

Introducción al análisis topológico de datos

Luis Alberto

2025

Índice general

1. Complejos simpliciales	1
1.1. Notación y nomenclatura estándar.	1

Capítulo 1

Complejos simpliciales

Para cualquier conjunto V , su conjunto potencia es denotado por $\mathcal{P}(V)$. La cardinalidad de V es $\#V$.

Definición 1. Un *complejo simplicial* sobre un conjunto V es un conjunto finito $\Delta \subseteq \mathcal{P}(V) \setminus \{\emptyset\}$ cerrado bajo subconjuntos.

Formalmente, la definición de arriba corresponde a la de los *complejos simpliciales abstractos y finitos* [1, Definition 2.1]; dado que no estudiaremos otro tipo de complejos simpliciales omitimos los otros adjetivos.

Observación 1. En la Definición 1 tenemos dos complejos simpliciales que son importantes. El primero es el complejo simplicial *vano* (*void* en inglés), es decir $\emptyset \subseteq \mathcal{P}(V)$. El segundo es el complejo simplicial *vacío* (*empty* en inglés): $\{\emptyset\}$ [1, Remark 2.3].

1.1. Notación y nomenclatura estándar.

Sea Δ un complejo simplicial. Cada elemento de Δ se llama *simplejo* (*simplex* y plural *simplices* en inglés). La *dimensión* de σ es $\dim(\sigma) = \#\sigma - 1$ where $\#\sigma$ is the cardinality of σ ; if $\dim(\sigma) = k$ we say that σ is a *k-simplex*. A *vertex* of a simplicial complex is a 0-simplex; the set of n -simplices of Δ will be denoted by $S_n(\Delta)$.

The dimension of Δ is $\dim(\Delta) = \max\{\dim(\sigma) \mid \sigma \in \Delta\}$. A *facet* of a simplicial complex is a maximal simplex with respect to containment. We say that a simplicial complex is *pure* whenever all its facets have the same dimension.

Simplicial complexes are combinatorial objects. It is customary to draw simplicial complexes in the following way. A point represents a vertex, an edge represents a 1-simplex, a triangle represents a 2-simplex, etc. In Figure ?? we found examples of simplices and in Figure ?? we present examples of simplicial complexes. We remark that the hollow triangle in Figure ?? is not a simplex. Also, it is worth to notice that from the picture only it is not clear whether the tetrahedron in Figure ?? is hollow or not. For these reason we only draw simplicial complexes for illustrative purposes.

Bibliografía

- [1] KOZLOV, D. N. *Combinatorial Algebraic Topology*, vol. 21 of *Algorithms and computation in mathematics*. Springer, Berlin, Heidelberg, 2008.