D.N.I.	Apellidos	Nombre	Grupo	Nota

El presente examen consta de:

- 8 cuestiones tipo test (1 punto cada una)
- 1 problema (2 puntos)

Cada cuestión tipo test sólo tiene una respuesta correcta.

Copie las soluciones del test en la tabla de soluciones de la presente página.

Puntuación del test: Respuesta correcta, 1 punto; respuesta incorrecta, -0,25 puntos; cuestión no contestada, 0 puntos.

Resuelva los problemas en el espacio en blanco a continuación de los enunciados.

Copie las soluciones del test en la tabla de soluciones de la presente página.

Procure escribir con letra clara y sea lo más ordenado posible para evitar errores de interpretación a la hora de corregir. Los párrafos ininteligibles no serán tenidos en consideración.

Si tiene que realizar algún dibujo, hágalo suficientemente grande y cuidando al máximo los detalles. Los dibujos indescifrables no serán tenidos en consideración.

SOLUCIONES DEL TEST

1	2	3	4	5	6	7	8

CUESTIONES

1. Sea una superficie cerrada de cualquier forma que contiene en su interior dos cargas puntuales del mismo valor pero de distinto signo. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta para el flujo del campo eléctrico a través de dicha superficie y para el propio campo eléctrico en su interior?

○ A) Tanto el flujo como el campo son nulos.
⊗ B) El flujo es nulo pero el campo no lo es.
○ C) El flujo puede ser positivo o negativo, pero no hay campo neto.
○ D) Depende de si las cargas están en el vacío o en el interior de un dieléctrico.
○ E) No puede afirmarse nada, salvo que haya simetría.

SOLUCIÓN:

Aplicando la Ley de Gauss sabemos que el flujo del campo eléctrico a través de una superficie cerrada es igual a la carga total en el interior dividida por ε_0. Como las cargas son del mismo valor y distinto signo, la carga total es cero y por tanto el flujo es cero.

Sin embargo, el campo eléctrico en cualquier punto, incluyendo el interior de la superficie cerrada, se puede calcular sumando vectorialmente los campos creados por cada carga ($\vec{E}_i = k\frac{q_i}{r_i^2}\vec{u}_r$), lo cual no produce de manera general un campo nulo.

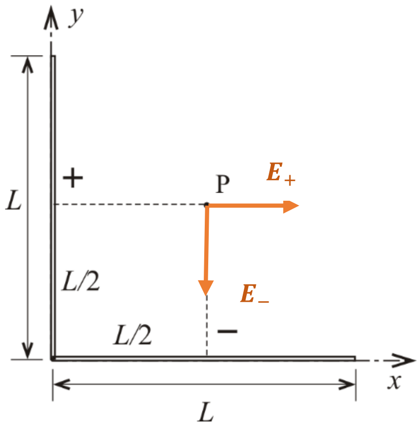
2. Se tiene una carga puntual de +2 nC fija en un punto. Se trae lentamente desde el infinito otra carga puntual de +1 nC y se la coloca a una distancia de 2 m de la primera. ¿Qué trabajo debe realizarse para llevar a cabo ese proceso?

- ○ A) 4,5 nJ
- ○ B) Infinito
- ○ C) 18 nJ
- ⊗ D) 9 nJ
- ○ E) Ningún trabajo

SOLUCIÓN:
El trabajo se corresponde con la variación de la energía potencial de la carga que se desplaza. Tomando el cero de la energía potencial en el infinito resulta que:

$$W = U = k\frac{qq'}{r} = 9\cdot 10^9\frac{Nm^2}{C^2}\frac{2\cdot 10^{-9}C\cdot 1\cdot 10^{-9}C}{2m} = 9\text{ nJ}$$

3. Los dos hilos rectilíneos de la figura, de la misma longitud $L = 92$ cm, están uniformemente cargados con la misma carga total $Q = 4{,}5$ nC, pero con signos opuestos. ¿Cuál es el campo eléctrico resultante en el punto P?



- ○ A) $\vec{E} = 135\vec{i} + 135\vec{j}$ (S.I.)
- ○ B) $\vec{E} = -135\vec{i} + 135\vec{j}$ (S.I.)
- ⊗ C) $\vec{E} = 135\vec{i} - 135\vec{j}$ (S.I.)
- ○ D) $\vec{E} = 90\vec{i} - 135\vec{j}$ (S.I.)
- ○ D) $\vec{E} = 135\vec{i} + 90\vec{j}$ (S.I.)

SOLUCIÓN:
El campo generado por un conductor rectilíneo cargado de longitud L en un punto del eje de simetría es perpendicular al mismo, alejándose si la carga es positiva y acercándose si la carga es negativa.
Por otro lado, puesto que la carga tiene el mismo valor absoluto en ambos hilos y puesto que el punto P está a la misma distancia, $a = L/2$, de ambos hilos, el campo eléctrico producido por cada uno de ellos tendrá un módulo:

$$E = \frac{|Q|}{2\pi\epsilon_0 a}\frac{1}{\sqrt{L^2+4a^2}} = \frac{\left(2\cdot 9\cdot 10^9\frac{Nm^2}{C^2}4{,}5\cdot 10^{-9}C\right)}{0{,}46m\sqrt{0{,}92^2m^2+4\cdot 0{,}46m^2}} = 135\frac{N}{C}$$

4. Un conductor (1), esférico de radio R y aislado, posee una carga de +7 nC. Otro conductor esférico (2), de radio $2R$, también aislado, y alejado del primero, está cargado con +2 nC. Ambos se conectan entre sí mediante un hilo conductor muy largo. ¿Cuál es la carga final de cada uno de los conductores?

- ⊗ A) $q_1 = 3$ nC $q_2 = 6$ nC
- ○ B) $q_1 = 4{,}5$ nC $q_2 = 4{,}5$ nC
- ○ C) $q_1 = 7$ nC $q_2 = 2$ nC
- ○ D) $q_1 = 3$ nC $q_2 = 3$ nC
- ○ E) $q_1 = 6$ nC $q_2 = 3$ nC

SOLUCIÓN:
Tras conectar ambas esferas entre sí, las dos esferas son un único conductor y por tanto están al mismo potencial. Sabiendo que el potencial de una esfera de radio R con una carga Q viene dado por la expresión:

$$V = k\frac{Q}{R}$$

Igualando la expresión para las dos esferas tenemos que tras la conexión sus cargas q_1 y q_2 se relacionarán como:

$$\frac{q_1}{R_1} = \frac{q_2}{R_2} \rightarrow \frac{q_1}{R} = \frac{q_2}{2R} \rightarrow q_1 = \frac{1}{2}q_2$$

Por otro lado, la carga total después de la conectar las dos esferas tiene que ser igual a la carga total antes de la conexión:

$$q_1 + q_2 = 7nC + 2nC = 9nC$$

Combinando estas dos relaciones entre las cargas:

$$q_1 + 2q_1 = 3q_1 = 9nC \rightarrow q_1 = 3nC, q_2 = 6nC$$

5. Se tienen dos condensadores planos idénticos, siendo el área de cada armadura 40 cm^2, y la separación entre ambas 2 mm. Si los unimos en serie, y los cargamos conectando la asociación a una diferencia de potencial de 500 V, la energía eléctrica almacenada resulta ser de 2,5 μJ. El valor de la constante dieléctrica ε_r del dieléctrico situado entre las placas de dichos condensadores es:

- ○ A) 1,95
- ⊗ B) 2,26
- ○ C) 2,50
- ○ D) 1,00
- ○ E) 3,12

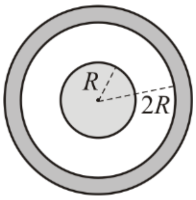
SOLUCIÓN:
La inversa de la capacidad equivalente de dos condensadores en serie es la suma de las inversas de las capacidades individuales $1/C_{eq} = 1/C_1 + 1/C_2$. Puesto que nos condensadores son idénticos y de capacidad C tenemos que $C_{eq} = C/2$.

La energía total de la asociación será $U = \frac{1}{2}C_{eq}V^2 \rightarrow C_{eq} = \frac{2U}{V^2} = 20pF \rightarrow C = 40pF$

Como la capacidad de un condensador de placas planas paralelas de área A separadas una distancia d y con un dieléctrico cuya constante dieléctrica entre sus placas sea ε_r, es:

$$C = \varepsilon_0\varepsilon_r\frac{A}{d} \rightarrow \varepsilon_r = \frac{Cd}{\varepsilon_0 A} = 2{,}26$$

6. La figura muestra un conductor esférico de radio R = 4 cm rodeado por una carcasa esférica conductora, de radio interior $2R$ = 8 cm. El conductor interior posee una carga +2 nC y el exterior está cargado con −2 nC. La diferencia de potencial entre ambos conductores es:



- ⊗ A) 225 V
- ○ B) 450 V
- ○ C) 300 V
- ○ D) 0
- ○ E) 250 V

SOLUCIÓN:
La carga del conductor interior se sitúa en la superficie del mismo. Aplicando la Ley de Gauss y en principio de conservación de la carga, como la carga del conductor exterior es de signo contrario (e igual magnitud) que la del conductor interior, se deduce que toda la carga del conductor exterior se sitúa en la superficie interior del mismo. Tenemos por tanto dos cortezas esféricas de carga. El potencial debido a una corteza esférica de carga Q y radio R es:

$$V = \begin{cases} k\dfrac{Q}{R}, r < R \\ k\dfrac{Q}{r}, r > R \end{cases}$$

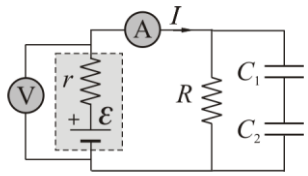
Aplicando el principio de superposición a partir de la carga en cada una de las esferas y la expresión anterior:

$$V_{int} = k\frac{Q_{int}}{R} + k\frac{Q_{ext}}{2R} = \frac{k}{R}\left(Q_{int} + \frac{Q_{ext}}{2}\right)$$
$$V_{ext} = k\frac{Q_{int}}{2R} + k\frac{Q_{ext}}{2R} = \frac{k}{2R}(Q_{int} + Q_{ext})$$

Y, por tanto:

$$\Delta V = V_{int} - V_{ext} = \frac{k}{R}\frac{Q_{int}}{2} = 225\text{V}$$

7. En el circuito de la figura, el voltímetro mide una diferencia de potencial de 21 V, y el amperímetro una intensidad de corriente de 3 A, y son ambos ideales. La fuerza electromotriz del generador es de 24 V. Los condensadores están cargados, siendo la capacidad C_1 doble de C_2. ¿Cuáles son los valores de la resistencia interna r del generador, de la resistencia R, y de la diferencia de potencial entre placas del condensador 1?



- ○ A) $r = 1\,\Omega$ $R = 7\,\Omega$ $V_{C1} = 14\text{ V}$
- ○ B) $r = 1\,\Omega$ $R = 14\,\Omega$ $V_{C1} = 14\text{ V}$
- ○ C) $r = 0{,}5\,\Omega$ $R = 7\,\Omega$ $V_{C1} = 7\text{ V}$
- ○ D) $r = 1\,\Omega$ $R = 14\,\Omega$ $V_{C1} = 7\text{ V}$
- ⊗ E) $r = 1\,\Omega$ $R = 7\,\Omega$ $V_{C1} = 7\text{ V}$

SOLUCIÓN:
Una vez que los condensadores están cargados toda la corriente circulará por la maya que incluye a la batería y la resistencia.

El potencial que mide el voltímetro entre los bornes de la fuente de fuerza electromotriz con una resistencia interna r es $V = \mathcal{E} - Ir$, donde I es la corriente que mide el amperímetro (3 A). Por tanto:

$$r = \frac{\mathcal{E} - V}{I} = \frac{24V - 21V}{3A} = 1\Omega$$

La diferencia de potencial entre los bornes de la fuente es la misma que entre los extremos de la resistencia. Por tanto:

$$R = \frac{V}{I} = \frac{21V}{3A} = 7\Omega$$

Al estar los condensadores conectados en serie:

- Los dos condensadores tendrán la misma carga: $Q_1 = Q_2 = Q \rightarrow C_1V_1 = C_2V_2$. Y puesto que $C_1 = 2 \cdot C_2 \rightarrow V_2 = 2V_1$
- La suma de las diferencias de potencial en cada condensador será igual a la diferencia de potencial entre los bornes de la fuente: $V = V_1 + V_2 = 3V_1 \rightarrow V_1 = \frac{1}{3}V = 7V$

8. Un hilo metálico forma parte de un circuito, siendo la densidad de corriente en un punto del mismo de $4{,}35 \cdot 10^{7}$ A/m^2. La diferencia de potencial entre dos puntos del hilo separados 90 cm es de 0,9 V. La resistividad del material con que está hecho el hilo es:

- ○ A) $3{,}7 \cdot 10^{-8}$ Ω·m
- ○ B) $1{,}2 \cdot 10^{-8}$ Ω·m
- ○ C) $2{,}9 \cdot 10^{-8}$ Ω·m
- ⊗ D) $2{,}3 \cdot 10^{-8}$ Ω·m
- ○ E) No puede obtenerse

SOLUCIÓN:

Usando la definición de resistividad: $\rho = \frac{E}{J}$

Por otro lado en un hilo la diferencia de potencial, V, entre dos puntos a una distancia d es:

$$V = E \cdot d \rightarrow E = V/d$$

Combinándolo todo:

$$\rho = \frac{V}{J \cdot d} = \frac{0.9\ \text{V}}{4{,}35 \cdot 10^{7} \text{A/m}^2 \cdot 0{,}9\ \text{m}} = 2{,}3 \cdot 10^{-8}\ \Omega \cdot \text{m}$$

EJERCICIO

Un condensador plano está formado por dos placas metálicas cuadradas de 10 cm de lado. Se carga conectándolo a una batería de 12 V, de forma que sus placas adquieren cargas iguales y de signo contrario, de valor absoluto 108 pC.

1) Hállese la capacidad del condensador y la distancia entre placas.

2) El condensador (condensador 1) se desconecta de la batería y, cargado como está, se conecta en paralelo a otro condensador plano descargado (condensador 2) con igual distancia entre placas, siendo el área de cada una de ellas el doble del área de las del condensador 1. ¿Cuál es la diferencia de potencial final entre las placas de ambos condensadores y la carga de cada uno?

3) Se rellena uno de los condensadores con un dieléctrico de forma que después de eso la carga de ambos condensadores pasa a ser la misma. ¿Cuál de ambos condensadores se ha rellenado, y cuál es el valor de la constante dieléctrica?

(2 puntos)

1) La capacidad del condensador la obtenemos a partir de la definición de misma:

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{108 \cdot 10^{-12}\mathrm{C}}{12\ \mathrm{V}} \rightarrow \boldsymbol{C = 9\ \mathrm{pF}}$$

En un condensador plano:

$$C = \frac{\varepsilon_0 A}{d} \rightarrow d = \frac{\varepsilon_0 \cdot A}{C} = \frac{8{,}85 \cdot 10^{-12}\mathrm{F/m} \cdot (10^{-1}\ \mathrm{m})^2}{9 \cdot 10^{-12}\mathrm{F}} = 0{,}98 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m} \rightarrow \boldsymbol{d = 9{,}8\ \mathrm{mm}}$$

2) Si el área de las placas del segundo condensador es el doble de las del primero la capacidad se duplica, es decir:

$$C_2 = 2 \cdot C_1$$

Como los condensadores están en paralelo la carga inicial del condensador 1 se repartirá entre ellos de tal modo que alcancen la misma diferencia de potencial y por tanto:

$$Q_1 + Q_2 = 108\ \mathrm{pC}$$

$$V_1 = V_2 \rightarrow \frac{Q_1}{C_1} = \frac{Q_2}{C_2} \rightarrow Q_1 = \frac{Q_2 C_1}{2C_1} = \frac{Q_2}{2}$$

Combinando ambas informaciones:

$$3Q_1 = 108\ \mathrm{pC} \rightarrow \boldsymbol{Q_1 = 36\ \mathrm{pC}} \rightarrow \boldsymbol{\mathrm{Q_2} = 72\ \mathrm{pC}}$$

A partir de la definición de la capacidad:

$$V = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{36\ \mathrm{pC}}{9\ \mathrm{pF}} \rightarrow \boldsymbol{V = 4\ \mathrm{V}}$$

3) Si la carga en los dos pasa a ser la misma y puesto que la carga no puede desaparecer, necesariamente la carga será ½ de la carga inicial, es decir 54 pC. Al estar los dos condensadores en paralelo, la diferencia de potencial en ambos es la misma y tenemos una relación entre sus cargas:

$$\frac{Q_1}{C_1} = \frac{Q_2}{C_2} \rightarrow Q_1 = \frac{C_1}{C_2} Q_2$$

Así, para que las cargas sean iguales se tiene que dar que $C_1 = C_2$, y puesto que son condensadores plano paralelos cuyas placas están a la mima distancia d y cuyo área tiene la relación $A_2 = 2 \cdot A_1$:

$$\frac{\varepsilon_{r_1} \varepsilon_o A_1}{d} = \frac{\varepsilon_{r_2} \varepsilon_o \cdot 2 \cdot A_1}{d} \rightarrow \varepsilon_{r_1} = 2\varepsilon_{r_2}$$

Puesto que el dieléctrico se introduce solo en uno de los condensadores y puesto que la constante dieléctrica de un medio tiene que ser mayor que uno, la única posibilidad es que **se introduzca en el primer condensador un dieléctrico de constante dieléctrica igual a 2**.