Modelos Estocásticos (INDG-1008): Lección 04

Semestre: 2018-2019 Término I **Instructor:** Luis I. Reyes Castro

Problema 4.1. Un proceso de producción incluye una máquina que se deteriora con rapidez tanto en la calidad como en la cantidad de producción con el trabajo pesado, por lo que se inspecciona al final de cada día. Después de la inspección se clasifica la condición de la máquina en uno de cuatro estados posibles:

1. Operable y tan buena como nueva.
2. Operable con deterioro mínimo.
3. Operable con deterioro máximo.
4. Inoperable y en proceso de reemplazo.

La matriz de transición del proceso es:

$$\boldsymbol{P} = \begin{bmatrix} 0 & 7/8 & 1/16 & 1/16 \\ 0 & 3/4 & 1/8 & 1/8 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1/2 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Complete las siguientes actividades:

a) [**6 Puntos**] Encuentre la distribución estacionaria de la cadena.

b) [**2 Puntos**] Si los costos de los estados 1, 2, 3 y 4 son \$0, \$1000, \$3000 y \$6000, respectivamente, cuál es el costo diario esperado a largo plazo?

c) [**4 Puntos**] Escriba las ecuaciones de cuya solución se puede obtener el tiempo esperado de primera visita al estado 4. No necesita resolver las ecuaciones.

■

Problema 4.2. Un transmisor digital tiene un *buffer* con capacidad para tres paquetes. En cada ciclo que empieza con al menos un paquete en el buffer el transmisor intenta enviar un paquete. El paquete es enviado con éxito con probabilidad p, caso contrario será necesario re-intentar el envío en el siguiente período. Además, en cada ciclo que empieza con dos o menos paquetes el transmisor recibe un nuevo paquete con probabilidad q. Suponga que en cada ciclo primero se intenta enviar un paquete, si hay al menos uno en el buffer, y luego se receptan nuevos paquetes si hay espacio en el buffer.

Con esto en mente:

a) [**4 Puntos**] Modele el número de paquetes en el buffer como una Cadena de Markov con cuatro estados. En particular, provea el grafo de la cadena.

b) [**4 Puntos**] Escriba las ecuaciones de balance de la cadena. No necesita resolverlas.

c) [**4 Puntos**] Suponiendo que $p = 0.8$ y $q = 0.5$, y que actualmente el buffer está lleno, encuentre el número esperado de ciclos que transcurrirán hasta la primera vez que el buffer este vacío.

■