

# Péndulo Simple

Asignatura: Física I

Autor: Luis López Nasser

Fecha: 18/12/2025

## Índice

|  |          |
|--|----------|
| <b>1. Introducción</b>                         | <b>2</b> |
| 1.1. Marco teórico . . . . .                   | 2        |
| 1.2. Objetivos . . . . .                       | 3        |
| <b>2. Materiales</b>                           | <b>4</b> |
| <b>3. Procedimiento experimental</b>           | <b>4</b> |
| <b>4. Datos experimentales</b>                 | <b>5</b> |
| <b>5. Análisis y Discusión de datos</b>        | <b>5</b> |
| <b>6. Análisis de errores e incertidumbres</b> | <b>9</b> |
| <b>7. Discusión de resultados</b>              | <b>9</b> |
| <b>8. Conclusiones</b>                         | <b>9</b> |

## 1 Introducción

El péndulo simple es un sistema físico idealizado formado por una masa puntual suspendida de un hilo inextensible y de masa despreciable, que oscila bajo la acción del campo gravitatorio. A pesar de su simplicidad, constituye un modelo fundamental para el estudio de los movimientos oscilatorios y permite analizar con precisión el movimiento armónico simple en determinadas condiciones.

Cuando el péndulo se separa ligeramente de su posición de equilibrio y se libera, la masa comienza a oscilar describiendo un movimiento periódico. La variable relevante para describir el sistema es el ángulo  $\theta(t)$  que forma el hilo con la vertical. La fuerza responsable del movimiento es la componente tangencial del peso, que actúa como fuerza restauradora y tiende a devolver la masa a su posición de equilibrio.

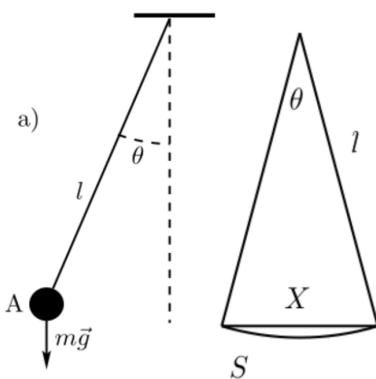


Figura 1: Esquema del péndulo simple

Para ángulos de oscilación pequeños, puede aplicarse la aproximación  $\sin \theta \approx \theta$ , lo que permite linealizar la ecuación de movimiento. Bajo esta hipótesis, el sistema se comporta como un oscilador armónico simple, cuya ecuación diferencial conduce a una solución periódica con un período independiente de la masa del cuerpo oscilante. En este régimen, el período de oscilación del péndulo viene dado únicamente por la longitud del hilo y la aceleración de la gravedad.

Esta relación teórica constituye la base del experimento, ya que permite determinar experimentalmente el valor de la aceleración de la gravedad a partir de la medida del período para distintas longitudes del péndulo. Además, el estudio del período en función de la longitud permite verificar la validez del modelo armónico y su dependencia funcional.

### 1.1 Marco teórico

Un movimiento armónico simple (MAS) es aquel caracterizado por la acción de una fuerza recuperadora proporcional y opuesta al desplazamiento respecto a la posición de equilibrio. Dicha fuerza puede expresarse como

$$F = -kx, \quad (1)$$

donde  $k$  es la constante recuperadora del sistema y  $x$  el desplazamiento.

Aplicando la segunda ley de Newton, se obtiene una ecuación diferencial de segundo grado para la posición en función del tiempo:

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} + \omega^2 x(t) = 0, \quad (2)$$

donde,

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (3)$$

es la frecuencia angular natural del sistema. La solución general de esta ecuación es una función periódica del tiempo que puede escribirse como,

$$x(t) = A \sin(\omega t + \phi), \quad (4)$$

siendo  $A$  la amplitud del movimiento y  $\phi$  la fase inicial. El período del movimiento armónico simple está relacionado con la frecuencia angular mediante,

$$T = \frac{2\pi}{\omega}. \quad (5)$$

En el caso de un péndulo simple, el sistema está formado por una masa puntual suspendida de un hilo inextensible y de masa despreciable. La variable cinemática relevante es el ángulo  $\theta(t)$  que forma el péndulo con

respecto a la vertical. La componente tangencial del peso, responsable del movimiento oscilatorio, viene dada por,

$$P_x = -mg \sin \theta. \quad (6)$$

Aplicando la segunda ley de Newton y teniendo en cuenta la relación entre el desplazamiento lineal y el ángulo,  $x = L\theta$ , se obtiene la ecuación diferencial que describe el movimiento del péndulo:

$$\frac{d^2\theta(t)}{dt^2} + \frac{g}{L} \sin \theta(t) = 0. \quad (7)$$

Esta ecuación es no lineal y no admite una solución analítica sencilla. Sin embargo, en el límite de ángulos pequeños, puede aplicarse la aproximación,

$$\sin \theta \approx \theta, \quad (8)$$

con lo que la ecuación de movimiento se lineariza y describe un movimiento armónico simple. En este régimen, la frecuencia angular del péndulo viene dada por,

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}, \quad (9)$$

y el período de oscilación resulta,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}. \quad (10)$$

Esta expresión muestra que, para pequeñas amplitudes, el período del péndulo simple depende únicamente de la longitud del hilo y de la aceleración de la gravedad, siendo independiente de la masa del cuerpo oscilante. Esta relación constituye la base del estudio experimental realizado en la práctica.

En resumen, el péndulo simple permite estudiar de forma experimental el movimiento armónico simple y contrastar sus predicciones teóricas. La expresión del período obtenida bajo la aproximación de ángulos pequeños constituye la base para el análisis de los resultados y la determinación de la aceleración de la gravedad.

## 1.2 Objetivos

El objetivo principal de esta práctica es estudiar experimentalmente el comportamiento del péndulo simple y analizar su movimiento oscilatorio en el régimen de pequeñas amplitudes. A partir de la medida del período de oscilación para distintas longitudes del hilo, se pretende comprobar la validez del modelo teórico que describe al péndulo como un movimiento armónico simple y analizar la relación existente entre el período y la longitud del sistema.

Asimismo, se busca verificar experimentalmente la independencia del período de oscilación respecto a la masa del cuerpo suspendido y determinar un valor experimental de la aceleración de la gravedad a partir de los datos obtenidos. De manera complementaria, se estudiará la influencia de la amplitud angular inicial sobre el período de oscilación, con el fin de identificar las posibles desviaciones respecto al modelo ideal y evaluar los límites de validez de la aproximación armónica.

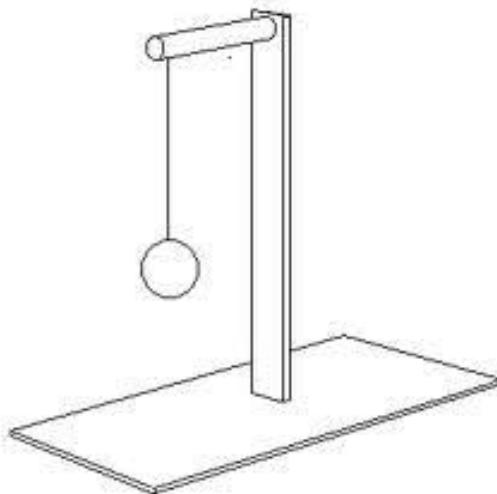


Figura 2: Péndulo simple

## 2 Materiales

Para la realización de la práctica del péndulo simple se empleó un conjunto de materiales sencillos, seleccionados con el fin de garantizar un montaje experimental estable y permitir la realización de medidas precisas del período de oscilación y del ángulo inicial. El uso adecuado de estos elementos resulta fundamental para minimizar errores experimentales y asegurar la reproducibilidad de las medidas.

Los materiales utilizados fueron los siguientes:

- Hilo de longitud variable.
- Pesa metálica.
- Cronómetro.
- Soporte.
- Transportador de ángulos.

## 3 Procedimiento experimental

El experimento se llevó a cabo con el objetivo de estudiar el comportamiento del péndulo simple y verificar experimentalmente las expresiones teóricas que describen su período de oscilación. Para ello, se realizó un conjunto de medidas en las que se varió de forma sistemática la longitud del hilo que sostenía la masa oscilante.

Para una determinada longitud del hilo y con una amplitud angular pequeña, se hizo oscilar la pesa y se midió el tiempo necesario para que el péndulo completara varias oscilaciones consecutivas, típicamente entre cinco y diez. A partir del tiempo total medido y del número de oscilaciones realizadas, se obtuvo el valor del período medio dividiendo ambos valores. Este procedimiento permite reducir la influencia de los errores asociados a la medida del tiempo.

El proceso se repitió para distintos valores de la longitud del hilo, razonablemente

diferentes entre sí, obteniendo el período de oscilación correspondiente a cada longitud. Con el fin de mejorar la fiabilidad de los resultados, cada medida se repitió varias veces bajo las mismas condiciones experimentales, trabajando posteriormente con los valores promedio obtenidos.

Además del estudio de la dependencia del período con la longitud, se analizó la posible influencia de otras variables. Para algunas de las longitudes consideradas, se repitieron las medidas utilizando distintas masas suspendidas, con el objetivo de comprobar la independencia del período respecto a la masa. Asimismo, se realizaron medidas con diferentes amplitudes angulares iniciales, empleando valores mayores del ángulo de lanzamiento, con el fin de estudiar la aparición de efectos anarmónicos y analizar las desviaciones respecto al modelo armónico ideal.

Finalmente, los períodos obtenidos experimentalmente se compararon con las expresiones teóricas del péndulo simple, tanto en el régimen de pequeñas amplitudes como considerando las correcciones asociadas a oscilaciones de mayor amplitud, lo que permitió evaluar el grado de concordancia entre la teoría y los resultados experimentales.

## 4 Datos experimentales

En esta sección se presentan los datos obtenidos durante la realización del experimento del péndulo simple. A partir de las medidas del tiempo de oscilación para distintas longitudes del hilo, masas suspendidas y amplitudes angulares iniciales, se calcularon los períodos de oscilación correspondientes. Estos datos se muestran a continuación mediante tablas y representaciones gráficas, que permiten visualizar las tendencias experimentales y facilitan su posterior análisis y comparación con las predicciones teóricas.

| Altura (cm) | Error (cm) | Tiempo (s) | Error (s) | Ángulo (°) | Error (°) |
|-------------|------------|------------|-----------|------------|-----------|
| 8,98        | 0,05       | 1,13       | 0,01      | 30         | 0,5       |
| 8,98        | 0,05       | 1,14       | 0,01      | 60         | 0,5       |
| 8,98        | 0,05       | 1,16       | 0,01      | 90         | 0,5       |
| 11,49       | 0,05       | 1,27       | 0,01      | 30         | 0,5       |
| 11,49       | 0,05       | 1,28       | 0,01      | 60         | 0,5       |
| 11,49       | 0,05       | 1,3        | 0,01      | 90         | 0,5       |
| 12,62       | 0,05       | 1,33       | 0,01      | 30         | 0,5       |
| 12,62       | 0,05       | 1,32       | 0,01      | 60         | 0,5       |
| 12,62       | 0,05       | 1,36       | 0,01      | 90         | 0,5       |
| 13,61       | 0,05       | 1,37       | 0,01      | 30         | 0,5       |
| 13,61       | 0,05       | 1,39       | 0,01      | 60         | 0,5       |
| 13,61       | 0,05       | 1,41       | 0,01      | 90         | 0,5       |
| 14,58       | 0,05       | 1,43       | 0,01      | 30         | 0,5       |
| 14,58       | 0,05       | 1,44       | 0,01      | 60         | 0,5       |
| 14,58       | 0,05       | 1,47       | 0,01      | 90         | 0,5       |
| 15,19       | 0,05       | 1,47       | 0,01      | 30         | 0,5       |
| 15,19       | 0,05       | 1,48       | 0,01      | 60         | 0,5       |

Figura 3: Datos experimentales

A partir de los datos recogidos se observa una variación del período de oscilación con la longitud del péndulo, así como una ligera dependencia con la amplitud angular inicial para valores elevados del ángulo.

Antes de proceder al análisis de los resultados experimentales, conviene señalar que el período de oscilación de un péndulo simple es independiente de la masa del cuerpo oscilante desde el punto de vista teórico, como se observa en la ecuación (??). Y puede comprobarse tanto desde el punto de vista experimental, al observar que distintas masas dan lugar a períodos prácticamente iguales, como se observa en la siguiente gráfica:

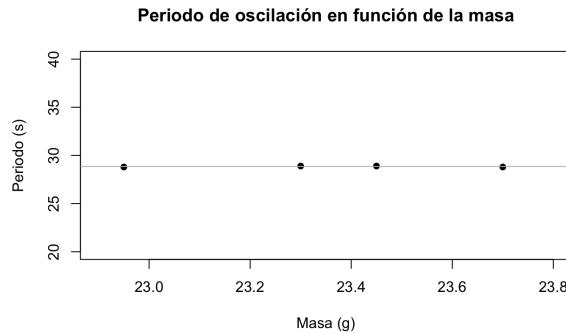


Figura 4: Período en función de la masa

Dado que la masa no interviene en el período, se concluye que este depende únicamente de la longitud del hilo y de la aceleración de la gravedad. Sobre esta base, se procederá al análisis de los datos experimentales con el fin de estudiar la relación entre el período de oscilación, la longitud del péndulo y el ángulo inicial.

## 5 Análisis y Discusión de datos

A continuación se representa gráficamente el cuadrado del período de oscilación en función de la longitud del péndulo. De acuerdo con la expresión teórica correspondiente, se espera que los datos experimentales se ajusten a una relación lineal. Mediante un ajuste por mínimos cuadrados se obtiene la recta que mejor describe los datos, cuya pendiente permite determinar un valor experimental de la aceleración de la gravedad.

Para  $\theta = 30^\circ$ :

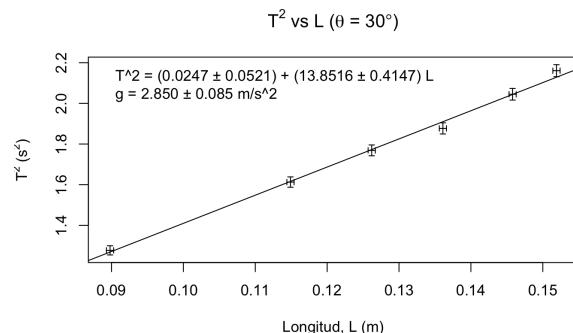


Figura 5

Para  $\theta = 60^\circ$ :

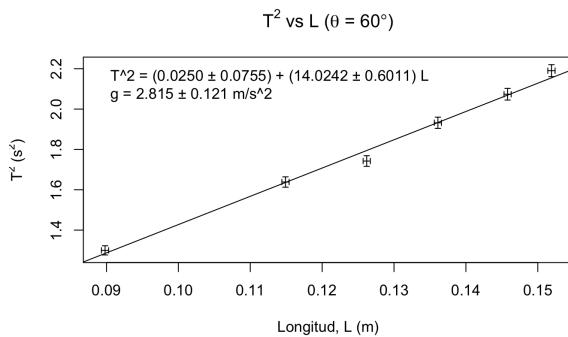


Figura 6

Para  $\theta = 90^\circ$ :

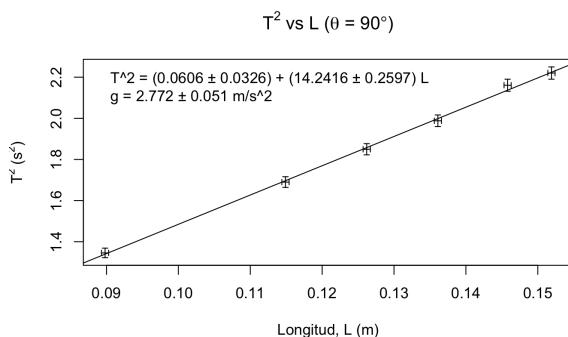


Figura 7

Al analizar las representaciones gráficas de  $T^2$  en función de la longitud del péndulo para los distintos valores del ángulo inicial, se observa que los valores de la aceleración de la gravedad obtenidos difieren entre sí. En particular, para cada ángulo de oscilación se obtiene una pendiente distinta en el ajuste lineal, lo que conduce a valores experimentales de  $g$  diferentes.

La determinación de la aceleración de la gravedad se ha realizado a partir de la pendiente de la recta ajustada a los datos experimentales. De acuerdo con el modelo teórico del péndulo simple en el régimen de pequeñas amplitudes,

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{g} L, \quad (11)$$

por lo que la pendiente de la recta en la representación  $T^2$  frente a  $L$  viene dada por  $b = 4\pi^2/g$ . A partir de esta relación, el valor

experimental de la aceleración de la gravedad se obtiene como  $g = 4\pi^2/b$ , propagando la incertidumbre asociada a la pendiente del ajuste.

Sin embargo, los valores de  $g$  obtenidos resultan significativamente inferiores al valor esperado de la aceleración de la gravedad. Esta discrepancia puede atribuirse a varios factores. En primer lugar, la expresión teórica utilizada es válida únicamente en el límite de ángulos pequeños. Para ángulos grandes, como  $60^\circ$  y  $90^\circ$ , el movimiento deja de ser estrictamente armónico simple y el período de oscilación aumenta respecto al valor predicho por el modelo ideal. Este aumento del período provoca una mayor pendiente en la gráfica  $T^2$  frente a  $L$ , lo que conduce a una subestimación del valor de  $g$ .

Además, pueden intervenir otros factores experimentales, como errores sistemáticos en la medida del tiempo y de la longitud, la dificultad para definir con precisión el instante de paso por la posición de equilibrio, o la influencia del rozamiento con el aire y de la fricción en el punto de suspensión, que tienden a alargar el período de oscilación. Todos estos efectos contribuyen a que el valor experimental de la aceleración de la gravedad resulte inferior al valor teórico, siendo esta discrepancia más acusada cuanto mayor es la amplitud angular inicial.

Con el fin de profundizar en el análisis y comprobar de forma alternativa la validez de la relación teórica entre el período de oscilación y la longitud del péndulo, se repite la representación de los datos en escala logarítmica. En esta representación, la pendiente del ajuste lineal permite verificar la dependencia funcional entre el período y la longitud predicha por la ecuación (??), mientras que la ordenada en el origen proporciona un valor experimental de la aceleración de la gravedad.

Para  $\theta = 30^\circ$ .

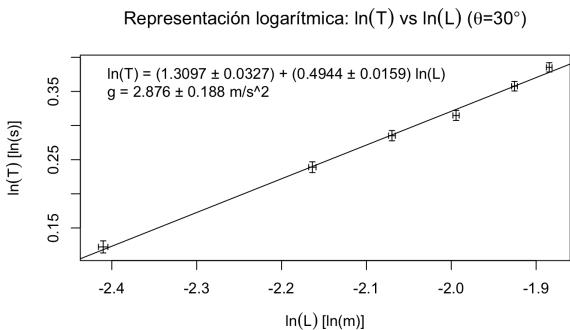


Figura 8

Para  $\theta = 60^\circ$ .

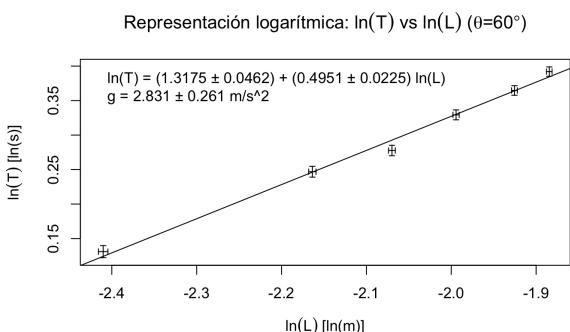


Figura 9

Para  $\theta = 90^\circ$ .

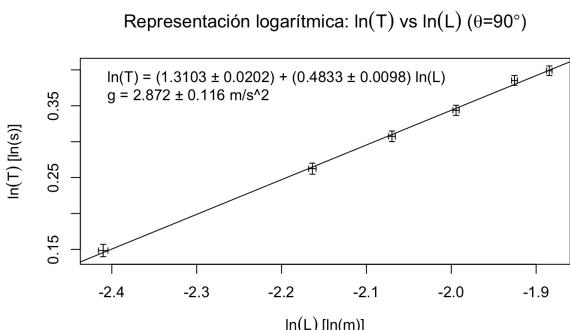


Figura 10

En las Figuras correspondientes a la representación logarítmica se ha representado  $\ln(T)$  en función de  $\ln(L)$  para  $\theta = 30^\circ, 60^\circ$  y  $90^\circ$ . Esta representación es útil porque, a partir de la expresión teórica del péndulo simple en el régimen armónico (10), puede escribirse en forma lineal aplicando logaritmos:

$$\ln(T) = \ln(2\pi) + \frac{1}{2} \ln(L) - \frac{1}{2} \ln(g). \quad (12)$$

De este modo, si se ajusta experimentalmente una recta del tipo

$$\ln(T) = c_0 + n \ln(L), \quad (13)$$

la pendiente  $n$  debe aproximarse a  $1/2$  si la dependencia funcional  $T \propto \sqrt{L}$  se cumple. En los resultados obtenidos, las pendientes ajustadas se encuentran próximas a  $0,5$ , lo cual indica que la relación funcional entre período y longitud es coherente con el modelo ideal.

La aceleración de la gravedad se obtiene a partir de la ordenada en el origen  $c_0$ . Comparando las ecuaciones anteriores, se tiene

$$c_0 = \ln(2\pi) - \frac{1}{2} \ln(g), \quad (14)$$

y, por tanto,

$$g = (2\pi)^2 e^{-2c_0}. \quad (15)$$

La incertidumbre de  $g$  se ha calculado por propagación a partir del error del ajuste en  $c_0$ , de modo que

$$\Delta g = \left| \frac{dg}{dc_0} \right| \Delta c_0 = 2g \Delta c_0. \quad (16)$$

A pesar de que la pendiente es compatible con el valor teórico esperado, los valores obtenidos de  $g$  resultan significativamente inferiores al valor estándar ( $g \approx 9,8 \text{ m/s}^2$ ). Este hecho sugiere la presencia de un error sistemático dominante. La causa más probable es una discrepancia en la longitud efectiva utilizada: si la longitud  $L$  introducida en el análisis es menor que la longitud real (por ejemplo, por usar una *altura* o una distancia parcial en lugar de la distancia desde el punto de suspensión hasta el centro de masa), el ajuste produce una pendiente compatible con la tendencia  $T \propto \sqrt{L}$ , pero con un valor de  $g$  artificialmente bajo. De hecho, para longitudes del orden de  $0,09\text{--}0,15 \text{ m}$  el modelo predice períodos claramente menores que los medidos; este desfase se traduce directamente en una subestimación de  $g$  al despejarlo en la ecuación del período.

Además del posible error en la longitud efectiva, existen otros factores que tienden a aumentar el período medido y, por tanto, a reducir el valor estimado de  $g$ . Entre ellos destacan el tiempo de reacción al cronometrar, la fricción en el punto de suspensión, el rozamiento con el aire y el hecho de que para ángulos grandes ( $60^\circ$  y  $90^\circ$ ) el movimiento deja de ser estrictamente armónico simple, aumentando ligeramente el período respecto al valor ideal. No obstante, estas correcciones por amplitud y pérdidas disipativas suelen ser pequeñas frente a una discrepancia tan acusada, por lo que el efecto principal apunta a un error sistemático en la determinación de  $L$  (o en su conversión/unidades) más que a una limitación intrínseca del modelo.

En conjunto, la representación logarítmica confirma la dependencia funcional esperada (pendiente cercana a  $1/2$ ), pero también pone de manifiesto que la determinación absoluta de  $g$  es muy sensible a errores sistemáticos en la longitud efectiva y en la medida del período, lo cual explica la desviación observada en los valores experimentales.

Una vez analizada la dependencia del período de oscilación con la longitud del péndulo y evaluada la validez del modelo teórico tanto en escala lineal como logarítmica, se procede a estudiar la influencia de la amplitud angular inicial en el período. Para ello, se representan gráficamente los períodos de oscilación en función del ángulo inicial, incluyendo en una misma gráfica las medidas correspondientes a las distintas longitudes analizadas. Este análisis permite comprobar si el período permanece constante al variar la amplitud angular y discutir las posibles desviaciones respecto al comportamiento ideal, así como su origen físico.

## 6 Análisis de errores e incertidumbres

Propagación de incertidumbres, error relativo, etc...

## 7 Discusión de resultados

Interpretación física, comparación con teoría, limitaciones...

## 8 Conclusiones

Puntos clave y cierre...