Circuitos Electrónicos Digitales

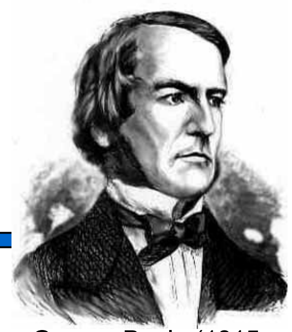
Tema 1
(2ª parte)
Álgebra de Conmutación

NO SON APUNTES DE LA ASIGNATURA

Índice Álgebra de Conmutación

- Operadores lógicos básicos y puertas lógicas
- Propiedades y teoremas del Álgebra de Conmutación
  - Operadores OR, AND y NOT
- Funciones de conmutación
  - Representación mediante Tabla de Verdad, Kmapa y circuito lógico
- Formas normalizadas
  - Suma de productos
  - Productos de suma
- Formas canónicas
  - Suma de mintérminos
  - Producto de maxtérminos
- Funciones de conmutación incompletas
- Otras funciones lógicas

Álgebra de Boole


George Boole (1815-1864)

<B, + , • , ¯ >

Un Álgebra de Boole es un sistema matemático definido para un conjunto de elementos B y los operadores + , • , ¯ que cumple los siguiente postulados:

Postulado/Teorema	<B, + , • , ¯ >	
P1: Postulado del cierre	Si x, y ∈ B, entonces x + y ∈ B	Si x, y ∈ B, entonces x • y ∈ B
P2: Ley de Identidad	$x + 0 = x$	$x \bullet 1 = x$
P3: Ley Conmutativa	$x + y = y + x$	$x \bullet y = y \bullet x$
P4: Ley Distributiva	$x \bullet (y + z) = (x \bullet y) + (x \bullet z)$	$x + (y \bullet z) = (x+y) \bullet (x+z)$
P5: Ley del Complemento	$x + \overline{x} = 1$	$x \bullet \overline{x} = 0$

Principio de Dualidad: si una expresión se cumple, la expresión que resulta de intercambiar + con · y 0 con 1 también se cumple

Álgebra de Conmutación

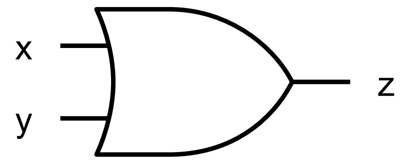
Es un caso particular del Álgebra de Boole

- $B = \{0 , 1\}$
- OPERADOR + (OR)

  (SUMA LÓGICA)

X	Y	X + Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Puerta OR

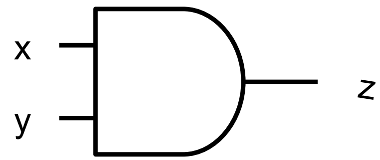


- OPERADOR • (AND)

  (PRODUCTO LÓGICO)

X	Y	X · Y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Puerta AND

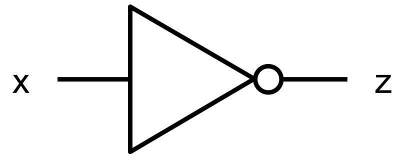


- OPERADOR $\overline{}$ (NOT)

  (COMPLEMENTO)

X	$\overline{X}$
0	1
1	0

Puerta NOT
(inversor)



Índice Álgebra de Conmutación

- Operadores lógicos básicos y puertas lógicas
- Propiedades y teoremas del Álgebra de Conmutación
  - Operadores OR, AND y NOT
- Funciones de conmutación
  - Representación mediante Tabla de Verdad, Kmapa y circuito lógico
- Formas normalizadas
  - Suma de productos
  - Productos de suma
- Formas canónicas
  - Suma de mintérminos
  - Producto de maxtérminos
- Funciones de conmutación incompletas
- Otras funciones lógicas

Propiedades y teoremas del Álgebra de Conmutación

Postulado/Teorema	$<B, +, \bullet, \overline{\ \ }>$; $B = \{0, 1\}$; + es OR; • es AND ; $\overline{\ \ }$ es NOT	
P2: Ley de Identidad	$x + 0 = x$	$x \bullet 1 = x$
P3: Ley Conmutativa	$x + y = y + x$	$x \bullet y = y \bullet x$
P4: Ley Distributiva	$x \bullet (y + z) = (x \bullet y) + (x \bullet z)$	$x + (y \bullet z) = (x+y) \bullet (x+z)$
P5: Ley del Complemento	$x + \overline{x} = 1$	$x \bullet \overline{x} = 0$

Propiedades y teoremas del Álgebra de Conmutación

Postulado/Teorema	$<B, +, \bullet, \overline{\ }>$; $B = \{0, 1\}$; + es OR; • es AND ; $\overline{\ }$ es NOT	
P2: Ley de Identidad	$x + 0 = x$	$x \bullet 1 = x$
P3: Ley Conmutativa	$x + y = y + x$	$x \bullet y = y \bullet x$
P4: Ley Distributiva	$x \bullet (y + z) = (x \bullet y) + (x \bullet z)$	$x + (y \bullet z) = (x+y) \bullet (x+z)$
P5: Ley del Complemento	$x + \overline{x} = 1$	$x \bullet \overline{x} = 0$
T1: Ley de Idempotencia	$x + x = x$	$x \bullet x = x$

Propiedades y teoremas del Álgebra de Conmutación

Postulado/Teorema	$\langle B, +, \bullet, \overline{\ } \rangle$; $B = \{0, 1\}$; + es OR; • es AND ; $\overline{\ }$ es NOT	
P2: Ley de Identidad	$x + 0 = x$	$x \bullet 1 = x$
P3: Ley Conmutativa	$x + y = y + x$	$x \bullet y = y \bullet x$
P4: Ley Distributiva	$x \bullet (y + z) = (x \bullet y) + (x \bullet z)$	$x + (y \bullet z) = (x+y) \bullet (x+z)$
P5: Ley del Complemento	$x + \overline{x} = 1$	$x \bullet \overline{x} = 0$
T1: Ley de Idempotencia	$x + x = x$	$x \bullet x = x$
T2: Ley de Elem. dominantes	$x + 1 = 1$	$x \bullet 0 = 0$

Propiedades y teoremas del Álgebra de Conmutación

Postulado/Teorema	<B, + , •, ¯ > ; B = {0, 1}; + es OR; • es AND ; ¯ es NOT	
P2: Ley de Identidad	$x + 0 = x$	$x \bullet 1 = x$
P3: Ley Conmutativa	$x + y = y + x$	$x \bullet y = y \bullet x$
P4: Ley Distributiva	$x \bullet (y + z) = (x \bullet y) + (x \bullet z)$	$x + (y \bullet z) = (x+y) \bullet (x+z)$
P5: Ley del Complemento	$x + \overline{x} = 1$	$x \bullet \overline{x} = 0$
T1: Ley de Idempotencia	$x + x = x$	$x \bullet x = x$
T2: Ley de Elem. dominantes	$x + 1 = 1$	$x \bullet 0 = 0$
T3: Ley Involutiva	$\overline{(\overline{x})} = x$	

Propiedades y teoremas del Álgebra de Conmutación

Postulado/Teorema	$\langle B, +, \bullet, \overline{\ } \rangle$; $B = \{0, 1\}$; + es OR; $\bullet$ es AND; $\overline{\ }$ es NOT	
P2: Ley de Identidad	$x + 0 = x$	$x \bullet 1 = x$
P3: Ley Conmutativa	$x + y = y + x$	$x \bullet y = y \bullet x$
P4: Ley Distributiva	$x \bullet (y + z) = (x \bullet y) + (x \bullet z)$	$x + (y \bullet z) = (x+y) \bullet (x+z)$
P5: Ley del Complemento	$x + \overline{x} = 1$	$x \bullet \overline{x} = 0$
T1: Ley de Idempotencia	$x + x = x$	$x \bullet x = x$
T2: Ley de Elem. dominantes	$x + 1 = 1$	$x \bullet 0 = 0$
T3: Ley Involutiva	$\overline{(\overline{x})} = x$	
T4: Ley de Absorción	$x + (x \bullet y) = x$	$x \bullet (x+y) = x$

Propiedades y teoremas del Álgebra de Conmutación

Postulado/Teorema	$\langle B, +, \bullet, \overline{\ } \rangle$; $B = \{0, 1\}$; + es OR; • es AND ; $\overline{\ }$ es NOT	
P2: Ley de Identidad	$x + 0 = x$	$x \bullet 1 = x$
P3: Ley Conmutativa	$x + y = y + x$	$x \bullet y = y \bullet x$
P4: Ley Distributiva	$x \bullet (y + z) = (x \bullet y) + (x \bullet z)$	$x + (y \bullet z) = (x+y) \bullet (x+z)$
P5: Ley del Complemento	$x + \overline{x} = 1$	$x \bullet \overline{x} = 0$
T1: Ley de Idempotencia	$x + x = x$	$x \bullet x = x$
T2: Ley de Elem. dominantes	$x + 1 = 1$	$x \bullet 0 = 0$
T3: Ley Involutiva	$\overline{(\overline{x})} = x$	
T4: Ley de Absorción	$x + (x \bullet y) = x$	$x \bullet (x+y) = x$
T5: Ley del Consenso	$x + (\overline{x} \bullet y) = x + y$	$x \bullet (\overline{x}+y) = x \bullet y$

Propiedades y teoremas del Álgebra de Conmutación

Postulado/Teorema	$<B, +, \bullet, \overline{\ \ }>$; $B = \{0, 1\}$; + es OR; • es AND ; $\overline{\ \ }$ es NOT	
P2: Ley de Identidad	$x + 0 = x$	$x \bullet 1 = x$
P3: Ley Conmutativa	$x + y = y + x$	$x \bullet y = y \bullet x$
P4: Ley Distributiva	$x \bullet (y + z) = (x \bullet y) + (x \bullet z)$	$x + (y \bullet z) = (x+y) \bullet (x+z)$
P5: Ley del Complemento	$x + \overline{x} = 1$	$x \bullet \overline{x} = 0$
T1: Ley de Idempotencia	$x + x = x$	$x \bullet x = x$
T2: Ley de Elem. dominantes	$x + 1 = 1$	$x \bullet 0 = 0$
T3: Ley Involutiva	$\overline{(\overline{x})} = x$	
T4: Ley de Absorción	$x + (x \bullet y) = x$	$x \bullet (x+y) = x$
T5: Ley del Consenso	$x + (\overline{x} \bullet y) = x + y$	$x \bullet (\overline{x}+y) = x \bullet y$
T6: Ley Asociativa	$x + (y+z) = (x+y) + z$	$x \bullet (y \bullet z) = (x \bullet y) \bullet z$

Propiedades y teoremas del Álgebra de Conmutación

Postulado/Teorema	$\langle B, +, \bullet, \overline{\ } \rangle$; $B = \{0, 1\}$; + es OR; • es AND ; $\overline{\ }$ es NOT	
P2: Ley de Identidad	$x + 0 = x$	$x \bullet 1 = x$
P3: Ley Conmutativa	$x + y = y + x$	$x \bullet y = y \bullet x$
P4: Ley Distributiva	$x \bullet (y + z) = (x \bullet y) + (x \bullet z)$	$x + (y \bullet z) = (x+y) \bullet (x+z)$
P5: Ley del Complemento	$x + \overline{x} = 1$	$x \bullet \overline{x} = 0$
T1: Ley de Idempotencia	$x + x = x$	$x \bullet x = x$
T2: Ley de Elem. dominantes	$x + 1 = 1$	$x \bullet 0 = 0$
T3: Ley Involutiva	$\overline{(\overline{x})} = x$	
T4: Ley de Absorción	$x + (x \bullet y) = x$	$x \bullet (x+y) = x$
T5: Ley del Consenso	$x + (\overline{x} \bullet y) = x + y$	$x \bullet (\overline{x}+y) = x \bullet y$
T6: Ley Asociativa	$x + (y+z) = (x+y) + z$	$x \bullet (y \bullet z) = (x \bullet y) \bullet z$
T7: Ley de De Morgan	$\overline{x \bullet y} = \overline{x} + \overline{y}$	$\overline{x + y} = \overline{x} \bullet \overline{y}$

Propiedades y teoremas del Álgebra de Conmutación

Postulado/Teorema	$<B, +, \bullet, \overline{\ \ }>$; $B = \{0, 1\}$; + es OR; • es AND ; $\overline{\ \ }$ es NOT	
P2: Ley de Identidad	$x + 0 = x$	$x \bullet 1 = x$
P3: Ley Conmutativa	$x + y = y + x$	$x \bullet y = y \bullet x$
P4: Ley Distributiva	$x \bullet (y + z) = (x \bullet y) + (x \bullet z)$	$x + (y \bullet z) = (x+y) \bullet (x+z)$
P5: Ley del Complemento	$x + \overline{x} = 1$	$x \bullet \overline{x} = 0$
T1: Ley de Idempotencia	$x + x = x$	$x \bullet x = x$
T2: Ley de Elem. dominantes	$x + 1 = 1$	$x \bullet 0 = 0$
T3: Ley Involutiva	$\overline{(\overline{x})} = x$	
T4: Ley de Absorción	$x + (x \bullet y) = x$	$x \bullet (x+y) = x$
T5: Ley del Consenso	$x + (\overline{x} \bullet y) = x + y$	$x \bullet (\overline{x}+y) = x \bullet y$
T6: Ley Asociativa	$x + (y+z) = (x+y) + z$	$x \bullet (y \bullet z) = (x \bullet y) \bullet z$
T7: Ley de De Morgan	$\overline{x \bullet y} = \overline{x} + \overline{y}$	$\overline{x + y} = \overline{x} \bullet \overline{y}$
T8: Ley de De Morgan gen.	$\overline{x \bullet y \bullet z \bullet \ldots} = \overline{x} + \overline{y} + \overline{z} + \ldots$	$\overline{x + y + z + \ldots} = \overline{x} \bullet \overline{y} \bullet \overline{z} \bullet \ldots$

Propiedades y teoremas del Álgebra de Conmutación

Postulado/Teorema	<B, +, •, ‾ >; B = {0, 1}; + es OR; • es AND; ‾ es NOT	
P2: Ley de Identidad	$x + 0 = x$	$x \bullet 1 = x$
P3: Ley Conmutativa	$x + y = y + x$	$x \bullet y = y \bullet x$
P4: Ley Distributiva	$x \bullet (y + z) = (x \bullet y) + (x \bullet z)$	$x + (y \bullet z) = (x+y) \bullet (x+z)$
P5: Ley del Complemento	$x + \overline{x} = 1$	$x \bullet \overline{x} = 0$
T1: Ley de Idempotencia	$x + x = x$	$x \bullet x = x$
T2: Ley de Elem. dominantes	$x + 1 = 1$	$x \bullet 0 = 0$
T3: Ley Involutiva	$\overline{(\overline{x})} = x$	
T4: Ley de Absorción	$x + (x \bullet y) = x$	$x \bullet (x+y) = x$
T5: Ley del Consenso	$x + (\overline{x} \bullet y) = x + y$	$x \bullet (\overline{x}+y) = x \bullet y$
T6: Ley Asociativa	$x + (y+z) = (x+y) + z$	$x \bullet (y \bullet z) = (x \bullet y) \bullet z$
T7: Ley de De Morgan	$\overline{x \bullet y} = \overline{x} + \overline{y}$	$\overline{x + y} = \overline{x} \bullet \overline{y}$
T8: Ley de De Morgan generalizada	$\overline{x \bullet y \bullet z \bullet \ldots} = \overline{x} + \overline{y} + \overline{z} + \ldots$	$\overline{x + y + z + \ldots} = \overline{x} \bullet \overline{y} \bullet \overline{z} \bullet \ldots$
T9: Ley del consenso generalizado	$x \bullet y + \overline{x} \bullet z + y \bullet z = x \bullet y + \overline{x} \bullet z$	$(x+y) \bullet (\overline{x}+z) \bullet (y+z) = (x+y) \bullet (\overline{x}+z)$

Índice Álgebra de Conmutación

- Operadores lógicos básicos y puertas lógicas
- Propiedades y teoremas del Álgebra de Conmutación
  - Operadores OR, AND y NOT
- Funciones de conmutación
  - Representación mediante Tabla de Verdad, Kmapa y circuito lógico
- Formas normalizadas
  - Suma de productos
  - Productos de suma
- Formas canónicas
  - Suma de mintérminos
  - Producto de maxtérminos
- Funciones de conmutación incompletas
- Otras funciones lógicas

Variables y funciones de conmutación

- Variable binaria (x, y, z, x_1, x_2, etc): es una variable que sólo puede tomar valores binarios (0 ó 1)

- Función de Conmutación de n variables:

  $f(x_1, x_2\ldots\ldots, x_n)$

  Asocia un valor binario (0 ó 1) a cada una de las 2^n combinaciones que pueden tomar sus n variables. Estos valores pueden representarse mediante una **Tabla de Verdad**

- Las funciones de conmutación son la base del diseño de los circuitos digitales
  - las variables son las entradas del circuito
  - Las funciones son la salidas del circuito

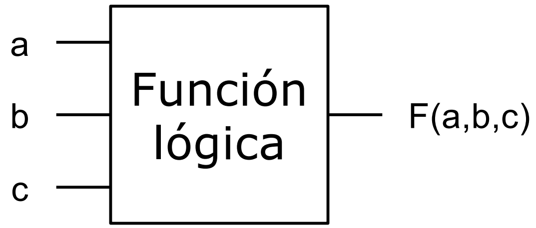


Tabla de verdad de una función de n variables

Tabla 2.12: Tabla de verdad de una función genérica de n variables

$x_1 x_2 \ldots x_n$	$f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$
$00\ldots0$	$f(0,0,\ldots,0)$
$00\ldots1$	$f(0,0,\ldots,1)$
$\ldots$	$\ldots$
$11\ldots1$	$f(1,1,\ldots,1)$

- Representan los 2^n valores que pueden tomar las n variables (x1, x2 …. xn) y los correspondientes valores de la función para cada uno de esos valores

- Una función es completa (o completamente especificada) si está definido el valor de la función para todas las combinaciones de los valores de las variables

Expresiones de conmutación

- Expresión algebraica que relaciona variables binarias utilizando operadores lógicos AND (•) , OR (+), NOT (¯ , ’) , el signo = y los elementos unitarios 0 y 1
- Precedencia de · sobre +
  - $x + (y \bullet z') = x + y \bullet z'$
- "·" se puede ser omitir
  - $x + y \bullet z' = x + yz'$
- Aplicando las propiedades y teoremas del Álgebra de Conmutación, puedo obtener infinitas expresiones equivalentes (todas representan a la misma función)
- Una función de conmutación tiene infinitas expresiones algebraicas que la representan. Estaremos interesados en encontrar la expresión “más reducida posible” para conseguir el circuito mínimo

Representación de funciones de conmutación (Ejemplo)

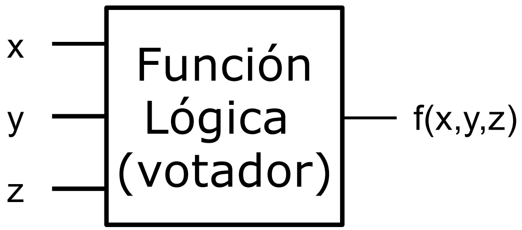


Diagrama de bloques

$$f(x,y,z) = xy + xz + yz$$

Expresión algebraica

x y z	f
0 0 0	0
0 0 1	0
0 1 0	0
0 1 1	1
1 0 0	0
1 0 1	1
1 1 0	1
1 1 1	1

Tabla de Verdad

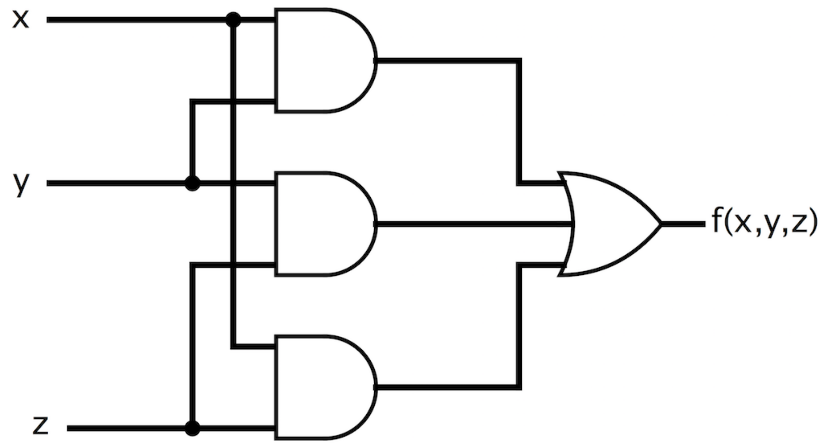
z \ x y	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	0	1	1	1

f

K-mapa

```
module votador(
  input x,y,z,
  output f);
  assign f= x&y | x&z | y&z;
endmodule
```

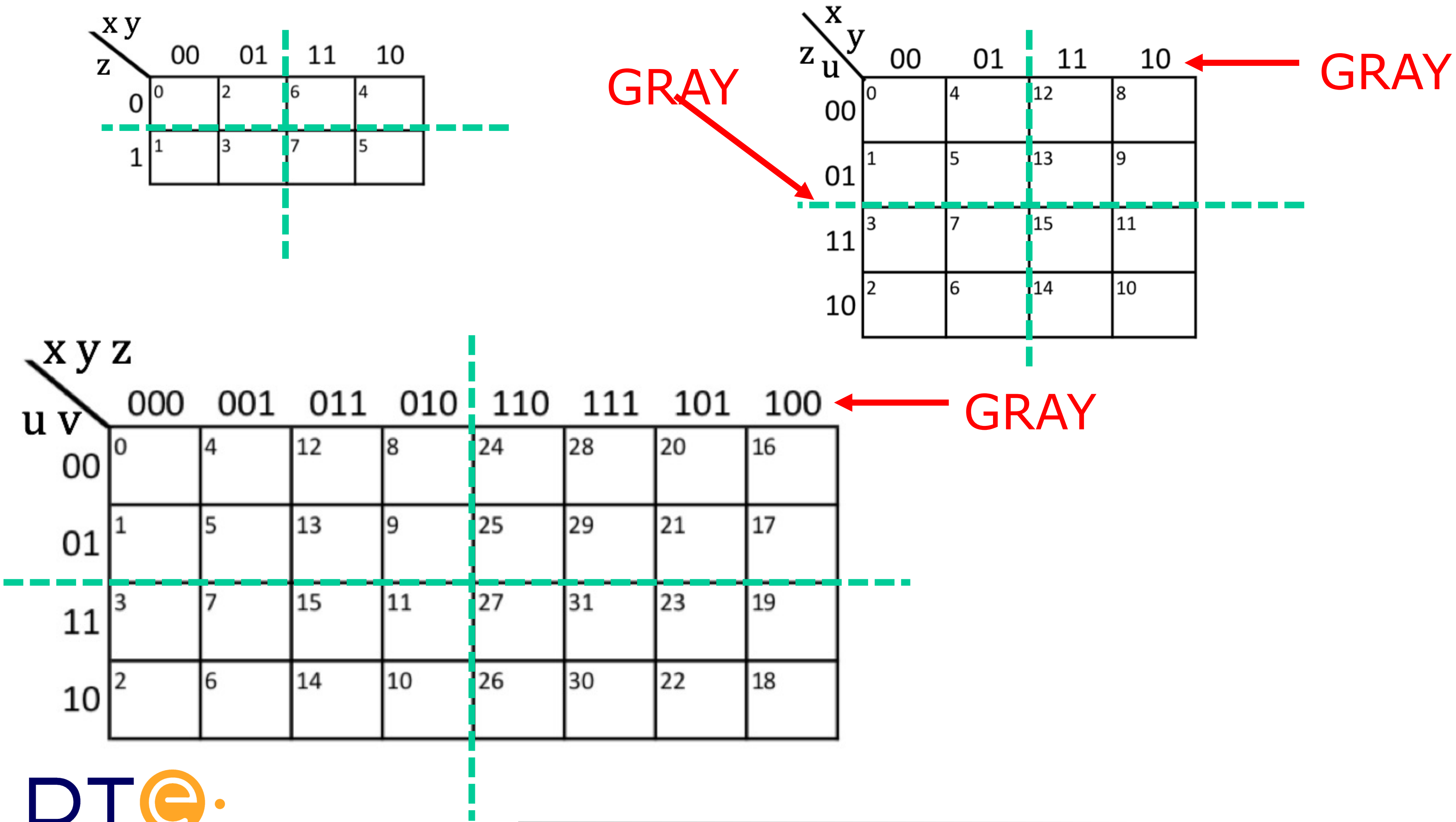
Código Verilog



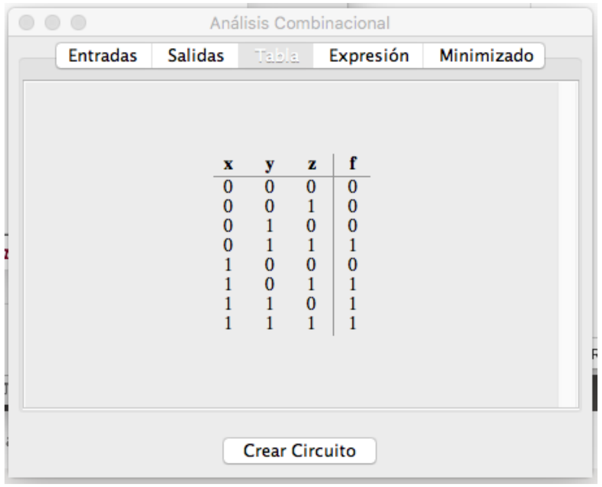
Circuito lógico

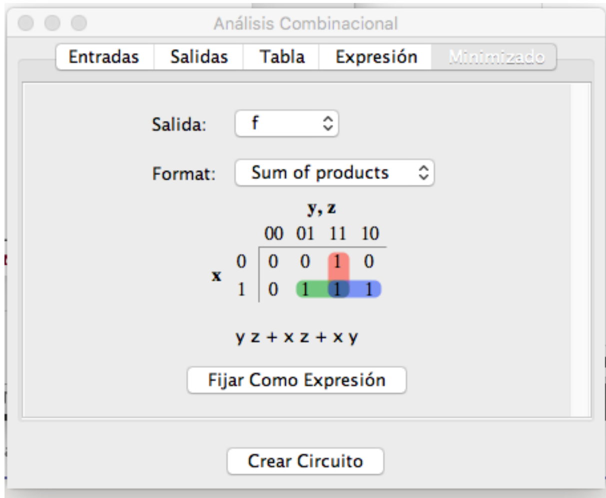
Mapas de Karnaugh

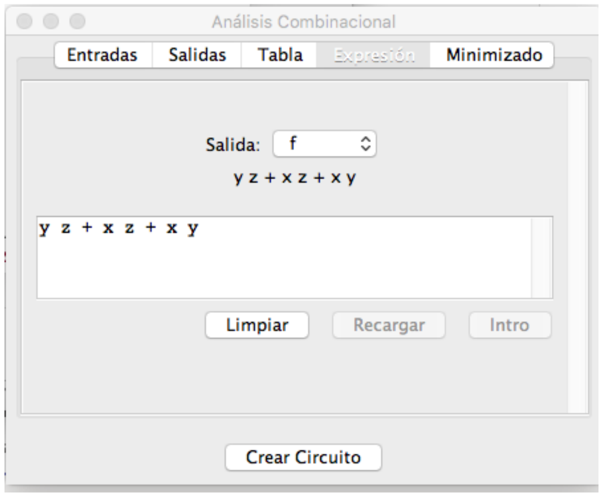
El mapa de Karnaugh (Kmapa) da la misma información que la TV, pero ordena los mintérminos y maxtérminos con propiedades muy interesantes:

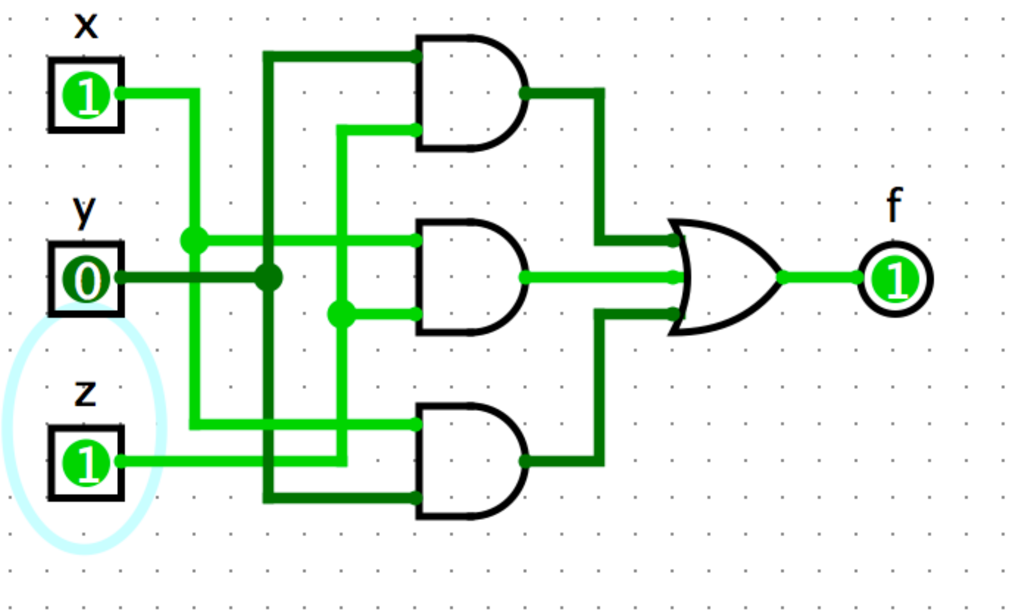


Ejemplo de ciclo de diseño del circuito con ayuda del programa Logisim









Índice Álgebra de Conmutación

- Operadores lógicos básicos y puertas lógicas
- Propiedades y teoremas del Álgebra de Conmutación
  - Operadores OR, AND y NOT
- Funciones de conmutación
  - Representación mediante Tabla de Verdad, Kmapa y circuito lógico
- Formas normalizadas
  - Suma de productos
  - Productos de suma
- Formas canónicas
  - Suma de mintérminos
  - Producto de maxtérminos
- Funciones de conmutación incompletas
- Otras funciones lógicas

Formas normales: SP y PS

Definiciones

- Literal: *una variable binaria que aparece complementada o sin complementar en una expresión de conmutación*
- Término producto: un literal o producto de literales. Ej. xyz'
- Término suma: un literal o suma de literales. Ej. $x + y + z'$
- Cualquier función algebraica puede representarse en forma normal de suma de productos (suma de términos producto)

  Ejemplo: $f(x, y, z) = xy + yz' + x'$
- Cualquier función algebraica puede representarse en forma normal de producto de sumas (producto de términos suma)

  Ejemplo: $f(x, y, z) = (x + y)y(z' + x')$

Cómo obtener expresiones normales (SP y PS)

¿Cómo obtener expresiones normales?

- De forma algebraica: *aplicando las leyes de De Morgan y la propiedad distributiva, y simplificando si se puede*
- De forma gráfica: mediante el K-mapa (próximo tema)

Ejemplos:

$$f(x,y,z) = x(y + yz') + x' = xy + xyz' + x' = xy + x' = x' + y$$

$$f(a,b,c) = \overline{(a + bc)} + b = \bar{a} \bullet \overline{bc} + b = \bar{a} \bullet (\bar{b} + \bar{c}) + \mathrm{b} = \bar{a}\bar{b} + \bar{a}\bar{c} + b$$

$$= \bar{a}b + \bar{a}\bar{c} = \bar{a}\,(b + \bar{c})$$

Índice Álgebra de Conmutación

- Operadores lógicos básicos y puertas lógicas
- Propiedades y teoremas del Álgebra de Conmutación
  - Operadores OR, AND y NOT
- Funciones de conmutación
  - Representación mediante Tabla de Verdad, Kmapa y circuito lógico
- Formas normalizadas
  - Suma de productos
  - Productos de suma
- Formas canónicas
  - Suma de mintérminos
  - Producto de maxtérminos
- Funciones de conmutación incompletas
- Otras funciones lógicas

Formas canónicas: suma de mintérminos $\sum(mi)$

- Mintérmino de n variales: *cada uno de los 2^n términos producto que pueden formarse conteniendo las n variables (complementadas o sin complementar).*

- Por ejemplo, para 3 variables:

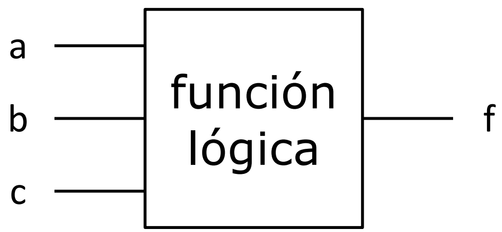
$$si\ x = 0 \xrightarrow{\text{"da lugar a…"}} \cdot\, \bar{x}$$
$$si\ x = 1 \xrightarrow{\text{"da lugar a…"}} \cdot\, x$$

$a\ b\ c$	$\mathbf{mi\ (mint\acute{e}rminos)}$
0 0 0	$\bar{a}\ \bar{b}\ \bar{c} = \mathrm{m0}$
0 0 1	$\bar{a}\ \bar{b}\ c = \mathrm{m1}$
0 1 0	$\bar{a}\ b\ \bar{c} = \mathrm{m2}$
0 1 1	$\bar{a}\ b\ c = m3$
1 0 0	$a\ \bar{b}\ \bar{c} = m4$
1 0 1	$a\ \bar{b}\ c = m5$
1 1 0	$a\ b\ \bar{c} = m6$
1 1 1	$a\ b\ c = m7$

- *Cualquier función de comutación puede ponerse en forma canónica de **suma de los mitérminos** correspondientes a los "unos" de la función*

Ejemplo: suma de mintérminos $\sum(mi)$

$$si\ x = 0 \xrightarrow{\text{"da lugar a…"}} \cdot\, \bar{x}$$
$$si\ x = 1 \xrightarrow{\text{"da lugar a…"}} \cdot\, x$$



Siempre es posible obtener una expresión para una función combinando NOT, AND y OR.

Método:
1. Se obtiene la tabla de verdad de la función
2. Se suman (OR) todos los mintérminos correspondientes a los "unos" de la función.

El resultado es una expresión de la función en **forma canónica de suma mintérminos**.

a b c	f
0 0 0	0
0 0 1	0
0 1 0	0
0 1 1	1
1 0 0	0
1 0 1	1
1 1 0	1
1 1 1	1

$$f(a,b,c) = m3 + m5 + m6 + m7 = \sum(3,5,6,7) =$$
$$= \bar{a}\,\mathrm{b}\,\mathrm{c} + a\,\bar{b}\,\mathrm{c} + a\,\mathrm{b}\,\bar{c} + a\,\mathrm{b}\,\mathrm{c}$$

(Es una expresión canónica, no mínima)

Formas canónicas: producto de Maxtérminos ∏(Mi)

- Maxtérmino de n variales: *cada uno de los 2^n términos suma que pueden formarse conteniendo las n variables (complementadas o sin complementar).*

- Por ejemplo, para 3 variables:

$a\ b\ c$	$\boldsymbol{Mi\ (Maxtérminos)}$
0 0 0	$(a + b + c) = M0$
0 0 1	$(a + b + \overline{c}) = M1$
0 1 0	$(a + \overline{b} + c) = M2$
0 1 1	$(a + \overline{b} + \overline{c}) = M3$
1 0 0	$(\overline{a} + b + c) = M4$
1 0 1	$(\overline{a} + b + \overline{c}) = M5$
1 1 0	$(\overline{a} + \overline{b} + c) = M6$
1 1 1	$(\overline{a} + \overline{b} + \overline{c}) = M7$

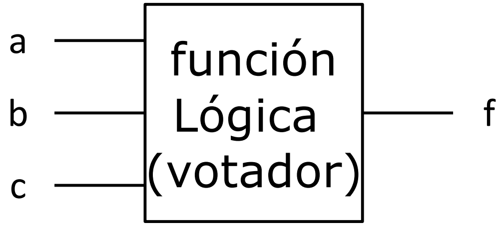
$$si\ x = 0 \xrightarrow{\text{"da lugar a..."}} +x$$
$$si\ x = 1 \xrightarrow{\text{"da lugar a..."}} +\bar{x}$$

- *Cualquier función de comutación puede ponerse en forma canónica de **producto de maxtérminos** correspondientes a los "ceros" de la función*

$$si\ x = 0 \xrightarrow{\text{"da lugar a…"}} +x$$

$$si\ x = 1 \xrightarrow{\text{"da lugar a…"}} +\bar{x}$$

Ejemplo: producto de maxtérminos ∏(Mi)



Siempre es posible obtener una expresión para una función combinando NOT, AND y OR.

Método:
1. Se obtiene la tabla de verdad de la función
2. Se multiplican (AND) todos los maxtérminos correspondientes a los "ceros" de la función.

El resultado es una expresión de la función en **forma canónica de producto de maxtérminos**.

a b c	f
0 0 0	0
0 0 1	0
0 1 0	0
0 1 1	1
1 0 0	0
1 0 1	1
1 1 0	1
1 1 1	1

$$f(a,b,c) = M0 \bullet M1 \bullet M2 \bullet M4 = \prod(0,1,2,4) =$$

$$=(a+ \mathrm{b} + \mathrm{c})(a+ \mathrm{b} + \bar{c})(a+ \bar{b} + \mathrm{c})(\bar{a} + \mathrm{b} + \mathrm{c})$$

(Es una expresión canónica, no mínima)

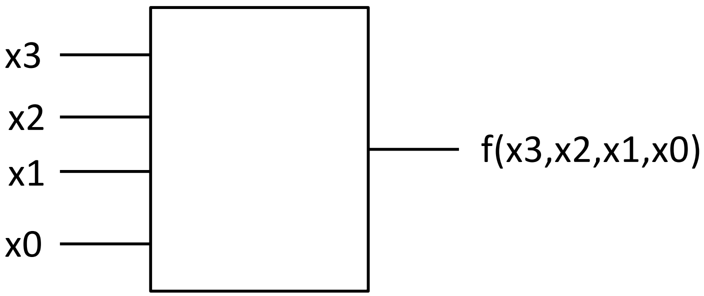
Índice Álgebra de Conmutación

- Operadores lógicos básicos y puertas lógicas
- Propiedades y teoremas del Álgebra de Conmutación
  - Operadores OR, AND y NOT
- Funciones de conmutación
  - Representación mediante Tabla de Verdad, Kmapa y circuito lógico
- Formas normalizadas
  - Suma de productos
  - Productos de suma
- Formas canónicas
  - Suma de mintérminos
  - Producto de maxtérminos
- Funciones de conmutación incompletas
- Otras funciones lógicas

Funciones incompletamente especificadas

- *Son funciones que no tienen definido un valor concreto para algunas combinaciones de los valores de sus entradas.*

Ejemplo:
Obtenga la tabla de verdad de un circuito que genere salida f =1 cuando los cuatro bits de un dígito BCD correspondan a un número múltiplo de 3.



$x3\ x2\ x1\ x0$	f
0 0 0 0	1
0 0 0 1	0
0 0 1 0	0
0 0 1 1	1
0 1 0 0	0
0 1 0 1	0
0 1 1 0	1
0 1 1 1	0
1 0 0 0	0
1 0 0 1	1
1 0 1 0	x
1 0 1 1	x
1 1 0 0	x
1 1 0 1	x
1 1 1 0	x
1 1 1 1	x

No son BCD

Índice Álgebra de Conmutación

- Operadores lógicos básicos y puertas lógicas
- Propiedades y teoremas del Álgebra de Conmutación
  - Operadores OR, AND y NOT
- Funciones de conmutación
  - Representación mediante Tabla de Verdad, Kmapa y circuito lógico
- Formas normalizadas
  - Suma de productos
  - Productos de suma
- Formas canónicas
  - Suma de mintérminos
  - Producto de maxtérminos
- Funciones de conmutación incompletas
- Otras funciones lógicas

Otras funciones lógicas

XY	F_0	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6	F_7	F_8	F_9	F_{10}	F_{11}	F_{12}	F_{13}	F_{14}	F_{15}
00	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
01	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
10	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
11	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1

Otras funciones lógicas

XY	F_0	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6	F_7	F_8	F_9	F_{10}	F_{11}	F_{12}	F_{13}	F_{14}	F_{15}
00	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
01	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
10	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
11	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1

Otras funciones lógicas

XY	F_0	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6	F_7	F_8	F_9	F_{10}	F_{11}	F_{12}	F_{13}	F_{14}	F_{15}
00	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
01	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
10	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
11	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1

AND

NAND

Otras funciones lógicas

XY	F_0	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6	F_7	F_8	F_9	F_{10}	F_{11}	F_{12}	F_{13}	F_{14}	F_{15}
00	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
01	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
10	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
11	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
		AND													NAND	

OR NOR

Otras funciones lógicas

XY	F_0	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6	F_7	F_8	F_9	F_{10}	F_{11}	F_{12}	F_{13}	F_{14}	F_{15}
00	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
01	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
10	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
11	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
		AND		X		Y		OR	NOR		$\overline{Y}$		$\overline{X}$		NAND	

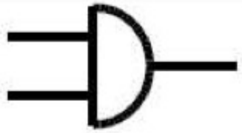
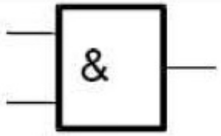
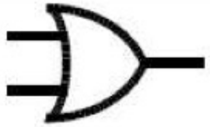
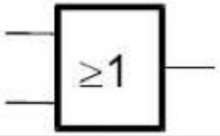
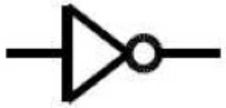
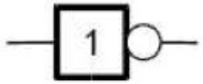
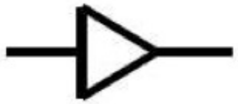
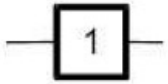
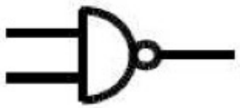
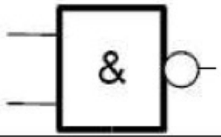
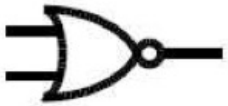
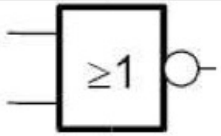
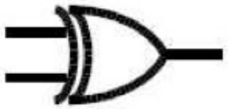
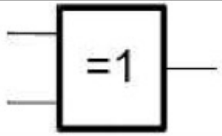
Otras funciones lógicas

X Y	F_0	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6	F_7	F_8	F_9	F_{10}	F_{11}	F_{12}	F_{13}	F_{14}	F_{15}
00	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
01	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
10	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
11	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
		AND		X		Y	EXOR	OR	NOR	EXNOR	$\overline{Y}$		$\overline{X}$		NAND	

Otras funciones lógicas

XY	F_0	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6	F_7	F_8	F_9	F_{10}	F_{11}	F_{12}	F_{13}	F_{14}	F_{15}
00	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
01	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
10	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
11	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
	CERO	AND		X		Y	EXOR	OR	NOR	EXNOR	$\overline{Y}$		$\overline{X}$		NAND	UNO

Símbolos de puertas lógicas

Nombre	Símbolo gráfico	Símbolo IEEE
AND		
OR		
NOT		
BUFFER o Seguidor		
NAND		
NOR		
EXOR		
NEXOR o XNOR