Modelos Estocásticos (INDG-1008): Lección 02

Semestre: 2017-2018 Término II **Instructor:** Luis I. Reyes Castro

Problema 2.1. (5 Puntos) Suponga que usted ha sido encargado con del manejo del inventario de algunos productos no-perecederos en un supermercado. Para mantener una consistencia en el manejo de inventario a través de los varios productos que se venden, el gerente ha dispuesto que todos los inventarios se controlen mediante políticas de punto de reposición.

Más precisamente, al final de cada día se cuenta el inventario del producto y si este es menor o igual a I_{rep} unidades se hace un pedido de reposición por Q_{rep} unidades al proveedor, el cual es entregado por el mismo al comienzo del siguiente día antes de la hora de apertura de la tienda; caso contrario, no se hace un pedido de reposición. Fíjese que bajo estas suposiciones el máximo inventario posible es:

$$I_{max} = I_{rep} + Q_{rep}$$

Adicionalmente,como es de costumbre en este campo de estudio, usted hace la suposición simplificatoria que las demandas del producto D_1, D_2, ... constituyen una secuencia de variables aleatorias i.i.d. con distribución Poisson con parámetro λ. Más aún, si para cada día t denotamos a I_t como el inventario a la hora de apertura de la tienda del t^{avo} día, a D_t como la demanda del día, *i.e.,* la cantidad que se vendería ese día si el inventario fuere inagotable, a R_t como la cantidad repuesta entre la noche del t^{avo} día y la hora de apertura del $(t+1)^{\text{avo}}$ día, tenemos que:

$$I_{t+1} = \max\{\, 0,\, I_t - D_t \,\} + R_t \,; \qquad R_t = \begin{cases} Q_{rep}, & \text{si } 0 \leq I_t \leq I_{rep}\,; \\ 0, & \text{caso contrario;} \end{cases}$$

Con todo esto en mente, para cada problema de manejo de inventario con demanda λ y política de punto de reposición (I_{rep}, Q_{rep}) podemos construir una Cadena de Markov con $n = I_{max} + 1$ estados (cada uno asociado a un nivel de inventario).

Construya la matriz de transición para el problema para cada uno de los siguientes casos:

Caso	$\boldsymbol{\lambda}$	$\boldsymbol{I_{rep}}$	$\boldsymbol{Q_{rep}}$
Producto 1	0.8	1	2
Producto 2	1.5	2	2

Por favor presente sus matrices como tablas con los decimales redondeados a tres dígitos.

Problema 2.2. Un inversionista de riesgo se encuentra evaluando varias nuevas empresas, para lo cual las ha clasificado de la siguiente manera:

- Las empresas rango A son las mejores. Cada trimestre una empresa rango A logra volverse totalmente rentable con probablidad del 20%, se mantiene en el mismo rango con probabilidad del 50% y desciende de rango con probabilidad del 30%.
- Las empresas rango B son las segundas mejores. Cada trimestre una empresa rango B asciende a rango A con probabilidad del 25%, se mantiene en el mismo rango con probabilidad del 55% y desciende de rango con probabilidad del 20%.
- Las empresas rango C son las problemáticas. Cada trimestre una empresa rango C asciende a rango B con probabilidad del 30%, se mantiene en el mismo rango con probabilidad del 50% y quiebra con probabilidad del 20%.

Con esto en mente, complete las siguientes actividades:

a) **1 Punto:** Modele el sistema de clasificación de empresas del inversionista como una Cadena de Markov con cinco estados. En particular, provea el grafo de la cadena.

b) **3 Puntos:** Para cada rango de empresa, calcule la probabilidad de que una empresa de ese rango eventualmente *(i)* logre volverse totalmente rentable o *(ii)* quiebre.

c) **3 Puntos:** Para cada rango de empresa, calcule el tiempo esperado que transcurre desde que una empresa entra en ese rango hasta que la empresa logra volverse totalmente rentable o quiebra.