Integrali

Definizione: *area del grafico sottesa ad una funzione*

- $\Delta x = \frac{b-a}{n}$ dove (a, b) è l'intervallo di cui si vuole calcolare l'area

- $A = \lim_{n \to +\infty} \sum_{i=0}^{n} f\left(x_i\right)\Delta x = \int_a^b f(x)dx$

Calcolo

- Sia $F(x)$ tale che $F'(x) = f(x)$, allora vale sempre $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a) = F(x)|_a^b$

Integrali indefiniti

- $\int f(x)dx = F(x) + c$ dove c è una costante

Proprietà

- $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$

- $\int_a^a f(x)dx = 0$

- $\int_a^b f(x)dx + \int_b^c f(x)dx = \int_a^c f(x)dx$

- $\int_a^b (f(x) + g(x))dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx$

- $\int_a^b d \cdot f(x)dx = d \cdot \int_a^b f(x)dx$

Sostituzione

- $\int f(g(x))g'(x)dx = \int f(u)du = F(u) + c = F(g(x)) + c$

  dove $u = g(x)$ e $du = g'(x)dx$

- $\int_a^b f(g(x))g'(x)dx = \int_{g(a)}^{g(b)} f(u)du = F(g(b)) - F(g(a))$ dove $u = g(x)$ e $du = g'(x)dx$

Integrazione per parti

$$\int f(x)g'(x)dx = f(x)g(x) - \int f'(x)g(x)dx$$