

# Trabalho Computacional

---

Prof. Cristiano Leite de Castro

28 de maio de 2019

## 1 INTRODUÇÃO

A localização de facilidades é um aspecto crítico do planejamento estratégico de empresas privadas e públicas. Exemplos típicos no setor público envolvem decisões de localização de centros de saúde, escolas e estações de bombeiros, enquanto no setor privado tem-se a localização de fábricas, armazéns e centros de distribuição. Em diversas situações, tais como em sistemas de distribuição, as decisões da localização de facilidades e de designação de clientes a facilidades são feitas simultaneamente.

### 1.1 PROBLEMA DAS $p$ -MEDIANAS

Este problema envolve a localização de  $p$  facilidades e a designação de clientes a facilidades de modo a minimizar a soma das distâncias de clientes a facilidades e tal que cada cliente seja atendido por uma única facilidade.

ENUNCIADO: dado um grafo completo e não orientado  $G = (V, E)$ , em que  $V$  é o conjunto de  $n$  vértices e  $E$  é o conjunto de arestas representando as distâncias entre os vértices, o objetivo é encontrar um subconjunto  $V_p \subseteq V$  com cardinalidade  $p$ , em que  $V_p$  representa o conjunto de medianas do problema, de modo que a soma das distâncias entre os vértices restantes em  $\{V - V_p\}$  e o vértice mais próximo em  $V_p$  seja a menor possível.

Considerando que:

- $n$  = representa o número de vértices;
- $p$  = representa o número de medianas que serão instaladas;
- $d_{ij}$  = representa a distância entre os vértices  $i$  e  $j$ ;

A formulação matemática do Problema das  $p$ -Medianas é dada por

$$\begin{aligned}
\min \quad & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N d_{ij} x_{ij} \\
\text{sa.} \quad & \sum_{j=1}^N x_{ij} = 1 \quad \forall i \in \{V - V_p\} \\
& x_{ij} \leq y_j \quad \forall i \in \{V - V_p\} \text{ e } j \in V_p \\
& \sum_{j=1}^N y_j = p \quad \forall j \in V_p \\
& x_{ij}, y_j \in \{0, 1\}
\end{aligned}$$

em que:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se o } i\text{-ésimo vértice é atendido pela mediana (vértice) } j; \\ 0 & \text{caso contrario} \end{cases}$$

$$y_j = \begin{cases} 1 & \text{se o } j\text{-ésimo vértice for uma das } p\text{-medianas;} \\ 0 & \text{caso contrario} \end{cases}$$

A restrição (2) assegura que um vértice (cliente) seja atendido por uma única mediana (facilidade). A restrição (3) afirma que um vértice (cliente) somente seja atendido por uma mediana que esteja instalada. A restrição (4) garante que são designadas exatamente  $p$  medianas. A restrição (5) define que as variáveis de decisão envolvidas são binárias.

## 1.2 EXEMPLOS DE INSTÂNCIA DO PROBLEMA

Considere, inicialmente, um conjunto de cinco cidades em que uma delas deve ser escolhida para a instalação de um determinado serviço (logo,  $p = 1$ ). As ligações entre as cidades e as respectivas distâncias estão representadas no Grafo da Figura 1.1. As cidades estão representadas pelos nós  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ ,  $e$  e as distâncias ( $d_{ij}$ ) entre elas estão representadas pelo valor de cada aresta.

No próximo exemplo tem-se uma instância com 63 vértices (vide Figura 1.2) dos quais sete devem ser escolhidos como medianas ( $p = 7$ ). Na Figura 1.3 uma possível escolha das medianas é apresentada, enquanto que na Figura 1.4 são mostrados os vértices que cada mediana atende. Observe que cada vértice é atendido pela mediana mais próxima.

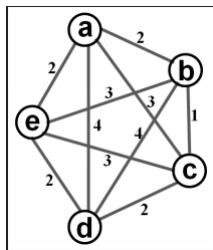


Figura 1.1: Representação da Instância como um Grafo Completo.

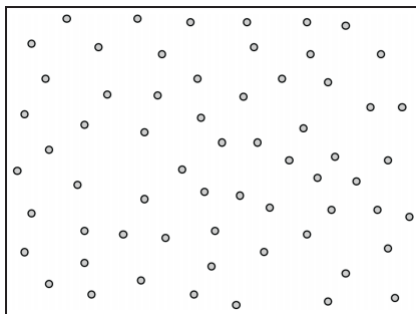


Figura 1.2: Representação dos vértices.

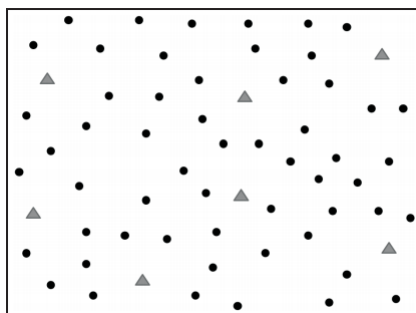


Figura 1.3: Vértices candidatos.

### 1.3 REPRESENTAÇÃO DE UMA SOLUÇÃO PARA O PROBLEMA DAS $p$ -MEDIANAS

Uma das formas de se representar uma solução para o problema das  $p$ -Medianas é através de uma matriz contendo  $n$  colunas (representando os vértices) e três linhas, conforme pode ser visto na Figura 1.5.

A primeira linha “Vértices” contém os índices dos vértices, sendo que as  $p$  primeiras posições estão associadas aos vértices que são classificados como **medianas**. Cada configuração destas  $p$  primeiras colunas, desconsiderando a sua ordem, representa uma

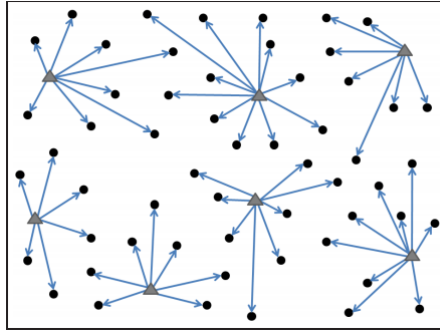


Figura 1.4: Solução Alcançada.

Vértices:	2	6	1	3	4	5	7
Medianas:	2	6	2	6	6	2	6
Distância:	0	0	d12	d36	d46	d52	d76

Figura 1.5: Solução Alcançada.

possível solução para o problema. A segunda linha “Medianas” armazena o índice do vértice mediana que atende o vértice cliente. A terceira linha “Distância” armazena a distância entre a mediana e o cliente. Vale ressaltar que um cliente é atendido pela mediana que se encontra mais próxima a ele.

Observe que esta forma de representação para a solução do problema é apenas uma sugestão, retirada da literatura. Cada grupo está livre para escolher a representação que seja mais apropriada ao algoritmo selecionado para resolver o problema.

## 2 TAREFAS

1. Projete e implemente um Algoritmo Evolucionario para resolver o problema das  $p$ -Medianas.
2. Aplique o algoritmo implementado às instâncias fornecidas no Moodle.
3. Apresente um relatório descrevendo sua implementação, suas decisões de projeto, testes e resultados obtidos;