
Modelos Estocásticos (INDG-1008): Examen 03

Semestre: 2017-2018 Término II

Instructor: Luis I. Reyes Castro

Problema 3.1. Un fabricante tiene una máquina complicada. Al comienzo de cada día que la máquina está operativa el riesgo de que la misma se desconponga es p . Cuando la máquina se desconpone se llama inmediatamente a la agencia de mantenimiento para agendar una visita para el día siguiente. La visita de la agencia dura k días y cuesta α dólares diarios. Durante la visita los técnicos instalan un repuesto que tiene una vida útil mínima de m días. Cada visita sucede de la siguiente manera:

- Supongamos que la máquina empieza la mañana del día t operativa y que durante ese día la misma se desconpone un par de horas antes del final de la jornada. El fabricante entonces llama a la agencia de mantenimiento para agendar una visita.
- La mañana del día $t + 1$ llegan los técnicos de la agencia y empiezan a trabajar en la máquina. Trabajan todo el día.
- Los días $t + 2, t + 3, \dots, t + k - 1$, los técnicos de la agencia continúan su trabajo.
- La mañana del día $t + k$ los técnicos de la agencia continúan su trabajo y le entregan la máquina operativa al fabricante para el final de la jornada.
- La mañana del día $t + k + 1$ la máquina está operativa nuevamente, y continua así hasta el día $t + k + m$ gracias al repuesto especial que instalan los técnicos.
- Al empezar el día $t + k + m + 1$ la máquina puede volverse a desconponer con probabilidad igual a p .

Con esto en mente:

a) **2 Puntos:** Modele la situación descrita como una Cadena de Markov. En particular, presente el grafo de la cadena en función de p y k .

b) **3 Puntos:** Calcule:

- El porcentaje del tiempo que la máquina opera toda la jornada sin problemas.
- El porcentaje del tiempo que la máquina empieza el día operativa pero se desconpone durante algún momento de la jornada.
- El porcentaje del tiempo que la máquina recibe mantenimiento.

Problema 3.2. Un inversionista de riesgo se encuentra evaluando varias nuevas empresas, para lo cual las ha clasificado de la siguiente manera:

- Las empresas rango A son las mejores. Cada trimestre una empresa rango A logra volverse totalmente rentable con probabilidad del 20%, se mantiene en el mismo rango con probabilidad del 50% y desciende de rango con probabilidad del 30%.
- Las empresas rango B son las segundas mejores. Cada trimestre una empresa rango B asciende a rango A con probabilidad del 25%, se mantiene en el mismo rango con probabilidad del 55% y desciende de rango con probabilidad del 20%.
- Las empresas rango C son las problemáticas. Cada trimestre una empresa rango C asciende a rango B con probabilidad del 30%, se mantiene en el mismo rango con probabilidad del 50% y quiebra con probabilidad del 20%.

Con esto en mente, complete las siguientes actividades:

- a) **1 Punto:** Modele el sistema de clasificación de empresas del inversionista como una Cadena de Markov con cinco estados. En particular, provea el grafo de la cadena.
- b) **3 Puntos:** Suponiendo que cada acción de una empresa rango A genera \$500 mensuales, que cada acción de una empresa rango B genera \$350 mensuales, y que cada acción de una empresa rango C genera \$120 mensuales, encuentre el valor acumulado de una acción de una empresa tipo A desde que se compra la acción hasta que la empresa quiebra o se vuelve completamente rentable.

Problema 3.3. [6 Puntos] Un acaudalado inversionista tiene una empresa que se dedica a identificar *start-ups* prometedoras. De las empresas que él usualmente evalúa, se sabe que generalmente solo el 40% tendrá éxito. Actualmente, el inversionista logra identificar correctamente a empresas exitosas con probabilidad del 85% y a empresas no-exitosas con probabilidad del 75%. Se supone que él invierte si pronostica que la empresa será exitosa; caso contrario no invierte. Cuando invierte y acierta sus ganancias ascienden a los \$180K, mientras que cuando invierte y se equivoca sus pérdidas usualmente acumulan unos \$40K.

Suponga que un consultor dice poder predecir correctamente el futuro de una empresa con probabilidad p . Si el consultor ofrece sus servicios por un honorario de \$35K, cuál es el mínimo valor de p que garantiza que lo contrate el inversionista?