7 Método de Euler hacia atrás.

Objetivo.

Resolver la ecuación de calor no estacionaria y sin fuentes en 1D usando el Método de Euler hacia atrás (implícito).

Trabajo realizado con el apoyo del Programa UNAM-DGAPA-PAPIME PE101922

```
import numpy as np
import time
import matplotlib.pyplot as plt
import macti.visual as mvis
from macti.evaluation import *

def plot_initial_status(ax, x, u):
    ax.plot(x,[0 for i in x], '-', c='gray', lw=5)#, label='Malla')
    ax.plot(x,u,'r-',lw=2, label='Cond. inicial')
    ax.plot([0,0],[0,-1], 'k--', lw=1.0)
    ax.plot([1,1],[0,1], 'k--', lw=1.0)
    ax.scatter([0,1],[u[0], u[-1]], fc='blue', ec='k', alpha=0.75, label='Cond. c
    ax.grid()

def buildMatrix(N, r):
    # Matriz de ceros
    A = np.zeros((N,N))

    # Primer renglón
    A[0,0] = 1 + 2 * r
    A[0,1] = -r

    # Renglones interiores
    for i in range(1,N-1):
        A[i,i] = 1 + 2 * r
        A[i,i+1] = -r
        A[i,i-1] = -r

    # Último renglón
    A[N-1,N-2] = -r
    A[N-1,N-1] = 1 + 2 * r

    return A
```

```
quizz = Quizz('08', 'notebooks', 'local')
```

7.1 Ejercicio 1.

Definir:

- Coordenadas de la malla: x
- Arreglo para la solución final: u
- Valores de u en la frontera.

```
# Parámetros físicos
L = 1.0    # Longitud del dominio
bA = -1    # Dirichlet en A
bB = 1     # Dirichlet en B
alpha = 1 # Parámetro físico

# Parámetros numéricos
N = 49         # Número de incógnitas
h = L / (N+1) # Tamaño de la malla
ht = 0.0001    # Paso del tiempo
Tmax = 1.0     # Tiempo total de simulación
Nt = int(Tmax / ht) # Número total de pasos
r = ht * alpha / h**2
tolerancia = 1e-6 # Criterio de termino anticipado

# Variables para medir el rendimiento
suma_tiempos = 0.0 # Tiempo total
error = []  # Errores

print(" h = {}, ht = {}, Tmax = {}, Nt = {}, r = {}".format(h, ht, Tmax, Nt, r))

# Preparación de arreglos (malla, solución)
# x = ...
# u = ...
# Condiciones de frontera
# u[0] = ...
# u[N+1] = ...

### BEGIN SOLUTION
# Preparación de arreglos (malla, solución)
x = np.linspace(0,L,N+2) # Coordenadas de la malla
u = np.zeros(N+2)        # Arreglo para la solución

# Condiciones de frontera
u[0] = bA
u[N+1] = bB

file_answer = FileAnswer()
file_answer.write('1', x, 'Las coordenadas de la malla están incorrectas.')
```

```
        file_answer.write('2', u, 'El arreglo para la solución no está bien definido.')
        ### END SOLUTION
```

```
 h = 0.02, ht = 0.0001, Tmax = 1.0, Nt = 10000, r = 0.25
El directorio :/home/jovyan/macti/notebooks/.ans/Metodo_de_Euler/ ya existe
Respuestas y retroalimentación almacenadas.
```

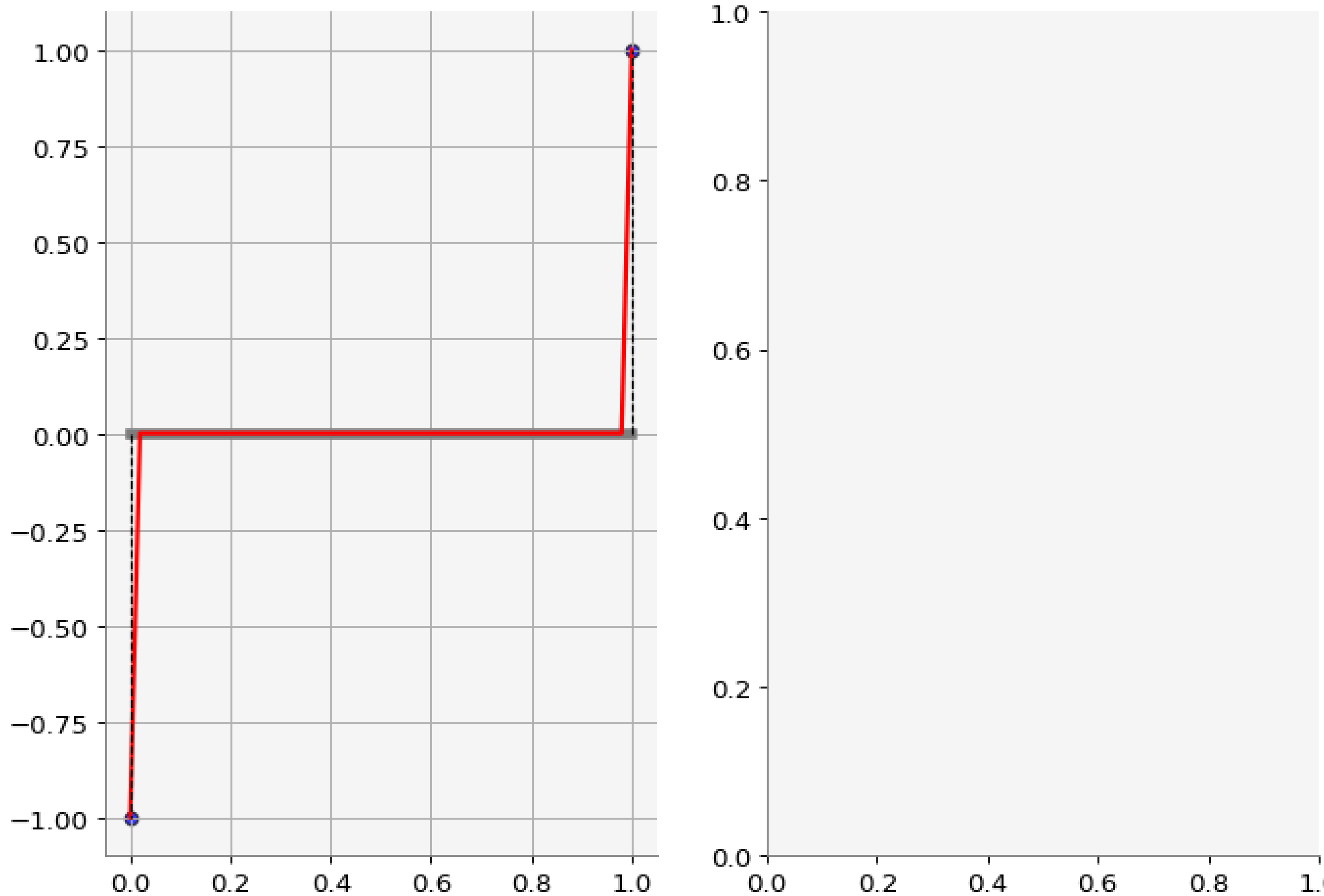
```
quizz.eval_numeric('1',x)
```

```
----------------------------------------
1 | Tu resultado es correcto.
----------------------------------------
```

```
quizz.eval_numeric('2',u)
```

```
----------------------------------------
2 | Tu resultado es correcto.
----------------------------------------
```

```
# Visualización de las condiciones iniciales y de frontera
fig, (ax1, ax2) = plt.subplots(1, 2, figsize=(10,7))
plot_initial_status(ax1, x, u)
plt.show()
```



7.2 Ejercicio 2.

Completar el código con el algoritmos de Euler hacia adelante.

```
        # Visualización de las condiciones iniciales y de frontera
        fig, (ax1, ax2) = plt.subplots(1, 2, figsize=(10,7))
        plot_initial_status(ax1, x, u)

        # Lado derecho del sistema, contiene la condicion inicial u
        f = np.copy(u[1:N+1])
        # Copia de la solución para mantener el resultado en el paso previo.
        uold = np.copy(u)

        # Construcción de la matriz
        A = buildMatrix(N,r)

        # Ciclo en el tiempo, desde 1 hasta Nt-1
        for n in range(1, Nt):
            ### BEGIN SOLUTION
            t1 = time.perf_counter()
            f[0] += r * bA
            f[N-1] += r * bB
            u[1:N+1] = np.linalg.solve(A,f) # Sol. del sistema lineal
            t2 = time.perf_counter()
            suma_tiempos += (t2 - t1)

            e = np.sqrt(h) * np.linalg.norm(uold-u)
            error.append(e)
            ### END SOLUTION

            # Graficación cada 25 pasos
            if n % 25 == 0:
                ax1.plot(x,u,'-', lw = 1.0, alpha = 0.75, zorder=1)

            # Actualizacion de la solucion para dar el siguiente paso
            t1 = time.perf_counter()
            f = np.copy(u[1:N+1])
            uold = np.copy(u)
            t2 = time.perf_counter()
            suma_tiempos += (t2 - t1)

            # Terminación anticipada si se cumple la tolerancia
            if e < tolerancia:
                break

        file_answer.write('3', error[-1], 'El error no está correctamente calculado.')
        file_answer.write('4', n, 'El número de pasos no es el correcto, checa tu algorit
```

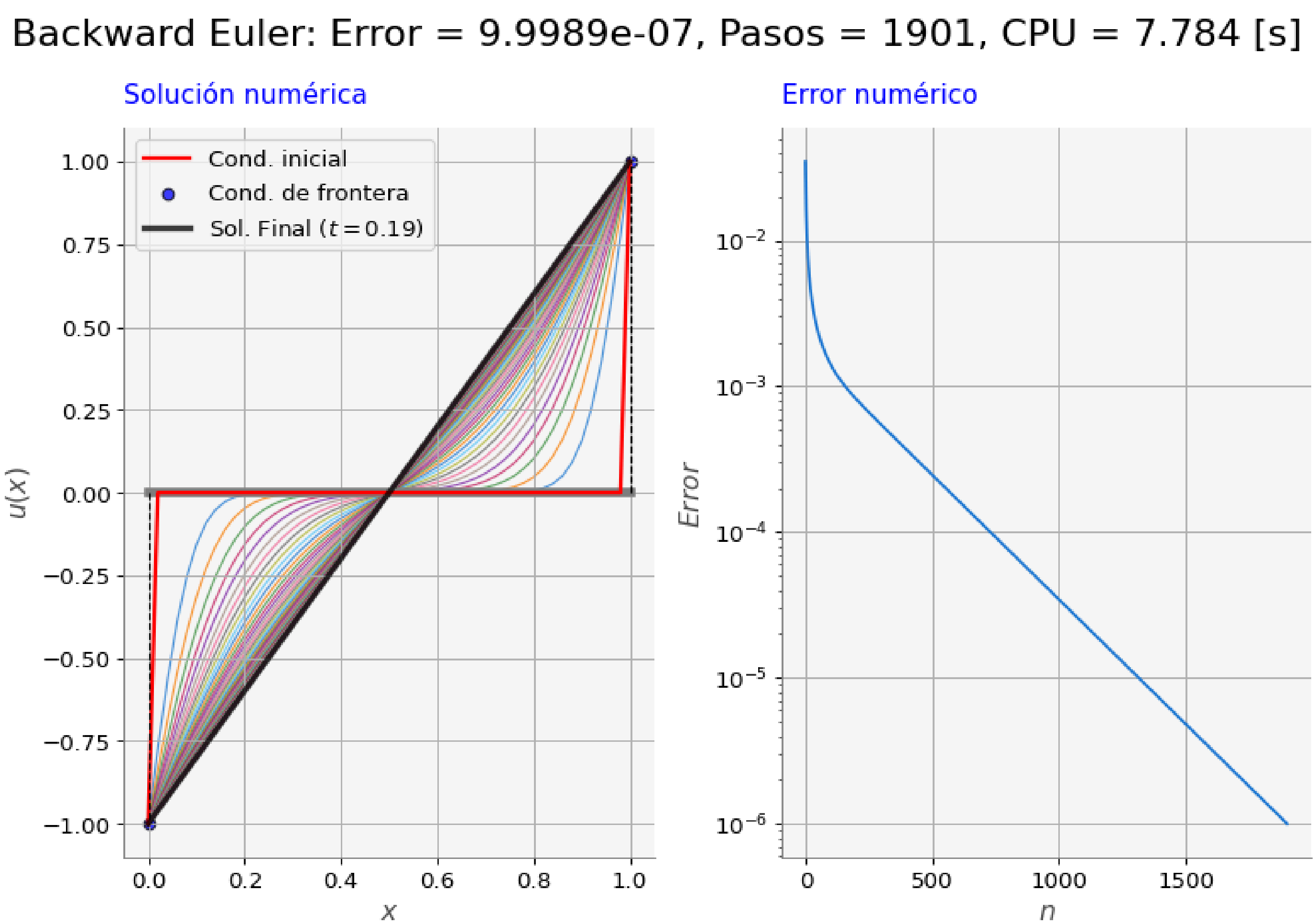
```
    # Gráficación de resultados
    titulo = 'Backward Euler: Error = {:5.4e}, Pasos = {:4d}, CPU = {:5.4} [s]'.forma
    fig.suptitle(titulo, fontsize=20)

    ax1.plot(x,u,'-k',lw=3,alpha=0.75,label='Sol. Final ($t=${:3.2f})'.format(n*ht))
    ax1.set_xlabel('$x$')
    ax1.set_ylabel('$u(x)$')
    ax1.set_title('Solución numérica', color='blue')
    ax1.legend()

    ax2.plot(error)
    ax2.set_yscale('log')
    ax2.set_xlabel('$n$')
    ax2.set_ylabel('$Error$')
    ax2.set_title('Error numérico', color='blue')
    ax2.grid()

    plt.tight_layout()
    plt.show()
```

```
El directorio :/home/jovyan/macti/notebooks/.ans/Metodo_de_Euler/ ya existe
Respuestas y retroalimentación almacenadas.
```



```
quizz.eval_numeric('3',error[-1])
```

```
----------------------------------------
3 | Tu resultado es correcto.
----------------------------------------
```

```
quizz.eval_numeric('4',n)
```

```
----------------------------------------
4 | Tu resultado es correcto.
----------------------------------------
```