

22 DE DICIEMBRE DE 2023

APELLIDOS Y NOMBRE: _____

Ejercicio 1 (2 puntos)

Consideremos L el lenguaje de primer orden que contiene los símbolos de constante *Superman*, *Batman* y *Ironman* y el símbolo de predicado *más_popular* de aridad 2 (*más_popular*(x, y) representa que el superhéroe x es más popular que el superhéroe y).

Se pide formalizar en L los siguientes enunciados:

- *Superman* es el más popular de todos los superhéroes.
- *Batman* y *Ironman* son igual de populares.
- *Ironman* es más popular que al menos dos superhéroes.
- El único superhéroe que es más popular que *Batman* y *Ironman* es *Superman*.

Ejercicio 2 (2 puntos)

Demostrar, mediante tableros semánticos, que la fórmula

$$G: \forall x P(x) \vee \forall x R(x, x)$$

no es consecuencia lógica del conjunto de fórmulas $\{F_1, F_2\}$, donde

$$F_1: \forall x (P(x) \vee Q(x))$$

$$F_2: \forall x (Q(x) \rightarrow R(x, x))$$

Obtener un contramodelo de Herbrand a partir del tablero construido, explicitando también el universo y la base de Herbrand del lenguaje.

Ejercicio 3 (2 puntos)

Calcular una forma normal prenexa conjuntiva, una forma de Skolem y una forma clausal de la siguiente fórmula de primer orden:

$$\forall x ((P(x) \wedge \exists y Q(f(x), y)) \leftrightarrow \exists y R(y, x))$$

Ejercicio 4 (4 puntos)

Consideremos el conjunto de cláusulas de primer orden

$$S = \left\{ \{ \neg P(y, f(x)), \neg P(a, z) \}, \{ P(a, x), Q(f(x)), Q(y) \}, \{ P(y, f(b)), \neg Q(x) \} \right\}$$

Se pide demostrar que S es inconsistente:

- Refutando S por resolución.
- A partir del teorema de Herbrand, seleccionando justificadamente (es decir, indicando a partir de qué cláusulas de S se obtiene y usando qué sustituciones) un subconjunto de cláusulas de $EH_2(S)$ que permita demostrar que es inconsistente (no es necesario explicitar $EH_2(S)$ al completo).