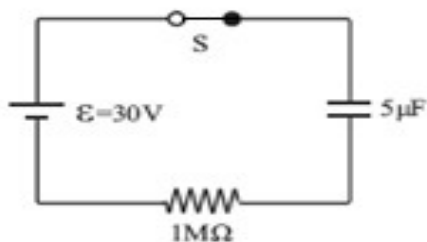
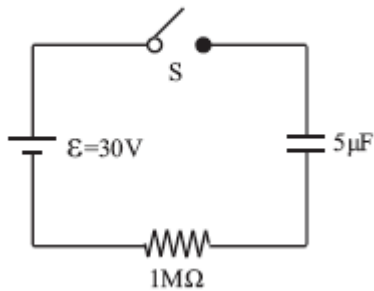


EJERCICIOS RESUELTOS DE CIRCUITOS RC

1. Si se cierra el interruptor (S) en $t=0$. Encuentre la corriente en la resistencia, 10s después cerrado el interruptor.



$$I(t) = t = 10s$$

$$I(t) = I \cdot e^{\frac{-t}{rc}}$$

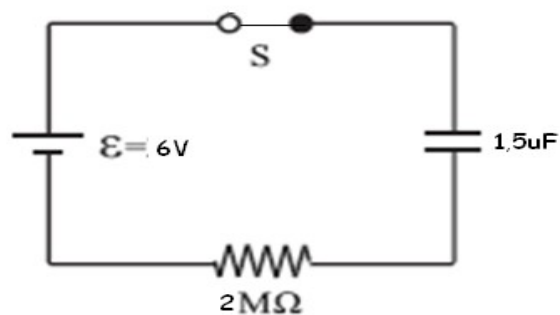
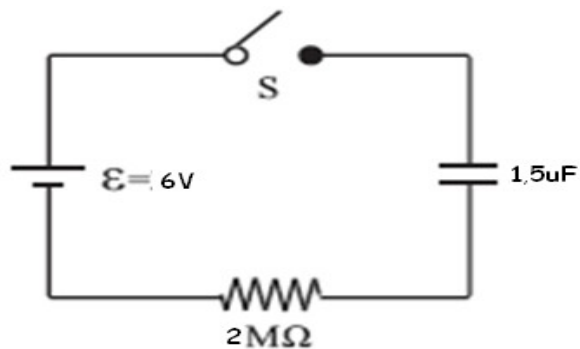
$$I(t) = \frac{\varepsilon}{R} \cdot e^{\frac{-t}{rc}}$$

$$I(t = 10s) = \frac{30v \cdot e^{\frac{-10s}{1 * 10^6 \Omega \cdot 5 * 10^{-6} F}}}{1 * 10^6 \Omega}$$

$$I(t=10s) = 4,06 * 10^{-6} A$$

$$I(t=10s) = 4,06 \mu A$$

2. Se conecta una resistencia de $2\text{M}\Omega$ en serie con un condensador de $1,5\mu\text{F}$ y una batería de 6V de resistencia interna despreciable. El condensador está inicialmente descargado. Después en tiempo $t=\tau=RC$, hallar: (a) la carga en el condensador, (b) la corriente, (c) la potencia suministrada por la batería, (d) la potencia disipada en la resistencia y (e) la velocidad a la que está aumentando la energía almacenada en el condensador.



$$t=RC$$

$$t=\tau=RC$$

a)

$$q(t) = \varepsilon \cdot C \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

$$q(t=\tau) = (6\text{V}) (1,5 * 10^{-6}\text{F}) \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

$$q(t=\tau) = 5.69 * 10^{-6}\text{C}$$

$$q(t=\tau) = 5.69 \mu C$$

b)

$$I(t) = I \cdot e^{\frac{-t}{\tau c}}$$

$$I(t) = \frac{\mathcal{E}}{R} \cdot e^{\frac{-t}{\tau c}}$$

$$I(t=\tau) = \frac{6V}{2 \cdot 10^6 \Omega} \cdot e^{\frac{-\tau}{\tau c}}$$

$$I(t=\tau) = 1.1 \cdot 10^{-6} A$$

$$I(t=\tau) = 1.1 \mu A$$

c)

$$P = I \mathcal{E}$$

$$P = (1.1 \cdot 10^{-6} A) (6V)$$

$$P = 6.6 \cdot 10^{-6} \text{ Watts}$$

$$P = 6.6 \mu W$$

d)

$$P = I (IR) = I^2 R$$

$$P = (1.1 \cdot 10^{-6} A)^2 (2 \cdot 10^6 \Omega)$$

$$P = 2.4 \cdot 10^{-6} \text{ Watts}$$

$$P = 2.4 \mu W$$

e)

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \rightarrow \frac{q}{C}$$

$$\frac{d}{dt}U = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2C} q^2 \right) \Rightarrow \frac{du}{dt} = \frac{d}{dt} \left\{ \frac{1}{2C} [q(t)]^2 \right\}$$

$$U(t) = \frac{1}{2C} \cdot 2 \cdot Q(t) \cdot \underbrace{\frac{d}{dt} Q(t)}_{I(t)}$$

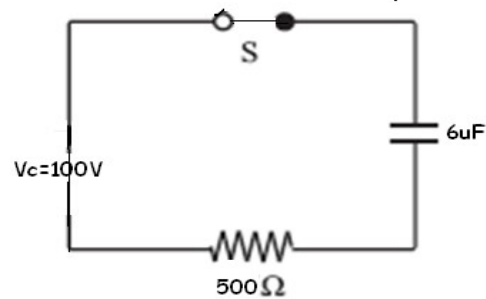
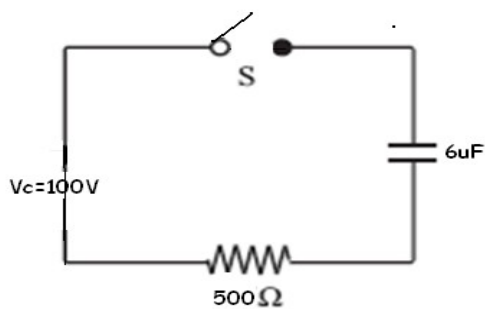
$$U(t) = \frac{Q(t)}{C} \cdot I(t)$$

$$U(t=\tau) = \frac{5.69 \cdot 10^{-6} C}{1.5 \cdot 10^{-6} F} \cdot 1.1 \cdot 10^{-6} A$$

$$U(t=\tau) = 4.17 \cdot 10^{-6} \text{ Watts}$$

$$U(t=\tau) = 4.17 \mu W$$

3. Un condensador de $6\mu\text{F}$ está inicialmente a 100V y luego se unen sus armaduras a través de una resistencia de 500Ω . (a) cuál es la carga inicial de condensador? (b) cuál es la corriente inicial en el instante después de que conecte al condensador a la resistencia? (c) cuál es la constante de tiempo (τ) de este circuito? (d) cuánta carga existe sobre el condensador después de $6 \times 10^{-3}\text{s}$? (e) hallar la energía inicial almacenada en el condensador? (f) demostrar que la energía almacenada en el condensador viene dado por $U = U_0 e^{-2t/\tau}$ donde U_0 es la energía inicial, y $\tau = RC$ es la constante del tiempo.



$$a) \quad C = \frac{Q}{V} \Rightarrow Q = C \cdot V$$

$$Q = 6 \cdot 10^{-6} \text{F} \cdot 100\text{V}$$

$$Q = 600 \cdot 10^{-6} \text{C}$$

$$Q = 600\mu\text{C}$$

$$b) \quad V = I \cdot R$$

$$I = \frac{V}{R} = \frac{100\text{V}}{500\Omega}$$

$$I = 0.2\text{A}$$

$$c) \quad \tau = RC = (500\Omega)(6 \cdot 10^{-6}\text{F})$$

$$\tau = 3000 \cdot 10^{-6}\text{s}$$

$$\tau = 3 \cdot 10^{-3}\text{s}$$

$$\tau = 3ms$$

d)

$$q(t) = Q \cdot e^{\frac{-t}{\tau c}}$$

$$q(t = 6 \cdot 10^{-3}s) = (600 \cdot 10^{-6}c) \cdot e^{\frac{-t}{\tau c}}$$

$$q(t = 6 \cdot 10^{-3}s) = 81.2 \cdot 10^{-6}c$$

$$q(t = 6 \cdot 10^{-3}s) = 81.2 \mu c$$

e) $U = \frac{1}{2} CV^2$

$$U = \frac{1}{2} (6 \cdot 10^{-6}F) (100v)^2$$

$$U = 3 \cdot 10^{-2}J$$

$$U = 30 \cdot 10^{-3}J$$

$$U = 30 mJ$$

f) $U = \frac{1}{2} CV^2$

$$U(t) = \frac{1}{2} c [V(t)]^2$$

$$V(t) = RI(t)$$

$$V(t) = R \cdot (I \cdot e^{\frac{-t}{\tau c}})$$

$$V(t) = V \cdot e^{\frac{-t}{\tau c}}$$

$$U(t) = \frac{1}{2} C [V \cdot e^{\frac{-t}{\tau}}]^2$$

$$U(t) = \left[\frac{1}{2} C V^2 \right] e^{\frac{-2t}{\tau}}$$

$$U(t) = U \cdot e^{\frac{-2t}{\tau}}$$

4. Un condensador de $1,6\mu\text{F}$ está inicialmente descargado se conecta en serie con una resistencia de $10\text{k}\Omega$ y una batería de 5V de resistencia interna despreciable. (a) cuál es la carga en el condensador después de un tiempo muy largo? (b) cuánto tiempo emplea el condensador en alcanzar el 99% de su carga final?

a)

$$q(t) = \varepsilon \cdot C (1 - e^{\frac{-t}{RC}})$$

$$q(t=0) = 5\text{V} \cdot 1,6 \cdot 10^{-6} \text{F} \cdot 1$$

$$q(t=0) = 8 \cdot 10^{-6} \text{C}$$

$$q(t=0) = 8\mu\text{C}$$

b)

$$q(99\%) = \frac{8 \cdot 10^{-6} \text{C} \cdot 99}{100} = 7,92 \cdot 10^{-6} \text{C} \rightarrow 7,92\mu\text{C}$$

$$q(99\%) = \varepsilon \cdot C (1 - e^{\frac{-t}{RC}})$$

$$7,92 \cdot 10^{-6} \text{C} = 8 \cdot 10^{-6} \text{C} (1 - e^{\frac{-t}{1,6 \cdot 10^{-6} \text{F} \cdot 10^4 \Omega}})$$

$$\frac{7,92 \cdot 10^{-6} \text{C}}{8 \cdot 10^{-6} \text{C}} = (1 - e^{\frac{-t}{1,6 \cdot 10^{-8} \text{s}}})$$

$$0,99 = (1 - e^{\frac{-t}{1,6 \cdot 10^{-8} \text{s}}})$$

$$e^{\frac{-t}{1,6 \cdot 10^{-8} \text{s}}} = 1 - 0,99$$

$$e^{\frac{-t}{16 \times 10^{-3}}} = 0.01$$

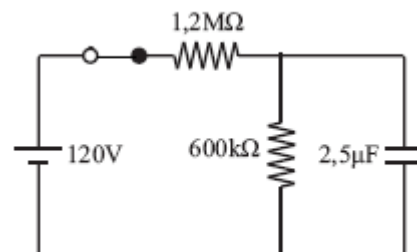
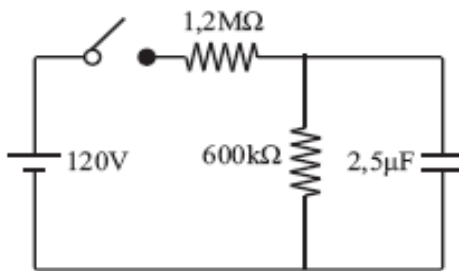
$$\frac{t}{16 \times 10^{-3}} = \ln 0.01$$

$$t = \ln 0.01 \cdot 16 \times 10^{-3}$$

$$t = 73,68 \times 10^{-3}$$

$$t = 73,68 \text{ ms}$$

5. Considere el circuito de la figura, determinar (a) la corriente inicial de la batería inmediatamente después de cerrar el interruptor. (b) la corriente estacionaria a través de la batería después de transcurrido un largo tiempo y (c) el voltaje máximo a través del condensador?



a)

$$I = \frac{V}{R}$$

$$I = \frac{120 \text{ V}}{1.2 \times 10^6 \Omega}$$

$$I = 100 \times 10^{-6} \text{ A}$$

$$I = 0.1 \times 10^{-3} \text{ A}$$

$$I = 0.1 \text{ mA}$$

b)

$$I = \frac{V}{1.8 \times 10^6 \Omega}$$

$$I = \frac{120V}{1.8 \times 10^6 \Omega}$$

$$I = 66.7 \times 10^{-6} A$$

$$I = 66.7 \mu A$$

c)

$$V = I \cdot R$$

$$V = 66.7 \times 10^{-6} A \cdot 600 \times 10^3 \Omega$$

$$V = 40V$$

6. Una resistencia de $3 \times 10^6 \Omega$ y un condensador de $1 \mu F$ se conectan a un circuito sencillo con una fuente de $\mathcal{E} = 4 \text{ Voltios}$. Al de 1s después de conectar; calcúlese la rapidez de los siguientes fenómenos (a) aumento de la carga en el condensador. (b) almacenamiento de la energía en el condensador (c) calentamiento por el efecto Joule en la resistencia, y (d) energía que proporciona la fuente de fem.

a)

$$q(t) = \mathcal{E} \cdot C (1 - e^{\frac{-t}{RC}})$$

$$q(t) = 4V \cdot 10^{-6} F (1 - e^{\frac{-1s}{3 \times 10^6 \Omega \cdot 10^{-6} F}})$$

$$q(t) = 4 \times 10^{-6} C (1 - e^{\frac{-1}{3}})$$

$$q(t) = 4 \times 10^{-6} C (1 - 0.7165)$$

$$q(t) = 4 \times 10^{-6} C (0.2834)$$

$$q(t) = 1.134 \times 10^{-6} C$$

$$q(t) = 1,134 \mu\text{C}$$

b)

$$\frac{\Delta U_C}{\Delta t} = I_C \cdot V_C \qquad I_C = I(t) \quad \wedge \quad V_C = \frac{q(t)}{C}$$

$$\Delta U_C = I(t) \cdot \frac{q(t)}{C} \cdot t$$

$$\Delta U_C = \left[\frac{\varepsilon}{R} \cdot e^{\frac{-t}{RC}} \right] \left[\frac{1}{C} \cdot \varepsilon \cdot C \left(1 - e^{\frac{-t}{RC}} \right) \right] \cdot t$$

$$\Delta U_C = \left[\frac{4\text{V}}{3 \cdot 10^6 \Omega} \cdot e^{\frac{-1}{3}} \right] \left[4\text{V} \left(1 - e^{\frac{-1}{3}} \right) \right] \cdot 1\text{s}$$

$$\Delta U_C = [0,96 \cdot 10^{-6}] [1,134] \cdot 1\text{s}$$

$$\Delta U_C = 1,08 \cdot 10^{-6} \text{J}$$

$$\Delta U_C = 1,08 \mu\text{J}$$

c)

$$\frac{\Delta U_R}{\Delta t} = I \cdot V = I(I \cdot R) = RI^2$$

$$\Delta U_R = R \left[\frac{\varepsilon}{R} \cdot e^{\frac{-t}{RC}} \right]^2 \cdot t$$

$$\Delta U_R = 3 \cdot 10^6 \Omega \left[\left(\frac{4\text{V}}{3 \cdot 10^6 \Omega} \right)^2 \cdot \left(e^{\frac{-1}{3}} \right)^2 \right]$$

$$\Delta U_R = 5,33 \cdot 10^{-6} \cdot e^{\frac{-2}{3}}$$

$$\Delta U_r = 5.33 * 10^{-6} . 0,51685$$

$$\Delta U_r = 2,76 * 10^{-6} \text{ J}$$

$$\Delta U_r = 2,76 \mu\text{J}$$

d)

$$\frac{\Delta U_f}{\Delta t} = I \cdot \varepsilon \qquad I(t) = \left[\frac{\varepsilon}{R} \cdot e^{\frac{-t}{\tau}} \right]$$

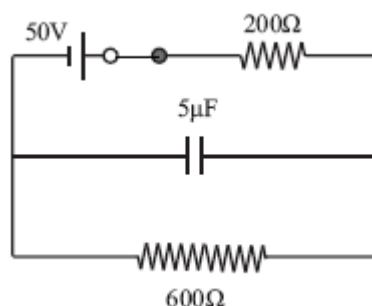
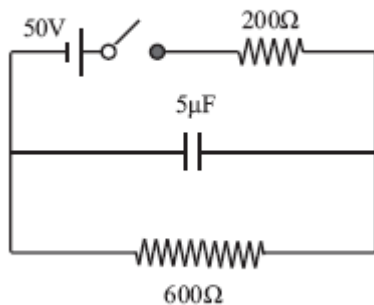
$$\Delta U_f = \varepsilon \cdot \left[\frac{\varepsilon}{R} \cdot e^{\frac{-t}{\tau}} \right] t$$

$$\Delta U_f = 4\text{V} \left[\left(\frac{4\text{V}}{3 \cdot 10^6 \Omega} \right) \cdot e^{\frac{-1}{3}} \right] \cdot 1\text{s}$$

$$\Delta U_c = 3,83 \cdot 10^{-6} \text{ J}$$

$$\Delta U_c = 3,83 \mu\text{J}$$

7. En el circuito de la figura (a) Cuál es la corriente inicial de la batería inmediatamente después de cerrar el interruptor? (b) Cuál es la corriente de la batería un tiempo largo después de cerrar el interruptor? (c) Cómo varía la intensidad de corriente en la resistencia de 600Ω en función del tiempo?



[<http://ejg-team.com/blog>]

a)

$$I = \frac{V}{R}$$

$$I = \frac{50V}{200\Omega}$$

$$I = 0.25A$$

b)

$$I = \frac{V}{R}$$

$$I = \frac{50V}{800\Omega}$$

$$I = 0.0625A$$

$$I = 62.5 \cdot 10^{-3}A$$

$$I = 62.5mA$$

c)

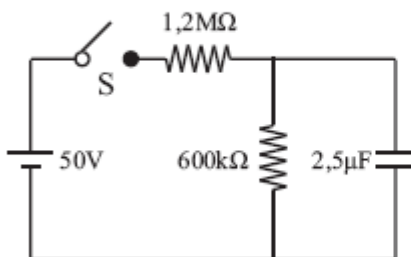
$$I(t) = I \cdot e^{\frac{-t}{\tau c}}$$

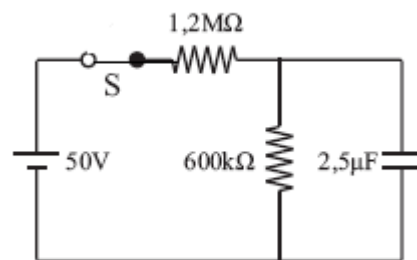
$$I(t) = 62.5 \cdot 10^{-3}A \cdot (e^{\frac{-t}{5 \cdot 10^{-6}F \cdot 150\Omega}})$$

$$I(t) = 62.5 \cdot 10^{-3}A \cdot (e^{\frac{-t}{0.75 \cdot 10^{-3}s}})$$

$$I(t) = 62.5mA \cdot (e^{\frac{-t}{0.75ms}})$$

8. En el circuito de la figura (a) ¿Cuál es la intensidad inicial de la corriente suministrada por la batería inmediatamente después de cerrado el interruptor S? (b) ¿Y al cabo de un largo tiempo de cierre de S? (c) ¿Como varía la intensidad de corriente de 600Ω en función del tiempo?





a)

$$I = \frac{V}{R}$$

$$I = \frac{50V}{1,2 \times 10^6 \Omega}$$

$$I = 41,67 \times 10^{-6} \text{ A}$$

$$I = 41,67 \mu\text{A}$$

b)

$$I = \frac{V}{R}$$

$$I = \frac{50V}{1,8 \times 10^6 \Omega}$$

$$I = 27,78 \times 10^{-6} \text{ A}$$

$$I = 27,78 \mu\text{A}$$

c)

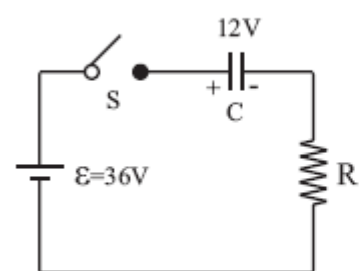
$$I(t) = I_0 e^{\frac{-t}{\tau c}}$$

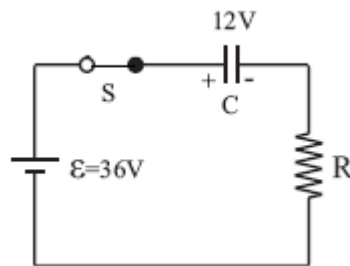
$$I(t) = 27,78 \cdot 10^{-6} \text{ A} \cdot \left(e^{\frac{-t}{2,5 \cdot 10^{-6} \text{ F} \cdot 600 \cdot 10^3 \Omega}} \right)$$

$$I(t) = 27,78 \cdot 10^{-6} \text{ A} \cdot \left(e^{\frac{-t}{1,5 \text{ s}}} \right)$$

$$I(t) = 27,78 \text{ } \mu\text{A} \cdot \left(e^{\frac{-t}{1,5 \text{ s}}} \right)$$

9. En el circuito de la figura el condensador tiene una capacidad de $2,5 \mu\text{F}$ y una resistencia de $0,5 \text{ M}\Omega$. Antes de cerrar el interruptor, la caída de potencial a través del condensador es 12 V , como se indica. El interruptor "S" se cierra para $t=0$. (a) cuál es la corriente inmediatamente después de cerrar S?. (b) para qué tiempo el voltaje a través del condensador es 24 V ?





a) $\sum \mathcal{E} = R I$

$$36\text{V} - 12\text{V} = 0.5 \times 10^6 \Omega \cdot I$$

$$\frac{24\text{V}}{0.5 \times 10^6 \Omega} = I$$

$$I = 48 \times 10^{-6} \text{A}$$

$$I = 48 \mu\text{A}$$

b) $36\text{V} - 24\text{V} = I(t) \cdot R$

$$12\text{V} = R \cdot I \cdot e^{\frac{-t}{RC}}$$

$$12\text{V} = 0.5 \times 10^6 \Omega \cdot 48 \times 10^{-6} \text{A} \cdot e^{\frac{-t}{RC}}$$

$$12\text{V} = 24\text{V} \cdot e^{\frac{-t}{RC}}$$

$$\frac{12\text{V}}{24\text{V}} = e^{\frac{-t}{RC}}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{e^{\frac{-t}{RC}}}$$

$$e^{\frac{-t}{RC}} = 2$$

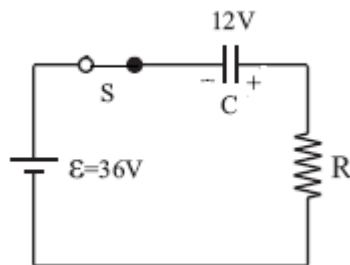
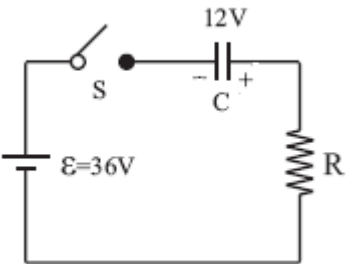
$$\frac{t}{RC} = \ln 2$$

$$t = \ln 2 \cdot 1.25s$$

$$t = 0.693 \cdot 1.25s$$

$$t = 0.866s$$

10. Repetir el problema (9) si el condensador se conecta con la polaridad invertida.



$$a) \sum \mathcal{E} = R I$$

$$36\text{v} + 12\text{v} = 0.5 \cdot 10^6 \Omega \cdot I$$

$$\frac{48\text{v}}{0.5 \cdot 10^6 \Omega} = I$$

$$I = 96 * 10^{-6} \text{A}$$

$$I = 96 \mu\text{A}$$

b) $36\text{V} - 24\text{V} = I(t) \cdot R$

$$12\text{V} = R \cdot I \cdot e^{\frac{-t}{RC}}$$

$$12\text{V} = 0.5 * 10^6 \Omega \cdot 96 * 10^{-6} \text{A} \cdot e^{\frac{-t}{RC}}$$

$$12\text{V} = 48\text{V} \cdot e^{\frac{-t}{RC}}$$

$$\frac{12\text{V}}{48\text{V}} = e^{\frac{-t}{RC}}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{1}{e^{\frac{-t}{RC}}}$$

$$e^{\frac{-t}{RC}} = 4$$

$$\frac{t}{RC} = \ln 4$$

$$t = \ln 4 \cdot 1.25\text{s}$$

$$t = 1,386.1, 25\text{s}$$

$$t = 1,733\text{s}$$

