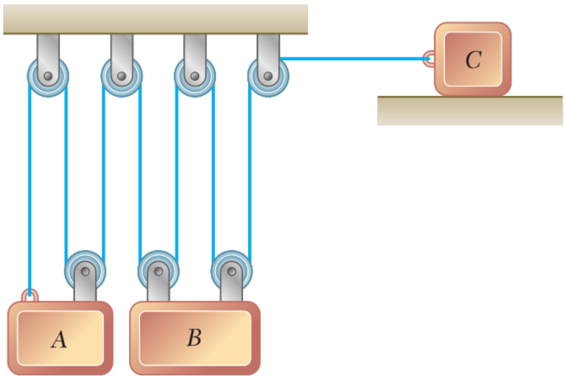
Mecánica Vectorial (MECG-1001): Trabajo Autónomo 04

Semestre: 2017-2018 Término II **Instructor:** Luis I. Reyes Castro **Paralelo:** 08

Problema 4.1. [**4 Puntos**] El bloque B se mueve hacia abajo con una velocidad constante de 20 mm/s. En $t = 0$, el bloque A se mueve hacia arriba con una aceleración constante y su velocidad es de 30 mm/s. Si se sabe que en $t = 3$ s el bloque deslizante C se ha movido 57 mm a la derecha, determine *(i)* la velocidad del bloque deslizante C en $t = 0$, y *(ii)* las aceleraciones de los bloques A y C.



Solución: Como de costumbre, para los bloques A y B definimos el origen en el techo y la dirección positiva hacia abajo, y para el bloque C definimos el origen el cualquier punto al izquierda del bloque y la dirección positiva hacia la derecha. En este caso la ecuación de ligadura es:

$$\begin{aligned} \ell \;&=\; 3\,x_A(t) + 4\,x_B(t) + x_C(t) \\ \implies\; & 3\,v_A(t) + 4v_B(t) + v_C(t) \;=\; 0 \\ \implies\; & 3\,a_A(t) + 4a_B(t) + a_C(t) \;=\; 0 \end{aligned}$$

Dado que $v_A(0) = -0.030$ m/s y $v_B(0) = +0.020$ m/s tenemos:

$$v_C(0) \;=\; -3\,v_A(0) - 4\,v_B(0) \;=\; +0.010 \text{ m/s} \;=\; +10 \text{ mm/s}$$

Además, como para todo $t \geq 0$ es el caso que $a_A(t)$ es constante y $a_B(t)$ es cero, concluimos que $a_C(t)$ también es constante. Para hallar su aceleración reconocemos que ese cuerpo se encuentra en movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, *i.e.:*

$$\Delta x_C(t) \;=\; v_C(0)\,t + (1/2)\,a_C\,t^2$$

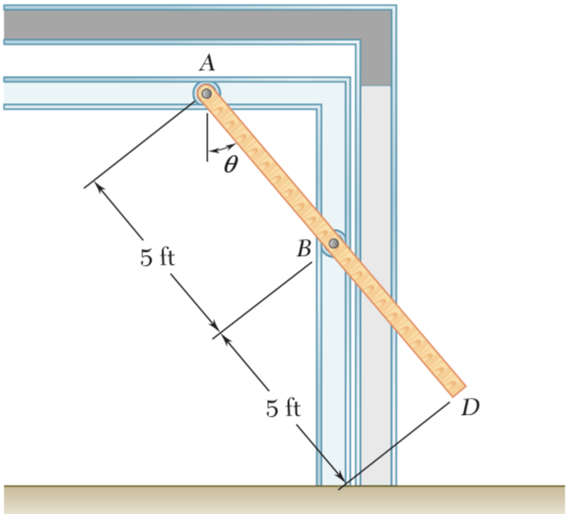
Cuando $t = 3$ s tenemos $\Delta x_C(t) = 0.057$ m. Por lo tanto:

$$a_C \;=\; \frac{2\,(\,\Delta x_C(t) - v_C(0)\,t\,)}{t^2} \;=\; 0.006 \text{ m/s}^2 \;\equiv\; 6 \text{ mm/s}^2$$

Finalmente, de la ecuación de ligadura obtenemos:

$$a_A \;=\; -(1/3)\,a_C \;=\; -2 \text{ m/s}^2 \;\equiv\; -2 \text{ mm/s}^2$$

Problema 4.2. [4 Puntos] Una puerta levadiza se guía mediante dos ruedas en A y B que giran sobre las correderas horizontal y vertical que se muestran en la figura. Si cuando $\theta = 40°$ la velocidad de la rueda B es de 1.5 ft/s hacia arriba, determine *(i)* la velocidad angular de la puerta y *(ii)* la velocidad del extremo D de la puerta.



Solución: Primero reconocemos que:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{v_A} &= (\,-v_A, 0\,)\ \text{ft/s} \\ \boldsymbol{v_B} &= (\,0, +1.5\,)\ \text{ft/s} \end{aligned}$$

Además:

$$\begin{aligned} \widehat{\boldsymbol{r}}_{\boldsymbol{BA}} &= (\,-\cos(50°),\, +\sin(50°)\,) \;=\; (\,-0.643,\, +0.766\,) \\ \boldsymbol{r_{BA}} &= 5\,\widehat{\boldsymbol{r}}_{\boldsymbol{BA}} \;=\; (\,-3.214,\, +3.830\,)\ \text{ft} \\ \boldsymbol{r_{BD}} &= -\boldsymbol{r_{BA}} \;=\; (\,+3.214,\, -3.830\,)\ \text{ft} \end{aligned}$$

Entonces, de la relación entre las velocidades de A y B obtenemos:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{v_A} &= \boldsymbol{v_B} + \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r_{BA}} \\ \Longrightarrow \begin{bmatrix} -v_A \\ 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 \\ +1.5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3.830\,\omega \\ -3.214\,\omega \end{bmatrix} \\ \Longrightarrow \boldsymbol{\omega} &= +0.4667\,\widehat{\boldsymbol{k}}\ \text{rad/s} \end{aligned}$$

Finalmente, calculamos la velocidad en D considerando la velocidad en B :

$$\begin{aligned} \boldsymbol{v_D} &= \boldsymbol{v_B} + \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r_{BD}} \\ \Longrightarrow \begin{bmatrix} +(v_D)_x \\ +(v_D)_y \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 \\ +1.5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (+3.830)(0.4667) \\ (+3.214)(0.4667) \end{bmatrix} \\ \Longrightarrow \boldsymbol{v_B} &= \begin{bmatrix} +1.788 \\ +3.000 \end{bmatrix}\ \text{m/s} \end{aligned}$$