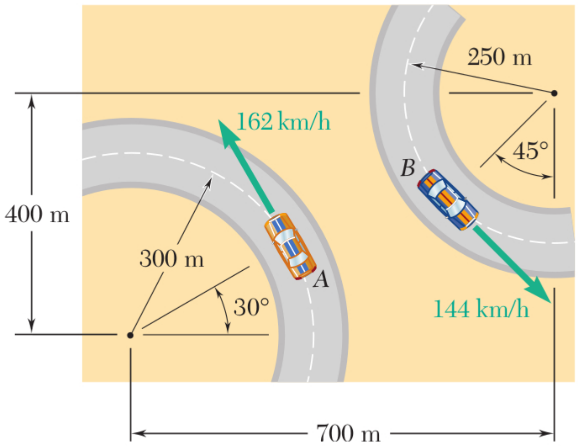
Mecánica Vectorial (MECG-1001): Trabajo Autónomo 04

Semestre: 2017-2018 Término II **Instructor:** Luis I. Reyes Castro **Paralelo:** 09

Problema 4.1. [**4 Puntos**] Los carros de carreras A y B se desplazan sobre porciones circulares de una pista. En el instante que se indica, la rapidez de A disminuye a razón de 7 m/s^2 y la rapidez de B se incrementa a una tasa de 2 m/s^2. Para las posiciones mostradas, determine *(i)* la velocidad de B relativa a A, y *(ii)* la aceleración de B relativa a A.



Solución: Primero, los vectores unitarios para el caso del carro A son:

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{e_t} &= (-\cos(60^\circ), +\sin(60^\circ)) = (-0.500, +0.866) \\
\boldsymbol{e_n} &= (-\cos(30^\circ), -\sin(30^\circ)) = (-0.866, -0.500)
\end{aligned}$$

Dado que $v_A = 45$ m/s tenemos:

$$\boldsymbol{v_A} = 45\,\boldsymbol{e_t} = (-22.50, +38.97) \text{ m/s}$$

Además, puesto que $\dot{v}_A = -7$ m/s^2 y que $\rho_A = 300$ m, tenemos:

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{a_A} &= \dot{v}_A\,\boldsymbol{e_t} + \frac{v_A^2}{\rho_A}\,\boldsymbol{e_n} \\
&= -7\,(-0.500, +0.866) + \frac{45^2}{300}\,(-0.866, -0.500) \\
&= (-2.3455, -9.437) \text{ m/s}^2
\end{aligned}$$

Segundo, los vectores unitarios para el caso del carro B son:

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{e_t} &= (-\cos(45^\circ), -\sin(45^\circ)) = (+0.707, -0.707) \\
\boldsymbol{e_n} &= (+\cos(45^\circ), +\sin(45^\circ)) = (+0.707, +0.707)
\end{aligned}$$

Dado que $v_B = 40$ m/s tenemos:

$$\boldsymbol{v_B} = 40\,\boldsymbol{e_t} = (+28.28, -28.28) \text{ m/s}$$

Además, puesto que $\dot{v}_B = +2$ m/s^2 y que $\rho_B = 250$ m, tenemos:

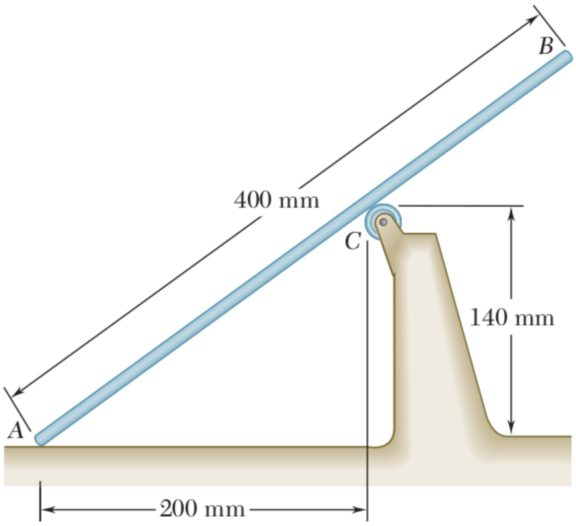
$$\boldsymbol{a_B} = \dot{v}_B\,\boldsymbol{e_t} + \frac{v_B^2}{\rho_B}\,\boldsymbol{e_n}$$

$$
\begin{aligned}
&= +2\,(\,+0.707,\,-0.707) + \frac{40^2}{250}\,(\,+0.707,\,+0.707) \\
&= (\,+5.9388,\,+3.1108\,)\ \mathrm{m/s^2}
\end{aligned}
$$

Finalmente:

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{v_{B/A}} &= \boldsymbol{v_B} - \boldsymbol{v_A} \;=\; (\,+50.78,\,-67.25\,)\ \mathrm{m/s} \;\equiv\; 84.27\ \mathrm{m/s} \measuredangle\, -52.94^\circ \\
\boldsymbol{a_{B/A}} &= \boldsymbol{a_B} - \boldsymbol{a_A} \;=\; (\,+8.2843,\,+12.548\,)\ \mathrm{m/s^2} \;\equiv\; 15.036\ \mathrm{m/s^2} \measuredangle\, +56.57^\circ
\end{aligned}
$$

Problema 4.2. [**4 Puntos**] La varilla AB se mueve sobre una pequeña rueda en C mientras el extremo A se desplaza hacia la derecha con una velocidad constante de 500 mm/s. En el instante mostrado, determine *(i)* la velocidad angular de la varilla y *(ii)* la velocidad del extremo B de la varilla.



Solución: Primero reconocemos que:

$$
\boldsymbol{v_A} \;=\; (\,+0.500, 0\,)\ \mathrm{m/s}
$$

Luego observamos que el ángulo de la varilla con la horizontal es:

$$
\theta \;=\; \tan^{-1}(140/200) \;=\; 34.99^\circ \approx 35^\circ
$$

Consecuentemente:

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{\widehat{r}_{AB}} &= (\,+\cos(\theta),\,+\sin(\theta)\,) \;=\; (\,+0.819,\,+0.573\,) \\
\boldsymbol{r_{AB}} &= 0.400\,\boldsymbol{\widehat{r}_{AB}} \;=\; (\,+0.3277,\,+0.2294\,)\ \mathrm{m} \\
\boldsymbol{r_{AC}} &= (\,0.200,\,0.140\,)\ \mathrm{m}
\end{aligned}
$$

Ahora utilizamos la condición de rodadura en C para reconocer que la velocidad en C es paralela a la varilla. *I.e.:*

$$
\boldsymbol{v_C} \;=\; v_C\,\boldsymbol{\widehat{r}_{AB}} \;=\; (\,+0.819\,v_C,\,+0.573\,v_C\,)
$$

Entonces, de la relación entre las velocidades de A y C obtenemos:

$$
\boldsymbol{v_C} \;=\; \boldsymbol{v_A} + \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r_{AC}}
$$

$$\Longrightarrow \begin{bmatrix} +0.819\, v_C \\ +0.573\, v_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +0.500 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0.140\, \omega \\ +0.200\, \omega \end{bmatrix}$$

$$\Longrightarrow v_C = 0.349\, \omega$$

$$\Longrightarrow \boldsymbol{\omega} = +1.1741\, \widehat{\boldsymbol{k}} \text{ rad/s}$$

Finalmente, calculamos la velocidad en B considerando la velocidad en A :

$$\boldsymbol{v_B} = \boldsymbol{v_A} + \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r_{AB}}$$

$$\Longrightarrow \begin{bmatrix} +(v_B)_x \\ +(v_B)_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +0.500 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (-0.2294)(1.1741) \\ (+0.3277)(1.1741) \end{bmatrix}$$

$$\Longrightarrow \boldsymbol{v_B} = \begin{bmatrix} +0.2307 \\ +0.3848 \end{bmatrix} \text{m/s}$$