Estatística descritiva (1ed)

Apostilas de aula com exemplos em R

Djuri Vieira Luis Francisco Gómez López

2023-12-19

Índice

Bem-vindos

Prefácio

Parte I

Estatística e dados

Capítulo 1

Visão geral

Capítulo 2

Dados

Parte II

Visualização de dados

Capítulo 3

Tabelas

Capítulo 4

Gráficos 2D

Parte III

Medidas-resumo

Capítulo 5

Medidas de tendência central

Capítulo 6

Medidas de posição

Capítulo 7

Medidas de dispersão

Capítulo 8

Medidas de forma

Parte IV

Probabilidad

Capítulo 9

Experimento aleatório e espaço de probabilidade

Capítulo 10

Interpretações da Probabilidade

Capítulo 11

Consequências dos axiomas de probabilidade

Capítulo 12

Independência e probabilidade condicional

Capítulo 13

Regras de contagem

Parte V

Variáveis aleatórias

Capítulo 14

Distribuições de probabilidade discretas

Capítulo 15

Distribuições de probabilidade contínuas

Referências

Halmos, Paul R. 1974. *Naive Set Theory*. Editado por S. Axler, F. W. Gehring, e K. A. Ribet. Undergraduate Texts em Mathematics. New York, NY: Springer New York. https://doi.org/10.1007/978-1-4757-1645-0.

Apêndice A

Introdução ao R

Apêndice B

Teoria ingênua dos conjuntos

A teoria dos conjuntos é um ramo da matemática que lida com coleções chamadas conjuntos. Compreender a teoria dos conjuntos é essencial, pois ela forma a base fundamental da teoria da probabilidade, que por sua vez é crucial para o estudo de estatísticas. No entanto, um entendimento básico da teoria dos conjuntos é suficiente para compreender os princípios essenciais da probabilidade e estatística, evitando a necessidade de usar um formalismo excessivo [1].

B.1 Conjuntos

Definição B.1 (Conjunto)**.** Um **conjunto** é uma coleção não ordenada de elementos únicos, ou pode ser uma coleção vazia, sem nenhum elemento.

Podemos denotar um conjunto usando uma letra arbitrária como A e descrevê-lo listando seus elementos entre chaves. Por exemplo, $A = \{1, 2\}$ é o conjunto cujos elementos são os números 1 e 2. Com base em Definição B.1 e na notação anterior, é importante fazer as seguintes observações:

- $A = \{1, 2\}$ e $B = \{2, 1\}$ são o mesmo conjunto porque conjuntos são coleções não ordenadas onde a ordem não é definida.
- $C = \{1, 1, 2, 2\}$ não está bem definido porque um conjunto contém elementos únicos, onde a especificação correta seria $C = \{1, 2\}$.
- Existe um conjunto, denotado por $\emptyset = \{\}$, chamado conjunto vazio, que não possui elementos.

[1] Para uma apresentação detalhada e clara da teoria dos conjuntos usando um sistema de axiomas, você pode consultar (Halmos 1974)

- É possível que os elementos de um conjunto sejam eles próprios conjuntos. Por exemplo, $D = \{\{1, 2\}, 3\}$ é um conjunto que contém o conjunto $\{1, 2\}$ e o número 3

O pacote R `sets` pode ser usado para ilustrar as ideias mencionadas acima para entender o conceito de conjunto. Primeiramente, podemos criar dois conjuntos e verificar se os dois conjuntos são iguais:

```r
library(sets)
A <- set(1, 2)
A
#> {1, 2}
B <- set(2, 1)
B
#> {1, 2}
A == B
#> [1] TRUE
```

Também podemos verificar a propriedade de elementos únicos em um conjunto:

```r
C <- set(1, 1, 2, 2)
C
#> {1, 2}
```

Além disso, podemos criar um conjunto vazio:

```r
empty_set <- set()
empty_set
#> {}
```

Por último, podemos definir um conjunto cujos elementos podem ser conjuntos:

```r
D <- set(A, 3)
D
#> {3, {1, 2}}
```

Definição B.2 (Relação de pertença)**.** Se a é um elemento de A, expressamos essa condição como $a \in A$. Caso contrário, expressamos que a não é um elemento de A com $a \notin A$. Na teoria dos conjuntos, $\in$ é conhecido como a relação *"é um elemento de"*.

Por exemplo, se $A = \{1, 2\}$ então $1 \in A$ e $3 \notin A$. Em R, podemos verificar se um elemento pertence a um conjunto usando o operador `%e%` do pacote `sets`, que representa a relação $\in$:

```r
1 %e% A
#> [1] TRUE
3 %e% A
#> [1] FALSE
```

Às vezes, não é possível listar os elementos de um conjunto porque os elementos são infinitos ou porque não sabemos exatamente quais são. No entanto, se sabemos a propriedade que cada elemento deve ter, podemos usar uma notação matemática conhecida como **notação construtor de conjuntos** para descrever o conjunto. Essa notação é especificada como $\{x : P(x)\}$, onde x é um elemento genérico com a propriedade $P(x)$. Por exemplo:

- $E = \{x : x \text{ é um cachorro}\}$ onde E é o conjunto que contém todos os $x$que são cachorros. Nesse caso, $P(x)$ refere-se a ter a propriedade de ser um cachorro.
- $F = \{x : x > 5 \text{ and } x \in \mathbb{N}\}$ onde F contém todos os números maiores que 5 que são números naturais. Nesse caso, $P(x)$ refere-se a todos os x maiores que 5 e pertencentes aos números naturais.

Infelizmente, o R só pode manipular objetos que podem ser representados como números e que são finitos. Portanto, o uso de pacotes como `sets` não permite representar conjuntos como E ou F no R.

Definição B.3 (Subconjunto)**.** Um conjunto A é um **subconjunto** de um conjunto B se todos os elementos de A também sejam elementos de B. Essa condição pode ser expressa através da notação $A \subseteq B$. Por outro lado, se algum elemento de A não pertencer a B, o que pode ser representado por $A \nsubseteq B$. Na teoria dos conjuntos, $\subseteq$ é conhecido como a relação de *"inclusão"*.

Por exemplo, se $A = \{1, 2\}$ e $G = \{1, 2, 3\}$ então $A \subseteq G$ porém $G \nsubseteq A$ porque $3 \in G$ e $3 \notin A$. Em R, podemos verificar se um conjunto é um subconjunto de um conjunto usando o operador `<=` do pacote `sets`, que representa a relação $\subseteq$:

```
G <- set(1, 2, 3)
G
#> {1, 2, 3}
A <= G
#> [1] TRUE
G <= A
#> [1] FALSE
```

Definição B.4 (Igualdade de conjuntos)**.** Com base em Definição B.3 podemos estabelecer uma definição equivalente para a igualdade de conjuntos. Dois conjuntos, A e B, são considerados iguais, $A = B$, se e somente se $A \subseteq G$ e $G \subseteq A$. Em outras palavras, ambos os conjuntos devem conter exatamente os mesmos elementos para serem considerados iguais.

B.2 Operações com conjuntos