

---

## Control Automático: Lección 04

Año: 2016-2017

Término: II

Instructor: Luis I. Reyes Castro

Paralelo: 02

### COMPROMISO DE HONOR

Yo, \_\_\_\_\_ al firmar este compromiso, reconozco que la presente lección está diseñada para ser resuelta de manera individual, que puedo usar un lápiz o pluma y una calculadora científica, que solo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción de la lección, y que cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído debo apagarlo. También estoy conciente que no debo consultar libros, notas, ni materiales didácticos adicionales a los que el instructor entregue durante la lección o autorice a utilizar. Finalmente, me comprometo a desarrollar y presentar mis respuestas de manera clara y ordenada.

Firmo al pie del presente compromiso como constancia de haberlo leído y aceptado.

Firma: \_\_\_\_\_ Número de matrícula: \_\_\_\_\_

**Problema 4.1.** Considere un tanque mezclador en una fábrica de productos químicos, el cual es alimentado por flujos externos de líquido caliente ( $C$ ) y frío ( $F$ ), y el cual a su vez alimenta a otros tanques más adelante en el proceso. Denótese a:

- La altura y temperatura de líquido en el tanque como  $h(t)$  y  $\text{Temp}(t)$ , medidas en metros y grados Celcius, respectivamente.
- El área transversal del tanque como  $A_T$ , medida en metros cuadrados.
- El flujo del líquido caliente y frío que continuamente vertemos en el tanque, denotado  $q_C(t)$  y  $q_F(t)$ , medido en metros cúbicos por segundo.
- La temperatura constante del líquido caliente y frío que continuamente vertemos en el tanque, denotado  $T_C$  y  $T_F$ , medido en grados Celcius.

Entonces, si  $\mathcal{A}$  es una constante medida en metros cuadrados, tenemos que:

$$\begin{aligned}\frac{dh(t)}{dt} &= \frac{1}{A_T} \left( q_C(t) + q_F(t) - \mathcal{A}\sqrt{2gh(t)} \right) \\ \frac{d\text{Temp}(t)}{dt} &= \frac{1}{A_T h(t)} (q_C(t) [T_C - \text{Temp}(t)] + q_F(t) [T_F - \text{Temp}(t)])\end{aligned}$$

Ahora, suponga que durante la operación del tanque la altura del líquido se mantiene muy cercana al punto  $h_0$  y la temperatura se mantiene muy cercana al punto  $\text{Temp}_0$ . Esto implica que los valores en equilibrio de los flujos  $q_C(t)$  y  $q_F(t)$ , denotados  $q_C^*$  y  $q_F^*$ , satisfacen:

$$\begin{aligned}q_C^* + q_F^* &= \mathcal{A}\sqrt{2gh_0} \\ q_C^* (T_C - \text{Temp}_0) &= q_F^* (\text{Temp}_0 - T_F)\end{aligned}$$

Con todo esto en mente, complete las siguientes actividades:

- **[7 Puntos]** Linealice el sistema, *i.e.*, escriba las dos ecuaciones diferenciales lineales que gobiernan la historia de las perturbaciones  $\delta h(t)$ ,  $\delta \text{Temp}(t)$ ,  $\delta q_C(t)$  y  $\delta q_F(t)$ .
- **[3 Puntos]** Construya un modelo de espacio de estados para este sistema alrededor del punto de equilibrio antes mencionado. Las entradas son los flujos de líquido caliente y frío y las salidas son la altura y temperatura del líquido en el tanque.