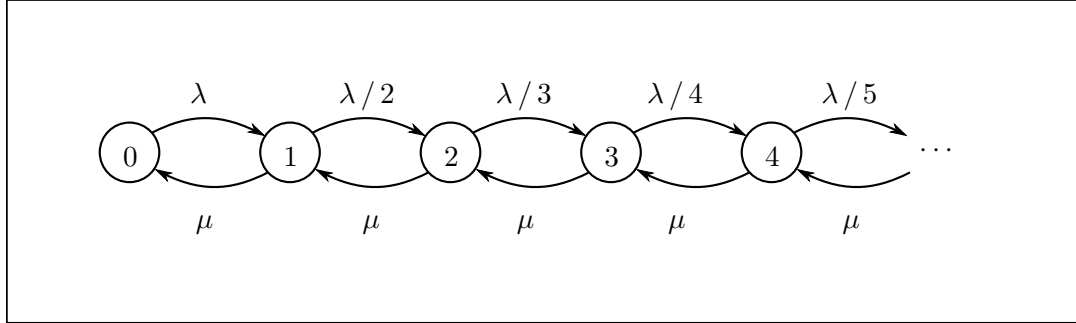

Modelos Estocásticos (INDG-1008): Trabajo Autónomo 03

Semestre: 2017-2018 Término II

Instructor: Luis I. Reyes Castro

Problema 3.1. Considere la variante del modelo M/M/1 mostrada en la siguiente figura, donde la tasa de arribo decae harmónicamente con el número de clientes en el sistema.



Tomando $\rho = \lambda / \mu$ como es usual, complete las siguientes actividades:

- a) **3 Puntos:** Encuentre la probabilidad estacionaria de los estados uno, dos y tres en función de ρ y de la probabilidad estacionaria del estado cero, *i.e.*, exprese π_1 , π_2 y π_3 en función de ρ y π_0 .
- b) **2 Puntos:** Demuestre que si existe algún $n \geq 1$ tal que

$$\forall k \in \{1, \dots, n\} : \pi_k = \frac{\rho^k \pi_0}{k!}$$

entonces es el caso que:

$$\pi_{n+1} = \frac{\rho^{n+1} \pi_0}{(n+1)!}$$

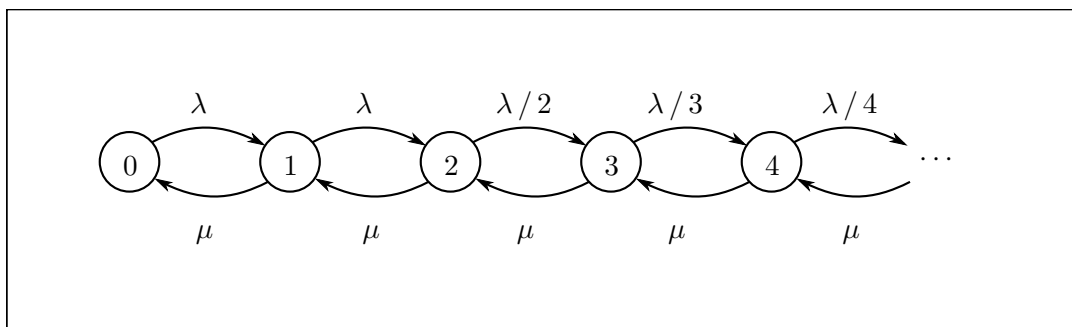
- c) **1 Punto:** Existe alguna condición sobre ρ (aparte de ser positivo) que se debe cumplir para que el sistema tenga una distribución estacionaria?
- d) **1 Punto:** Calcule la distribución estacionaria del sistema, en los casos cuando existe, como función de ρ y k .
- e) **2 Puntos:** Calcule las métricas de desempeño L y L_q .
- f) **2 Puntos:** Calcule la tasa de arribo promedio

$$\bar{\lambda} = \sum_{k=0}^{\infty} \lambda_k \pi_k$$

junto con las métricas de desempeño W y W_q .

Problema 3.2. Considere la variante del modelo M/M/1 mostrada en la siguiente figura, donde la tasa de arribo decae harmónicamente con el número de clientes en cola. Tomando $\rho = \lambda / \mu$ como es usual, complete las siguientes actividades:

- a) **3 Puntos:** Calcule la distribución estacionaria del sistema, en los casos cuando existe, como función de ρ y k .



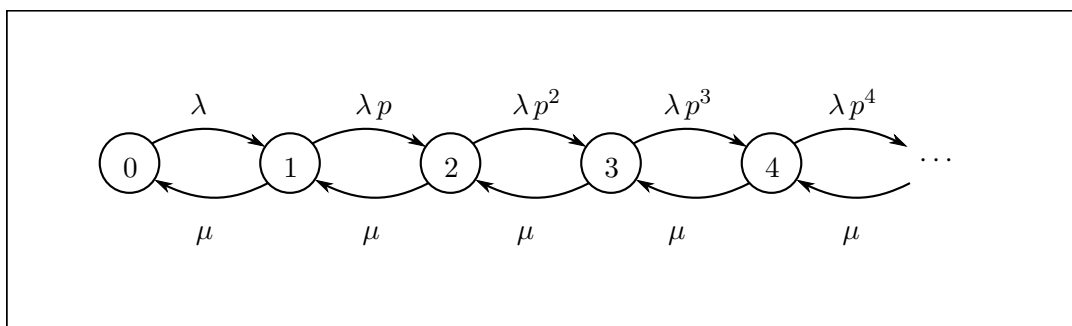
b) **2 Puntos:** Calcule las métricas de desempeño L y L_q .

c) **2 Puntos:** Calcule la tasa de arribo promedio

$$\bar{\lambda} = \sum_{k=0}^{\infty} \lambda_k \pi_k$$

junto con las métricas de desempeño W y W_q .

Problema 3.3. [7 Puntos] Considere la siguiente variante del modelo M/M/1, donde $p \in (0,1)$ y la tasa de arribo decae geométricamente con el número de clientes en el sistema. Tomando $\rho = \lambda / \mu$, complete las mismas tres actividades del Problema 3.2.



Problema 3.4. [7 Puntos] Considere la siguiente variante del modelo M/M/1, donde $p \in (0,1)$ y la tasa de arribo decae geométricamente con el número de clientes en cola. Tomando $\rho = \lambda / \mu$, complete las mismas tres actividades del Problema 3.2.

