

Apellidos:

Nombre:

Ejercicio 1 [3 puntos]

1. Use un tablero semántico para decidir si el siguiente conjunto U es consistente y, en su caso, construya un modelo de U a partir del tablero:

$$U = \{\forall x P(x), \exists x \forall y (\neg P(x) \vee Q(x, y)), \neg \forall x \exists y (P(x) \rightarrow Q(x, y))\}$$

2. Use un tablero semántico para decidir si la siguiente fórmula F es válida y, en su caso, construya un contramodelo de F a partir del tablero:

$$F : \exists x \forall y (R(x, x) \rightarrow R(y, y))$$

Ejercicio 2 [2 puntos] Mediante una prueba por resolución, decida si se verifica o no la siguiente relación de consecuencia lógica:

$$\exists y \forall x (P(x) \rightarrow Q(f(x), y)) \models \forall x (P(x) \rightarrow \exists y Q(x, y))$$

Ejercicio 3 [1.75 puntos] Se considera el siguiente conjunto de cláusulas S :

$$\{\{\neg P(f(x), z), \neg P(u, z)\}, \{\neg R(z), \neg R(f(z)), \neg Q(x)\}, \{\neg R(b), Q(f(x))\}, \{P(x, a), P(x, z), R(w)\}\}$$

Dé una prueba por resolución de que S es inconsistente.

Ejercicio 4 [2 puntos] Se considera el siguiente conjunto de cláusulas S :

$$\{\{P(f(a))\}, \{\neg R(f(a))\}, \{\neg P(x), Q(x, a)\}, \{\neg Q(z, y), R(z)\}\}$$

Demuestre que la extensión de Herbrand de S , $EH(S)$, es inconsistente.

Ejercicio 5 [1.25 puntos]

1. Usando los símbolos de predicado $P(x, y) = "x \text{ aprueba } y"$, $S(x) = "x \text{ es una asignatura}"$ y los símbolos de constante a, b para denotar a Ana y Bea, formaliza:

(a) Alguien ha aprobado todas las asignaturas.

(b) Ana ha aprobado, como poco, dos asignaturas.

(c) Bea ha aprobado, como mucho, dos asignaturas.

2. Se considera el lenguaje de primer orden $L = \{P/1, Q/1; f/1\}$ y las fórmulas

$$A : \forall x (P(x) \rightarrow Q(f(x))), \quad B : \forall x (f(x) \neq x), \quad C : \forall u P(u) \rightarrow \forall z Q(z).$$

Describe una estructura $M = (U, I)$ de universo $U = \{1, 2, 3\}$ tal que en M la fórmula $(A \wedge B) \rightarrow C$ sea falsa.