

26 DE OCTUBRE DE 2023

APELLIDOS Y NOMBRE: _____ GRUPO: ____

Ejercicio 1 (2 puntos)

1. Sean F_1, F_2, F_3 y F_4 fórmulas proposicionales de las que se conoce lo siguiente: F_1 es una tautología; F_2 es insatisfacible; F_3 es satisfacible; F_4 es verdadera para la interpretación I .

Para cada uno de los siguientes enunciados, decidir razonadamente si es verdadero, falso o imposible de saber con la información proporcionada:

- $F_4 \wedge \neg F_2$ es satisfacible.
- $F_3 \leftrightarrow F_2$ es tautología.
- $F_2 \vee F_4 \rightarrow F_1 \wedge F_3$ es falsa para I .
- $(F_3 \leftrightarrow F_1) \vee (F_3 \leftrightarrow F_2)$ es verdadera para I .

2. Consideremos el lenguaje de primer orden L que tiene el símbolo de predicado $M(x, y)$, que expresa que la persona x es la madre de la persona y , y el símbolo de predicado $P(x, y)$, que expresa que la persona x es el padre de la persona y .

Se pide usar el lenguaje L para formalizar en lógica de primer orden los siguientes enunciados:

- Toda persona tiene al menos una madre y un padre y son personas distintas.
- Toda persona tiene una única madre y un único padre.

Ejercicio 2 (1.75 puntos)

Decidir, mediante tableros semánticos, si

$$\{\exists y \forall x P(x, y), \forall x (\neg Q(x, x) \rightarrow \neg P(x, x))\} \models \forall x \exists y Q(x, y)$$

En caso negativo, obtener un contramodelo a partir del tablero construido.

Ejercicio 3 (1.25 puntos)

Demostrar, mediante formas normales, que la siguiente fórmula es satisfacible:

$$((p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r)) \rightarrow (p \rightarrow (q \wedge r))$$

Obtener todos los modelos de la fórmula a partir de la forma normal construida.

Ejercicio 4 (1.5 puntos)

Calcular una forma normal prenexa, una forma de Skolem y una forma clausal de la siguiente fórmula de primer orden:

$$\neg(\exists x \forall y (R(x) \vee \neg Q(y)) \rightarrow \exists x \forall y (\neg P(x, y) \wedge P(y, x)))$$

Ejercicio 5 (1.75 puntos)

Consideremos el siguiente conjunto de cláusulas proposicionales:

$$S = \{\{p, q, s\}, \{q, \neg r, s\}, \{\neg p, q, r, s\}, \{\neg p, q, \neg r, \neg s\}, \{\neg p, \neg q, \neg r, s\}, \\ \{\neg q, r, s\}, \{p, \neg s\}, \{\neg p, r, \neg s\}, \{p, \neg r\}, \{\neg p, \neg q, \neg r, \neg s\}\}$$

Demostrar, mediante el algoritmo DPLL, que el conjunto S es inconsistente. Usar la heurística MOMS para elegir los literales de decisión.

Ejercicio 6 (1.75 puntos)

Consideremos el siguiente conjunto de cláusulas de primer orden, donde a denota un símbolo de constante y f denota un símbolo de función:

$$S = \{\{P(x), P(f(y))\}, \\ \{\neg P(f(x)), Q(x, f(x))\}, \\ \{\neg P(y), R(x), R(y)\}, \\ \{\neg R(f(a)), \neg Q(a, y)\}\}$$

Demostrar, por resolución, que S es inconsistente.