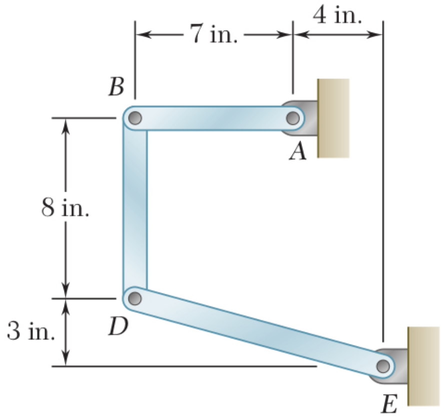
Mecánica Vectorial (MECG-1001): Lección 02

**Semestre:** 2017-2018 Término II **Instructor:** Luis I. Reyes Castro **Paralelo:** 08

**Problema 2.1.** En el ensamble mostrado en la siguiente figura la barra $AB$ tiene una velocidad angular constante de 4 rad/s en el sentido de las manecillas del reloj.




Complete las siguientes actividades:

**a) 4 Puntos:** Encuentre las velocidades angulares de las barras $BD$ y $DE$.

*Solución:* Primero tomamos algunos datos:

$$\begin{aligned}
\widehat{\boldsymbol{r}}_{\boldsymbol{AB}} &= (-1,\, 0) \\
\boldsymbol{r}_{\boldsymbol{AB}} &= (-7,\, 0)\ \text{in} \\
\widehat{\boldsymbol{r}}_{\boldsymbol{ED}} &= (-0.9648,\, +0.2631) \\
\boldsymbol{r}_{\boldsymbol{ED}} &= (-11,\, +3)\ \text{in} \\
\widehat{\boldsymbol{r}}_{\boldsymbol{BD}} &= (0,\, -1) \\
\boldsymbol{r}_{\boldsymbol{BD}} &= (0,\, -8)\ \text{in} \\
\boldsymbol{\omega}_{\boldsymbol{AB}} &= -4\,\widehat{\boldsymbol{k}}\ \text{rad/s} \\
\boldsymbol{\alpha}_{\boldsymbol{AB}} &= \boldsymbol{0}\ \text{rad/s}^2
\end{aligned}$$

Luego, reconocemos que las velocidades de $A$ y $B$ se relacionan con la velocidad angular de la barra $AB$ de la siguiente manera:

$$\boldsymbol{v}_{\boldsymbol{B}} = \boldsymbol{v}_{\boldsymbol{A}} + \boldsymbol{\omega}_{\boldsymbol{AB}} \times \boldsymbol{r}_{\boldsymbol{AB}} = \begin{bmatrix} 0 \\ +28 \end{bmatrix} \text{in/s}$$

Similarmente, vemos que las velocidades de $D$ y $E$ se relacionan con la velocidad angular de la barra $DE$ de la siguiente manera:

$$\boldsymbol{v}_{\boldsymbol{D}} = \boldsymbol{v}_{\boldsymbol{E}} + \boldsymbol{\omega}_{\boldsymbol{DE}} \times \boldsymbol{r}_{\boldsymbol{ED}} = \begin{bmatrix} -3\,\omega_{DE} \\ -11\,\omega_{DE} \end{bmatrix} \text{in/s}$$

Finalmente, vemos que las velocidades de $B$ y $D$ se relacionan con la velocidad angular de la barra $BD$ de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{v}_{\boldsymbol{D}} &= \boldsymbol{v}_{\boldsymbol{B}} + \boldsymbol{\omega}_{\boldsymbol{BD}} \times \boldsymbol{r}_{\boldsymbol{BD}} \\
&= \begin{bmatrix} 0 \\ +28 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} +8\,\omega_{BD} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +8\,\omega_{BD} \\ +28 \end{bmatrix} \text{in/s}
\end{aligned}$$

Igualando las dos expresiones anteriores para la velocidad en $D$, tenemos:

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} -3\,\omega_{DE} \\ -11\,\omega_{DE} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} +8\,\omega_{BD} \\ +28 \end{bmatrix} \\
\Longrightarrow\ -11\,\omega_{DE} &= +28 \\
\Longrightarrow\ \boldsymbol{\omega_{DE}} &= -2.546\,\widehat{\boldsymbol{k}}\ \text{rad/s} \\
\Longrightarrow\ \boldsymbol{\omega_{BD}} &= +0.9546\,\widehat{\boldsymbol{k}}\ \text{rad/s}
\end{aligned}$$

**b) 4 Puntos:** Encuentre las aceleraciones angulares de las barras $BD$ y $DE$.

*Solución:* Primero, reconocemos que las aceleraciones de $A$ y $B$ se relacionan con la aceleración angular de la barra $AB$ de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{a_B} &= \boldsymbol{a_A} + \boldsymbol{\alpha_{AB}} \times \boldsymbol{r_{AB}} - \omega_{AB}^2\,\boldsymbol{r_{AB}} \\
&= \mathbf{0} + \mathbf{0} - (-4)^2 \begin{bmatrix} -7 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +112 \\ 0 \end{bmatrix}\ \text{in/s}^2
\end{aligned}$$

Similarmente, vemos que las aceleraciones de $D$ y $E$ se relacionan con la velocidad y aceleración angular de la barra $DE$ de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{a_D} &= \boldsymbol{a_E} + \boldsymbol{\alpha_{DE}} \times \boldsymbol{r_{ED}} - \omega_{DE}^2\,\boldsymbol{r_{ED}} \\
&= \mathbf{0} + \begin{bmatrix} -3\,\alpha_{DE} \\ -11\,\alpha_{DE} \end{bmatrix} - (-2.546)^2 \begin{bmatrix} -11 \\ +3 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} +71.30 - 3\,\alpha_{DE} \\ -19.47 - 11\,\alpha_{DE} \end{bmatrix}\ \text{in/s}^2
\end{aligned}$$

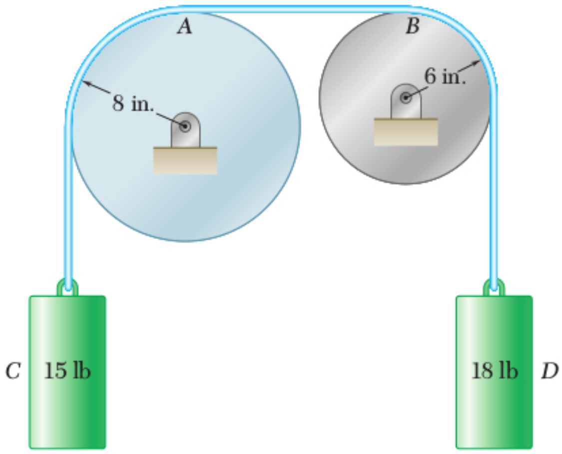
Finalmente, vemos que las aceleraciones de $B$ y $D$ se relacionan con la velocidad y aceleración angular de la barra $BD$ de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{a_D} &= \boldsymbol{a_B} + \boldsymbol{\alpha_{BD}} \times \boldsymbol{r_{BD}} - \omega_{BD}^2\,\boldsymbol{r_{BD}} \\
&= \begin{bmatrix} +112 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} +8\,\alpha_{BD} \\ 0 \end{bmatrix} - (+0.9543)^2 \begin{bmatrix} 0 \\ -8 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} +112 + 8\,\alpha_{BD} \\ +7.286 \end{bmatrix}\ \text{ft/s}^2
\end{aligned}$$

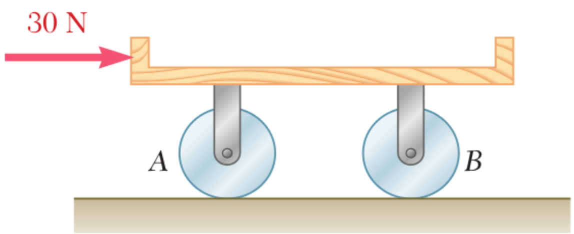
Igualando las dos expresiones anteriores para la aceleración en $D$, tenemos:

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} +71.30 - 3\,\alpha_{DE} \\ -19.47 - 11\,\alpha_{DE} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} +112 + 8\,\alpha_{BD} \\ +7.286 \end{bmatrix} \\
\Longrightarrow\ -19.47 - 11\,\alpha_{DE} &= +7.286 \\
\Longrightarrow\ \boldsymbol{\alpha_{DE}} &= -2.4324\,\widehat{\boldsymbol{k}}\ \text{rad/s}^2 \\
\Longrightarrow\ \boldsymbol{\alpha_{BD}} &= -4.1754\,\widehat{\boldsymbol{k}}\ \text{rad/s}^2
\end{aligned}$$

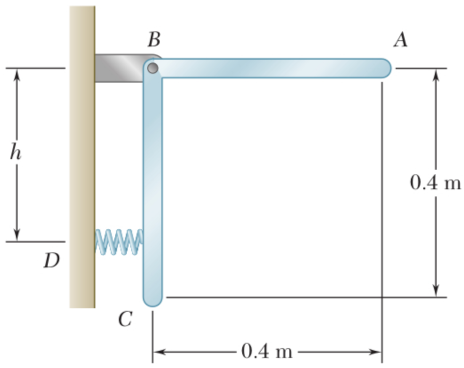
**Problema 2.2. [6 Puntos]** Dos discos uniformes y dos cilindros están ensamblados de la manera como se muestra en la siguiente figura. El disco $A$ pesa 20 lb y el disco $B$ pesa 12 lb. Si el sistema se suelta desde el reposo, encuentre las aceleraciones angulares de los discos y las aceleraciones translacionales de los cilindros.




**Problema 2.3.** [**4 Puntos**] La plataforma de 9 kg está soportada, como se muestra en la siguiente figura, por dos discos uniformes que ruedan sin deslizarse en todas las superficies de contacto. La masa de cada disco es de 6 kg y el radio de 80 mm. Si se sabe que el sistema está inicialmente en reposo, determine la velocidad de la plataforma después de que ésta se haya desplazado 250 mm.




**Problema 2.4.** Dos barras ligeras idénticas $AB$ y $BC$ se sueldan entre si para formar un mecanismo en forma de $L$, el cual se presiona contra un resorte en $D$ y se suelta desde la posición indicada, tal como se muestra en la siguiente figura. Se sabe que el ángulo máximo de rotación del mecanismo en su movimiento subsecuente es de 90 °en sentido contrario al de las manecillas del reloj.




Complete las siguientes actividades:

**a)** **1 Punto:** Calcule la inercia del ensamble alrededor de $B$.

**b)** **5 Puntos:** Determine la magnitud de la velocidad angular del mecanismo cuando pasa por la posición en la que la barra $AB$ forma un ángulo de 30 °con la horizontal.