Lógica Informática — Primera Convocatoria
Grado en Ingeniería Informática — Segundo examen
Ingeniería del Software — Evaluación Alternativa
22 de Diciembre de 2023 — Grupo 3

Apellidos y Nombre: ____________________

Ejercicio 1 *(3 puntos)* Sea $L = \{a, f/1, g/1, P/1, Q/1, R/2\}$ un lenguaje de primer orden donde a es un símbolo de **constante**, f, g son símbolos de **función** y P, Q, R son **predicados**.

1. Calcule una **estructura** sobre L que sea **modelo** del siguiente conjunto de fórmulas:

$$S = \Big\{\forall x\big(P(x) \to \forall y Q(f(y))\big),\\ \neg\forall x P(x),\\ \exists y\big(P(y) \land R(y,a) \land \neg Q(y)\big),\\ \neg\exists x R(x, g(x))\Big\}$$

   Para ello:

   a) Demuestre que es imposible que dicha estructura tenga un universo **unitario** (con un solo elemento).

   b) Considere un universo con **dos elementos** y calcule el resto de la estructura para conseguir que sea modelo de S.

2. Sea la **estructura** $\mathcal{I} = (U, I)$ sobre L:

   - $U = \{0, 1\}$
   - $a^I = 0$
   - $P^I = \{0, 1\}$
   - $Q^I = \varnothing$
   - $R^I = \{(0,1), (1,0)\}$
   - $f^I(0) = 0$; $f^I(1) = 0$
   - $g^I(0) = 0$; $g^I(1) = 0$

   Calcule el **valor de verdad** de las siguientes fórmulas aplicando dicha estructura:

   a) $\forall x\big(R(f(x), x) \to R(x,x) \land P(x)\big)$

   b) $\exists x\big(R(x, f(x)) \land R(g(x), x) \lor Q(x)\big)$

3. Sea el siguiente conjunto de cláusulas sobre L:

$$S = \Big\{\big\{P(z), \neg R(x,z)\big\},\\ \big\{\neg Q(y)\big\},\\ \big\{R(g(a), f(a))\big\},\\ \big\{\neg P(x), Q\big(f(g(a))\big)\big\}\Big\}$$

   Calcule un **subconjunto** de la extensión de **Herbrand** de S que sea **inconsistente**.

SIGUE DETRÁS

Ejercicio 2 *(2,5 puntos)* Dado el siguiente argumento lógico:

- F_1: Existen **alumnos** que siguen a todos los **youtubers** en redes sociales.
- F_2: No existen **alumnos** que sigan a algún **profesor** en redes sociales.
- G: Por lo tanto, ningún **youtuber** es **profesor**.

1. **Formalizar** cada una de las afirmaciones anteriores usando el siguiente lenguaje de primer orden: $A(x)$ indica que x es un alumno, $Y(x)$ indica que x es un youtuber, $P(x)$ indica que x es un profesor y $S(x, y)$ indica que x sigue a y en redes sociales.
2. Demostrar, usando **tableros semánticos**, que se puede deducir G de las premisas F_1 y F_2, es decir, $\{F_1, F_2\} \vDash G$. *Nota: Se puntuará la correcta explicación de cada paso realizado.*

Ejercicio 3 *(2 puntos)* Calcular una forma **prenexa**, una forma de **Skolem** y una forma **clausal** de la siguiente fórmula en lógica de primer orden (se debe entender que x, y son variables, f es una función, b es una constante y P, Q, R son predicados):

$$F : \exists x\Big(\neg\forall y Q\big(f(y)\big) \ \vee \ \forall y R\big(x, y\big)\Big) \rightarrow \exists x\Big(\neg P\big(f(x)\big) \rightarrow Q\big(b\big)\Big)$$

Nota: Se puntuará la correcta explicación de cada paso realizado.

Ejercicio 4 *(2,5 puntos)* Demostrar, por **resolución**, la **inconsistencia** del siguiente conjunto de cláusulas de primer orden (se debe entender que w, x, y, z son variables, f, g son funciones, a, b son constantes y P, Q, R son predicados):

$$\begin{aligned} S = \Big\{ & \Big\{\neg Q\big(f(a)\big), P\big(g(w)\big)\Big\}, \\ & \Big\{R\big(w, x\big), Q\big(z\big), R\big(w, b\big)\Big\}, \\ & \Big\{\neg P\big(w\big), \neg Q\big(y\big)\Big\}, \\ & \Big\{\neg R\big(y, x\big), \neg R\big(g(w), x\big)\Big\}\Big\} \end{aligned}$$

Nota: Se puntuará la correcta explicación de cada paso realizado.