5° lezione algoritmi

Due Date	@October 15, 2024
Materia	Algoritmi e Laboratorio
Status	Done

Ripasso lezione precedente

- Minheap: priorità numeri piccoli
- Maxheap: prioprità numeri grandi

Ogni nodo ha sempre proprietà più al/ta, uguale rispetto ai suoi figli. La maggior parte dell'operazioni impiega $O(log_n)$ poiché è un albero bilanciato, tranne l'ultimo livello in cui i nodi si ammassano su un solo lato.

HEAP struttura dati efficiente

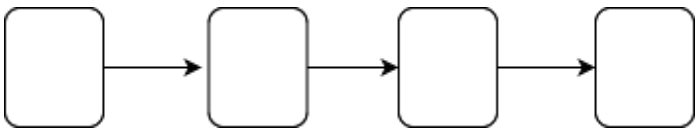
La sua rappresentazione fisica è un array.

Il livello fisico è un array, mentre il livello astratto è un albero.

Caso diverso per l' array dove rappresentazione fisica e astratta corrispondono.

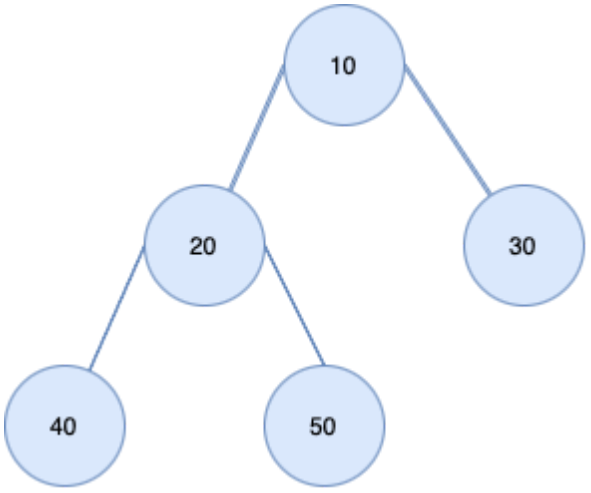
array

Lista (rappresentazione astratta)



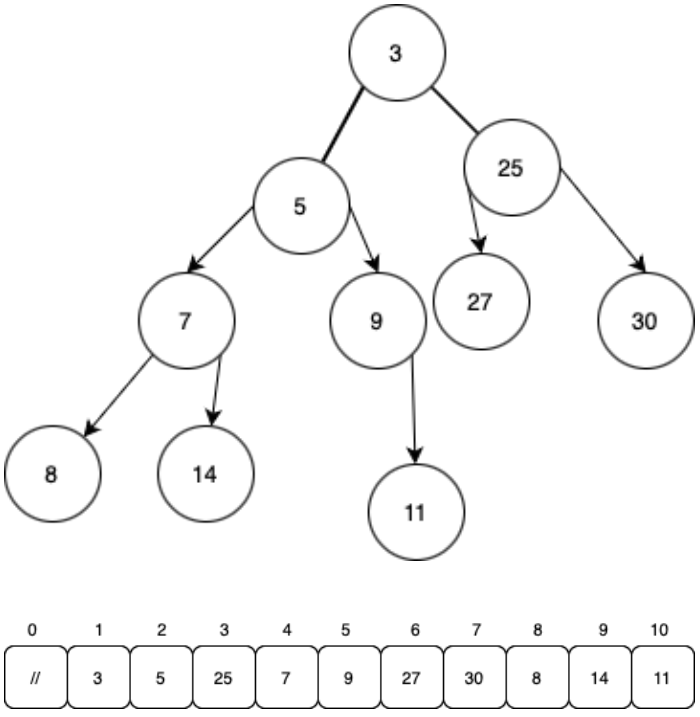
a livello fisico gli elementi non sono contigui ma sparsi

Come vie rappresentato l' HEAP a livello astratto?



Come viene rappresenato a livello fisico?

Viene rappresentato a livello fisico mediante un array



Ordinandolo in questa maniera, si perdermo le informazioni che si aveva nel albero modo possibile per mantenerle sarebbe allocare un altro vettore dove si vanno a memorizzare l'informazione, dove si trova il figlio sinistro. Il figlio destro segue il figlio sinistro, quindi per ottenere il figlio destro devo andare a $i + 1$. I figli dello stesso padre sono continui.

Trovare i figli con unico vettore

Con i puntatori

```
LEFT(X)
    return x->getLeft()
RIGHT(X)
    return x->getRight()
```

Con gli indici

```
LEFT(i)
    retun 2*i
RIGHT(i)
    return 2*i+1
```

In questo modo, la lavorazione è veloce e gli elementi della rete sono continui. Conviene per questa operazioni fa iniziare l'indice da uno anziché da zero.

Trovare il parent

```
PARENT(i)
    return floor(i/2) ⌊i/2⌋
```

Trovare i figli con la moltiplicazione BIT a BIT

```
LEFT(i)
    return (i << 1)

RIGHT(i)
    return  (i << 1 | 1)

PARENT(i)
    return (i >> 1)
```

L' HEAP È quello che conosciamo delle astratto. Fisicamente, l'HEAP è un vettore in è possibile ricostruire la struttura astratta, grazie agli indici (con

elementi ordinati da sinistra e a destra)

A questo punto possiamo dare una nuova definizione di HEAP

> **Un heap è un albero binario posizionale completo a meno dell'ultimo livello, a patto che tutti i suoi elementi sono allineati a sinistra. Fisicamente un HEAP è un vettore in cui tutti i nodi sono disposti in ordine da sinistra verso destra. Da questo vettore è possibile costruire una struttura ad albero grazie agli indici degli elementi all'interno del vettore.**

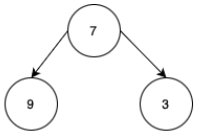
Differenza tra struttura fisica ed astratta di un HEAP

La struttura astratta non lineare è quella di un albero, ma quella fisica è di un array.

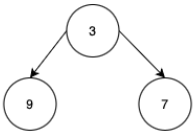
Come costruire un HEAP?

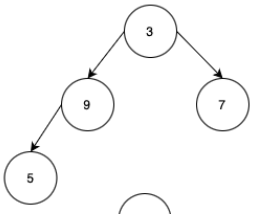
S = < 7,9,3,5,4,11,17,13,2,6>

Partendo da un HEAP vuoto si vogliono inserire gli elementi di S.

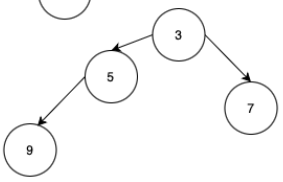


Si applica heapfy() siccome si tratta di un min-heap si calcola i min fra 9 e 3 (dx e sx
e il 3 si sposta sopra e il 7 va a posto del 3

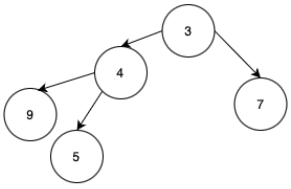




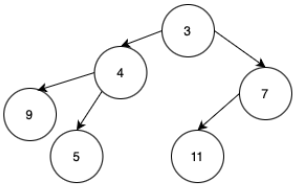
si applica heapfy() min tra 5 e 9 quindi il 9 scende dil 5 sale



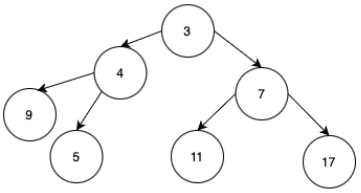
si controlla anche il 5 con il 3 ma rispetta il criterio del min quindi sei passa al prossimo inserimento



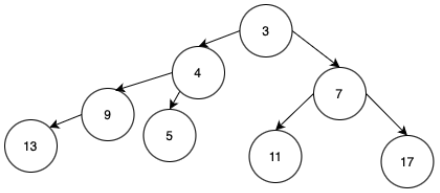
si pasa inserire il 4 ma si deve scambiare con il 5 con load solita funzione



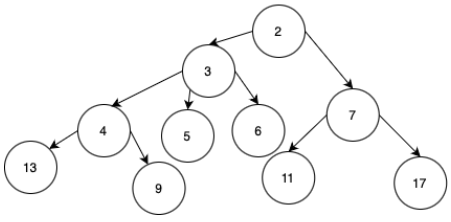
si inserisce 11 si controlla con 7 ma rispetta il criterio quindi si passa ad inserire il prossimo elemento



si inserisce il 17 e si confronta con 11 ma siccome rispetta il criterio si la lascia invariato
si controlla anche 11 con il 7 ma per il medesimo motivo non viene fatto nessuno scambio



si inserisce il 13 e si confronta con il 9 ma siccome rispetta il criterio si la lascia invariato.
si procede in questa maniere per i livelli precedenti



si inserisce il 2 e si contrasta con il 9 si scambiano
il due su scambia con il 4
il due si scambia con il 3

Come abbiamo detto prima l'heap si può rappresentare anche mediante un array che coincide con la rappresentazione fisica cioè in memoria.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
//	7	9	3	5	4	11	17	13	2	6

Sicuramente non si ha un HEAP ci saranno sicuramente dei sotto-alberi che lo sono.

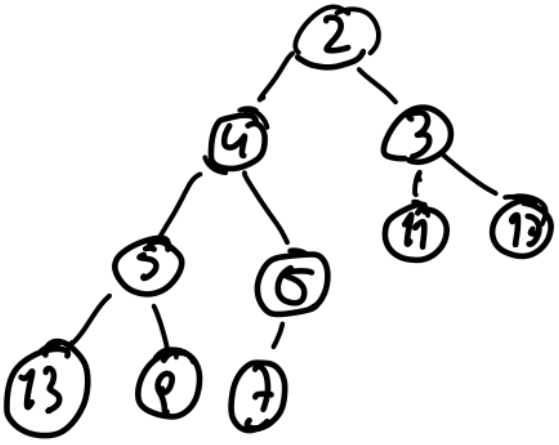
Le foglie sono sicuramente HEAP. Le foglie sono la metà dei nodi.

La procedura `heapfy()` si chiama sui nodi che non sono foglie. Cioè partendo dal livello prima delle foglie.

Inizio a percorrere foglie da sinistra verso destra trovando il modo in cui applicare la provedura `heapfy()`. $\frac{n}{2}$ è Primo elemento, a non esere una foglia nel vettore.

```
BULD_MIN_HEAP(A,N)
    FOR i <- floor(n/2)  DOWN TO 1 DO
        HEAPFY(A,i)
```

Questa procedura ha complessità $O(n)$.



> **Se si costruisce un heap inserendo ogni singolo elemento** $\rightarrow O(nlogn)$

> **Se si costruisce un heap da un array** $\rightarrow O(n)$

> Si può notare come la disposizione degli elementi nell' heap sono disposti diversamente rispetto a quando si inserisce un singolo elemento.

```
HEAPFY(A,i)
    l <- left(i)
    r <- right(i)
    min <- righy(i)
    if(l <= HeapSize  && A[l] < A[min]) then min <- l
    if(r <= HeapSize && A[r] < A[min] then min <- r
    if (min != i) then {swap(A,i,min); Heapfy(A,min);}
```

nel vettore che si stan considerando si hanno due variabili che indica quanti elementi ci sono nel vettore(`heapSize)` e la lunghezza effettiva del vettore(`N)`.

Inserimento

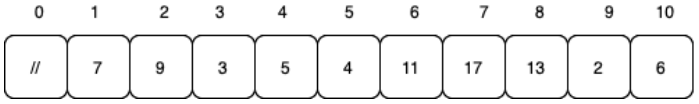
Se con un heap c'era il problema di capire come far andare il numero al suo posto con un array è molto più semplice capirlo perchè se si dovessse inserire un nuovo elemento questo sarà nella posizione `heapSize + 1`

```
INSERT(A,K)
    A[heapSize +1] <- K
    heapSize += 1
    i <- heapSize elemento appena inserito
    P <- parent(i) padre dell' nuovo elemento
        WHILE( P != 0 && A[P] > A[i]) ciclo per inserie l'ele
        SWAP(A,i,P)
        i <- P
        P <- PARENT(i)
```

EXTRACT-MIN

```
EXTRACT-MIN(A)
    SWAP(A,1,heapSize)
    heapSize -= 1
    HEAPFY(A,1)
```

Algoritmi di ordinamento con l'HEAP



E come il Selection sort ma con complessità $O(nlogn)$

Si sta usando una struttura dati per creare un algoritmo ordinamento efficienti e con soluzioni banali.

```
HEAPSORT(A,N)
    BULID-MAX-HEAP(A,N) O(n)
    FOR i <- 1 to n - 1
        EXTRACT-MAX(A)  O(logn)
```

L'HEAP SORT lavora in loco e implementa l'albero direttamnte dall' array. Si potrebbe implementare anche in maniera stabile. é migliore del Marge-Sort