

Segunda Ley de Newton

Asignatura: Mecánica y Ondas I

Autor: Luis López Nasser

Fecha: 18/12/2025

Índice

1. Introducción	2
1.1. Marco Teórico	2
1.2. Objetivos	3
2. Materiales	3
3. Procedimiento	3
4. Análisis y Discusión	4

1 Introducción

1.1 Marco Teórico

La segunda ley de Newton relaciona la fuerza neta aplicada sobre un cuerpo de masa m con la aceleración que adquiere, de acuerdo con la expresión

$$\vec{F} = m\vec{a}. \quad (1)$$

En esta práctica se analizará un sistema similar al representado en la figura 1. Un carrito de masa m_1 se desplaza sobre un riel horizontal y está unido mediante un hilo a una polea. En el extremo libre del hilo cuelga un bloque de masa m_2 , cuyo peso provoca el movimiento del carrito a lo largo del riel. Con el fin de simplificar el análisis, se desprecia tanto el rozamiento como la masa del hilo, el cual se considera inextensible.

Sobre el carrito de masa m_1 actúan la tensión del hilo \vec{T} , la fuerza normal \vec{N} y su peso \vec{P}_1 . Dado que la fuerza normal compensa al peso, la aceleración vertical es nula y el movimiento del carrito se produce únicamente en la dirección horizontal, tal como se indica en la figura 1.

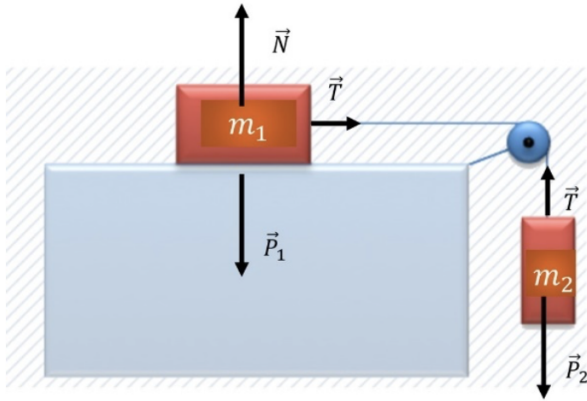


Figura 1: Esquema del sistema estudiado

La masa suspendida está sometida a la tensión ejercida por el hilo y a su propio peso \vec{P}_2 . Dado que la longitud de la cuerda permanece constante, el desplazamiento del móvil de masa m_1 coincide con el desplazamiento de la masa colgante m_2 . Por este motivo, el

módulo de la aceleración de ambas masas es el mismo. Asimismo, al considerarse el hilo inextensible, la tensión que ejerce es igual sobre ambos cuerpos.

Al aplicar este razonamiento se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} T = m_1 a, \\ m_2 g - T = m_2 a, \end{cases} \quad (2)$$

del cual se deduce,

$$a = \frac{m_2}{m_1 + m_2} g. \quad (3)$$

La aceleración depende de la masa de ambos cuerpos y no varía con el tiempo. En consecuencia, el movimiento del carrito es un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado. Si tanto la posición inicial como la velocidad inicial del carrito son nulas, la ecuación del movimiento viene dada por

La ecuación del movimiento queda entonces expresada como

$$x = \frac{1}{2} a t^2. \quad (4)$$

En este tipo de movimiento, la velocidad instantánea crece de forma lineal con el tiempo, según

$$v = a t. \quad (5)$$

Dado que la velocidad instantánea no es constante, en general no coincide con la velocidad media en un intervalo de tiempo Δt . No obstante, si dicho intervalo es lo suficientemente pequeño, la velocidad media puede aproximarse por la velocidad instantánea:

$$v(t) \simeq \frac{x(t + \Delta t) - x(t)}{\Delta t}. \quad (6)$$

A partir de la ecuación (4) se obtiene entonces

$$v(t) \simeq a \left(t + \frac{\Delta t}{2} \right). \quad (7)$$

En conjunto, este marco teórico proporciona las bases físicas necesarias para describir y analizar el comportamiento dinámico

del sistema estudiado. Las expresiones obtenidas permiten relacionar las magnitudes fundamentales del movimiento con las propiedades de las masas involucradas, facilitando así la interpretación de los resultados experimentales y su comparación con el modelo ideal propuesto.

1.2 Objetivos

En esta práctica se estudiará experimentalmente un movimiento uniformemente acelerado mediante la determinación de las posiciones y velocidades de un móvil en función del tiempo. A partir de estas mediciones, se buscará verificar de forma empírica la validez de la segunda ley de Newton, analizando la relación entre la aceleración del sistema y las fuerzas que actúan sobre él. Para llevar a cabo el experimento, se utilizará un carro que se desplace sobre un carril de baja fricción, junto con un contador de cuatro tiempos que permitirá registrar con precisión los intervalos temporales necesarios para el análisis del movimiento.

2 Materiales

Para la realización de la práctica se emplearon los siguientes materiales y equipos de laboratorio:

- Disparador electromagnético (1).
- Controlador del disparador (2).
- Carrito (3).
- Carril (4).
- Hilo (5).
- Célula fotoeléctrica (6).
- Polea (7).
- Contador de cuatro tiempos (8).
- Polea con masa colgante (9).

3 Procedimiento

Como pasos previos al inicio de la práctica, se debe comprobar que el carril se encuentre correctamente nivelado y que la longitud del hilo sea la adecuada, de modo que la masa colgante no alcance el suelo durante el movimiento. Asimismo, es necesario registrar los valores de ambas masas, así como la longitud de la bandera y su posición inicial respecto del origen de la escala milimétrica. Por último, deben medirse y anotarse las posiciones correspondientes a las cuatro células fotoeléctricas.

Para la primera parte de la práctica, se pone en funcionamiento el contador de cuatro tiempos en el modo de operación I, de manera que registre los intervalos temporales asociados a las posiciones de las células fotoeléctricas. Con estos datos se determina experimentalmente la posición del móvil en función del tiempo. El procedimiento se repite incrementando la masa del sistema, ya sea aumentando la masa colgante o la del carrito. Deben realizarse al menos cuatro configuraciones distintas de masa, incluyendo como mínimo una variación en la masa del carrito.

Para la segunda parte de la práctica, se configura el contador de cuatro tiempos en el modo de operación II, de forma que registre los intervalos de tiempo Δt proporcionados por las células fotoeléctricas. Estas mediciones permiten estimar la velocidad instantánea del móvil en función del tiempo. Al igual que en la primera parte, el procedimiento debe repetirse para diferentes configuraciones de las masas involucradas en el sistema.

Además, se tomaron numerosos datos experimentales utilizando una amplia variedad de combinaciones de masas, con el objetivo de disponer de un conjunto de medidas suficientemente amplio y representativo. Este procedimiento permitió mejorar la fiabilidad de los resultados obtenidos, reducir la influencia de posibles errores experimentales y asegurar un análisis más preciso del com-

portamiento del sistema, garantizando así el correcto desarrollo de la práctica.

4 Análisis y Discusión

A partir de los datos obtenidos en la primera y segunda parte de la práctica, se procede al análisis experimental del movimiento del sistema. Las medidas de posición y de intervalos de tiempo permiten estudiar la evolución temporal del móvil, así como determinar su velocidad y aceleración para las distintas configuraciones de masas consideradas.

peso carro	peso arrastre	tiempos	t_1	t_2	t_3	t_4	Error (s)
0	10		0,576	1,745	2,341	2,89	0,001
0	20		0,357	1,081	1,457	1,804	0,001
0	30		0,284	0,849	1,149	1,425	0,001
0	40		0,239	0,727	0,985	1,22	0,001
0	50		0,213	0,648	0,878	1,091	0,001
0	70		0,181	0,552	0,749	0,93	0,001
0	90		0,149	0,484	0,66	0,822	0,001
0	100		0,144	0,464	0,632	0,787	0,001
50	50		0,254	0,699	0,942	1,165	0,001
50	70		0,185	0,578	0,786	0,977	0,001
50	100		0,155	0,491	0,668	0,831	0,001
50	120		0,142	0,454	0,618	0,769	0,001
150	50		0,246	0,761	1,032	1,281	0,001
150	100		0,171	0,537	0,73	0,908	0,001
400	50		0,297	0,93	1,263	1,56	0,001
400	100		0,2	0,643	0,875	1,088	0,001
400	120		0,183	0,584	0,796	0,989	0,001
500	50		0,326	0,997	1,352	1,678	0,001
500	100		0,213	0,676	0,905	1,133	0,001
500	120		0,197	0,62	0,845	1,05	0,001
50	20		0,368	1,124	1,527	1,896	0,001
150	20		0,398	1,266	1,726	2,146	0,001
400	20		0,494	1,645	2,254	2,81	0,001
500	20		0,901	2,172	2,846	3,461	0,001

Figura 2: Datos obtenidos en la primera parte de la práctica

parte 2	t_1	t_2	t_3	t_4	Error
	0,742	0,378	0,291	0,24	0,001
	0,476	0,238	0,183	0,151	0,001
	0,377	0,189	0,145	0,12	0,001
	0,325	0,162	0,126	0,03	0,001
	0,295	0,146	0,112	0,093	0,001
	0,25	0,125	0,096	0,08	0,001
	0,226	0,111	0,086	0,07	0,001
	0,222	0,106	0,082	0,067	0,001
	0,316	0,155	0,119	0,097	0,001
	0,296	0,133	0,102	0,089	0,001
	0,311	0,155	0,119	0,097	0,001
	0,207	0,103	0,079	0,066	0,001
	0,34	0,17	0,131	0,107	0,001
	0,248	0,122	0,094	0,077	0,001
	0,425	0,208	0,161	0,132	0,001
	0,295	0,146	0,111	0,091	0,001
	0,27	0,133	0,103	0,084	0,001
	0,459	0,224	0,172	0,142	0,001
	0,311	0,154	0,118	0,097	0,001
	0,302	0,141	0,105	0,089	0,001
	0,512	0,253	0,195	0,16	0,001
	0,578	0,288	0,222	0,182	0,001
	0,765	0,381	0,294	0,242	0,001
	0,839	0,419	0,324	0,265	0,001

Figura 3: Datos obtenidos en la segunda parte de la práctica

A continuación, partiendo de los datos obtenidos en la primera y segunda parte de la práctica, se realiza el tratamiento experimental de las medidas incorporando sus respectivas incertidumbres. Para ello, se consideran los errores asociados a las magnitudes registradas (posiciones, tiempos, masas y longitud de la bandera) y se aplican los procedimientos de propagación necesarios, con el fin de calcular de forma consistente las magnitudes derivadas y comparar los resultados con el modelo teórico.

Representar la posición de la bandera en función del tiempo utilizando escalas lineal y logarítmica. El ajuste lineal de la representación en escala logarítmica permite verificar que la distancia recorrida crece de manera cuadrática con el tiempo. Además, la ordenada en el origen del ajuste posibilita la determinación de la aceleración del sistema, de acuerdo con la ecuación (4). Este valor puede compararse con el resultado esperado desde el punto de vista teórico, obtenido a partir de la ecuación (3).

Repitiendo este procedimiento para las distintas configuraciones de masa consideradas, es posible representar la aceleración del sistema en función del cociente $m_2/(m_1 + m_2)$. Mediante un ajuste lineal de estos puntos experimentales, se puede obtener una estimación del valor de la aceleración de la gravedad.

A continuación se muestran las gráficas obtenidas a partir de los datos registrados.

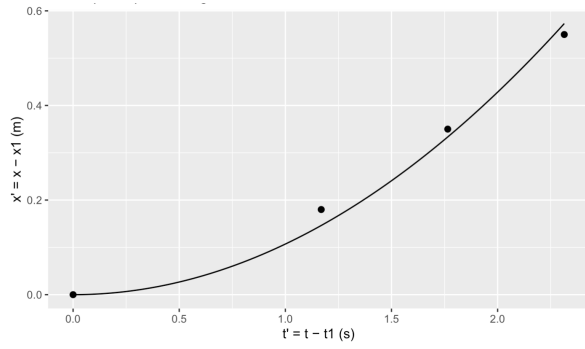


Figura 4: Configuración 1

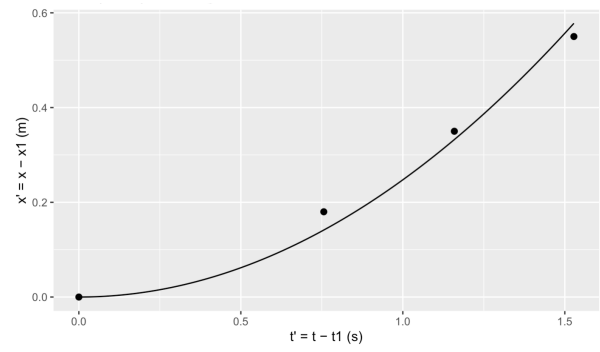


Figura 7: Configuración 21

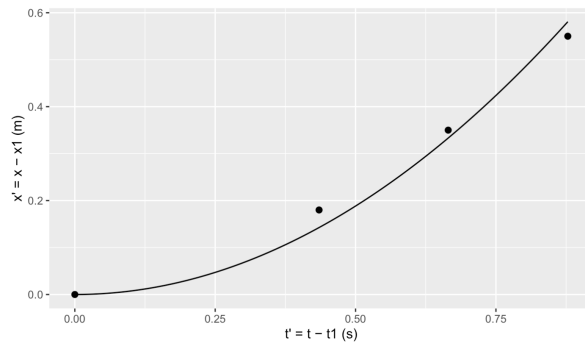


Figura 5: Configuración 5

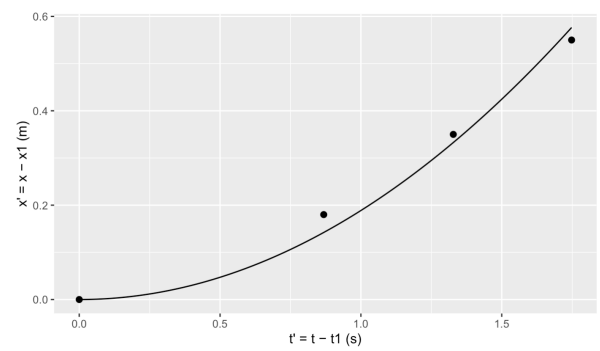


Figura 8: Configuración 22

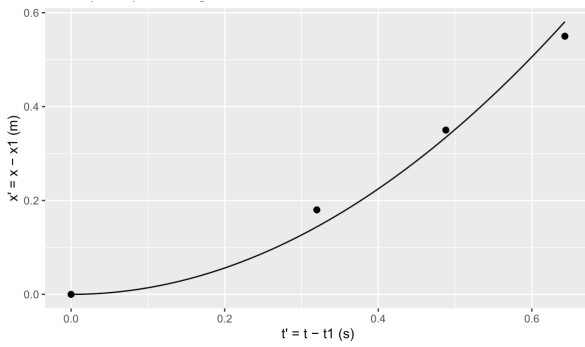


Figura 6: Configuración 8

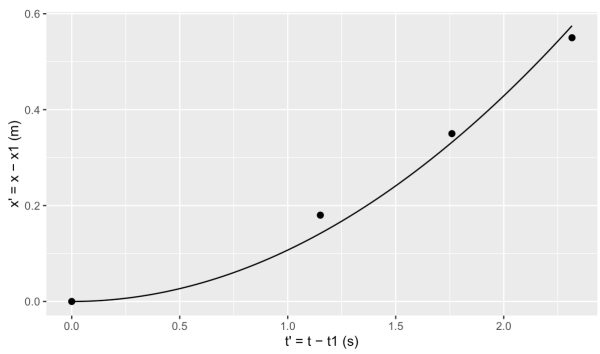


Figura 9: Configuración 23

```

CONFIG = 1
Aceleraciones por punto (a_i = 2x/t^2):
  celda 2 : a = 0.263 ± 0.001 m/s^2
  celda 3 : a = 0.2247 ± 0.0006 m/s^2
  celda 4 : a = 0.2054 ± 0.0004 m/s^2

Aceleración final (media ponderada):
  a = 0.2141 ± 0.0003 m/s^2

```

Figura 10: Datos Configuración 1

```

CONFIG = 5
Aceleraciones por punto (a_i = 2x/t^2):
  celda 2 : a = 1.90 ± 0.01 m/s^2
  celda 3 : a = 1.583 ± 0.007 m/s^2
  celda 4 : a = 1.427 ± 0.005 m/s^2

Aceleración final (media ponderada):
  a = 1.507 ± 0.004 m/s^2

```

Figura 11: Datos Configuración 5

```

CONFIG = 8
Aceleraciones por punto (a_i = 2x/t^2):
  celda 2 : a = 3.52 ± 0.03 m/s^2
  celda 3 : a = 2.94 ± 0.02 m/s^2
  celda 4 : a = 2.66 ± 0.01 m/s^2

Aceleración final (media ponderada):
  a = 2.81 ± 0.01 m/s^2

```

Figura 12: Datos Configuración 8

```

CONFIG = 21
Aceleraciones por punto (a_i = 2x/t^2):
  celda 2 : a = 0.630 ± 0.003 m/s^2
  celda 3 : a = 0.521 ± 0.002 m/s^2
  celda 4 : a = 0.471 ± 0.001 m/s^2

Aceleración final (media ponderada):
  a = 0.4950 ± 0.0009 m/s^2

```

Figura 13: Datos Configuración 21

```

CONFIG = 22
Aceleraciones por punto (a_i = 2x/t^2):
  celda 2 : a = 0.478 ± 0.002 m/s^2
  celda 3 : a = 0.397 ± 0.001 m/s^2
  celda 4 : a = 0.3600 ± 0.0007 m/s^2

Aceleración final (media ponderada):
  a = 0.3773 ± 0.0006 m/s^2

```

Figura 14: Datos Configuración 22

```

CONFIG = 23
Aceleraciones por punto (a_i = 2x/t^2):
  celda 2 : a = 0.272 ± 0.001 m/s^2
  celda 3 : a = 0.2260 ± 0.0006 m/s^2
  celda 4 : a = 0.2051 ± 0.0004 m/s^2

Aceleración final (media ponderada):
  a = 0.2144 ± 0.0003 m/s^2

```

Figura 15: Datos Configuración 23

En las configuraciones analizadas (1, 5, 8, 21, 22 y 23) las representaciones de la posición desplazada $x'(t')$ muestran una tendencia claramente parabólica, consistente con el modelo de movimiento uniformemente acelerado (MUA):

$$x'(t') \approx \frac{1}{2} a t'^2. \quad (8)$$

Por tanto, cualitativamente, el experimento reproduce el comportamiento esperado para un sistema carro-masa colgante gobernado por la segunda ley de Newton.

Aunque la forma global de las curvas es correcta, al calcular la aceleración punto a punto mediante

$$a_i = \frac{2x'}{t'^2}, \quad (9)$$

se observa que los valores a_i no son constantes dentro de una misma configuración, sino que tienden a disminuir al considerar fotocélulas más alejadas (mayores t'). Este patrón se repite en varias configuraciones, por ejemplo:

- Configuración 1: $a_2 > a_3 > a_4$ (de $\sim 0,26$ a $\sim 0,21$ m/s²),
- Configuración 5: $a_2 > a_3 > a_4$ (de $\sim 1,90$ a $\sim 1,43$ m/s²),
- Configuración 8: $a_2 > a_3 > a_4$ (de $\sim 3,52$ a $\sim 2,66$ m/s²),

y de forma análoga en las configuraciones 21 y 22. Al no tratarse de fluctuaciones aleatorias, esta tendencia sugiere la presencia de efectos sistemáticos o que el modelo empleado para obtener a es una simplificación insuficiente.

Las incertidumbres obtenidas por propagación e impresas por el cálculo resultan muy pequeñas en comparación con la dispersión real entre los valores a_2 , a_3 y a_4 dentro de una misma configuración. Esto indica que el error total no está dominado por el error instrumental introducido en la propagación

(por ejemplo, en t o x), sino por efectos sistemáticos. En consecuencia, el error final reportado por la media ponderada debe interpretarse como una cota asociada al modelo asumido, mientras que la incertidumbre real del experimento es mayor.

Las causas más plausibles que explican la variación de a_i con el tiempo son:

1. **Rozamiento del sistema (carro-carril y/o polea).** El modelo ideal supone fuerza neta constante. En la práctica, el rozamiento reduce la fuerza efectiva, pudiendo modelarse como

$$F_{\text{net}} \approx m_2 g - f, \quad (10)$$

lo que modifica la aceleración y puede introducir desviaciones acumulativas a medida que aumenta la velocidad o cambia la tensión del hilo.

2. **Condición inicial no nula ($v_0 \neq 0$).** Al definir $t' = t - t_1$ se asume implícitamente que el movimiento parte del reposo cuando el carrito pasa por la primera fotocélula. Sin embargo, si el carrito ya presenta una velocidad inicial pequeña al cruzar la primera célula, el modelo correcto es

$$x' = v_0 t' + \frac{1}{2} a t'^2, \quad (11)$$

y no únicamente $x' = \frac{1}{2} a t'^2$. Ignorar v_0 sesga el cálculo de a obtenido a partir de $2x'/t'^2$ y puede producir una variación sistemática de a_i entre puntos.

3. **Incetidumbre en la posición efectiva de las fotocélulas.** Pequeños errores de medida o de colocación en x (del orden de milímetros) se amplifican al calcular a con una dependencia $a \propto x/t^2$, especialmente en los primeros intervalos temporales.

En conjunto, las gráficas apoyan la validez del modelo cualitativo de MUA y permiten comparar tendencias entre configuraciones: al aumentar m_2 (masa colgante) o aumentar la masa total del sistema de forma

que disminuya el cociente $\frac{m_2}{m_1 + m_2}$, se espera una variación sistemática de la aceleración acorde con la teoría. No obstante, la no constancia interna de a_i y la discrepancia entre dispersión y error propagado indican que la limitación principal del experimento no es la resolución instrumental, sino los efectos sistemáticos descritos.

Para reducir sesgos y obtener una estimación más robusta de a , sería recomendable:

- ajustar los datos con el modelo completo $x' = v_0 t' + \frac{1}{2} a t'^2$ en lugar de forzar $v_0 = 0$;
- registrar más puntos (más fotocélulas o más medidas) para estabilizar el ajuste;
- minimizar rozamiento (nivelación del carril, verificación de la polea e hilo) y asegurar condiciones iniciales reproducibles.

En conclusión, los resultados son satisfactorios a nivel cualitativo y muestran el comportamiento esperado, pero la precisión cuantitativa está limitada por efectos sistemáticos, por lo que la incertidumbre real debe considerarse mayor que la obtenida únicamente por propagación instrumental.

En esta sección se presentan las gráficas y los datos correspondientes a la **Gráfica 2**, donde se representa $\log(x')$ en función de $\log(t')$ para las configuraciones seleccionadas. A partir de estas representaciones se evalúa la validez de la relación teórica $x' \propto t'^2$, ya que en escala logarítmica dicha dependencia se traduce en una relación lineal. Además, el ajuste lineal de cada conjunto de datos permite obtener la pendiente (esperada cercana a 2) y estimar la aceleración a partir del término independiente, comparando así el comportamiento experimental con el modelo de movimiento uniformemente acelerado.

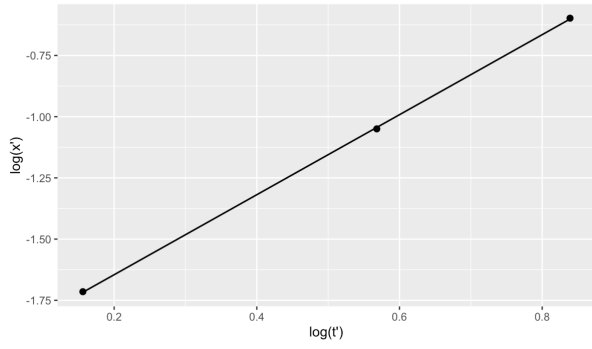


Figura 16: Configuración 1

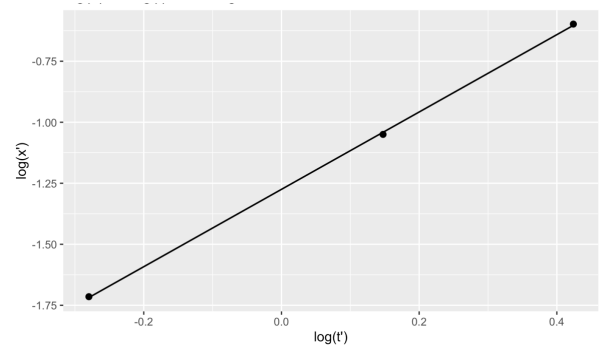


Figura 19: Configuración 21

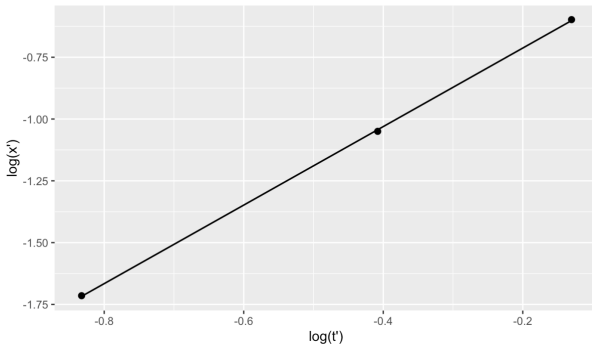


Figura 17: Configuración 5

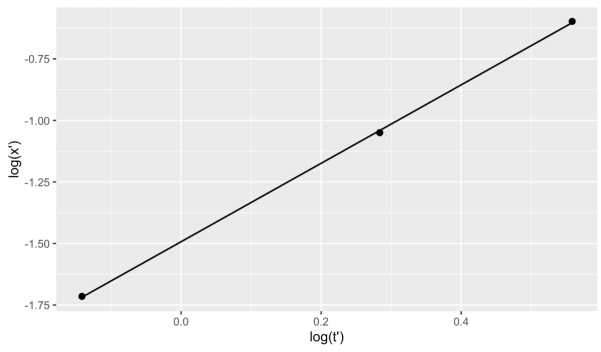


Figura 20: Configuración 22

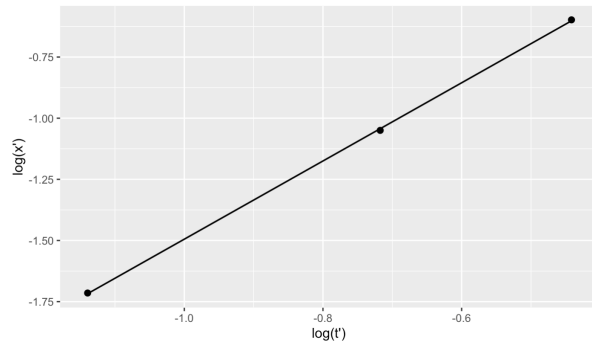


Figura 18: Configuración 8

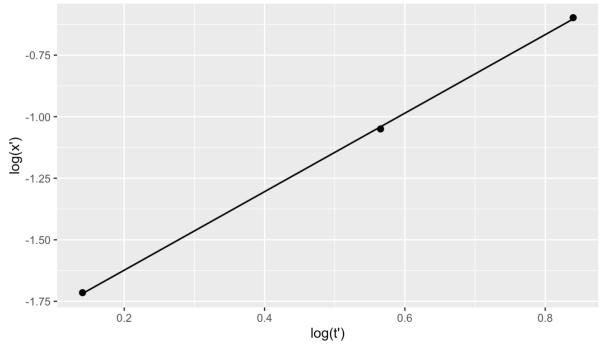


Figura 21: Configuración 23

```

CONFIG = 1
Pendiente (esperado ~2):
  b1 = 1.63 ± 0.01
Intersección:
  b0 = -1.972 ± 0.009

Aceleración desde intersección (a = 2 e^{b0}):
  a = 0.278 ± 0.002 m/s^2

```

Figura 22: Datos Configuración 1

```

CONFIG = 5
Pendiente (esperado ~2):
  b1 = 1.59 ± 0.02
Intersección:
  b0 = -0.395 ± 0.009

Aceleración desde intersección (a = 2 e^{b0}):
  a = 1.35 ± 0.01 m/s^2

```

Figura 23: Datos Configuración 5

```

CONFIG = 8
Pendiente (esperado ~2):
  b1 = 1.60 ± 0.02
Intersección:
  b0 = 0.10 ± 0.01

Aceleración desde intersección (a = 2 e^{b0}):
  a = 2.22 ± 0.03 m/s^2

```

Figura 24: Datos Configuración 8

```

CONFIG = 21
Pendiente (esperado ~2):
  b1 = 1.58 ± 0.02
Intersección:
  b0 = -1.275 ± 0.007

Aceleración desde intersección (a = 2 e^{b0}):
  a = 0.559 ± 0.004 m/s^2

```

Figura 25: Datos Configuración 21

```

CONFIG = 22
Pendiente (esperado ~2):
  b1 = 1.59 ± 0.02
Intersección:
  b0 = -1.493 ± 0.008

Aceleración desde intersección (a = 2 e^{b0}):
  a = 0.449 ± 0.004 m/s^2

```

Figura 26: Datos Configuración 22

```

CONFIG = 23
Pendiente (esperado ~2):
  b1 = 1.59 ± 0.02
Intersección:
  b0 = -1.94 ± 0.01

Aceleración desde intersección (a = 2 e^{b0}):
  a = 0.287 ± 0.004 m/s^2

```

Figura 27: Datos Configuración 23

En esta parte se ha representado $\log(x')$ en función de $\log(t')$ para las configuraciones seleccionadas. Si el movimiento fuese estrictamente uniformemente acelerado y con

condición inicial ideal ($v_0 = 0$ en $t' = 0$), se espera:

$$x' = \frac{1}{2}at'^2 \Rightarrow \log(x') = \log\left(\frac{a}{2}\right) + 2\log(t'). \quad (12)$$

Por tanto, en escala logarítmica debería obtenerse una recta con pendiente cercana a 2 y cuya ordenada en el origen permitiría estimar a .

Las gráficas muestran una relación aproximadamente lineal (lo cual es coherente con una ley potencial), sin embargo las pendientes ajustadas resultan sistemáticamente menores que el valor teórico 2: para todas las configuraciones analizadas se obtiene $b_1 \simeq 1,58\text{--}1,63$ (con incertidumbres del orden de 0,01–0,02). La diferencia con 2 es muy superior a las incertidumbres del ajuste, lo que indica que no se trata de fluctuaciones aleatorias sino de un **sesgo sistemático** o de que el modelo utilizado para interpretar la pendiente es incompleto.

A partir de la intersección b_0 se ha calculado una aceleración usando la expresión $a = 2e^{b_0}$, obteniéndose valores como $a \approx 0,278 \text{ m/s}^2$ (config. 1), $1,35 \text{ m/s}^2$ (config. 5), $2,22 \text{ m/s}^2$ (config. 8), $0,559 \text{ m/s}^2$ (config. 21), $0,449 \text{ m/s}^2$ (config. 22) y $0,287 \text{ m/s}^2$ (config. 23). No obstante, debe remarcarse que esta estimación sólo es estrictamente válida si $b_1 \simeq 2$; si la pendiente se aleja de 2, el término independiente deja de poder interpretarse directamente como $\log(a/2)$.

La desviación sistemática de la pendiente respecto a 2 puede explicarse por varios factores:

1. Condición inicial no ideal ($v_0 \neq 0$).

Al definir $t' = t - t_1$ y $x' = x - x_1$, el instante $t' = 0$ no coincide necesariamente con el inicio del movimiento desde el reposo, sino con el paso por la primera fotocélula. Si el carro ya posee una velocidad inicial pequeña al cruzar dicha célula, el modelo correcto es:

$$x' = v_0 t' + \frac{1}{2}at'^2. \quad (13)$$

En este caso, para tiempos pequeños domina el término lineal $v_0 t'$, y el comportamiento efectivo se parece más a $x' \propto t'$ que a $x' \propto t'^2$. Al ajustar en escala logarítmica una mezcla de términos (lineal + cuadrático), la pendiente obtenida puede quedar entre 1 y 2, lo que es compatible con los valores observados ($\sim 1,6$).

2. **Errores en ambas variables y sesgo de regresión.** En la representación $\log(x')\text{--}\log(t')$ existen incertidumbres apreciables tanto en el eje vertical (por $\sigma_{x'}$) como en el horizontal (por $\sigma_{t'}$). El ajuste lineal ordinario (OLS) asume, en primera aproximación, que el error del eje x es despreciable; cuando no lo es, aparece un sesgo conocido como *attenuation bias* que tiende a **subestimar la pendiente**. Esto favorece obtener $b_1 < 2$ incluso si la relación física subyacente fuese más cercana a la ideal.
3. **Rozamiento y no constancia de la aceleración.** La presencia de rozamiento en el carril/polea reduce la fuerza neta efectiva y puede hacer que la aceleración no sea estrictamente constante durante el recorrido. Cualquier desviación del modelo $x' \propto t'^2$ se refleja en una pendiente logarítmica distinta de 2.

Debido a que $t'_1 = 0$ y $x'_1 = 0$, el primer punto no puede representarse en escala logarítmica ($\log 0$ no existe). Por ello cada ajuste se realiza con **sólo 3 puntos** (celdas 2, 3 y 4). Esto tiene dos consecuencias:

- La linealidad visual es poco exigente: con tres puntos es fácil obtener una recta aparente.
- Las incertidumbres del ajuste pueden resultar optimistas, mientras que los efectos sistemáticos (por ejemplo $v_0 \neq 0$ o rozamiento) dominan la discrepancia con la teoría.

Las gráficas $\log(x')\text{--}\log(t')$ muestran una relación aproximadamente lineal, lo que respalda que la dinámica puede describirse de forma aproximada mediante una ley potencial. Sin embargo, las pendientes $b_1 \simeq 1,6$ son **incompatibles** con el valor teórico 2 dentro de la incertidumbre, lo que sugiere la influencia de efectos sistemáticos (especialmente una condición inicial no nula y errores en ambas variables) y/o desviaciones del modelo ideal. En consecuencia, la aceleración calculada exclusivamente a partir de b_0 debe interpretarse con cautela, y resulta más robusto estimar a mediante un ajuste directo en escala lineal que permita incluir un término v_0 (esto es, ajustar $x' = v_0 t' + \frac{1}{2} a t'^2$) o mediante métodos ponderados que tengan en cuenta incertidumbres en ambos ejes.

Una vez obtenida una estimación de la aceleración a para cada configuración mediante el análisis de las gráficas anteriores, el siguiente paso consiste en comprobar de forma global la relación teórica prevista para el sistema carro–masa colgante. Para ello, en la **Gráfica 3** se representa la aceleración experimental en función del cociente de masas $\frac{m_2}{m_1+m_2}$, ya que idealmente se cumple:

$$a = \frac{m_2}{m_1 + m_2} g. \quad (14)$$

De este modo, el ajuste lineal de a frente a $\frac{m_2}{m_1+m_2}$ permite evaluar la consistencia del modelo y obtener una estimación experimental de g a partir de la pendiente.

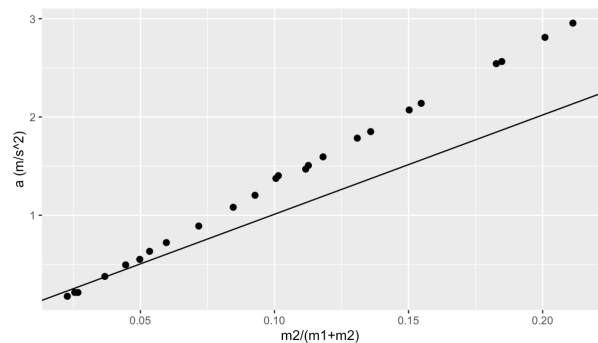


Figura 28: Estimación de la gravedad

Estimación de g (ajuste $a = g \cdot m_2/(m_1+m_2)$):
 $g = 10.1 \pm 0.5 \text{ m/s}^2$

Figura 29: Estimación de la gravedad

En la **Gráfica 3** se representa la aceleración experimental a obtenida para distintas configuraciones en función del cociente de masas $\frac{m_2}{m_1+m_2}$. En el modelo ideal del sistema carro-masa colgante (sin rozamiento ni inercias adicionales) se cumple:

$$a = \frac{m_2}{m_1 + m_2} g, \quad (15)$$

por lo que se espera una relación lineal que pase por el origen, siendo la pendiente una estimación directa de g .

El ajuste lineal forzado al origen proporciona:

$$g = (10.1 \pm 0.5) \text{ m/s}^2. \quad (16)$$

Este valor es compatible con el valor tabulado $g \simeq 9.81 \text{ m/s}^2$ dentro de la incertidumbre experimental, ya que la diferencia relativa es pequeña y queda dentro del intervalo de error del ajuste. En este sentido, el experimento reproduce de forma global la dependencia prevista por la segunda ley de Newton.

La nube de puntos presenta una tendencia claramente creciente (coherente con la teoría), pero también se aprecia una dispersión apreciable alrededor de la recta. Además, visualmente muchos puntos quedan **por encima** de la recta ajustada, especialmente para valores grandes de $\frac{m_2}{m_1+m_2}$. Esto sugiere que la dispersión no es puramente aleatoria y que pueden existir errores sistemáticos en la obtención de a o en el cálculo del cociente de masas.

Un aspecto importante es que el ajuste se ha realizado imponiendo intercepto nulo, tal como predice el modelo ideal. Sin embargo, en un sistema real suelen aparecer términos adicionales. Por ejemplo, si existe una fuerza de rozamiento aproximadamente constante f , el modelo se modifica a:

$$a \approx g \frac{m_2}{m_1 + m_2} - \frac{f}{m_1 + m_2}, \quad (17)$$

lo que introduce un intercepto negativo (o, en general, una corrección que depende de la masa total). En tal caso, forzar el ajuste a pasar por el origen puede producir un sesgo en la pendiente y empeorar la descripción global de los datos.

Las desviaciones observadas pueden explicarse por varios efectos:

1. **Estimación de a a partir de pocas medidas.** La aceleración se obtiene a partir de tiempos en cuatro fotocélulas (y, en algunos tratamientos, con sólo tres puntos útiles), lo cual amplifica el efecto de pequeñas incertidumbres temporales y puede introducir sesgos si el modelo utilizado no incluye condiciones iniciales (por ejemplo $v_0 \neq 0$).
2. **Rozamiento y pérdidas en la polea/hilo.** El rozamiento reduce la aceleración real respecto al caso ideal y, si varía con la velocidad o la tensión, puede generar una dispersión adicional. Además, la inercia rotacional de la polea y la masa efectiva del hilo también modifican la dinámica, haciendo que el modelo $a = g \frac{m_2}{m_1+m_2}$ sea una aproximación.
3. **Incertidumbre en masas efectivas.** Pequeñas desviaciones al contabilizar masas (incluyendo soporte, gancho, hilo, etc.) afectan al cociente $\frac{m_2}{m_1+m_2}$. Si dicho cociente queda subestimado de forma sistemática, la pendiente ajustada tiende a sobreestimar g .
4. **Modelo de ajuste (errores en ambos ejes).** En la gráfica existe incertidumbre tanto en a como en $\frac{m_2}{m_1+m_2}$. Un ajuste lineal ordinario (o incluso ponderado sólo en a) no corrige completamente el efecto de errores en el eje x , lo que puede introducir sesgos en la pendiente.

La gráfica a vs $\frac{m_2}{m_1+m_2}$ confirma la tendencia lineal esperada por el modelo teórico y permite estimar g con un resultado globalmente consistente:

$$g = (10,1 \pm 0,5) \text{ m/s}^2.$$

No obstante, la dispersión de los puntos y su desviación sistemática respecto a la recta sugieren que el error total está dominado por efectos sistemáticos (rozamiento, condiciones iniciales no ideales e incertidumbre en masas efectivas). Para mejorar la estimación sería recomendable, primero permitir un intercepto libre para evaluar un posible término de rozamiento, segundo aumentar el número de medidas/puntos por configuración y tercero emplear un método de ajuste que tenga en cuenta incertidumbres en ambos ejes.

Tras comprobar en la Gráfica 3 que la aceleración obtenida a partir del análisis de posición presenta la tendencia lineal esperada con el cociente $\frac{m_2}{m_1+m_2}$, resulta conveniente realizar una verificación independiente de a utilizando una magnitud distinta. Por ello, en la **Gráfica 4** se estudia la evolución de la **velocidad** en función del tiempo, calculando v a partir del modo II mediante

$$v = \frac{L}{\Delta t}, \quad (18)$$

donde L es la longitud de la bandera y Δt el tiempo de paso por cada fotocélula. Al representar v frente a t' se espera, para un movimiento uniformemente acelerado,

$$v(t') = v_0 + at', \quad (19)$$

de modo que el ajuste lineal permite obtener una nueva estimación de la aceleración y compararla con la obtenida previamente a partir de $x(t)$.

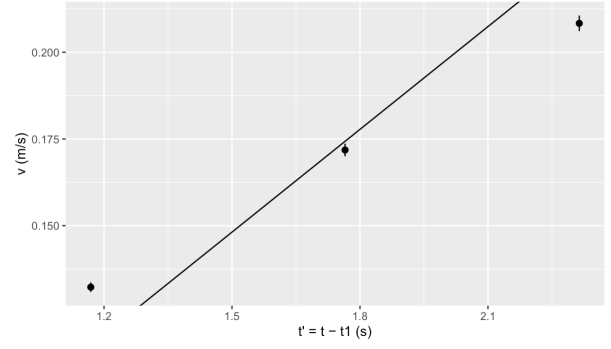


Figura 30: Configuración 1

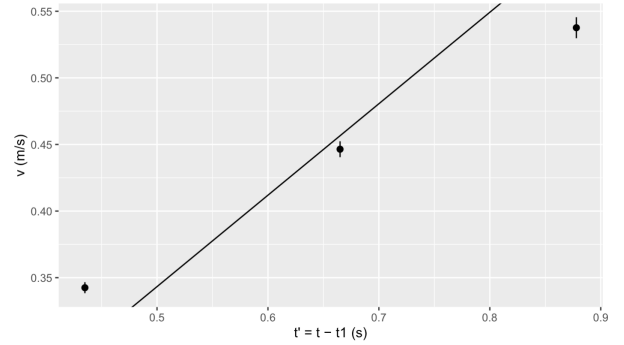


Figura 31: Configuración 5

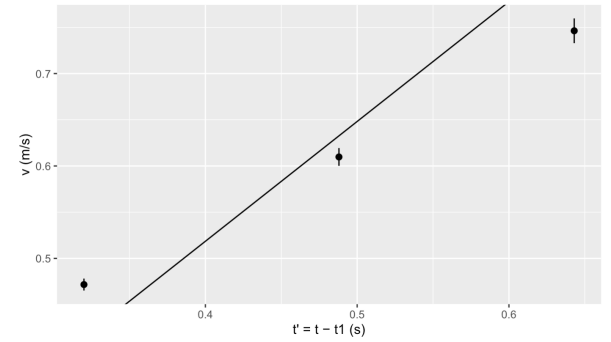


Figura 32: Configuración 8

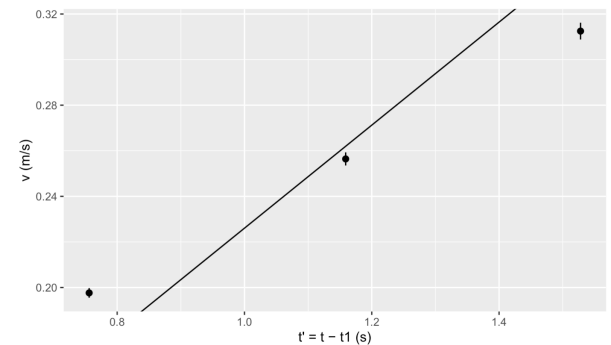


Figura 33: Configuración 21

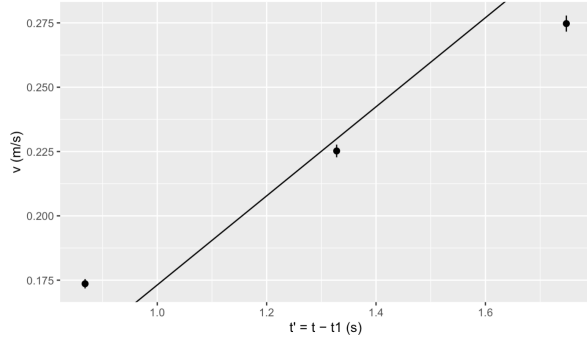


Figura 34: Configuración 22

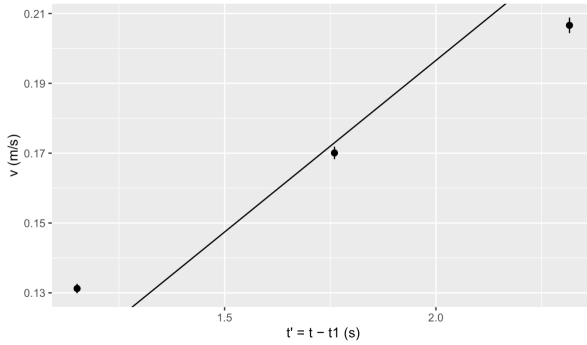


Figura 35: Configuración 23

CONFIG = 1
 Bandera: $L = 5.00 \pm 0.05$ cm

Velocidades por celda ($v=L/dt$):
 celda 2 : $v = 0.132 \pm 0.001$ m/s | $t' = 1.169 \pm 0.001$ s
 celda 3 : $v = 0.172 \pm 0.002$ m/s | $t' = 1.765 \pm 0.001$ s
 celda 4 : $v = 0.208 \pm 0.002$ m/s | $t' = 2.314 \pm 0.001$ s

Aceleración desde ajuste $v = a t$:
 $a = 0.099 \pm 0.007$ m/s²

Figura 36: Datos Configuración 1

CONFIG = 5
 Bandera: $L = 5.00 \pm 0.05$ cm

Velocidades por celda ($v=L/dt$):
 celda 2 : $v = 0.342 \pm 0.004$ m/s | $t' = 0.435 \pm 0.001$ s
 celda 3 : $v = 0.446 \pm 0.006$ m/s | $t' = 0.665 \pm 0.001$ s
 celda 4 : $v = 0.538 \pm 0.008$ m/s | $t' = 0.878 \pm 0.001$ s

Aceleración desde ajuste $v = a t$:
 $a = 0.69 \pm 0.05$ m/s²

Figura 37: Datos Configuración 5

CONFIG = 8
 Bandera: $L = 5.00 \pm 0.05$ cm

Velocidades por celda ($v=L/dt$):
 celda 2 : $v = 0.472 \pm 0.006$ m/s | $t' = 0.320 \pm 0.001$ s
 celda 3 : $v = 0.61 \pm 0.01$ m/s | $t' = 0.488 \pm 0.001$ s
 celda 4 : $v = 0.75 \pm 0.01$ m/s | $t' = 0.643 \pm 0.001$ s

Aceleración desde ajuste $v = a t$:
 $a = 1.30 \pm 0.09$ m/s²

Figura 38: Datos Configuración 8

CONFIG = 21
 Bandera: $L = 5.00 \pm 0.05$ cm

Velocidades por celda ($v=L/dt$):
 celda 2 : $v = 0.198 \pm 0.002$ m/s | $t' = 0.756 \pm 0.001$ s
 celda 3 : $v = 0.256 \pm 0.003$ m/s | $t' = 1.159 \pm 0.001$ s
 celda 4 : $v = 0.312 \pm 0.004$ m/s | $t' = 1.528 \pm 0.001$ s

Aceleración desde ajuste $v = a t$:
 $a = 0.23 \pm 0.02$ m/s²

Figura 39: Datos Configuración 21

CONFIG = 22
 Bandera: $L = 5.00 \pm 0.05$ cm

Velocidades por celda ($v=L/dt$):
 celda 2 : $v = 0.174 \pm 0.002$ m/s | $t' = 0.868 \pm 0.001$ s
 celda 3 : $v = 0.225 \pm 0.002$ m/s | $t' = 1.328 \pm 0.001$ s
 celda 4 : $v = 0.275 \pm 0.003$ m/s | $t' = 1.748 \pm 0.001$ s

Aceleración desde ajuste $v = a t$:
 $a = 0.17 \pm 0.01$ m/s²

Figura 40: Datos Configuración 22

CONFIG = 23
 Bandera: $L = 5.00 \pm 0.05$ cm

Velocidades por celda ($v=L/dt$):
 celda 2 : $v = 0.131 \pm 0.001$ m/s | $t' = 1.151 \pm 0.001$ s
 celda 3 : $v = 0.170 \pm 0.002$ m/s | $t' = 1.760 \pm 0.001$ s
 celda 4 : $v = 0.207 \pm 0.002$ m/s | $t' = 2.316 \pm 0.001$ s

Aceleración desde ajuste $v = a t$:
 $a = 0.098 \pm 0.007$ m/s²

Figura 41: Datos Configuración 23

En esta parte se ha calculado la velocidad instantánea al paso por cada fotocélula a partir de la longitud de la bandera L y del tiempo de ocultación Δt medido por la foto-
 puerta:

$$v = \frac{L}{\Delta t}, \quad (20)$$

con $L = (5,00 \pm 0,05)$ cm. La incertidumbre de v se ha obtenido por propagación:

$$\sigma_v = \sqrt{\left(\frac{\sigma_L}{\Delta t}\right)^2 + \left(\frac{L}{\Delta t^2} \sigma_{\Delta t}\right)^2}. \quad (21)$$

Cada valor de v se asocia al instante t' correspondiente (definido como $t' = t - t_1$).

Para todas las configuraciones analizadas (1, 5, 8, 21, 22 y 23) se observa que la velocidad aumenta con el tiempo, lo cual es consistente con un movimiento acelerado. Por ejemplo:

- Config. 1: v pasa de 0,132 a 0,208 m/s al aumentar t' de 1,169 a 2,314 s.
- Config. 5: v pasa de 0,342 a 0,538 m/s al aumentar t' de 0,435 a 0,878 s.
- Config. 8: v pasa de 0,472 a 0,75 m/s al aumentar t' de 0,320 a 0,643 s.

Las incertidumbres relativas en v son pequeñas (del orden del 1–2 %), dominadas principalmente por la incertidumbre de L (1 % relativa) y, en menor medida, por $\sigma_{\Delta t}$.

Se ha ajustado v frente a t' imponiendo el modelo:

$$v = at'. \quad (22)$$

De este ajuste se obtienen las siguientes aceleraciones:

Config. 1: $a = (0,099 \pm 0,007) \text{ m/s}^2$

Config. 5: $a = (0,69 \pm 0,05) \text{ m/s}^2$

Config. 8: $a = (1,30 \pm 0,09) \text{ m/s}^2$

Config. 21: $a = (0,23 \pm 0,02) \text{ m/s}^2$

Config. 22: $a = (0,17 \pm 0,01) \text{ m/s}^2$

Config. 23: $a = (0,098 \pm 0,007) \text{ m/s}^2$

La tendencia es físicamente razonable: configuraciones con mayor “tracción” (por ejemplo la 8) dan aceleraciones mayores que configuraciones con menor tracción (por ejemplo 1, 23).

Aunque la tendencia cualitativa es correcta, las aceleraciones obtenidas con $v(t')$ resultan **sensiblemente menores** que las obtenidas a partir de $x(t)$ en la parte 1. Esta discrepancia puede explicarse principalmente por la forma del ajuste empleado:

1. **Forzar el ajuste a pasar por el origen ($v = at'$) no es consistente con el experimento.** Al definir $t' = t - t_1$, el instante $t' = 0$ corresponde al paso por la primera fotocélula, pero en ese instante el carrito **no tiene por qué tener velocidad nula**. En general, el modelo correcto es:

$$v(t') = v_0 + at', \quad (23)$$

donde v_0 es la velocidad al cruzar la primera célula. Si se impone $v_0 = 0$

cuando en realidad $v_0 > 0$, la pendiente (y por tanto a) queda **subestimada**. Esto es coherente con que los valores de a salgan demasiado bajos.

2. **Sólo se ajustan 3 puntos por configuración.** Al excluir el punto de la celda 1 (en el que $t' = 0$), el ajuste se realiza con tres puntos (celdas 2, 3 y 4). Con tan pocos datos, cualquier sesgo sistemático (por ejemplo $v_0 \neq 0$, rozamiento o pequeñas desviaciones en Δt) afecta de manera notable al valor final de a .
3. **Rozamiento e inercias no modeladas.** El rozamiento del carro y las pérdidas en la polea reducen la aceleración real respecto al caso ideal. Además, la inercia de la polea y la masa efectiva del hilo pueden modificar la relación entre fuerza motriz y aceleración. Estos efectos actúan como sistemáticos adicionales.

Los resultados de $v(t')$ confirman cualitativamente un comportamiento acelerado (velocidad creciente y aproximadamente lineal con el tiempo). Sin embargo, las aceleraciones obtenidas al imponer $v = at'$ son menores de lo esperado y muestran una discrepancia sistemática con el método basado en $x(t)$. La causa más probable es que el origen temporal elegido ($t' = 0$ en la primera fotocélula) no implica $v = 0$, por lo que el ajuste debería realizarse con un modelo con intercepto:

$$v(t') = v_0 + at'.$$

Como mejora, se recomienda ajustar v vs t' permitiendo intercepto y, si es posible, incluir el punto de la celda 1 (con $t' = 0$ y $v_1 = L/\Delta t_1$) para estimar directamente v_0 y obtener un valor de a más consistente con la parte 1.