
Dinámica (FIMCP-01271): Lección 01

Año: 2016-2017

Término: II

Instructor: Luis I. Reyes Castro

Paralelo: 02

COMPROMISO DE HONOR

Yo, _____ al firmar este compromiso, reconozco que la presente lección está diseñada para ser resuelta de manera individual, que puedo usar un lápiz o pluma y una calculadora científica, que solo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción de la lección, y que cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído debo apagarlo. También estoy conciente que no debo consultar libros, notas, ni materiales didácticos adicionales a los que el instructor entregue durante la lección o autorice a utilizar. Finalmente, me comprometo a desarrollar y presentar mis respuestas de manera clara y ordenada.

Firmo al pie del presente compromiso como constancia de haberlo leído y aceptado.

Firma: _____ Número de matrícula: _____

Problema 1.1. La aceleración de una partícula está definida por la relación $a = -K\sqrt{v}$, donde K es una constante. Si se sabe que en $t = 0$ tenemos $x = 0$ m y $v = 81$ m/s, y que cuando $x = 18$ m tenemos $v = 36$ m/s, determine:

- a. [3 Puntos] Una expresión matemática que relacione la posición $x(t)$, la velocidad $v(t)$ y la constante K .

Solución:

- Como $a = v \frac{dv}{dx}$, tenemos:

$$\begin{aligned} v \frac{dv}{dx} &= -Kv^{1/2} \implies v^{1/2} dv = -K dx \\ \implies \frac{2}{3} (v(t)^{3/2} - v(0)^{3/2}) &= -K (x(t) - x(0)) \end{aligned}$$

- Dado que $x(0) = 0$ m y $v(0) = 81$ m/s, tenemos:

$$\frac{2}{3} (v(t)^{3/2} - 81^{3/2}) = -K x(t) \iff v(t)^{3/2} = -\frac{3K}{2} x(t) + 81^{3/2}$$

- b. [2 Puntos] El valor de K .

Solución:

- Como $x(t) = 18$ m cuando $v(t) = 36$ m/s, tenemos:

$$\frac{2}{3} (36^{3/2} - 81^{3/2}) = -18K \implies K = 19$$

- c. [1 Punto] La velocidad de la partícula cuando $x = 20$ m.

Solución:

- Como $x(t) = 20$ m, tenemos:

$$v(t)^{3/2} = -\frac{(3)(19)}{2} (20) + 81^{3/2} \implies v(t) = 159^{2/3} \text{ m/s} = 29.35 \text{ m/s}$$

- d. [3 Puntos] Una expresión matemática que relacione la velocidad $v(t)$ con el tiempo t .

Solución:

-
- Como $a = \frac{dv}{dt}$, tenemos:

$$\begin{aligned}\frac{dv}{dt} &= -Kv^{1/2} \implies v^{-1/2} dv = -K dt \\ &\implies 2(v(t)^{1/2} - v(0)^{1/2}) = -Kt \\ &\implies v(t) = \left(\sqrt{v(0)} - \frac{1}{2} Kt \right)^2\end{aligned}$$

- Dado que $v(0) = 81$ m/s y que $K = 19$, tenemos:

$$v(t) = \left(9 - \frac{19}{2} t \right)^2$$

- e. [1 **Punto**] El tiempo requerido para que la partícula quede en reposo.

Solución:

- De la última expresión, vemos que $v(t) = 0$ cuando:

$$9 - \frac{19}{2} t = 0 \iff t = 0.947 \text{ s}$$