
Modelos Estocásticos (INDG-1008): Trabajo Autónomo 01

Semestre: 2017-2018 Término II

Instructor: Luis I. Reyes Castro

Problema 1.1. (2 Puntos) La biblioteca pública de Springdale recibe nuevos libros de acuerdo a una distribución Poisson con media de 25 libros por día y los exhibe en anaqueles con capacidad para 100 libros. Determine lo siguiente:

- a) El promedio de anaqueles que se llenarán de nuevos libros cada mes (30 días).
- b) La probabilidad de que se requieran más de 10 libreros cada mes, si un librero se compone de 5 anaqueles.

Problema 1.2. (3 Puntos) Un coleccionista de arte viaja a subastas de arte una vez al mes en promedio. Cada viaje es seguro que produzca una compra. El tiempo entre viajes está exponencialmente distribuido. Determine lo siguiente:

- a) La probabilidad de que se realice exactamente una compra en un periodo de 3 meses.
- b) La probabilidad de que se realicen no más de 8 compras por año.
- c) La probabilidad de que el tiempo entre viajes sucesivos exceda de 1 mes.

Problema 1.3. (2 Puntos) El tiempo entre llegadas en el restaurante L&J es exponencial con media de 5 minutos. El restaurante abre a las 11:00 A.M. Determine lo siguiente:

- a) La probabilidad de que para las 11:12 hallan arribado un total de 10 clientes, dado que para las 11:05 habían arribado 8 clientes.
- b) Las probabilidad de que al menos un nuevo cliente llegue entre las 11:28 y las 11:33, si el último cliente llegó a las 11:25.

Problema 1.4. (2 Puntos) La U de A opera dos líneas de autobuses en el campus. La línea roja presta servicio al norte del campus, mientras que la línea verde presta servicio al sur del campus. Una estación de transferencia conecta las dos líneas. Los autobuses verdes llegan a la estación de transferencia de acuerdo a un proceso Poisson con tiempo medio entre arribos de 10 minutos. Los autobuses rojos tienen medio entre arribos de 7 minutos.

- a)Cuál es la probabilidad de que al menos un autobus de cada una de las dos líneas se detengan en la estación durante un intervalo de 5 minutos?
- b) Un estudiante cuyo dormitorio está cerca de la estación tiene clase en 10 minutos. Cualquiera de los autobuses lo lleva al edificio del salón de clases. El viaje requiere 5 minutos, después de lo cual el estudiante camina durante aproximadamente 3 minutos para llegar al salón. Cuál es la probabilidad de que el estudiante llegue a tiempo a clase?

Problema 1.5. (2 Puntos) En una tienda de Guayaquil solo se venden dos tipos de cerveza: Pilsener y Club Verde. El número de botellas de Pilsener que se vende diariamente obedece una distribución Poisson con parámetro μ_P , mientras que las ventas de Club Verde tienen distribución Poisson con parámetro μ_{CV} . Suponiendo que las ventas de estos dos tipos de cervezas son independientes e idénticamente distribuídas:

- a) Encuentre la distribución del número de cervezas que se venden diariamente como función de μ_P y μ_{CV} , *i.e.*, su soporte y función de masa probabilística.

-
- b) Encuentre la probabilidad de que durante un día se vendan más cervezas Pilsener que Club Verde como función de μ_P y μ_{CV} .

Problema 1.6. (3 Puntos) En una oficina pública solo se ofrece un trámite y solo atiende un empleado. Los ciudadanos arriban de acuerdo a un proceso Poisson con media de tres por hora. Los tiempos que le toman al empleado atender a los ciudadanos son independientes y están uniformemente distribuidos entre diez y veinte minutos. Si arriba un ciudadano mientras el empleado está ocupado atendiendo a uno anterior, el recién arribado deberá sentarse a esperar. Suponiendo que la oficina abre a las 8:00 A.M., encuentre la distribución del índice del primer ciudadano que tendrá que sentarse a esperar, *i.e.*, la probabilidad, para cada entero $k \geq 2$, de que el k^{avo} ciudadano sea el primero en tener que sentarse a esperar.

Problema 1.7. (2 Puntos) En una transitada esquina de la ciudad un empleado de una agencia publicitaria pasa volantes a los peatones. El jefe del empleado sabe por experiencia que en esa esquina se pueden repartir volantes a una tasa de dos y medio por minuto. Suponiendo que los tiempos entre repartos están exponencialmente distribuidos, y que el jefe le entregó al empleado 100 volantes para repartir, conteste las siguientes preguntas:

- a) Cuál es la distribución del tiempo que le tomará al empleado repartir las volantes?
- b) El empleado sale a repartir las volantes y vuelve 20 minutos después prometiendo haber hecho su trabajo, pero su jefe no le cree. Asumiendo que el empleado dice la verdad, cuál es la probabilidad del evento en cuestión?

Problema 1.8. En la República del Banano los servidores públicos son conocidos por ser bastante corruptos. De hecho, es tan rampante la corrupción en ese país que la publicación de escándalos puede ser muy bien modelada como un proceso Poisson con media de seis al año. Más aún, está tan bien documentada y estudiada la historia de la corrupción en ese país que se sabe lo siguiente:

- Cuatro de cada diez veces un mismo partido alcanza la presidencia y la mayoría legislativa al mismo tiempo. En estos casos, los gobernantes siempre eligen crear leyes para amordazar a la “prensa corrupta que no sirve ni para madurar aguacates”. Como consecuencia de este tipo de leyes los gobernantes logran prevenir la publicación de siete de cada diez escándalos de corrupción.
- La Fiscalía de cada nuevo gobierno no hace el menor esfuerzo por cumplir sus funciones hasta que el tercer o cuarto escándalo de corrupción es expuesto por la prensa. La mitad de las veces la Fiscalía espera hasta el tercer escándalo y la otra hasta el cuarto.
- Como regla general, los pobladores del país destituyen a su gobierno si durante cualquier par de años consecutivos se publican más de diez escándalos por año.

Asumiendo que un nuevo gobierno acaba de ser elegido y de tomar el poder:

- a) **(2 Puntos)** Cuál es la probabilidad de que para el final del primer año la nueva Fiscalía se haya visto obligada a actuar ante el número de escándalos publicados?
- b) **(2 Puntos)** Suponiendo que durante los primeros 18 meses no se publicaron escándalos de corrupción, cuál es la probabilidad de que el nuevo gobierno haya amordazado a la “prensa corrupta”?
- c) **(2 Puntos)** Con qué probabilidad completará el gobierno su mandato de 4 años?