Redes Neurais - Aproximação Polinomial

Luiz Gabriel Aragão Oliveira

Agosto 2019

1 Introdução

O problema da aproximação polinomial é um processo matemático de interpolação em que a função interpoladora é um polinômio. O objetivo desse processo consiste em estimar uma função a partir de um conjunto de dados fornecido. Neste exercício, utiliza-se como função geradora o polinômio:

$$p(x) = 0.5x^2 + 3x + 10 \tag{1}$$

A partir da eq.(1) gerou-se uma massa de dados a partir da qual obtem-se uma função aproximada f(x) que, idealmente, representa fielmente a função p(x).

2 Procedimentos

Introduzindo um erro aleatório do tipo normal a equação (1), foi realizada a amostragem dos pontos (x,y) que correspondem ao conjunto de dados fornecido para realizar a interpolação. Utilizando uma representaçao matricial do tipo:

$$H.W = Y \tag{2}$$

Onde H é a matriz que representa os termos não lineares (1º, 2º, etc.), W é o vetor de pesos e o Y a saída da função interpoladora.

Realizando a operação a seguinte operação:

$$W = (H*).Y \tag{3}$$

Onde H* é a matriz pseudoinversa de H e W é o vetor de pesos.

A partir dessa representação, pode-se obter os valores que compõem o conjunto de coeficientes do vetor de pesos W.

3 Resultados

É necessário salientar que, devido a problemas de implementação, somente foi possível realizar a amostragem para modelos com até 6o grau de complexidade. Em seguida, para modelos de complexidades diferentes foram obtidos os seguintes dados:

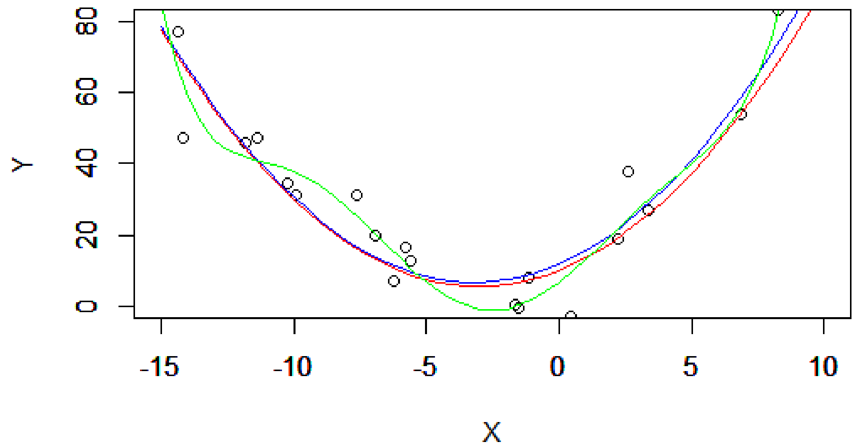

Figure 1: Pontos representam dados amostrados com erro normal da funcao p(x). Curva representam, respectivamente, a função objetivo p(x)[vermelha], função aproximada de 2a ordem[azul] e função aproximada de 6a ordem[verde].

Onde pode-se observar a variação da resposta aproximada a medida que a complexidade do modelo aumenta.
A seguir temos o calculo da variância do erro das amostras em relação a função p(x):

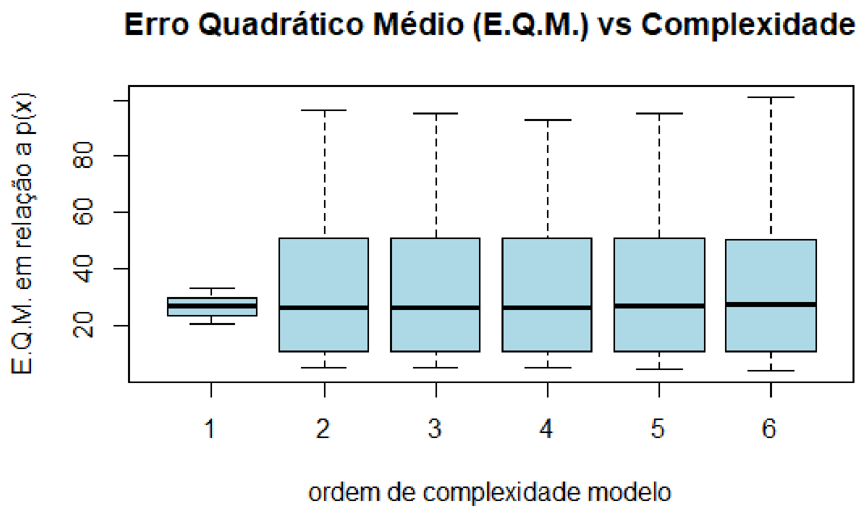

Figure 2: Variância do erro em relação a funcao p(x)

Além disso, obteve-se o calculo da variância do erro das amostras em relação a função p(x):

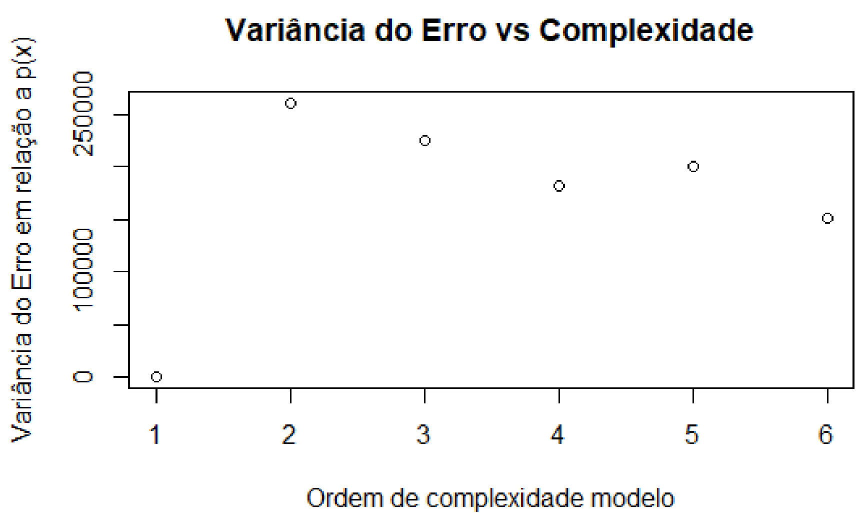

Figure 3: Variância do erro em relação a funcao p(x)

Por fim, tem-se a variância do erro das amostras calculada em relação a função p(x) para diferentes valores iterações:

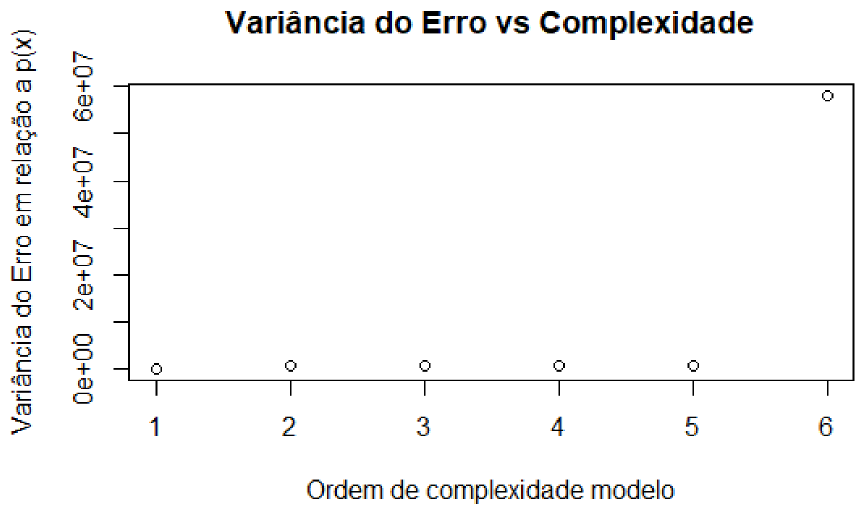

Figure 4: Variância do erro em relação a funcao p(x)

4 Conclusão

Com este exercício foi possível visualizar, na prática, conceitos como sobreajuste e subajuste, onde pode-se observar a variação do error em função da complexidade do modelo. Isto é, a medida que a complexidade do modelo de aproximação linear cresce, tem-se, primeiro, uma diminuição do erro quadrático médio (EQM) em relação a função p(x) e, logo após um valor limiar de complexidade, o erro passa a aumentar drásticamente.

Em resumo, enquanto há um decréscimo no valor do EQM a aproximação está saindo da condição em que há um subajuste (quando o modelo é simples demais para realizar um aproximação fiel) para uma condição de ajuste ótimo. Após o decréscimo, quando a magnitude do EQM aumenta, significa que a aproximação está saindo de uma condição de ajuste considerado ótimo para uma condição de sobreajuste.