Mecánica Vectorial (MECG-1001): Lección 01

Semestre: 2017-2018 Término II **Instructor:** Luis I. Reyes Castro **Paralelo:** 08

Problema 1.1. Para la armadura mostrada en la siguiente figura (lado izquierdo):

a) 3 Puntos: Utilizando el método de las secciones escriba tres ecuaciones de las cuales se puedan resolver para las fuerzas en los miembros AB, AG y FG.

Solución: Primero definimos:

$$\theta_{AB} \;=\; \arctan(9/40) \;=\; 12.68^\circ \qquad\qquad \theta_{AG} \;=\; \arctan(9/12) \;=\; 36.87^\circ$$

Luego, considerando la sección $BCDGH$ tenemos:

$$\sum F_x : \;\; + F_{AB}\,\cos(\theta_{AB}) + F_{AG}\,\cos(\theta_{AG}) + F_{FG} \;=\; 0$$

$$\sum F_y : \;\; - F_{AB}\,\sin(\theta_{AB}) - F_{AG}\,\sin(\theta_{AG}) - 4.5 \;=\; 0$$

$$\sum M_G : \;\; - (9)\,(1 - 12/40)\,F_{AB}\,\cos(\theta_{AB}) - (14)(1.8) - (28)(0.9) \;=\; 0$$

b) 1.5 Puntos: Calcule las fuerzas en los miembros AB, AG y FG. Por favor denote fuerzas de compresión con signo positivo y de tensión con signo negativo.

Solución: De la sumatoria de momentos en G obtenemos:

$$F_{AB} = -8.2 \text{ kips}$$

Luego, de la sumatoria de fuerzas en y obtenemos:

$$F_{AG} = -4.5 \text{ kips}$$

Finalmente, de la sumatoria de fuerzas en x obtenemos:

$$F_{FG} = +11.6 \text{ kips}$$

c) 3 Puntos: Utilizando el método de las secciones escriba tres ecuaciones de las cuales se puedan resolver para las fuerzas en los miembros AE, EF y FJ.

Solución: Primero definimos:

$$\theta_{AE} \;=\; \arctan(9/8) \;=\; 48.37^\circ$$

Luego, considerando la sección $ABCDFGH$ tenemos:

$$\sum F_x : \;\; + F_{AE}\,\cos(\theta_{AE}) + F_{EF} \;=\; 0$$

$$\sum F_y : \;\; + F_{AE}\,\sin(\theta_{AE}) + F_{FJ} - 5.4 \;=\; 0$$

$$\sum M_A : \;\; + 9\,F_{EF} - (12)(1.8) - (26)(1.8) - (40)(0.9) \;=\; 0$$

d) 1.5 Puntos: Calcule las fuerzas en los miembros AE, EF y FJ.

Solución: De la sumatoria de momentos en A obtenemos:

$$F_{EF} = +11.6 \text{ kips}$$

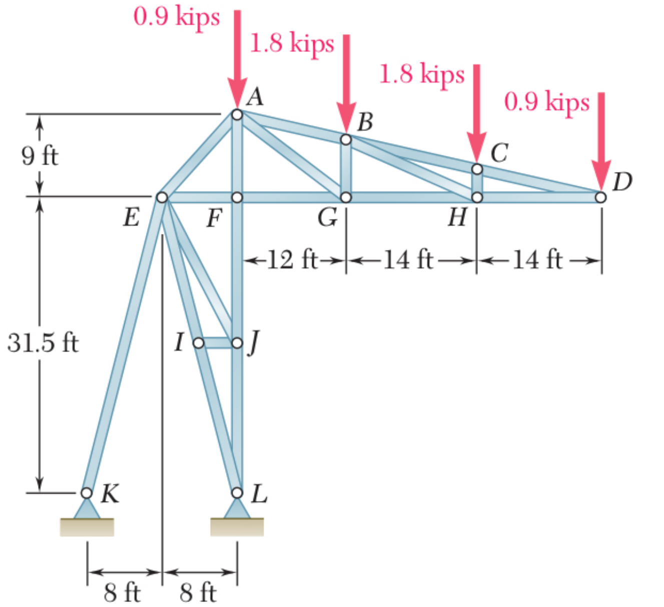
Luego, de la sumatoria de fuerzas en x obtenemos:

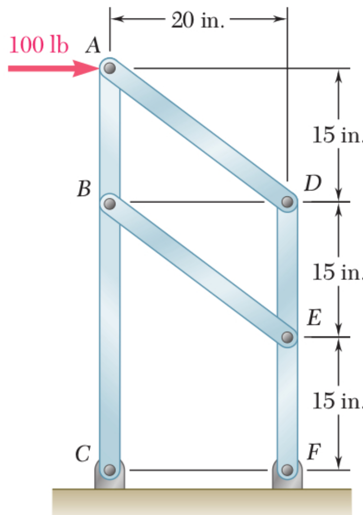
$$F_{AE} = -17.46 \text{ kips}$$

Finalmente, de la sumatoria de fuerzas en y obtenemos:

$$F_{FJ} = +18.45 \text{ kips}$$

Problema 1.2. Para el armazón mostrado en la siguiente figura (lado derecho):





a) 2 Puntos: Bosqueje los diagramas de cuerpo libre de las barras ABC y DEF.

Solución: Definiendo $\theta = \arctan(15/20) = 36.87°$, tenemos:

- Cuerpo ABC:

$$\begin{aligned}
\sum F_x &: \quad -F_{AD}\cos(\theta) - F_{BE}\cos(\theta) + C_x + 100 \;=\; 0 \\
\sum F_y &: \quad +F_{AD}\sin(\theta) + F_{BE}\sin(\theta) + C_y \;=\; 0 \\
\sum M_C &: \quad +45\,(\,F_{AD}\cos(\theta) - 100\,) + 30\,F_{BE}\cos(\theta) \;=0
\end{aligned}$$

- Cuerpo DEF:

$$\begin{aligned}
\sum F_x &: \quad +F_{AD}\cos(\theta) + F_{BE}\cos(\theta) + F_x \;=\; 0 \\
\sum F_y &: \quad -F_{AD}\sin(\theta) - F_{BE}\sin(\theta) + F_y \;=\; 0 \\
\sum M_F &: \quad -30\,F_{AD}\cos(\theta) - 15\,F_{BE}\cos(\theta) \;=0
\end{aligned}$$

b) 2 Puntos: Calcule las fuerzas en los eslabones AD y BE. Por favor denote fuerzas de compresión con signo positivo y de tensión con signo negativo.

Solución: Considerando el cuerpo DEF y sumando de momentos en F tenemos:

$$F_{BE} = -2\,F_{AD}$$

Luego, considerando el cuerpo ABC y sumando momentos en C tenemos:

$$\begin{aligned} &+45\,(\,F_{AD}\,\cos(\theta) - 100\,) - 60\,F_{AD}\,\cos(\theta) \;= 0 \\ &\Longrightarrow\; F_{AD} \;=\; -375 \text{ lb},\; F_{BE} \;=\; +750 \text{ lb} \end{aligned}$$

c) 2 Puntos: Calcule las reacciones en C y F.

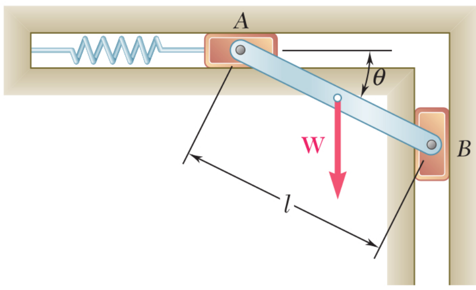
Solución: Considerando el cuerpo ABC y sumando fuerzas tenemos:

$$C_x \;=\; +200 \text{ lb}, \quad C_y \;=\; -225 \text{ lb}$$

Luego, Considerando el cuerpo DEF y sumando fuerzas tenemos:

$$F_x \;=\; -300 \text{ lb}, \quad F_y \;=\; +300 \text{ lb}$$

Problema 1.3. Una barra delgada AB de peso W se une a los bloques A y B que se mueven libremente sobre las guías como se muestra en la siguiente figura. El resorte, que tiene una constante k, se encuentra sin deformar cuando $\theta = 0\,°$.



a) 3 Puntos: Sin tomar en cuenta el peso de los bloques, encuentre una ecuación en términos de W, k, l y θ que se cumpla cuando la barra está en equilibrio.

Solución: Primero expresamos la deformación del resorte como función de θ. Para esto nos fijamos que cuando el resorte se encuentra sin deformar la distancia desde la esquina hasta el punto A es ℓ, pero cuando el resorte se encuentra deformado la distancia de la esquina hasta el punto A es $\ell\,\cos(\theta)$. Consecuentemente, la fuerza del resorte es:

$$f(\theta) \;=\; k\,[\ell - \ell\,\cos(\theta)] \;=\; k\,\ell\,[1 - \cos(\theta)]$$

Entonces, bosquejando el diagrama de cuerpo libre tenemos:

$$\begin{aligned} \sum F_x &: \;\; +B_x - f(\theta) \;=\; 0 \;\Longrightarrow\; B_x \;=\; f(\theta) \\ \sum F_y &: \;\; +A_y - W \;=\; 0 \;\Longrightarrow\; A_y \;=\; W \\ \sum M_A &: \;\; +\ell\,\sin(\theta)\,f(\theta) - (1/2)\,\ell\,\cos(\theta)\,W \;= 0 \\ &\Longrightarrow\; 2\,\tan(\theta)\,f(\theta) \;=\; W \;\Longrightarrow\; 2\,k\,\ell\,\tan(\theta)\,[\,1 - \cos(\theta)\,] \;=\; W \end{aligned}$$

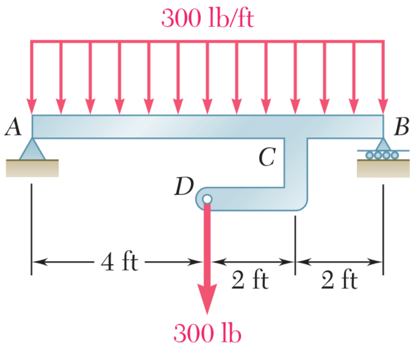
b) 3 Puntos: Determine el valor de θ cuando $W = 75$ lb, $l = 30$ in y $k = 3$ lb/in.

Solución: Este literal queda cancelado puesto que la ecuación

$$2\,k\,\ell\,\tan(\theta)\,[\,1 - \cos(\theta)\,] \;=\; W$$

no es fácil de resolver algebraicamente. De todas maneras, la solución es $\theta = 49.7^\circ$.

Problema 1.4. 4 Puntos: Para la viga mostrada en la siguiente figura encuentre la fuerza cortante $V(x)$ y el momento flector $M(x)$ como función de la posición $x \in [0, 8]$.



Solución: Empezamos con las reacciones:

$$\sum F_x \,:\; A_x \;=\; 0 \text{ lb}$$

$$\sum F_y \,:\; A_y + B_y \;=\; 2700$$

$$\sum M_A \,:\; -\int_0^8 300\,x\,dx \;-\; (4)(300) \;+\; 8\,B_y \;=\; 0$$

$$\Longrightarrow\; 8\,B_y \;=\; (1/2)(300)(8^2) + (4)(300)$$

$$\Longrightarrow\; B_y \;=\; 1350 \text{ lb},\; A_y \;=\; 1350 \text{ lb}$$

Para la sección donde $x \in [\,0,\, 6\,]$:

$$\sum F_x \,:\; F(x) \;=\; 0 \text{ lb}$$

$$\sum F_y \,:\; +1350 - 300\,x - V(x) \;=\; 0 \;\Longrightarrow\; V(x) \;=\; -300\,x + 1350 \text{ lb}$$

$$\Longrightarrow\; M(x) \;=\; M(0) + \int_0^x (-300\,x + 1350)\,dx \;=\; -150\,x^2 + 1350\,x \text{ lb-in}$$

Para la sección donde $x \in [\,6,\, 4\,]$:

$$\sum F_x \,:\; F(x) \;=\; 0 \text{ lb}$$

$$\sum F_y \,:\; +1350 - 300\,x - 300 - V(x) \;=\; 0 \quad\Longrightarrow\; V(x) \;=\; -300\,x + 1050 \text{ lb}$$

$$\sum M_x \,:\; +M(x) - 1350\,x + \int_0^x 300\,x\,dx + 300\,(x-4) \;=\; 0$$

$$\Longrightarrow\; M(x) \;=\; -150\,x^2 + 1050\,x + 1200 \text{ lb}$$

En conclusión:

- Fuerza cortante:

$$V(x) = \begin{cases} -300\,x + 1350 \text{ lb}, & \text{para todo } x \in [\,0,\,6] \\ -300\,x + 1050 \text{ lb}, & \text{para todo } x \in [\,6,\,8] \end{cases}$$

- Momento flector:

$$M(x) = \begin{cases} -150\,x^2 + 1350\,x \text{ lb-in}, & \text{para todo } x \in [\,0,\,6] \\ -150\,x^2 + 1050\,x + 1200 \text{ lb}, & \text{para todo } x \in [\,6,\,8] \end{cases}$$