Probabilità

cardinalità di un insieme: numero di elementi nell'insieme

Ω = spazio degli eventi = {"testa", "croce"} = {T, C}

$$p(T) = \frac{\text{N. eventi favorevoli}}{\text{N. eventi possibili}} = \frac{1}{2}$$

$$p(C) = \frac{1}{2}$$

Probabilità Classica: si basa sul fatto che tutti i casi siano EQUIPROBABILI

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$p(2) = \frac{1}{6}$$

$$p(\text{"pari"}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 50\%$$

$$0 \leq p \leq 1 \qquad 0\% \leq p \leq 100\%$$

Evento complementare: tutti i casi contrari $(\bar{E})$

$$p(4, 5, 6) = \frac{3}{6} = 50\%$$

$$\bar{E} = \{1, 2, 3\} \qquad p(\bar{E}) = 50\%$$

$$p(\bar{E}) = 1 - p(E)$$

$$p(E) = \text{"x5"} = \{5\} = \frac{1}{6}$$

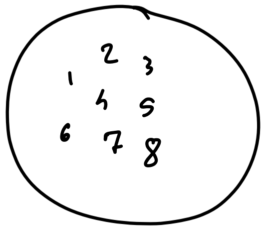
$$\bar{E} = \{1, 2, 3, 4, 6\} = \frac{5}{6} = 1 - \frac{1}{6}$$

$$p(E) + p(\bar{E}) = 1$$

$$\Omega = \underbrace{\{1,2,3,4,5,6\}}_{\text{eventi elementari}}$$

$\{1,3,4\}$ ← ricavare

es



$E_1 =$ multiplo di 3 $= \{3,6\}$

$E_2 = >5 = \{6,7,8\}$

$\Omega = \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$

$E_1 \cup E_2 = \{3,6,7,8\}$ = UNIONE

$E_1 \cap E_2 = \{6\}$ = intersezione

$p(E_1 \cup E_2) = \dfrac{4}{8} = 50\%$ [1 volta evento in comune

$p(E_1) = \dfrac{2}{8}$

$p(E_2) = \dfrac{3}{8}$

$p(E_1) + p(E_2) = \dfrac{5}{8}$ [2 volte evento in comune]

Evento unione $= p(E_1) + p(E_2) - p(E_1 \cap E_2)$

Se $E_1 = E_2 \quad E_2 = \bar{E}$

$E_1 \cup \bar{E}_2 = \Omega \Rightarrow p(E_1 \cup \bar{E}_2) = p(\Omega) = 1$

$p(E_1) + p(\bar{E}_2) - p(E_1 \cap \bar{E}_2)$

$\Downarrow$

$0 \rightarrow$ Insieme vuoto

$p(E_1) + p(\bar{E}_2) = 1$

Evento intersezione : $p(E_1 \cap E_2)$

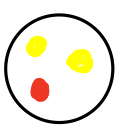
E_1 ed E_2 eventi indipendenti

$\Downarrow$

$p(E_1 \cap E_2) = p(E_1) \cdot p(E_2)$

es

$E_1 =$ "gialla I^a"



$p(E_1) = \dfrac{2}{3} \qquad p(E_2) = \dfrac{1}{2}$

$p(E_1 \cap E_2) = \dfrac{2}{3} \cdot \dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{3}$

$E_2 =$ "gialla II^a"

$E_1 \cap E_2 =$ "gialla alla I^a e II^a" $\quad \Omega = \{GG, GR, RG\}$

E_1 ed E_2 eventi dipendenti

$\Downarrow$

$p(E_1 \cap E_2) = p(E_2 | E_1) \cdot p(E_1)$

E_2 IN FUNZIONE di E_1

$p(GG) = \frac{1}{3}$

8

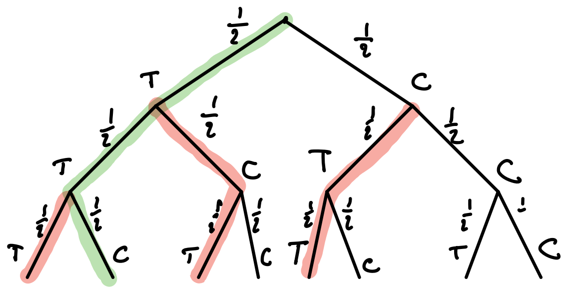
$\Omega \{G_1G_1, G_1G_2, G_1R, G_2G_2, G_2G_1, G_2R, RG_1, RG_2, RR\}$ $\quad p(E_1 \cap E_2) = \frac{4}{9}$

$p(E_1) \cdot p(E_2) = p(E_1 \cap E_2)$

$\frac{2}{3} \quad \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$

I Grafici

$p(TTC) = \frac{1}{8}$



TTT TTC TCT CTT

$\frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8}$

Teorema di Bayes

$p(E \cap F) = p(E \text{ dato } F) \cdot p(F)$

$p(F \cap E) = p(F \text{ dato } E) \cdot p(E)$

$p(E \text{ dato } F) \cdot p(F) = p(F \text{ dato } E) \cdot p(E)$

$$p(E \text{ dato } F) = \frac{p(F \text{ dato } E) \cdot p(E)}{p(F)}$$

Approccio Frequentista

N: numero di eventi riprodotti

F_{ass}: numero di eventi favorevoli

$$F_{rel} = \frac{F_{ass}}{N}$$

più è grande più è simile alla probabilità classica

$$P(E) \simeq \lim_{N \to \infty} \frac{F_{ass}}{N}$$