

**MAE0330 - Análise Multivariada de Dados**  
**Lista 8 - 2022**

**Exercício 1**

Considere o modelo de regressão multivariada sem intercepto com  $n = 3$ ,  $p = 2$  e  $r = 2$  e  $Y$  matriz, ou seja

$$\mathbf{Y} = \mathbf{XB} + \mathbf{E}$$

$$\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \\ y_{31} & y_{32} \end{pmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} \\ \beta_{21} & \beta_{22} \end{pmatrix} \quad \mathbf{X} = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \\ x_{31} & x_{32} \end{pmatrix}$$

Seja

$$\mathbf{\Sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} \end{pmatrix}$$

a) Usando as propriedades do operador *vec* e do produto de Kronecker, escreva o modelo de modo que  $y$  seja um vetor, ou seja

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}^* \boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\epsilon}.$$

b) Encontre esperança e variância de  $\boldsymbol{\epsilon}$ . Encontre o estimador de mínimos quadrados generalizados de  $\boldsymbol{\beta}$ , ou seja, use os resultados conhecidos de modelos de regressão univariado,  $(\mathbf{X}^{*\top} \boldsymbol{\Omega}^{-1} \mathbf{X}^*)^{-1} \mathbf{X}^{*\top} \boldsymbol{\Omega}^{-1} \mathbf{y}$ , em que  $\boldsymbol{\Omega} = \text{Var}(\boldsymbol{\epsilon})$ .

c) Retorne para a notação matricial, encontrando o estimador de  $B$ .

**Exercício 2**

Considere o arquivo *Vendedores.xlsx*. Ajuste um modelo de regressão multivariada, considerando Índice de crescimento de vendas e Índice de lucratividade como variáveis respostas e Criatividade e Habilidade matemática como variáveis explicativas.

Verifique a normalidade descritivamente.

Supondo Normalidade Multivariada, teste simultaneamente se os coeficientes associados a Criatividade nas duas funções sejam iguais a zero (escreva o código no R para aplicar esse teste).