UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

MAESTRÍA EN CIENCIAS ESTADÍSTICA

Departamento de Estadística
Facultad de Ciencias

Análisis Multivariado de Datos

Integrantes:

Luis David Hernández Pérez C.C. 1193549963

Medellín, Colombia
Semestre 2024-02

Medellín, Diciembre 24 de 2024

Tabla de contenidos

Punto-01:

Considere la matriz de datos asignada, la cual corresponde a un conjunto de datos simulados de un vector $\mathbf{x}$ normal 6-variado con parámetros dados por:

$$\mu = \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \mu_3 \\ \mu_4 \\ \mu_5 \\ \mu_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \Sigma = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 9 & 0 & 3 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 5 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 8 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 4 & 0 & 6 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 & 0 & 7 \end{bmatrix}$$

Particione $\mathbf{x}$ como sigue:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}^{(1)} \\ \mathbf{x}^{(2)} \end{bmatrix}, \quad \text{donde:} \quad \mathbf{x}^{(1)} = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}^{(2)} = \begin{bmatrix} X_4 \\ X_5 \\ X_6 \end{bmatrix}$$

(a) Realice una verificación de la normalidad: uni-variada, bi-variada y 3-variada de los datos asociados a $\mathbf{x}^{(1)}$.

Nota: Utilizar algunas de las herramientas vistas en clase sobre procesos de evaluación de la normalidad multivariada y/o herramientas que usted conozca para dichos procesos.

(b) ¿Cuáles son los estimadores de Máxima Verosimilitud de $\mu^{(1)} = \mathbb{E}[\mathbf{x}^{(1)}]$ y de $\Sigma_{11} = \mathrm{Var}(\mathbf{x}^{(1)})$?

(c) Considere la variable definida por $Y = \mathbf{a}^T\mathbf{x}^{(2)}$, con $\mathbf{a} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}^T$:

- Obtenga los datos muéstrales (o puntuaciones) asociados a la variable Y.
- Realice la verificación de normalidad uni-variada de los datos asociados a Y.

(d) Considere el vector definido por $\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x}^{(1)}$, con $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & -1 \end{bmatrix}$:

- Obtenga los datos muestrales (o puntuaciones) asociados al vector $\mathbf{y}$.
- Realice la verificación de normalidad bi-variada de los datos asociados a $\mathbf{y}$.

Punto-02:

A partir de los dos conjuntos de datos asociados a $\mathbf{x}^{(1)}$ y $\mathbf{x}^{(2)}$, realice los siguientes puntos:

(a) Hallar $\mu_{1|2} = \mathbb{E}[\mathbf{x}^{(1)} \mid \mathbf{x}^{(2)}]$.

(b) A partir de (a), ¿cuál es la matriz de coeficientes que resulta del ajuste de un Modelo de Regresión Lineal Multivariado (MRL-Multivariado) de $\mathbf{x}^{(1)}$ versus $\mathbf{x}^{(2)}$?

(c) Utilizando teoría de modelos lineales, ajuste el MRL-Multivariado de $\mathbf{x}^{(1)}$ versus $\mathbf{x}^{(2)}$. Compare los coeficientes de dicho modelo ajustado con los obtenidos en (b).

Punto-03:

Para este punto, considere los dos conjuntos de datos asignados, los cuales corresponden a datos simulados de los vectores normales 3-variados independientes $\mathbf{x}_1$ y $\mathbf{x}_2$, con vector de medias y matriz de varianza-covarianza dados por:

$$\mu = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \Sigma = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

Es decir, los dos conjuntos de datos son simulaciones de los vectores:

$$\mathbf{x}_1 \sim N_3(\mu, \Sigma), \quad \mathbf{x}_2 \sim N_3(\mu, \Sigma), \quad \text{Cov}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = \mathbf{O}_{3\times 3}$$

Considere las siguientes combinaciones lineales de $\mathbf{x}_1$ y $\mathbf{x}_2$:

$$\mathbf{v}_1 = \mathbf{x}_1 + 2\mathbf{x}_2, \quad \mathbf{v}_2 = 2\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2$$

(a) Obtenga los datos muéstrales (o puntuaciones) asociados a los vectores $\mathbf{v}_1$ y $\mathbf{v}_2$.

(b) Realice la verificación de normalidad 3-variada de los datos asociados a $\mathbf{v}_1$.
Nota: Utilizar algunas de las herramientas vistas en clase sobre procesos de evaluación de la normalidad multivariada y/o herramientas que usted conozca para dichos procesos.

(c) Realice la verificación de normalidad 6-variada de los datos asociados al vector:

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_1 \\ \mathbf{v}_2 \end{bmatrix}$$

Nota: Utilizar algunas de las herramientas vistas en clase sobre procesos de evaluación de la normalidad multivariada y/o herramientas que usted conozca para dichos procesos.