Limiti

Definizione: *valore a cui una funzione tende quando la variabile indipendente si avvicina a un certo numero*

Calcolo "intuitivo"

- $\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$ se $f(x)$ è definito in a

- Se $f(x)$ non è definito in a, prendiamo valori sempre più vicini ad a per approssimare il limite

- Se $f(x)$ cresce (o decresce) indefinitamente, si dice che $f(x)$ tende a $+\infty$ (o $-\infty$)

Distinzione tra limite destro e sinistro

- Per limite destro, indicato con $x \to a^+$,si intende l'avvicinarsi ad a in maniera decrescente (nel grafico, da destra)

- Per limite sinistro, indicato con $x \to a^-$,si intende l'avvicinarsi ad a in maniera crescente (nel grafico, da sinistra)

- Si può notare la differenza, ad esempio, nel limite $\frac{1}{x}$, per cui a seconda se sia destro o sinistro, il limite risulta $+\ \infty$ o $-\ \infty$

- Se $\lim_{x \to a} f(x)$ ha due soluzioni e non viene indicato se sia destro o sinistro, allora $\lim_{x \to a} f(x)$ non esiste.

Proprietà dei limiti

- $\lim_{x \to a} [f(x) + g(x)] = \lim_{x \to a} f(x) + \lim_{x \to a} g(x)$
- $\lim_{x \to a} [f(x) - g(x)] = \lim_{x \to a} f(x) - \lim_{x \to a} g(x)$
- $\lim_{x \to a} [f(x) \cdot g(x)] = \lim_{x \to a} f(x) \cdot \lim_{x \to a} g(x)$
- $\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \to a} f(x)}{\lim_{x \to a} g(x)}$ (se e solo se $g(x) \neq 0$)
- $\lim_{x \to a} [f(g(x))] = f\left(\lim_{x \to a} g(x) \right)$