

APELLIDOS Y NOMBRE: \_\_\_\_\_ GRUPO: \_\_\_\_

**Ejercicio 1** (1.5 puntos)

1. Dada la siguiente tabla de verdad de las fórmulas proposicionales  $F_1$  y  $F_2$ , en las que solo ocurren las variables proposicionales  $p$ ,  $q$  y  $r$ ,

|              |              |              |                |                |
|--------------|--------------|--------------|----------------|----------------|
| $I_1(p) = 0$ | $I_1(q) = 0$ | $I_1(r) = 0$ | $I_1(F_1) = 0$ | $I_1(F_2) = 0$ |
| $I_2(p) = 0$ | $I_2(q) = 0$ | $I_2(r) = 1$ | $I_2(F_1) = 1$ | $I_2(F_2) = 0$ |
| $I_3(p) = 0$ | $I_3(q) = 1$ | $I_3(r) = 0$ | $I_3(F_1) = 1$ | $I_3(F_2) = 1$ |
| $I_4(p) = 0$ | $I_4(q) = 1$ | $I_4(r) = 1$ | $I_4(F_1) = 0$ | $I_4(F_2) = 0$ |
| $I_5(p) = 1$ | $I_5(q) = 0$ | $I_5(r) = 0$ | $I_5(F_1) = 1$ | $I_5(F_2) = 0$ |
| $I_6(p) = 1$ | $I_6(q) = 0$ | $I_6(r) = 1$ | $I_6(F_1) = 1$ | $I_6(F_2) = 1$ |
| $I_7(p) = 1$ | $I_7(q) = 1$ | $I_7(r) = 0$ | $I_7(F_1) = 0$ | $I_7(F_2) = 1$ |
| $I_8(p) = 1$ | $I_8(q) = 1$ | $I_8(r) = 1$ | $I_8(F_1) = 1$ | $I_8(F_2) = 0$ |

se pide razonar directamente a partir de ella para:

- Obtener una FND de  $F_1$  y una FNC de  $F_2$ .
  - Decidir si  $\{F_1, F_2\} \models (p \wedge r) \rightarrow q$
2. Consideremos  $L$  el lenguaje de primer orden que contiene los símbolos de constante *Ana*, *Blanca* y *Carlos* y el símbolo de predicado *tienen\_amistad* de aridad 2. Se pide formalizar en  $L$  los siguientes enunciados acerca de un grupo de personas:
- Ana tiene amistad con todas las demás personas del grupo.
  - Blanca tiene amistad con al menos dos personas del grupo.
  - Blanca y Carlos tienen amistad con las mismas personas del grupo, pero no entre ellos.

**Ejercicio 2** (1.5 puntos)

Consideremos las fórmulas de primer orden

$$F: \forall x(P(x) \wedge Q(x) \rightarrow \forall y(Q(y) \rightarrow R(x, y)))$$

$$G: \forall x(P(x) \wedge Q(x) \rightarrow R(x, x))$$

Decidir, mediante tableros semánticos, si  $\{F\} \models G$ .

**Ejercicio 3** (2 puntos)

Calcular una forma normal prenexa, una forma de Skolem y una forma clausal de la siguiente fórmula de primer orden:

$$\forall x(P(x) \rightarrow \exists y(P(y) \wedge Q(y, x))) \rightarrow \neg \exists x \forall y(P(y) \rightarrow Q(x, y))$$

**Ejercicio 4** (2.5 puntos)

Consideremos el siguiente conjunto de cláusulas proposicionales:

$$S = \{\{p, q, r, \neg s\}, \{\neg p, \neg r, \neg s\}, \{q, \neg r, \neg s\}, \{\neg p, q, r\}, \{\neg r, s\}, \{\neg p, \neg q, \neg s\}, \{p, \neg q\}, \{r, s\}\}$$

Decidir, mediante el algoritmo DPLL, si el conjunto  $S$  es o no consistente. Usar la heurística MOMS para elegir los literales de decisión.

**Ejercicio 5** (2.5 puntos)

Consideremos el lenguaje  $L$  de primer orden con los símbolos de constante  $a$  y  $b$  y los símbolos de predicado  $P$ ,  $Q$  y  $R$ , todos ellos de aridad 1. Sea  $S$  el siguiente conjunto de cláusulas en ese lenguaje:

$$S = \{\{\neg R(a)\}, \{\neg P(x), Q(b)\}, \{\neg Q(x), R(x)\}, \{P(x), P(y), R(x)\}\}$$

Se pide lo siguiente:

- Determinar, razonadamente,  $UH(L)$  y  $EH(S)$ .
- Demostrar, mediante resolución proposicional, que  $EH(S)$  es consistente.
- A partir del resultado del apartado anterior, obtener un modelo de Herbrand de  $S$ .