Modelos Estocásticos (INDG-1008): Tarea 01

Semestre: 2017-2018 Término I **Instructor:** Luis I. Reyes Castro

Nota: Por favor entregue todas las funciones en Python que se le soliciten en un solo archivo de acuerdo al siguiente formato:

`apellido1_apellido2_tarea_01.py`

Problema 1.1. Suponga que usted ha sido encargado con del manejo del inventario de algunos productos no-perecederos en un supermercado que abre todos los días a sus clientes por la misma cantidad de tiempo. Para mantener una consistencia en el manejo de inventario a través de los varios productos que se venden en el supermercado, el gerente ha dispuesto que todos los inventarios se controlen mediante políticas de punto de reposición.

Más precisamente, al final de cada día se cuenta el inventario del producto y si este es menor o igual a I_{rep} unidades se hace un pedido de reposición por Q_{rep} unidades al proveedor, el cual es entregado por el mismo al comienzo del siguiente día antes de la hora de apertura de la tienda; caso contrario, no se hace un pedido de reposición. Fíjese que bajo estas suposiciones el máximo inventario posible es:

$$I_{max} = I_{rep} + Q_{rep}$$

Adicionalmente,como es de costumbre en este campo de estudio, usted hace la suposición simplificatoria que las demandas del producto D_1, D_2, ... constituyen una secuencia de variables aleatorias i.i.d. con distribución Poisson con parámetro λ. Más aún, si para cada día t denotamos a I_t como el inventario a la hora de apertura de la tienda del t^{avo} día, a D_t como la demanda del día, *i.e.*, la cantidad que se vendería ese día si el inventario fuere inagotable, a R_t como la cantidad repuesta entre la noche del t^{avo} día y la hora de apertura del $(t+1)^{\text{avo}}$ día, tenemos que:

$$I_{t+1} = \max\{\, 0,\, I_t - D_t \,\} + R_t \,; \qquad R_t = \begin{cases} Q_{rep}, & \text{si } 0 \le I_t \le I_{rep}\,; \\ 0, & \text{caso contrario;} \end{cases}$$

Con todo esto en mente, para cada problema de manejo de inventario con demanda λ y política de punto de reposición (I_{rep}, Q_{rep}) podemos construir una Cadena de Markov en $n = I_{max} + 1$ estados. Más precisamente, los estados serían: Cero unidades en inventario, una unidad en inventario, dos unidades en inventario, y asi sucesivamente, hasta I_{max} unidades en inventario.

Primera Actividad: (X Puntos)

Escriba una función en Python que tome como entrada (1) el parámetro λ de la distribución Poisson de la demanda, (2) el inventario de reposición I_{rep} y (3) la cantidad por reposición Q_{rep}, y que produzca como única salida la matriz de transición de la cadena de Markov correspondiente como un arreglo `numpy` de tamanño (n, n). Por favor defina el nombre de su función como `construye_mat_inv`. De esta manera, por ejemplo, yo usaría mi función asi:

```python
import numpy as np
from reyes_castro_tarea_01 import matriz_P_inventario
# Entradas:
lambda_dem = 6.9 # Parametro de la demanda
I_rep = 5 # Inventario de reposicion
Q_rep = 5 # Cantidad por reposicion
# Salida: Matriz de probabilidad de la Cadena de Markov
P = contruye_mat_inventario( lambda_dem, I_rep, Q_rep)
```

Sugerencia: Para hacerse la vida más fácil a la hora de calcular probabilidades le recomiendo que utilice la funcion `poisson.pmf()` de la librería `scipy.stats`. Click aquí para más información. Por ejemplo:

```
from scipy.stats import poisson
# Le asignamos a 'prob' la probabilidad de que una
# variable aleatoria Poisson con parametro mu = 4.8
# tome el valor k = 3
prob = poisson.pmf( mu = 4.8, k = 3)
```

Segunda Actividad: (Y Puntos)

Construya la matriz de transición para el problema para cada uno de los siguientes casos:

Caso	λ	I_{rep}	Q_{rep}
Producto A - Política 1	1.6	3	2
Producto A - Política 2	1.6	1	4
Producto B - Política 1	4.1	2	5
Producto B - Política 2	4.1	4	3

Por favor presente sus matrices como tablas con los decimales redondeados a tres dígitos.

Nota: Usted puede llevar a cabo esta actividad aún sin haber realizado la primera.

Tercera Actividad: (Z Puntos)

Calcule la distribución en estado estable para cada uno de los cuatro casos de la actividad anterior. Por favor presente sus resultados en dos tablas separados, una para cada producto, de tal manera que se pueda observar como la política influye en la distribución en estado estable.

Cuarta Actividad: (W Puntos)

Para comparar las políticas necesitamos una función de utilidad. Para esto consideremos cualquiera de los dos productos y supongamos que la utilidad neta por unidad es de U dólares.

El Producto A tiene una utilidad neta por unidad de \$1.25 y un costo de retención por unidad por día de \$0.10. Calcule la utilidad de cada una de las dos políticas propuestas y compárelas. Luego repita el ejercicio suponiendo que el producto B tiene una utilidad neta por unidad de \$0.60 y un costo de retención por unidad por día de \$0.08.