
Mecánica Vectorial (MECG-1001): Lección 01

Semestre: 2017-2018 Término II

Instructor: Luis I. Reyes Castro

Paralelo: 08

Problema 1.1. Para la armadura mostrada en la siguiente figura (lado izquierdo):

- a) 3 Puntos:** Utilizando el método de las secciones escriba tres ecuaciones de las cuales se puedan resolver para las fuerzas en los miembros AB , AG y FG .

Solución: Primero definimos:

$$\theta_{AB} = \arctan(9/40) = 12.68^\circ \quad \theta_{AG} = \arctan(9/12) = 36.87^\circ$$

Luego, considerando la sección $BCDGH$ tenemos:

$$\sum F_x : + F_{AB} \cos(\theta_{AB}) + F_{AG} \cos(\theta_{AG}) + F_{FG} = 0$$

$$\sum F_y : - F_{AB} \sin(\theta_{AB}) - F_{AG} \sin(\theta_{AG}) - 4.5 = 0$$

$$\sum M_G : - (9) (1 - 12/40) F_{AB} \cos(\theta_{AB}) - (14)(1.8) - (28)(0.9) = 0$$

- b) 1.5 Puntos:** Calcule las fuerzas en los miembros AB , AG y FG . Por favor denote fuerzas de compresión con signo positivo y de tensión con signo negativo.

Solución: De la sumatoria de momentos en G obtenemos:

$$F_{AB} = -8.2 \text{ kips}$$

Luego, de la sumatoria de fuerzas en y obtenemos:

$$F_{AG} = -4.5 \text{ kips}$$

Finalmente, de la sumatoria de fuerzas en x obtenemos:

$$F_{FG} = +11.6 \text{ kips}$$

- c) 3 Puntos:** Utilizando el método de las secciones escriba tres ecuaciones de las cuales se puedan resolver para las fuerzas en los miembros AE , EF y FJ .

Solución: Primero definimos:

$$\theta_{AE} = \arctan(9/8) = 48.37^\circ$$

Luego, considerando la sección $ABCDFGH$ tenemos:

$$\sum F_x : + F_{AE} \cos(\theta_{AE}) + F_{EF} = 0$$

$$\sum F_y : + F_{AE} \sin(\theta_{AE}) + F_{FJ} - 5.4 = 0$$

$$\sum M_A : + 9 F_{EF} - (12)(1.8) - (26)(1.8) - (40)(0.9) = 0$$

- d) 1.5 Puntos:** Calcule las fuerzas en los miembros AE , EF y FJ .

Solución: De la sumatoria de momentos en A obtenemos:

$$F_{EF} = +11.6 \text{ kips}$$

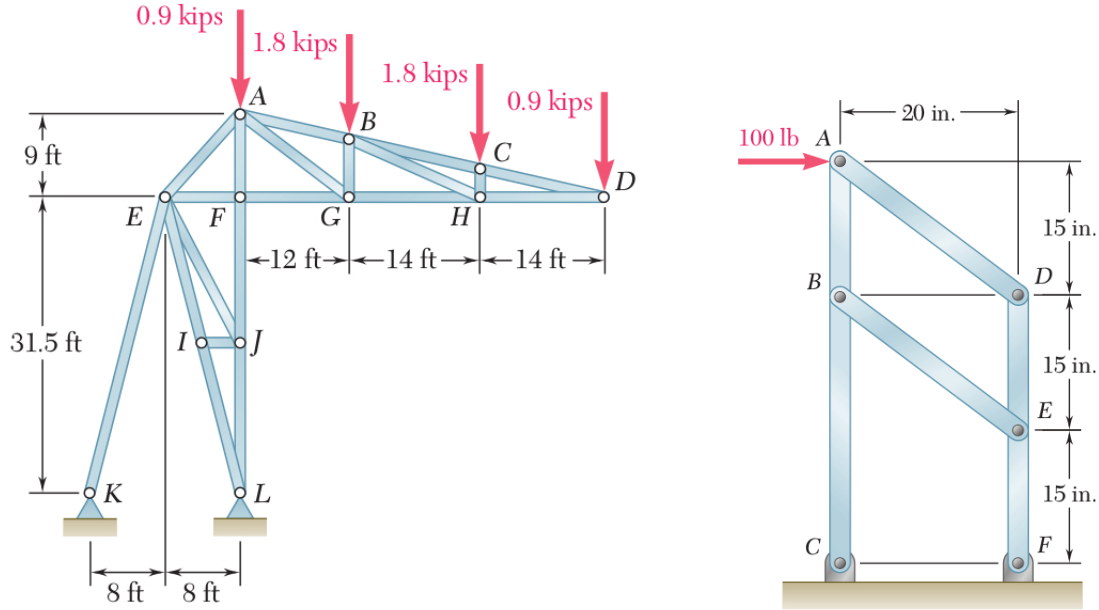
Luego, de la sumatoria de fuerzas en x obtenemos:

$$F_{AE} = -17.46 \text{ kips}$$

Finalmente, de la sumatoria de fuerzas en y obtenemos:

$$F_{FJ} = +18.45 \text{ kips}$$

Problema 1.2. Para el armazón mostrado en la siguiente figura (lado derecho):



a) **2 Puntos:** Bosqueje los diagramas de cuerpo libre de las barras ABC y DEF .

Solución: Definiendo $\theta = \arctan(15/20) = 36.87^\circ$, tenemos:

• Cuerpo ABC :

$$\sum F_x : -F_{AD} \cos(\theta) - F_{BE} \cos(\theta) + C_x + 100 = 0$$

$$\sum F_y : +F_{AD} \sin(\theta) + F_{BE} \sin(\theta) + C_y = 0$$

$$\sum M_C : +45(F_{AD} \cos(\theta) - 100) + 30F_{BE} \cos(\theta) = 0$$

• Cuerpo DEF :

$$\sum F_x : +F_{AD} \cos(\theta) + F_{BE} \cos(\theta) + F_x = 0$$

$$\sum F_y : -F_{AD} \sin(\theta) - F_{BE} \sin(\theta) + F_y = 0$$

$$\sum M_F : -30F_{AD} \cos(\theta) - 15F_{BE} \cos(\theta) = 0$$

b) **2 Puntos:** Calcule las fuerzas en los eslabones AD y BE . Por favor denote fuerzas de compresión con signo positivo y de tensión con signo negativo.

Solución: Considerando el cuerpo DEF y sumando de momentos en F tenemos:

$$F_{BE} = -2 F_{AD}$$

Luego, considerando el cuerpo ABC y sumando momentos en C tenemos:

$$\begin{aligned} &+ 45 (F_{AD} \cos(\theta) - 100) - 60 F_{AD} \cos(\theta) = 0 \\ \implies &F_{AD} = -375 \text{ lb}, F_{BE} = +750 \text{ lb} \end{aligned}$$

c) 2 Puntos: Calcule las reacciones en C y F .

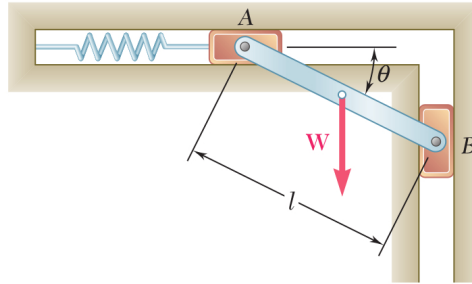
Solución: Considerando el cuerpo ABC y sumando fuerzas tenemos:

$$C_x = +200 \text{ lb}, \quad C_y = -225 \text{ lb}$$

Luego, Considerando el cuerpo DEF y sumando fuerzas tenemos:

$$F_x = -300 \text{ lb}, \quad F_y = +225 \text{ lb}$$

Problema 1.3. Una barra delgada AB de peso W se une a los bloques A y B que se mueven libremente sobre las guías como se muestra en la siguiente figura. El resorte, que tiene una constante k , se encuentra sin deformar cuando $\theta = 0^\circ$.



a) 3 Puntos: Sin tomar en cuenta el peso de los bloques, encuentre una ecuación en términos de W , k , l y θ que se cumpla cuando la barra está en equilibrio.

Solución: Primero expresamos la deformación del resorte como función de θ . Para esto nos fijamos que cuando el resorte se encuentra sin deformar la distancia desde la esquina hasta el punto A es l , pero cuando el resorte se encuentra deformado la distancia de la esquina hasta el punto A es $l \cos(\theta)$. Consecuentemente, la fuerza del resorte es:

$$f(\theta) = k[l - l \cos(\theta)] = k l [1 - \cos(\theta)]$$

Entonces, bosquejando el diagrama de cuerpo libre tenemos:

$$\sum F_x : + B_x - f(\theta) = 0 \implies B_x = f(\theta)$$

$$\sum F_y : + A_y - W = 0 \implies A_y = W$$

$$\sum M_A : + l \sin(\theta) f(\theta) - (1/2) l \cos(\theta) W = 0$$

$$\implies 2 \tan(\theta) f(\theta) = W \implies 2 k l \tan(\theta) [1 - \cos(\theta)] = W$$

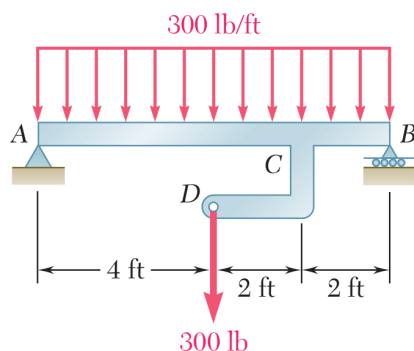
b) **3 Puntos:** Determine el valor de θ cuando $W = 75 \text{ lb}$, $l = 30 \text{ in}$ y $k = 3 \text{ lb/in}$.

Solución: Este literal queda cancelado puesto que la ecuación

$$2 k \ell \tan(\theta) [1 - \cos(\theta)] = W$$

no es fácil de resolver algebraicamente. De todas maneras, la solución es $\theta = 49.7^\circ$.

Problema 1.4. 4 Puntos: Para la viga mostrada en la siguiente figura encuentre la fuerza cortante $V(x)$ y el momento flector $M(x)$ como función de la posición $x \in [0, 8]$.



Solución: Empezamos con las reacciones:

$$\sum F_x : A_x = 0 \text{ lb}$$

$$\sum F_y : A_y + B_y = 2700$$

$$\sum M_A : - \int_0^8 300 x \, dx - (4)(300) + 8 B_y = 0$$

$$\implies 8 B_y = (1/2)(300)(8^2) + (4)(300)$$

$$\implies B_y = 1350 \text{ lb}, A_y = 1350 \text{ lb}$$

Para la sección donde $x \in [0, 6]$:

$$\sum F_x : F(x) = 0 \text{ lb}$$

$$\sum F_y : +1350 - 300x - V(x) = 0 \implies V(x) = -300x + 1350 \text{ lb}$$

$$\implies M(x) = M(0) + \int_0^x (-300x + 1350) \, dx = -150x^2 + 1350x \text{ lb-in}$$

Para la sección donde $x \in [6, 8]$:

$$\sum F_x : F(x) = 0 \text{ lb}$$

$$\sum F_y : +1350 - 300x - 300 - V(x) = 0 \implies V(x) = -300x + 1050 \text{ lb}$$

$$\sum M_x : +M(x) - 1350x + \int_0^x 300x \, dx + 300(x - 4) = 0$$

$$\implies M(x) = -150x^2 + 1050x + 1200 \text{ lb}$$

En conclusión:

-
- Fuerza cortante:

$$V(x) = \begin{cases} -300x + 1350 \text{ lb}, & \text{para todo } x \in [0, 6] \\ -300x + 1050 \text{ lb}, & \text{para todo } x \in [6, 8] \end{cases}$$

- Momento flector:

$$M(x) = \begin{cases} -150x^2 + 1350x \text{ lb-in}, & \text{para todo } x \in [0, 6] \\ -150x^2 + 1050x + 1200 \text{ lb}, & \text{para todo } x \in [6, 8] \end{cases}$$