

Scomposizione

Definizione: La riscrittura di un polinomio come prodotto di polinomi di grado minore

Raccoglimento totale

Dato un polinomio $p(x) = a_n x^n + \dots + a_k x^k$ è possibile raccogliere per un certo $c \cdot x^k$ se il minimo grado delle componenti del polinomio è proprio k e se tutti gli a_i sono divisibili per c (questo è sempre vero in R), in modo che si possa riscrivere il polinomio in questo modo:

- $$p(x) = cx^k \left(\frac{a_n}{c} x^{n-k} + \dots + \frac{a_{k+1}}{c} x^{k+1} + \frac{a_k}{c} \right)$$

Raccoglimento parziale

Dato un polinomio $p(x) = a_n x^n + \dots + a_1 x + a_0$ è possibile raccogliere come sopra spezzando prima il polinomio in vari polinomi (non bisogna spezzare per forza il polinomio per gradi crescenti di x) in modo tale che una volta raggruppati separatamente, abbiano tutti un fattore comune:

- $$\begin{aligned} p(x) &= a_n x^n + \dots + a_1 x + a_0 = \\ &= c_0 x^k (a(x)) + \dots + c_p x^q (a(x)) + a(x) \end{aligned}$$

Quell' $a(x)$ senza moltiplicazione per un x^j esiste a causa del termine noto che non può essere raggruppato da una potenza di x .

Cerchiamo questi $c_i x^j$ in modo che creino degli $a(x)$ tutti uguali per poterli raggruppare come sopra:

- $p(x) = (c_0 x^k + \dots + c_p x^q) a(x)$

Esempio:

- $$\begin{aligned} p(x) &= x^4 + 3x^2 + 2 = [in\ questo\ caso\ a(x) = (x^2 + 2)] \\ &= x^2(x^2 + 2) + (x^2 + 2) = \\ &= (x^2 + 1)(x^2 + 2) \end{aligned}$$