Lógica Informática

Ejercicios sobre los algoritmos de búsqueda de modelos

1. Decidir, usando el algoritmo DPLL, si el conjunto de cláusulas

$$\{\{p,r,\neg s\}, \{\neg q,s\}, \{\neg p,\neg s,\neg r\}, \{\neg p,s,q\}, \{s,q,p\}, \{\neg s,p,r,\neg p\}, \{\neg q,\neg r\}, \{\neg p\}\}$$

es consistente. En caso de que lo sea, proporcionar un modelo del mismo. Elegir las variables de decision por orden alfabético, probando primero con el valor verdadero y después con el valor falso.

- 2. Consideremos los siguientes conjuntos de cláusulas proposicionales:
 - a) $\{\{p,q\}, \{\neg r, \neg s\}, \{p, \neg q\}, \{\neg p, q\}, \{r, s\}, \{\neg u, s\}\}$
 - b) $\{\{p,q\}, \{\neg p, q, \neg s\}, \{r,s\}, \{\neg p, \neg q, \neg s\}, \{\neg q, \neg r, s\}, \{p, \neg q, \neg s\}\}$
 - c) $\{\{\neg q, r, \neg s\}, \{\neg p, \neg q, \neg s\}, \{\neg p, \neg q, r\}, \{\neg p, q, r, s\}, \{p, \neg q, r, s\}, \{\neg r, s\}, \{q, \neg s\}\}\}$

Demostrar, mediante el algoritmo DPLL, que son consistente y obtener todos sus modelos. Elegir las variables de decisión por orden alfabético, probando primero con el valor verdadero y después con el valor falso.

3. Consideremos el siguiente conjunto de cláusulas proposicionales:

$$S = \{\{s, p, \neg r\}, \{r, \neg p, \neg s, \neg q\}, \{q, \neg r\}, \{r, \neg p, q\}, \{\neg p, s, \neg q\}, \{\neg p, \neg r\}, \{\neg s, \neg r\}, \{p, \neg s, \neg q\}\}\}$$

Demostrar, mediante el algoritmo DPLL, que el conjunto S es consistente y obtener todos sus modelos. Usar la heurística MOMS para elegir los literales de decisión (desempatar por orden alfabético, teniendo en cuenta que, en ese orden, los literales positivos son anteriores a los negativos).

4. Se considera el conjunto de fórmulas

$$A = \{ \neg p \lor \neg q, \neg (r \land s), p \leftrightarrow q, q \rightarrow (r \lor \neg s), u \leftrightarrow s \}$$

Usa el algoritmo DPLL para calcular todos los modelos de A. Utiliza la heurística MOMS para elegir el literal de decisión correspondiente.

5. Se considera el conjunto de fórmulas

$$A = \{ p \lor q, \neg (r \land s), p \leftrightarrow q, r \lor s, u \rightarrow s \}$$

- a) Usa el algoritmo DPLL para calcular todos los modelos de A (elige las variables de decisión en orden alfabético).
- b) ¿Se cumple que $A \models u \rightarrow r$? Razona tu respuesta.
- 6. Consideremos el siguiente conjunto de cláusulas proposicionales:

$$S = \{ \{q, s, r\}, \{p, \neg s\}, \{\neg p, \neg q, \neg r, \neg s\}, \{s, \neg q, \neg r\}, \{\neg q, \neg r, \neg s\}, \{\neg p, q, \neg s\}, \{p, \neg q, r\}, \{s, \neg r\} \} \}$$

Demostrar, mediante el algoritmo DPLL, que el conjunto S es consistente y obtener todos sus modelos. Usar la heurística voraz para elegir los literales de decisión (desempatar por orden alfabético, teniendo en cuenta que, en ese orden, los literales positivos son anteriores a los negativos).

7. Se considera el conjunto de cláusulas proposicionales S dado por

$$\{\{p,r,q\},\{\neg p,r,s\},\{\neg r,\neg s,w\},\{\neg s,\neg w\},\{\neg q,\neg t,\neg u\},\{\neg q,t\},\{\neg q,s,u,w\},\{q,s,w\}\}\}$$

Aplica el algoritmo CDCL (conflict driven clause learning) al conjunto S hasta alcanzar el primer conflicto y realiza el análisis de dicho conflicto. Debes detallar el grafo de implicación, la cláusula aprendida y el nivel de salto atrás (una vez analizado el conflicto, no es necesario continuar con la ejecución del algoritmo). Utiliza la heurística {orden alfabético} para elegir el literal de decisión.

8. Se considera el conjunto de cláusulas S dado por

$$\{\{p,r,q\},\{\neg p,r,s\},\{\neg s,\neg t,u,w\},\{\neg s,\neg w\},\{\neg q,\neg t,\neg u\},\{\neg q,t\},\{\neg q,s,w\},\{q,s,w\}\}\}$$

Aplica el algoritmo CDCL (conflict driven clause learning) al conjunto S hasta alcanzar el primer conflicto y realiza el análisis de dicho conflicto. Debes detallar el grafo de implicación, la cláusula aprendida y el nivel de salto atrás (una vez analizado el conflicto, no es necesario continuar con la ejecución del algoritmo). Utiliza la heurística {orden alfabético} para elegir el literal de decisión.

9. Consideremos el siguiente conjunto de cláusulas proposicionales:

$$S = \{ \{q, \neg r\}, \{r, \neg s\}, \{r, \neg t\}, \{\neg p, \neg r, \neg t\}, \{p, r, s\}, \{s, t\}, \{\neg r, \neg s, t\}, \{\neg p, r\}, \{p, \neg r, \neg t\} \}$$

Demostrar, mediante el algoritmo CDCL, que el conjunto S es inconsistente. Usar la heurística del orden alfabético para elegir los literales de decisión.

10. Consideremos el siguiente conjunto de cláusulas proposicionales:

$$S = \{ \{\neg p, \neg s, t\}, \{p, \neg s, t\}, \{\neg p, \neg q, \neg s, \neg t\}, \{p, \neg q, \neg t\}, \{q, \neg s, \neg t\}, \{p, q\}, \{r, \neg t\}, \{\neg r, \neg t\}, \{s, t\} \}$$

Demostrar, mediante el algoritmo CDCL, que el conjunto S es inconsistente. Usar la heurística del orden alfabético para elegir los literales de decisión.

11. Dado el conjunto de cláusulas:

$$S = \{ \{\neg p, r, \neg s\}, \{\neg q, s\}, \{p, \neg r, \neg s\}, \{p, q, s\}, \{\neg p, q, s\}, \{\neg q, \neg r\}, \{\neg p, \neg r, \neg s\} \}$$

Demostrar, utilizando el algoritmo CDCL (Conflict-Driven Clause Learning), que S es consistente y proporcionar un modelo del conjunto. Elegir los liteales de decisión, cuando sea necesario, por orden alfabético; probando primero con el literal positivo.