

Matematica (22/01/2021)

$$4x^2 + 11x - 3 =$$

$$S = \frac{11}{4} \quad P = -\frac{3}{4}$$

$$-\frac{1}{4} \quad \frac{12}{4}$$

$$4 \cdot \left( x^2 + \frac{11}{4}x - \frac{3}{4} \right) =$$

$$= 4 \cdot \left( x - \frac{1}{4} \right) (x + 3) =$$

$$= (4x - 1)(x + 3)$$

$$4x^2 + 11x - 3 =$$

2 numeri il cui prodotto è uguale a

$$P = 4(-3) = -12 \quad \left. \begin{array}{l} P = 4(-3) = -12 \\ S = 11 \end{array} \right\} -1; 12$$

$$4x^2 + 11x - 3 = 4x^2 - x + 12x - 3 =$$

$$= 4x(x + 3) - 1 \cdot (x + 3) =$$

$$= (x + 3)(4x - 1)$$

$$2x^2 - 5x - 3 =$$

$$P = -6 \quad \left. \begin{array}{l} P = -6 \\ S = -5 \end{array} \right\} -6; +1$$

$$= 2x^2 - 6x + x - 3 =$$

$$= 2x(x - 3) + (x - 3) =$$

$$= (x - 3)(2x + 1)$$

$$\begin{array}{c|ccc|c} 1 & 6 & 11 & 6 & \\ & + & + & & + \\ -2 & -2 & -8 & -6 & \\ \hline & 1 & 4 & 3 & 0 \end{array}$$

$$P(x) = (x - 1)(x^2 + 6x^2 + 11x + 6) = (x - 1)(x + 2)(x^2 + 4x + 3) =$$

$$= (x - 1)(x + 2)(x + 1)(x + 3)$$

$$(x^2 + 4x + 3)$$

$$S = 4 \quad \left. \begin{array}{l} S = 4 \\ P = 3 \end{array} \right\} 3; 1$$

TEOREMA di RUFFINI

Segue dal Teorema del Resto.

T. Resto: "Se un polinomio di grado maggiore di 1 viene diviso per un binomio del tipo  $x - a$ , allora il resto della divisione è uguale a  $p(a)$ ."

$$P(x) = x^4 - 10x^2 - 3x + 7$$

già dato  $\rightarrow x - 3 \quad a = 3$

es. algoritmo RUFFINI

$$P(x) = x^3 - x + 6 = (x + 2) \cdot (x^2 - 2x + 3)$$

$$\begin{array}{c|ccc|c} 1 & 0 & -1 & 6 & \\ & + & + & & \\ ? & -2 & 4 & -6 & \\ \hline & 1 & -2 & 3 & 0 \end{array}$$

$$P(1) = 6$$

$$P(-2) = -8 - (-2) + 6 = -6 + 6 = 0$$

$$(x + 2)(x^2 - 2x + 3) \rightarrow \text{NON scomponibile}$$

$$P(x) = x^4 + 9x^3 + 9x^2 - 9x - 6 =$$

$$P(1) = 1 + 9 + 9 - 9 - 6 = 0$$

$$\begin{array}{c|cccc|c} 1 & 9 & 9 & -9 & -6 & \\ & + & + & + & + & \\ 1 & 1 & 6 & 11 & 6 & \\ \hline & 1 & 6 & 11 & 6 & 0 \end{array}$$

$$P(x) = (x - 1)(x^3 + 6x^2 + 11x + 6) = (x - 1)(x + 2) \cdot ?$$

$$\begin{array}{c|ccc|c} 1 & 6 & 11 & 6 & \end{array}$$

$$P(3) = 9^4 - 10 \cdot 3 - 3 \cdot 3 + 7 = \text{uguale al resto della divisione TRA } P(x) \text{ e } x - 3$$

Dimostrazione T. Resto:

$$P(x) \text{ PER } x - a \quad \text{allora} \quad P(x) = \begin{array}{l} x - a \\ q(x) \\ \hline R \\ \uparrow \\ \text{numero} \end{array}$$

$$P(x) = q(x) \cdot (x - a) + R$$

$$P(a) = \underbrace{q(a) \cdot (a - a)}_0 + R \Rightarrow P(a) = R$$

$$P(x) = x^3 + 2x^2 - x - 2 = (x - 1)(x^2 + 3x + 2) = (x - 1)(x + 1)(x + 2)$$

$$P(1) = 1 + 2 - 1 - 2 = 3 - 1 - 2 = 2 - 2 = 0 \quad \left( \begin{array}{l} \text{Resto della } \div \\ \text{per } x - 1 \end{array} \right)$$

$$\begin{array}{c|ccc|c} 1 & 2 & -1 & -2 & \\ & + & + & & \\ 1 & 1 & 3 & 2 & \\ \hline & 1 & 3 & 2 & 0 = P(1) \end{array}$$

$$P(x) = 2x^4 - 3x^3 + x^2 - 2x - 8 = (x - 2) \cdot ? = (x - 2)(2x^3 + x^2 + 3x + 6)$$

$$P(2) = 32 - 24 + 4 - 4 - 8 = 0$$

$$\begin{array}{r|rrrr|r} 2 & 2 & -3 & 1 & -2 & -8 \\ & & & + & + & + \\ \hline 2 & 2 & 4 & 2 & 6 & 8 \end{array}$$

$$P(x) = 2x^3 + x^2 + 3x + 4$$

$$P(-1) = 2 \cdot (-1) + 1 + 3 \cdot (-1) + 4 = -2 + 1 - 3 + 4 = -1 - 3 + 4 = -4 + 4 = 0 =$$

$$P(x) = (x-2)(x+1)(2x^2 - x + 4)$$

$$\begin{array}{r|rrrr|r} 2 & 2 & +1 & +3 & 4 \\ & & & + & + & + \\ \hline -1 & 2 & -2 & +1 & -4 \\ \hline 2 & 2 & -1 & 4 & 0 \end{array}$$

Teorema collegato all'algoritmo di Ruffini:

"Un polinomio  $P(x)$  di grado maggiore di 1, è divisibile per un binomio del tipo  $x-a$ , se e solo se  $P(a) = 0$ ."

Dimostrazione:

Se)  $P(x)$  è divisibile per  $x-a$  se  $P(a) = 0$

$$P(x) = q(x) \cdot (x-a) + R = q(x) \cdot (x-a) + P(a) =$$

$= q(x) \cdot (x-a)$  quindi è divisibile per  $x-a$

solo se) se  $P(x)$  è divisibile per  $x-a$ , allora

$$P(x) = (x-a) \cdot h(x) + 0$$

$$\text{allora } P(a) = R = 0$$