# Instituto de Matemática e Estatística Universidade de São Paulo



# Lista 6

# MAE0330 - Análise Multivariada de Dados

Prof<sup>a</sup> Lucia Pereira Barroso

Bruno Groper Morbin - nºUSP 11809875

Luigi Pavarini de Lima - nºUSP 11844642

São Paulo 05 novembro, 2022

## **Dados**

Tabela 1.1: Conjunto de Dados - 'mochila.xls'

	$_{\mathrm{TM}}$	CM	EM		TM	CM	EM		$_{\mathrm{TM}}$	CM	EM		$_{\mathrm{TM}}$	CM	EM		$_{\mathrm{TM}}$	CM	EM
1	C	4	D	47	E	1	D	93	L	3	D	139	E	1	E	185	C	5	E
2	C	4	$\mathbf{E}$	48	$\mathbf{E}$	1	D	94	L	3	D	140	$\mathbf{E}$	6	D	186	C	4	D
3	C	4	D	49	$\mathbf{E}$	2	$\mathbf{E}$	95	$\mathbf{E}$	1	D	141	$\mathbf{E}$	1	$\mathbf{E}$	187	$\mathbf{E}$	1	E
4	C	5	E	50	C	4	E	96	$\mathbf{E}$	1	D	142	$\mathbf{E}$	1	$\mathbf{E}$	188	E	1	E
5	C	4	D	51	$\mathbf{E}$	1	$\mathbf{E}$	97	$\mathbf{E}$	1	D	143	L	3	D	189	$\mathbf{E}$	1	E
6	C	4	E	52	E	1	E	98	$\mathbf{E}$	1	D	144	C	4	D	190	E	1	D
7	C	4	D	53	C	4	$\mathbf{E}$	99	C	5	E	145	$\mathbf{E}$	1	$\mathbf{E}$	191	C	4	D
8	$\mathbf{E}$	1	D	54	$\mathbf{E}$	1	$\mathbf{E}$	100	C	4	D	146	L	3	D	192	$\mathbf{E}$	1	D
9	C	4	D	55	C	4	E	101	L	3	D	147	$\mathbf{E}$	1	$\mathbf{E}$	193	C	4	D
10	L	3	E	56	C	4	D	102	$\mathbf{E}$	1	E	148	$\mathbf{E}$	1	$\mathbf{E}$	194	$\mathbf{E}$	1	E
11	C	4	D	57	E	1	E	103	C	5	E	149	$\mathbf{E}$	1	D	195	E	1	E
12	C	4	D	58	E	1	E	104	$\mathbf{E}$	1	E	150	$\mathbf{E}$	1	D	196	E	1	E
13	C	4	D	59	C	5	$\mathbf{E}$	105	C	4	A	151	C	5	$\mathbf{E}$	197	$\mathbf{E}$	1	E
14	C	4	D	60	L	3	A	106	$\mathbf{E}$	1	D	152	C	4	D	198	E	1	D
15	C	4	$\mathbf{E}$	61	C	5	A	107	$\mathbf{E}$	1	$\mathbf{E}$	153	C	4	$\mathbf{E}$	199	$\mathbf{E}$	1	D
16	C	4	E	62	E	1	D	108	$\mathbf{E}$	1	A	154	C	4	$\mathbf{E}$	200	E	1	D
17	C	4	D	63	$\mathbf{E}$	1	$\mathbf{E}$	109	$\mathbf{E}$	1	E	155	$\mathbf{E}$	1	$\mathbf{E}$	201	$\mathbf{E}$	1	A
18	$\mathbf{E}$	1	D	64	$\mathbf{E}$	1	D	110	L	3	A	156	$\mathbf{E}$	2	$\mathbf{E}$	202	C	5	E
19	$\mathbf{E}$	6	D	65	$\mathbf{E}$	1	D	111	C	5	E	157	C	4	$\mathbf{E}$	203	C	4	D
20	L	3	D	66	C	5	D	112	$\mathbf{E}$	1	A	158	$\mathbf{E}$	1	$\mathbf{E}$	204	$\mathbf{E}$	1	E
21	$\mathbf{E}$	1	A	67	C	4	$\mathbf{E}$	113	$\mathbf{E}$	1	E	159	$\mathbf{E}$	1	$\mathbf{E}$	205	C	4	$\mathbf{E}$
22	$\mathbf{E}$	1	A	68	$\mathbf{E}$	1	$\mathbf{E}$	114	$\mathbf{E}$	1	D	160	$\mathbf{E}$	1	D	206	$\mathbf{E}$	1	E
23	C	4	D	69	C	4	D	115	C	4	D	161	C	4	$\mathbf{E}$	207	$\mathbf{E}$	1	E
24	L	3	$\mathbf{E}$	70	C	4	D	116	$\mathbf{E}$	1	$\mathbf{E}$	162	$\mathbf{E}$	1	$\mathbf{E}$	208	$\mathbf{E}$	1	E
25	$\mathbf{E}$	1	A	71	C	4	D	117	$\mathbf{E}$	1	E	163	C	4	$\mathbf{E}$	209	$\mathbf{E}$	1	E
26	L	3	E	72	L	3	D	118	L	3	E	164	$\mathbf{E}$	1	$\mathbf{E}$	210	$\mathbf{E}$	1	E
27	$\mathbf{E}$	1	D	73	E	1	E	119	$\mathbf{E}$	1	E	165	C	4	D	211	C	4	D
28	C	4	A	74	E	2	D	120	$\mathbf{E}$	1	E	166	$\mathbf{E}$	1	A	212	$\mathbf{E}$	1	E
29	C	4	D	75	C	4	D	121	$\mathbf{E}$	1	A	167	C	5	$\mathbf{E}$	213	$\mathbf{E}$	1	E
30	L	3	D	76	C	5	D	122	L	3	E	168	$\mathbf{E}$	3	$\mathbf{E}$	214	$\mathbf{E}$	1	E
31	L	3	D	77	E	1	$\mathbf{E}$	123	L	6	E	169	L	2	$\mathbf{E}$	215	L	3	E
32	C	4	E	78	C	4	A	124	$\mathbf{E}$	1	E	170	$\mathbf{E}$	6	$\mathbf{E}$	216	$\mathbf{E}$	2	E
33	C	5	E	79	E	1	D	125	$\mathbf{E}$	1	E	171	$\mathbf{E}$	1	$\mathbf{E}$	217	C	4	E
34	C	4	D	80	C	4	A	126	E	1	A	172	C	4	A	218	$\mathbf{E}$	1	E
35	C	4	D	81	$\mathbf{E}$	1	D	127	$\mathbf{E}$	1	$\mathbf{E}$	173	$\mathbf{E}$	1	$\mathbf{E}$	219	$\mathbf{E}$	1	E
36	$\mathbf{E}$	1	$\mathbf{E}$	82	C	4	$\mathbf{E}$	128	L	3	$\mathbf{E}$	174	$\mathbf{E}$	1	$\mathbf{E}$	220	$\mathbf{E}$	1	E
37	C	4	E	83	C	4	E	129	E	4	A	175	$\mathbf{E}$	1	$\mathbf{E}$	221	$\mathbf{E}$	1	E
38	C	4	E	84	E	1	D	130	$\mathbf{E}$	1	A	176	C	4	D	222	$\mathbf{E}$	1	D
39	$\mathbf{E}$	1	D	85	$\mathbf{E}$	1	D	131	C	4	A	177	$\mathbf{E}$	1	D	223	L	3	E
40	$\mathbf{E}$	1	A	86	E	1	A	132	$\mathbf{E}$	1	E	178	C	4	D	224	L	3	E
41	E	1	E	87	E	1	A	133	C	5	D	179	$\mathbf{E}$	1	$\mathbf{E}$	225	$\mathbf{E}$	1	E
42	C	5	E	88	C	4	E	134	$\mathbf{E}$	1	E	180	C	4	D	226	$\mathbf{E}$	1	E
43	E	1	E	89	E	6	A	135	$\mathbf{E}$	1	A	181	$\mathbf{E}$	1	D				
44	C	4	D	90	C	4	E	136	L	3	D	182	$\mathbf{E}$	1	$\mathbf{E}$				
45	E	1	E	91	C	4	A	137	C	4	E	183	C	4	D				
46	C	4	E	92	E	1	E	138	E	1	D	184	E	2	D				
	. m: 4																		

TM: Tipo de mochila utilizada (E = escapular, L = lateral, C = carrinho)
CM: Modo de carregar a mochila (1 = nos dois ombros, 2 = em um ombro, 3 = no tronco, 4 = na mão direita, 5 = na mão esquerda, 6 = Outro)
EM: Lado da escoliose (D = direito, E = esquerdo, A = ausente)

# Associações

#### EM & TM 2.1

Avalia-se a seguir a associação entre o lado da escoliose (EM) e o tipo de mochila (TM). De acordo com a Tabela 1.1, tem-se a seguinte tabela de contigência para EM e TM:

Tabela 2.1: Tabela de contigência EM & TM.

TM EM	$\mathbf{C}$	${f E}$	L	Total
A	8	16	2	26
D	37	35	10	82
${f E}$	35	72	11	118
Total	80	123	23	226

## EM & CM

Avalia-se a seguir a associação entre o lado da escoliose (EM) e o modo de carregar a mochila (CM).

2 ASSOCIAÇÕES 2.3 EM & TM & CM

Tabela 2.2: Tabela de contigência EM & CM.

EM CM	1	2	3	4	5	6	Total
A	14	0	2	8	1	1	26
D	31	2	10	34	3	2	82
$\mathbf{E}$	67	4	10	24	11	2	118
Total	112	6	22	66	15	5	226

### 2.3 EM & TM & CM

Avalia-se a seguir a associação entre o lado da escoliose (EM), o tipo de mochila (TM) e o modo de carregar a mochila (CM).

```
> ## ANALISE DE CORRESPONDENCIA
* # tabela3 do texto

    tabela3 <- matrix(c(110, 102, 98, 61, 31, 122, 110, 98, 82, 42, 68, 66, 60, 82, 82, 24, 35, 48, 87, 92),
</p>
> tabela.SVD <- svd(tabela3)</pre>
> tabela.SVD
> tabela.SVD$d
> rownames(tabela3) <- c("A", "B", "C", "D", "E")</pre>
> colnames(tabela3) <- c("18-25", "26-40", "41-60", "+60")</pre>
≥ tabela3
\geq # tabela lida do Excel abrir planilha do Excel, iluminar e 'copiar'
> table <- read.table("clipboard")</pre>
table
> rownames(table)
> colnames(table)
≥ # tabela lida de arquivo txt tabela <- read.table('arquivo.txt')
### matrizes de propor<U+FFFD><U+FFFD>o
<u>≥</u>
≥ # porcentagem nas linhas
> tabelal <- prop.table(tabela3, 1)</pre>
> print(tabelal, digits = 3)
≥ # porcentagem nas colunas
> tabelac <- prop.table(tabela3, 2)</pre>
> print(tabelac, digits = 3)
≥ # porcentagem total
> tabelap <- prop.table(tabela3)</pre>
> tabelap
> print(tabelap, digits = 3)
```

2 ASSOCIAÇÕES 2.3 EM & TM & C

```
≥ ## qui-quadrado e inercia total
> tabela.rowsum <- apply(tabela3, 1, sum)</pre>
> tabela.rowsum
> tabela.colsum <- apply(tabela3, 2, sum)</pre>
> tabela.colsum
> tabela.sum <- sum(tabela3)</pre>
> tabela.sum
> tabela.esp <- tabela.rowsum %0% tabela.colsum/tabela.sum
> tabela.esp
> chi <- (tabela3 - tabela.esp)^2/tabela.esp</pre>
> chi
> chi2 <- sum(chi)</pre>
> chi2
≥ inercia <- chi2/tabela.sum
> inercia
## An<U+FFFD>lise de correspond<U+FFFD>ncia simples
> library(ca)
> help(ca)
\geq ac <- ca(tabela3, nd = 3)
> ac
> ac <- ca(tabela3)</pre>
> # mostra inercia principal e suas porcentagens massa dist<U+FFFD>ncia qui-quadrado do centroide
+ # inercia coordenadas padr<U+FFFD>o (v<U+FFFD>rtices)
> summary(ac)
≥ # autovalores = in<U+FFFD>rcia principal nas tabelas de linhas e colunas, as quantidades s<U+FFFD>o
+ # multiplicadas por 1000 massa, qualidade da representa<U+FFFD><U+FFFD>o e in<U+FFFD>rcia de cada
+ # ponto k=1 e k=2 s<U+FFFD>o as coordenadas principais (para mapa sim<U+FFFD>trico) cor <U+FFFD>
+ # contribui<U+FFFD><U+FFFD>o do eixo para a in<U+FFFD>rcia do ponto ctr <U+FFFD>
+ # contribui<U+FFFD><U+FFFD>o do ponto para in<U+FFFD>rcia do eixo
> # mapa sim<U+FFFD>trico
> plot(ac)
> # mapas assim<U+FFFD>tricos
> plot(ac, map = "rowprincipal")
> plot(ac, map = "colprincipal")
≥ # para incluir pontos suplementares, indicar os n<U+FFFD>meros das linhas ou colunas em que esses
+ # pontos est<U+FFFD>o na tabela, por exemplo se forem a linha 4 e a coluna 3
≥ ac <- ca(tabela3, suprow = 4, supcol = 3)
>
```

2 ASSOCIAÇÕES 2.3 EM & TM & Cl

```
≥ # An<U+FFFD>lise de correspond<U+FFFD>ncia m<U+FFFD>ltipla
> # sa<U+FFFD>de versus idade
> idade <- read.table("clipboard")</pre>
> idade
> rownames(idade)
> colnames(idade)
> acI <- ca(idade)</pre>
> acI
> summary(acI)
> plot(acI)
> # sa<U+FFFD>de versus sexo
> sexo <- read.table("clipboard")</pre>
> sexo
> rownames(sexo)
> colnames(sexo)
> acS <- ca(sexo, nd = 1)</pre>
> acS
> summary(acS)
> plot(acS)
≥ # sa<U+FFFD>de versus idade e sexo
> # tabelas combinadas
> idasec <- read.table("clipboard")</pre>
> idasec
> rownames(idasec)
> colnames(idasec)
> acISC <- ca(idasec)</pre>
> acISC
> summary(acISC)
> plot(acISC)
# tabelas empilhadas
> idasee <- read.table("clipboard")</pre>
> idasee
> rownames(idasee)
> colnames(idasee)
> acISE <- ca(idasee)</pre>
> acISE
> summary(acISE)
> plot(acISE)
\geq # MCA - usando tabela indicadora dados casamento: copiar somente colunas B a E da planilha
+ # indicador
```

2 ASSOCIAÇÕES 2.3 EM & TM & Cl

```
> casamento <- read.table("clipboard")</pre>
> casamento
≥ acmI <- mjca(casamento, lambda = "indicator")
> acmI
> summary(acmI)
> plot(acmI)
> plot(acmI, map = "rowprincipal")
> plot(acmI, map = "colprincipal")
\geq # se a leitura do banco de dados for da coluna A a E
> acmB <- mjca(casamento[, 2:5], lambda = "Burt")</pre>
> acmB
> summary(acmB)
> plot(acmB)
≥ acmJ <- mjca(casamento[, 2:5], lambda = "JCA")</pre>
> acmJ
> summary(acmJ)
> plot(acmJ)
```