Dinámica (FIMCP-01271): Lección 02

Año: 2016-2017 **Término:** II **Instructor:** Luis I. Reyes Castro **Paralelo:** 02

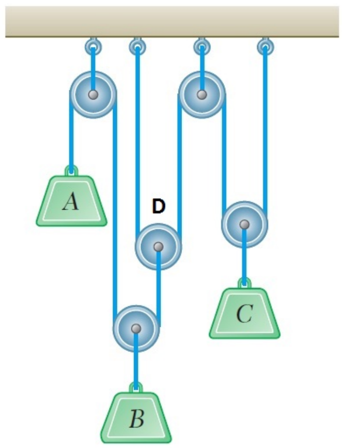
COMPROMISO DE HONOR

Yo, ______________________________ al firmar este compromiso, reconozco que la presente lección está diseñada para ser resuelta de manera individual, que puedo usar un lápiz o pluma y una calculadora científica, que solo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción de la lección, y que cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído debo apagarlo. También estoy conciente que no debo consultar libros, notas, ni materiales didácticos adicionales a los que el instructor entregue durante la lección o autorice a utilizar. Finalmente, me comprometo a desarrollar y presentar mis respuestas de manera clara y ordenada.

Firmo al pie del presente compromiso como constancia de haberlo leído y aceptado.

Firma: ______________________________ Número de matrícula: ____________________

Problema 2.1. En la figura de abajo, el bloque A se mueve hacia abajo con una velocidad constante de 75 mm/s, mientras que el bloque C inicia su movimiento desde el reposo en $t = 0$ y se mueve hacia arriba con una aceleración constante de 25 mm/s^2. Además, el punto D indica la polea a la cual está fijado el extremo derecho de la cuerda del lado izquierdo. Tomando como origen el techo y como dirección positiva la dirección hacia abajo, encuentre:



a. **[2 Puntos]** Las longitudes de las dos cuerdas como funciones de las posiciones de los bloques A, B y C y del punto D. Denótese a la longitud de la cuerda del lado izquierdo como ℓ_1 y a la del lado derecho como ℓ_2.
Solución: De la figura vemos que:

$$\begin{aligned} \ell_1 &= x_A(t) + x_B(t) + (\, x_B(t) - x_D(t)\,) = x_A + 2\,x_B(t) - x_D(t) \\ \ell_2 &= 2\,x_C(t) + 2\,x_D(t) \end{aligned}$$

b. **[2 Puntos]** Una ecuación que relacione las velocidades de los bloques A, B y C.
Solución: Primero diferenciamos las dos ecuaciones anteriores con respecto al tiempo, para obtener:

$$\begin{aligned} 0 &= v_A(t) + 2\,v_B(t) - v_D(t) \\ 0 &= 2\,v_C(t) + 2\,v_D(t) \end{aligned}$$

Luego, reconocemos que la segunda ecuación dice que $v_D(t) = -v_C(t)$. Reemplazando esto en la primera ecuación, tenemos:

$$v_A(t) + 2\, v_B(t) + v_C(t) \;=\; 0$$

c. **[1 Punto]** El tiempo transcurrido hasta que la velocidad del bloque B sea cero.
Solución: Resolviendo la ecuación anterior para $v_B(t)$ obtenemos:

$$v_B(t) \;=\; -(1/2)(\, v_A(t) + v_C(t)\,)$$

Como $v_A(t) = 75$ mm/s, y como $v_C(t) = -25\,t$ mm/s, tenemos:

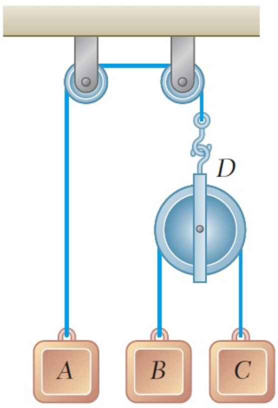
$$v_B(t) \;=\; -(1/2)(\,75 - 25\,t\,)$$

Vemos asi que $v_B(t) = 0$ cuando $t = 3$ s.

d. **[1 Punto]** El desplazamiento del bloque B.
Solución: Recordando que conocemos $v_B(t)$ para todo t, vemos que:

$$\begin{aligned} \Delta x \;=\; \int_0^3 v_B(t)\, dt \;&=\; -\frac{1}{2}\int_0^3 (\,75 - 25\,t\,)\, dt \\ &=\; -\frac{1}{2}\left[75\,t + \frac{25}{2}\,t^2\right]_0^3 \\ &=\; -\frac{225}{4}\ \text{mm} \;=\; -56.25\ \text{mm} \end{aligned}$$

Problema 2.2. En la figura de abajo, los tres bloques mostrados se mueven a velocidades constantes. Si se sabe que la velocidad relativa de A con respecto a C es de 300 mm/s hacia arriba, y que la velocidad relativa de B con respecto a A es de 200 mm/s hacia abajo, encuentre:



a. **[1 Punto]** Una ecuación que relacione la velocidad del bloque A con la velocidad del punto D.
Solución: Es fácil ver que $v_D(t) = -v_A(t)$.

b. **[1 Punto]** Una ecuación que relacione las velocidades de los bloques B y C con la velocidad del punto D.

Solución: Si denotamos a la longitud de la cuerda que une a los bloques B y C con el punto D como ℓ, vemos que:

$$\ell \;=\; (\,x_B(t) - x_D(t)\,) + (\,x_C(t) - x_D(t)\,) \;=\; x_B(t) + x_C(t) - 2\,x_D(t)$$

Diferenciando esta ecuación, obtenemos la relación deseada:

$$v_B(t) + v_C(t) - 2\,v_D(t) \;=\; 0$$

c. **[1 Punto]** Un conjunto de tres ecuaciones lineales que relacione las velocidades de los tres bloques.
Solución: Las dos primeras dos ecuaciones son obtenidas directamente del enunciado del problema. Ciertamente:

- Como $v_{A/C} = -300$ mm/s tenemos:

$$v_A(t) - v_C(t) \;=\; -300$$

- Como $v_{B/A} = 200$ mm/s tenemos:

$$v_B(t) - v_A(t) \;=\; 200$$

La última ecuación se obtiene al combinar las ecuaciones solicitadas en los dos primeros literales. En particular, como $v_D(t) = -v_A(t)$ y $v_B(t) + v_C(t) - 2\,v_D(t) = 0$ tenemos:

$$2\,v_A(t) + v_B(t) + v_C(t) \;=\; 0$$

d. **[1 Punto]** La velocidad de cada uno de los tres bloques.
Solución: Resolviendo las tres ecuaciones lineales obtenemos:

$$v_A(t) \;=\; -125 \text{ mm/s} \qquad v_B(t) \;=\; +75 \text{ mm/s} \qquad v_C(t) \;=\; +175 \text{ mm/s}$$