocianato de metilo en una fábrica de plaguicidas (Ver Fig. 1).

Posteriormente se realiza un modelado hidráulico de un tanque cilíndrico de almacenamiento de combustible (Ver §8.2). Se considera una potencial fuga por su parte inferior al dañarse la tubería la tubería de descarga. Se consideran condiciones idealizadas en la que se puede despreciar la fricción hidráulica. El modelado puede ser asistido con ayuda del profesor, se recomienda el uso de una presentación con diapositivas para tal efecto.

En términos de desarrollo de la actividad, se comienza a trabajar en MATLAB con el *LiveScript*; **Fuga01.mlx** éste es el principal *script* en el que los estudiantes desarrollaran su actividad escolar. Consiste en un *LiveScript* parcialmente desarrollado (cuaderno de trabajo) y los estudiantes tendrán que completar y ejecutar por secciones. Se recomienda la supervisión del profesor durante la actividad.

Al final del *LiveScript* **Fuga01.mlx** se presentan dos esquemáticos del mismo caso problema desarrollado en Simscape con la biblioteca de líquidos isotérmicos y en diagramas de bloques de Simulink. Se pide a los estudiantes desarrollar y ejecutar dichos modelos y realizar una comparación para verificar que los resultados obtenidos son congruentes entre sí. En caso de que los estudiantes no tengan experiencia en el manejo de diagrama de bloques con Simulink, se recomienda realizar el modelo de manera grupal con la ayuda del profesor. El modelo obtenido en Simscape se puede llamar como **Tanque01.slx**.

3.2. Proyecto

Se pide a los estudiantes crear un nuevo *LiveScript*, **Fuga02.mlx**, que congregue los resultados obtenidos en MATLAB que pueden ser la solución analítica y numérica (*solvers* de MATLAB). Los resultados obtenidos en Simulink, que pueden ser los generados con Simscape o si se utilizó modelado por bloques básicos Simulink, dado que también se pueden considerar este enfoque, se grafican y comparan directamente sobre esta plataforma. La intención es no saturar las gráficas obtenidas en MATLAB. El *LiveScript* final, **Fuga02.mlx**, debe de tener controles interactivos para poder variar parámetros del tanque así como tiempos de simulación.

Adicionalmente se puede considerar plantear un reto adicional a los estudiantes que consiste en analizar el caso en el que el tanque cilíndrico se coloca con el eje axial vertical, es decir, “acostado”. El modelado correspondiente se presentan en la §8.4. ¿Es buena idea esta nueva colocación del contenedor en términos de mejora de la contención de la emergencia del derrame del combustible? ¿Se justifica esta colocación del tanque?

4. Materiales de Soporte

4.1. Docente

1. Archivo **Guía_para_el_docente.pdf**. Este mismo documento.
2. *LiveScript* **Fuga00.mlx**. Es el código que corresponde al equivalente del proyecto final **Fuga02.mlx** que será entregado por los estudiantes.
3. Modelo Simscape **Tanque00.slx**, equivalente al desarrollo realizado en MATLAB.
4. Modelo Simulink **Tanque01.slx**, en diagrama de bloques básicos equivalente al problema general.
5. **Acostado00.mlx**. Análisis del tanque de almacenamiento acostado (ver §8.4).

4.2. Estudiantes

El *LiveScript* base **Fuga01.mlx** cuenta ya con varias ligas a diferentes recursos académicos como pueden ser referencias ayuda de comandos de MATLAB y bibliotecas de Simulink, así como ligas a temas relevantes de la mecánica de fluidos e hidráulica. Se recomienda no proporcionar, por lo menos inicialmente, más que este material al estudiante para no saturarlo de información.

5. Notas para los Educadores usando la Actividad

Se debe de pedir a los estudiantes que modifiquen el nombre del *LiveScript* **Fuga01.mlx** con identificador al final. Éste puede ser las iniciales del estudiante si se asigno la actividad de manera individual, o el nombre del equipo, ejemplos: **Fuga01RSP.mlx**, **Fuga01Panteras.mlx**. De igual manera, los archivos derivados deberán seguir la misma regla, esto es, **Fuga02Panteras.mlx**, **Tanque01Panteras.slx**, etc. Se recomienda evitar el uso del guión bajo en los nombres de códigos generados en MATLAB y/o Simulink.

Se recomienda al profesor adaptar la actividad principalmente al contexto del estudiantado. Se puede avanzar tanto como el docente considere conveniente dependiendo de la experiencia y destreza que tengan los estudiantes con MATLAB y Simulink de manera grupal. Si bien la actividad está orientada para ingenieros químicos, puede ser fácilmente rediseñada para ingenieros industriales, de procesos, biotecnólogos, etc.

Se recomienda a los docentes que se pida a los estudiantes jugar con los parámetros del tanque contenedor y que se analicen diferentes escenarios en base a estos cambios, sobre todo en aquellos en los que los modelos comienzan a hacer predicciones ilógicas tales como que el nivel comienza nuevamente a

subir después de haberse vaciado el tanque por completo, esto debido a la naturaleza parabólica de la solución analítica (ver §8.3).

6. Evaluación

Se deja a criterio del docente el desarrollo completo de la rúbrica de evaluación, esto dependiendo de los objetivos o competencias deseables que adquiera el estudiante en su asignatura. A continuación se sugieren algunos de los aspectos a evaluar a partir del proyecto realizado.

- **Conocimiento:** El estudiante debe de tener conocimiento básico sobre principios de hidráulica para resolver el proyecto.
- **Investigación:** El estudiante debe investigar sobre modelado dinámico de procesos y métodos de solución de ecuaciones diferenciales, tanto analítica como numéricamente.
- **Creatividad:** El estudiante puede proponer soluciones alternativas como puede ser la resolución del modelo por Simulink con diagramas de bloques básicos.
- **Profesionalismo:** Se sugiere solicitar al estudiante que enriquezca el *LiveScript* del proyecto con mayor cantidad de elementos explicativos y dinámicos.

7. Referencias y Recursos Adicionales

7.1. Seguridad industrial

[Crowl y Louvar \(1990\)](#); [Turton, Shaeiwitz, Bhattacharyya, y Whiting \(2018\)](#)

7.2. Mecánica de Fluidos e Hidráulica

[Boucher y Alves \(1973\)](#); [de Nevers \(1991\)](#); [Streeter y Wylie \(1986\)](#)

7.3. Modelado dinámico y sistemas hidráulicos

[Ogata \(2010\)](#); [Smith y Corripio \(1985\)](#)

7.4. Ecuaciones diferenciales y métodos numéricos

[Vande Wouwer, Saucez, y Vilas \(2014\)](#); [Zill y Wright \(2015\)](#)

8. Plan de Acción y Notas

8.1. Problema planteado al estudiante

Se plantea la fuga accidental de un tanque cilíndrico contenedor de combustible a través de una posible ruptura de la tubería descarga. Esquemático del tanque de almacenamiento y dimensiones. Las dimensiones del tanque son diámetro transversal del tanque $D_T = 25$ m, altura $H = 4$ m, y opera normalmente a un $C = 80\%$ de su capacidad total. El tanque cuenta con un tubo de descarga de diámetro $D_s = 3$ in, en el cual se encuentra instalada una válvula de globo. El tubo se utiliza para trasvasar gasolina del tanque a pipas que lo transportarán a los lugares de uso dentro de la planta. La tubería se encuentra al nivel del piso por un costado del tanque. Los sistemas convencionales de contención de fugas pueden llegar a tardar hasta $t_f = 18$ s en contener la fuga. El objetivo es estimar la cantidad de gasolina derramada si se llega a romper la tubería de descarga durante ese intervalo de tiempo.

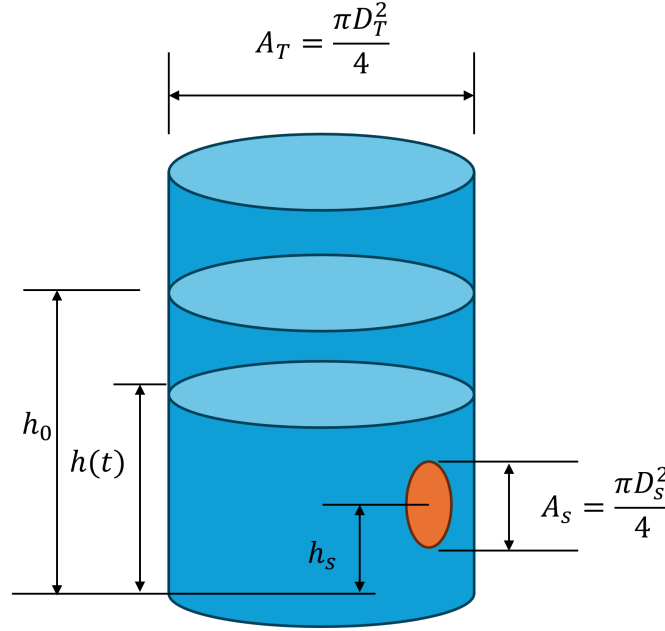


Figura 2: Esquemático del tanque de almacenamiento y dimensiones.

8.2. Modelado tanque eje axial vertical

A continuación se presenta la derivación del modelo dinámico de descarga del tanque de almacenamiento. En la Fig. 2 se presenta el esquemático del tanque. Las consideraciones y simplificaciones del modelo son:

1. Se desprecian los efectos de fricción hidráulica.
2. La superficie del líquido en la parte superior del contenedor está abierta a la atmósfera, esto con una pequeña abertura que hace que el contenedor nunca se encuentre presurizado.
3. La altura de la salida es $h_s = 0$, esto es, se encuentra a nivel del piso.

El modelo de descarga se inicia con un **balance de materia** sin generación ni consumo de masa: Acumulación = Entrada - Salida. Puesto que en este caso en particular la entrada es igual a cero, ya que solo existe salida, y esto hace que inherentemente se tenga un estado no estacionario, se tiene entonces que,

$$\frac{dm}{dt} = -\rho Q_s \quad m(0) = m_0 \quad (1)$$

siendo m y m_0 las masas de gasolina en el contenedor en todo momento y la masa inicial del combustible respectivamente, ambas en kg, ρ la densidad de la gasolina en kg m^{-3} , y Q_s el **caudal** (flujo volumétrico) de salida en $\text{m}^3 \text{s}^{-1}$. La masa de gasolina dentro del contenedor se puede calcular por $m = \rho V$, siendo V el volumen de gasolina dentro del contenedor en m^3 . Puesto que la gasolina se encuentra en estado líquido se considera como **fluido incompresible**, por lo que su densidad es constante, entonces

$$\frac{dm}{dt} = \rho \frac{dV}{dt}$$

El volumen del líquido en el contenedor cilíndrico es $V = A_T h$, siendo A_T es el área transversal del tanque (constante durante el proceso) en m^2 y h la altura (nivel) del fluido dentro del tanque en m. Entonces

$$\frac{dV}{dt} = \frac{d(A_T h)}{dt} = A_T \frac{dh}{dt}$$

La tasa de flujo volumétrico en la tubería de descarga se calcula mediante $Q_s = A_s v$, siendo A_s el área transversal de la tubería de descarga en m^2 , v la velocidad lineal (promedio) del flujo de salida del líquido en $m s^{-1}$.

Por todo lo anterior se tiene que el balance de materia (1) se simplifica a

$$\rho A_T \frac{dh}{dt} = -\rho A_s v \quad h(0) = h_0 \quad (2)$$

siendo h_0 la altura (nivel) inicial de la columna de líquido, C la fracción del tanque ocupado y H la altura total del tanque.

La altura inicial del líquido en el tanque dada su capacidad nominal C es

$$\frac{V_0}{V_T} = C \quad (3)$$

siendo V_T el volumen total del tanque entonces

$$\frac{A_T h_0}{A_T H} = C \quad (4)$$

$$\frac{h_0}{H} = C; \quad h_0 = CH \quad (5)$$

Puesto que para un círculo, $A = \pi D^2/4$, y la velocidad de salida del fluido, dada la columna del líquido, se puede determinar por el [Teorema de Torricelli](#) (ver [principio hidrodinámico de Bernoulli](#)), se tiene entonces que

$$D_T^2 \frac{dh}{dt} = -D_s^2 \sqrt{2gh} \quad h_0 = CH \quad (6)$$

siendo $g = 9.81 m s^{-2}$, la [constante de aceleración gravitacional](#). Simplificando nuevamente se tiene

$$\frac{dh}{dt} = -c\sqrt{h} \quad h_0 = CH \quad (7)$$

siendo

$$c = \left(\frac{D_s}{D_T} \right)^2 \sqrt{2g} \quad (8)$$

en $m^{1/2} s^{-1}$.

Resolviendo la ecuación diferencial se tiene que

$$h = \left(\sqrt{h_0} - \frac{ct}{2} \right)^2 \quad (9)$$

y el volumen perdido como

$$V_P = \frac{\pi D_T^2}{4} (h_0 - h) \quad (10)$$

En la Fig. 3 se presenta el proceso de descarga durante el periodo de contingencia, habiéndose fugado cerca del 94 % del combustible.

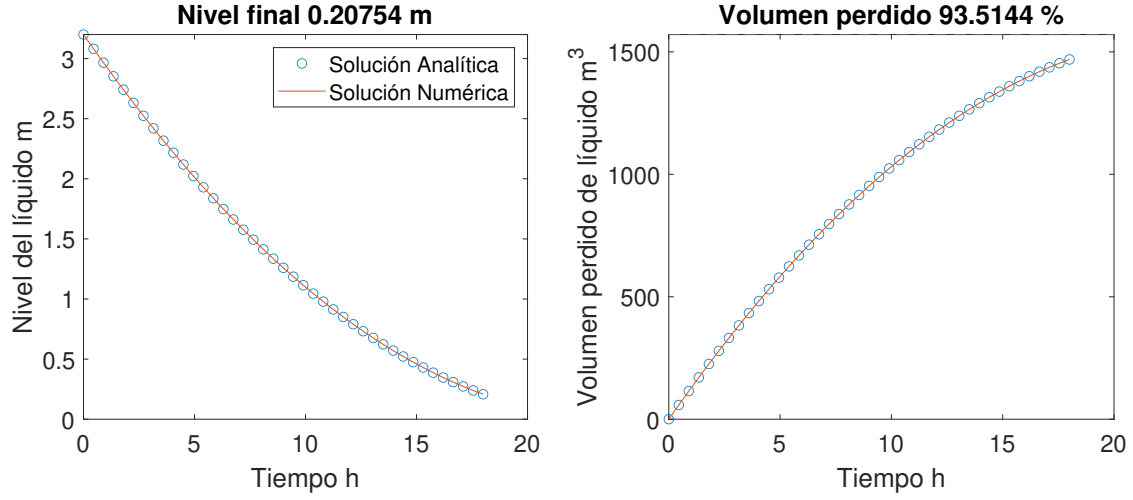


Figura 3: Simulación de descarga accidental contenedor de combustible.

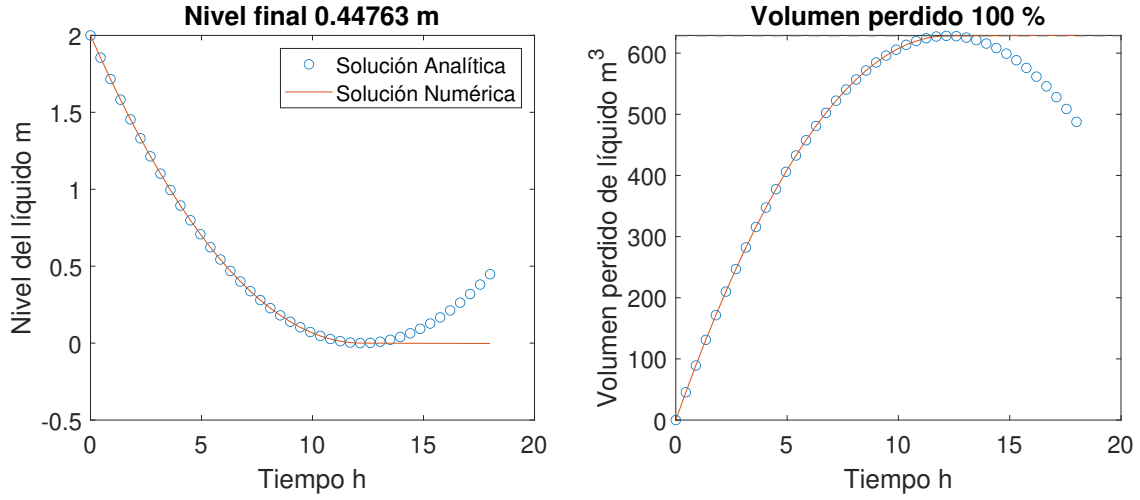


Figura 4: Falla del modelo con predicción de nuevo aumento del nivel del líquido.

8.3. Falla en la predicción del modelo

La naturaleza cuadrática de la solución analítica (9) implica que el modelo eventualmente predecirá una elevación del nivel del líquido después de que el tanque se ha vaciado por completo, lo cual es físicamente imposible. El error consiste en que no se ha delimitado un rango de validez para la ecuación diferencial (7), cual se define como $0 \leq t \leq t_f$, siendo t_f el tiempo final de vaciado. Este error se ha dejado intencionalmente para que eventualmente el alumno pueda detectar y razonar sobre éste, específicamente que pueda distinguir entre *función* y *solución*, tal como establecen Zill y Wright (2015).

Para complementar este análisis se puede pedir al estudiante que redimensione el tanque con dos de las características originales del mismo, esto es $D_T = 20$ m y $C = 50\%$. Los resultados se muestran en la Fig. 4 en donde se puede apreciar el aumento del nivel del líquido, lo cual es físicamente imposible. Ejercicios de análisis y razonamiento pueden ser sugeridos por el profesor variando las características del contenedor y condiciones de operación.

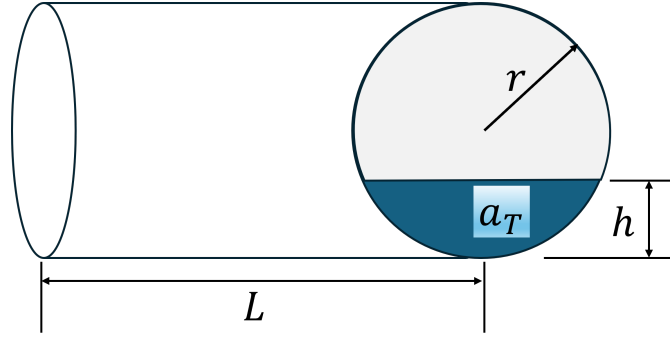


Figura 5: Esquemático para contenedor con eje axial horizontal

8.4. Tanque eje axial horizontal

Alternativamente se considera la posibilidad de colocar el tanque con su eje axial de manera horizontal, es decir, “acostado”, siempre que se respeten las siguientes características

1. La altura del total del contenedor debe seguir siendo igual al tanque parado.
2. El volumen total del tanque debe ser igual acostado que parado.
3. La toma de salida sigue a nivel del suelo al igual que la versión del tanque parado.

En la Fig. 5 se presenta el esquemático del tanque colocado horizontal. El área a_T en m^2 ocupada por líquido se puede calcular por (Spiegel, 1968; Spiegel y Abellanas, 1970)

$$a_T(h) = r^2 \arccos\left(\frac{r-h}{r}\right) - (r-h)\sqrt{2rh-h^2} \quad (11)$$

siendo en este caso r el radio de la sección transversal del tanque y h la altura, ambos en m, luego, el volumen del líquido dentro del tanque es $W = La_T$ en m^3 , siendo L la longitud del tanque (constante) en m. Se tiene entonces que

$$\frac{dW}{dt} = \frac{d(La_T)}{dt} = L \frac{da_T}{dt}$$

Se calcula la derivada de (11) de manera simbólica con MATLAB mediante el comando `diff` con el siguiente código

```
syms r h
a=@(h)r^2*acos((r-h)/r)-(r-h)*sqrt(2*r*h-h^2);
da=diff(a,h)
```

De esto se obtiene que

$$\frac{da_T}{dh} = 2\sqrt{2rh-h^2}$$

y entonces

$$\frac{dV}{dt} = 2L\sqrt{2hr-h^2}\frac{dh}{dt}$$

Por lo tanto, el balance de materia (1) estando el tanque acostado queda como

$$2L\sqrt{Hh-h^2}\frac{dh}{dt} = -\frac{\pi D_s^2}{4}\sqrt{2gh} \quad h(0) = h_0 \quad (12)$$

siendo $H = 2r$ por la condición 1, despejando se obtiene

$$\frac{dh}{dt} = -\frac{\pi D_s^2}{8L} \sqrt{\frac{2g}{H-h}} \quad h(0) = h_0 \quad (13)$$

Haciendo

$$K = \frac{\pi D_s^2 \sqrt{2g}}{8L}$$

se obtiene

$$\frac{dh}{dt} = -\frac{K}{\sqrt{H-h}} \quad h(0) = h_0 \quad (14)$$

De manera similar a como se realizó con el tanque parado, ecuaciones (3–5), la condición inicial h_0 estando el tanque acostado se obtiene resolviendo la ecuación

$$\frac{W(h_0)}{W(H)} - C = 0$$

o equivalentemente

$$\frac{a_T(h_0)}{a_T(H)} - C = 0$$

y la longitud L para tener el mismo volumen acostado que parado dada la condición 2, es

$$W_T = V_T; \quad \frac{\pi H^2}{4} L = \frac{D_T^2}{4} H$$

entonces

$$L = \frac{D_T^2}{H}$$

Integrando (14)

$$\begin{aligned} \int_{h_0}^h \sqrt{H-x} \, dx &= -K \int_0^t dy \\ -\frac{2}{3}[(H-h)^{3/2} - (H-h_0)^{3/2}] &= -Kt \\ (H-h)^{3/2} &= \frac{3}{2}Kt + (H-h_0)^{3/2} \\ h &= H - \left[\frac{3}{2}Kt + (H-h_0)^{3/2} \right]^{2/3} \end{aligned} \quad (15)$$

El volumen perdido en función del tiempo se puede calcular mediante

$$W_P = W_0 - La_T(h) \quad (16)$$

En la Fig. 6 se presenta la comparativa entre los volúmenes perdidos estando el tanque de pie y acostado. Se puede observar que no hay una diferencia significativa entre ambas configuraciones y el tanque acostado requiere una longitud 156.25 metros, por lo que solo se justifica usarlo de esta manera si se cuenta con más espacio longitudinal que superficie en la planta.

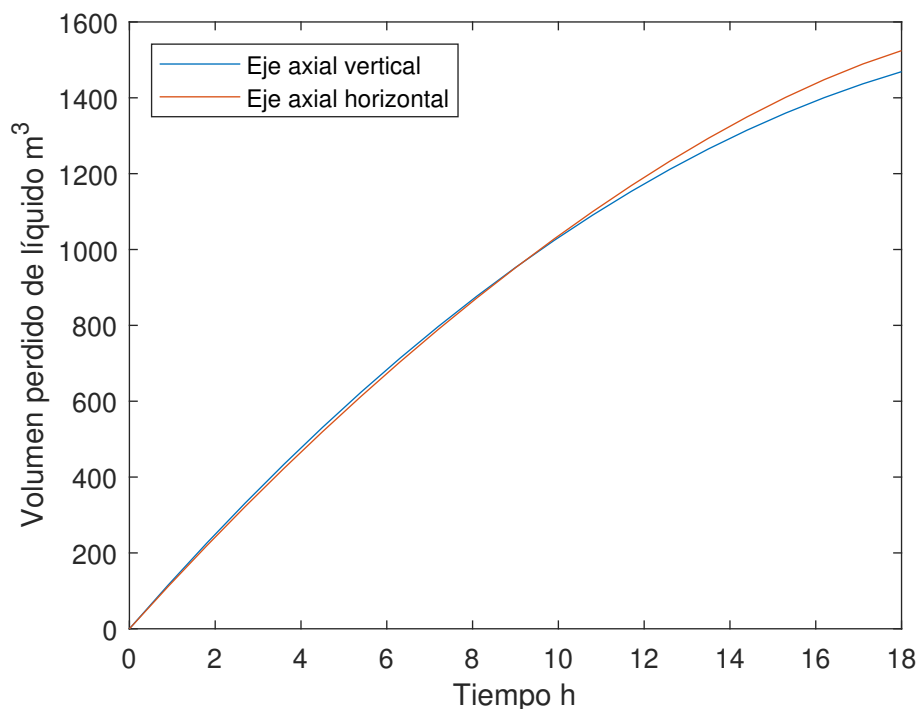


Figura 6: Comparación entre el tanque con eje axial vertical vs., horizontal.

Referencias

- Boucher, D. F., y Alves, G. E. (1973). Mecánica de fluidos y de partículas. En R. H. Perry y C. H. Chilton (Eds.), *Biblioteca del Ingeniero Químico* (5.^a ed., cap. 5). México, D.F.: McGraw-Hill.
- Crowl, D. A., y Louvar, J. F. (1990). *Chemical Process Safety: Fundamentals with Applications*. Englewood Cliffs NJ: Prentice Hall.
- de Nevers, N. (1991). *Fluid Mechanics for Chemical Engineers* (2.^a ed.). Singapore: McGraw-Hill.
- Ogata, K. (2010). *Ingeniería de Control Moderna* (5.^a ed.). Madrid: Pearson Educación.
- Smith, C. A., y Corripio, A. B. (1985). *Control Automático de Procesos Teoría y Práctica*. México, D.F.: Limusa/Grupo Noriega Editores.
- Spiegel, M. R. (1968). *Manual de fórmulas y tablas matemáticas*. México, D.F.: McGraw-Hill.
- Spiegel, M. R., y Abellanas, L. (1970). *Fórmulas y tablas de matemáticas aplicada*. México, D.F.: McGraw-Hill.
- Streeter, V. L., y Wylie, E. B. (1986). *Mecánica de los Fluidos* (8.^a ed.). México, D.F.: McGraw-Hill.
- Turton, R., Shaeiwitz, J. A., Bhattacharyya, D., y Whiting, W. B. (2018). *Analysis, Synthesis and Design of Chemical Processes* (5.^a ed.). Boston MA: Prentice Hall.
- Vande Wouwer, A., Saucez, P., y Vilas, C. (2014). *Simulation of ODE/PDE Models with MATLAB[®], OCTAVE and SCILAB*. Switzerland: Springer.
- Zill, D. G., y Wright, W. S. (2015). *Ecuaciones Diferenciales con problemas de valores en la frontera* (8.^a ed.). México, D.F.: Cengage Learning.