Control Automático: Lección 01

Año: 2016-2017 **Término:** II **Instructor:** Luis I. Reyes Castro **Paralelo:** 02

COMPROMISO DE HONOR

Yo, ____________________ al firmar este compromiso, reconozco que la presente lección está diseñada para ser resuelta de manera individual, que puedo usar un lápiz o pluma y una calculadora científica, que solo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción de la lección, y que cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído debo apagarlo. También estoy conciente que no debo consultar libros, notas, ni materiales didácticos adicionales a los que el instructor entregue durante la lección o autorice a utilizar. Finalmente, me comprometo a desarrollar y presentar mis respuestas de manera clara y ordenada.

Firmo al pie del presente compromiso como constancia de haberlo leído y aceptado.

Firma: ____________________ Número de matrícula: ____________________

Problema 1.1. Suponga que usted se encuentra analizando un sistema descrito por la siguiente ecuación diferencial, la cual relaciona la señal de entrada o referencia $r(t)$ con la señal de salida o variable controlada $c(t)$.

$$\frac{d^2c(t)}{dt^2} + 6\,\frac{dc(t)}{dt} + 8\,c(t) \;=\; \frac{1}{3}\,\frac{dr(t)}{dt} + r(t)$$

Con esto en mente, encuentre:

- [**1 Punto**] La función de transferencia $G(s) = C(s)/R(s)$.
  Solución:
  $$G(s) \;=\; \frac{(1/3)s + 1}{s^2 + 6s + 8} \;=\; \frac{1}{3}\,\frac{s+3}{s^2 + 6s + 8}$$
- [**2 Puntos**] La respuesta de la salida $c(t)$ cuando la entrada $r(t)$ es un escalón.
  Solución:
  $$c(t) \;=\; \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{12}\,e^{-2t} - \frac{1}{24}\,e^{-4t}\right) u(t)$$

Problema 1.2. Considere la siguiente función de transferencia:

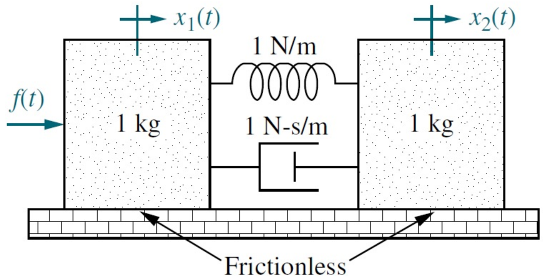
$$G(s) \;=\; \frac{s+2}{s^2 + 4s + 20}$$

Encuentre:

- [**1 Punto**] La ecuación diferencial del sistema que coresponde a $G(s)$.
  Solución:
  $$\frac{d^2c(t)}{dt^2} + 4\,\frac{dc(t)}{dt} + 20\,c(t) \;=\; \frac{dr(t)}{dt} + 2\,r(t)$$
- [**2 Puntos**] La respuesta de la salida $c(t)$ cuando la entrada $r(t)$ es un impulso.
  Solución:
  $$c(t) \;=\; e^{-2\,t}\,\cos(\,4\,t\,)\,u(t)$$

Problema 1.3. Considere el siguente sistema mecánico translacional.

Escriba las dos ecuaciones diferenciales que relacionan las posiciones de los dos bloques de masa, *i.e.,* $x_1(t)$, $x_2(t)$, con la fuerza de entrada, *i.e.,* $f(t)$, en términos de sus transformaciones de Laplace, *i.e.,* en términos de $X_1(s)$, $X_2(s)$, $F(s)$. [**4 Puntos**]



Solución:

$$
\begin{aligned}
(s^2+s+1)\,X_1(s)-(s+1)\,X_2(s) &= F(s)\\
-(s+1)\,X_1(s)+(s^2+s+1)\,X_2(s) &= 0
\end{aligned}
$$