Dinámica (FIMCP-01271): Lección 03

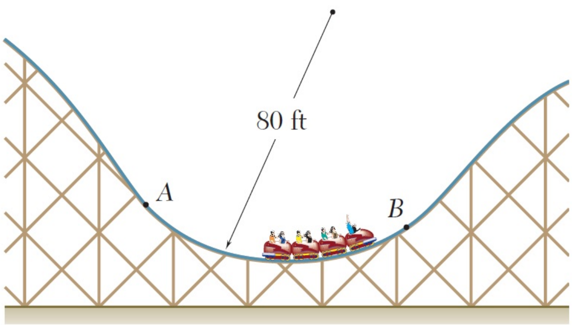
Año: 2016-2017 **Término:** II **Instructor:** Luis I. Reyes Castro **Paralelo:** 02

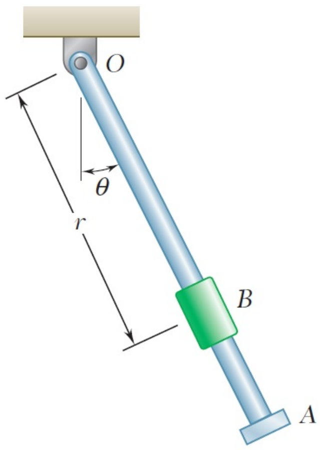
COMPROMISO DE HONOR

Yo, ______________________ al firmar este compromiso, reconozco que la presente lección está diseñada para ser resuelta de manera individual, que puedo usar un lápiz o pluma y una calculadora científica, que solo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción de la lección, y que cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído debo apagarlo. También estoy conciente que no debo consultar libros, notas, ni materiales didácticos adicionales a los que el instructor entregue durante la lección o autorice a utilizar. Finalmente, me comprometo a desarrollar y presentar mis respuestas de manera clara y ordenada.

Firmo al pie del presente compromiso como constancia de haberlo leído y aceptado.

Firma: ______________________ Número de matrícula: ______________________





Problema 3.1. Determine la rapidez máxima que los carros de la montaña rusa pueden alcanzar a lo largo de la porción circular AB de la pista, si la componente normal de su aceleración no puede ser mayor que $3g$. [**4 Puntos**]

Solución: Mientras el carro pasa por la porción AB de la pista tenemos que:

$$a_n = \frac{v^2}{\rho}$$

Dado que $a_n \leq 3g$ debe ser el caso que:

$$\frac{v^2}{\rho} \leq 3\,g \quad \Longrightarrow \quad v \leq \sqrt{3\,g\,\rho} \quad \Longrightarrow \quad v \leq 87.9 \text{ ft/s}$$

Problema 3.2. La oscilación de la varilla OA alrededor de O se define por medio de la relación $\theta(t) = (2/\pi)\sin(\pi t)$, donde θ y t se expresan en radianes y segundos, respectivamente. El collarín B se desliza a lo largo de la varilla de manera que su distancia desde O es $r(t) = 25/(t+4)$, donde r y t se expresan en pulgadas y segundos, respectivamente. Cuando $t = 1$ s, encuentre:

a. [**2 Puntos**] La velocidad del collarín B.

Solución: Dado que

$$r(t) \;=\; \frac{25}{t+4} \qquad\qquad \theta(t) \;=\; \left(\frac{2}{\pi}\right)\sin(\pi t)$$

tenemos que $r(1) = 5$ in, que $\theta(1) = 0$ rad, y que:

$$\begin{aligned} \dot r(t) \;&=\; -\frac{25}{(t+4)^2} \quad\Longrightarrow\quad \dot r(1) \;=\; -1 \text{ in/s} \\ \dot\theta(t) \;&=\; 2\,\cos(\pi t) \quad\Longrightarrow\quad \dot\theta(1) \;=\; -2 \text{ rad/s} \end{aligned}$$

Consecuentemente, recordando que

$$\boldsymbol{v}(t) \;=\; \dot r(t)\,\hat{\boldsymbol{e}}_{\boldsymbol{r}}(t) + r(t)\,\dot\theta(t)\,\hat{\boldsymbol{e}}_{\boldsymbol{\theta}}(t)$$

concluimos que:

$$\boldsymbol{v}(1) \;=\; -1\,\hat{\boldsymbol{e}}_{\boldsymbol{r}}(1) - 10\,\hat{\boldsymbol{e}}_{\boldsymbol{\theta}}(1)\;\; \text{in/s}$$

b. **[2 Puntos]** La aceleración del collarín B.

Solución: Dado que

$$\dot r(t) \;=\; -\frac{25}{(t+4)^2} \qquad\qquad \dot\theta(t) \;=\; 2\,\cos(\pi t)$$

vemos que:

$$\begin{aligned} \ddot r(t) \;&=\; \frac{50}{(t+4)^3} \quad\Longrightarrow\quad \ddot r(1) \;=\; \frac{2}{5}\text{ in/s}^2 \;=\; 0.4 \text{ in/s}^2 \\ \ddot\theta(t) \;&=\; -2\,\pi\,\sin(\pi t) \quad\Longrightarrow\quad \ddot\theta(1) \;=\; 0 \text{ rad/s}^2 \end{aligned}$$

Consecuentemente, recordando que

$$\boldsymbol{a}(t) \;=\; (\,\ddot r(t) - r(t)\,[\dot\theta(t)]^2\,)\,\hat{\boldsymbol{e}}_{\boldsymbol{r}}(t) + (\,r(t)\,\ddot\theta(t) + 2\,\dot r(t)\,\dot\theta(t)\,)\,\hat{\boldsymbol{e}}_{\boldsymbol{\theta}}(t)$$

concluimos que:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{a}(1) \;&=\; -\frac{98}{5}\,\hat{\boldsymbol{e}}_{\boldsymbol{r}}(1) + 4\,\hat{\boldsymbol{e}}_{\boldsymbol{\theta}}(1)\;\; \text{in/s}^2 \\ &=\; -19.6\,\hat{\boldsymbol{e}}_{\boldsymbol{r}}(1) + 4\,\hat{\boldsymbol{e}}_{\boldsymbol{\theta}}(1)\;\; \text{in/s}^2 \end{aligned}$$

c. **[2 Puntos]** La aceleración del collarín B relativa a la varilla OA.

Solución: Es evidente que:

$$a_{B/OA}(t) \;=\; \ddot r(t) \quad\Longrightarrow\quad a_{B/OA}(1) \;=\; \frac{2}{5}\text{ in/s}^2 \;=\; 0.4 \text{ in/s}^2$$