

Sistemas de Control (EYAG-1005)

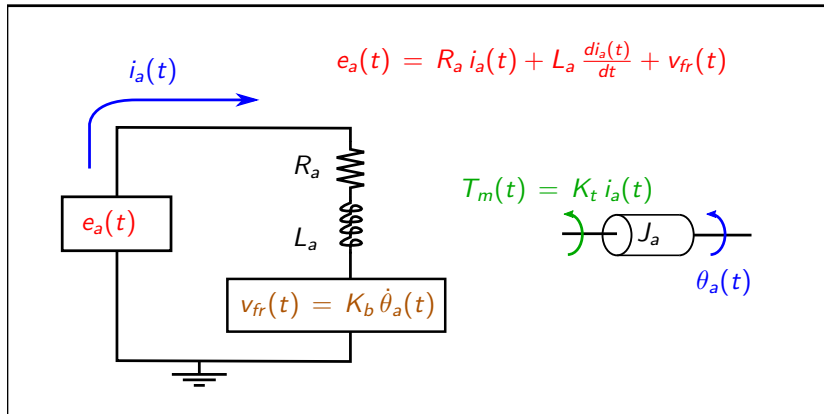
Luis I. Reyes Castro

Escuela Superior Politécnica del Litoral (ESPOL)
Guayaquil - Ecuador

2017 - Primer Término

1 Sistemas Electromecánicos

Modelo del motor DC controlado por armadura:



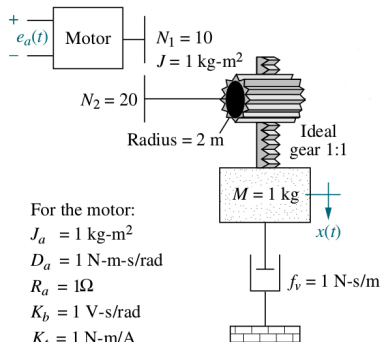
Ejemplo

(Nise, Problema 2.46*):

Considere el siguiente mecanismo donde un motor DC controlado por armadura actúa sobre un bloque de masa a través de un sistema de engranajes, donde la entrada es el voltage de entrada del motor $e_a(t)$ y la salida es la posición del bloque de masa $x(t)$.

Encuentre su función de transferencia, *i.e.*:

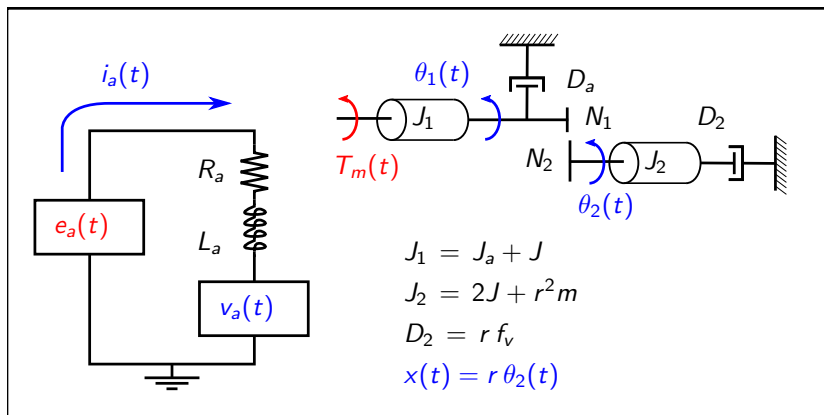
$$G(s) = \frac{X(s)}{E_a(s)}$$



Observación: Cada uno de los tres engranajes tiene momento de inercia $J = 1 \text{ kg-m}^2$, mientras que la cremallera es ideal.

Sistemas Electromecánicos

Modelo del motor y del sistema mecánico rotacional:



Modelos:

■ Motor DC:

$$T_m(t) = K_t i_a(t)$$

$$v_a(t) = K_b \dot{\theta}_1(t)$$

$$e_a(t) = R_a i_a(t) + v_a(t)$$

■ Sistema mecánico rotacional:

$$J_1 \ddot{\theta}_1(t) + J_2 \ddot{\theta}_2(t) = T_m(t) - D_a \dot{\theta}_1(t) - D_2 \dot{\theta}_2(t)$$

$$N_1 \theta_1(t) = N_2 \theta_2(t)$$

$$x(t) = r \theta_2(t)$$

Tomando la transformación de Laplace:

- Motor DC:

$$E_a(s) = R_a I_a(s) + K_b s \Theta_1(s)$$

- Sistema mecánico rotacional:

$$(J_1 s^2 + D_a s) \Theta_1(s) + (J_2 s^2 + D_2 s) \Theta_2(s) = K_t I_a(s)$$

$$\Theta_1(s) = (N_2/N_1) \Theta_2(s)$$

$$\Theta_2(s) = (1/r) X(s)$$

Reemplazando valores para evitar cargar con muchas constantes:

- Motor DC:

$$E_a(s) = I_a(s) + s \Theta_1(s)$$

- Sistema mecánico rotacional:

$$(2s^2 + s) \Theta_1(s) + (6s^2 + 2s) \Theta_2(s) = I_a(s)$$

$$\Theta_1(s) = 2 \Theta_2(s) = X(s)$$

$$\Theta_2(s) = (1/2) X(s)$$

Despejando:

- De la ecuación del motor DC:

$$I_a(s) = E_a(s) - s \Theta_1(s)$$

- De las ecuaciones del sistema mecánico rotacional:

$$(2s^2 + s) \Theta_1(s) + (6s^2 + 2s) \Theta_2(s) = E_a(s) - s \Theta_1(s)$$

$$\Rightarrow (2s^2 + 2s) \Theta_1(s) + (6s^2 + 2s) \Theta_2(s) = E_a(s)$$

$$\Rightarrow (2s^2 + 2s) X(s) + (3s^2 + s) X(s) = E_a(s)$$

$$\Rightarrow G(s) = \frac{1}{5s^2 + 3s}$$