UNIVERSIDAD DE ORIENTE.
NUCLEÓ ANZOÁTEGUI.
ESCUELA DE INGENIERÍA Y CIENCIAS APLICADAS.
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA EN COMPUTACIÓN Y SISTEMAS.
MODELOS DE OPERACIONES I.

MODELO DE TAMAÑO DE LA FUERZA DE TRABAJO

Profesora: Ingeniera Aurelia Torcasio
Grupo N° 7:
Integrantes:
Luis Correa C.I: 19.840.230
Manuel Dun C.I: 19.257.821

Barcelona, 18 de Marzo de 2016

Tabla de Contenidos

Introducción

El matemático Richard Bellman inventó la Programación Dinámica (PD) en 1953 que se utiliza para optimizar problemas complejos que pueden ser convertidos a discretos y secuenciales. La idea principal de la PD es descomponer el problema en sub-problemas (más manejables). Los cálculos se realizan entonces recursivamente donde la solución óptima de un sub-problema se utiliza como dato de entrada al siguiente problema. La solución para todo el problema está disponible cuando se soluciona el último sub-problema. La forma en que se realizan los cálculos recursivos depende de cómo se descomponga el problema original. En particular, normalmente los sub-problemas están vinculados por restricciones comunes. La factibilidad de estas restricciones comunes se mantiene en todas las iteraciones.

El modelo de tamaño de fuerza de trabajo es un método de la PD, que permite reducir el gasto realizado en los trabajadores por semana en la culminación de un proyecto, se logra mediante la ejecución de un algoritmo el cual veremos a continuación en el presente trabajo.

1. Modelo de tamaño de la fuerza de trabajo

Las necesidades de mano de obra en proyectos de construcción pueden satisfacerse contratando y despidiendo trabajadores. Ambas actividades incurren en un costo. El objetivo es minimizar el costo total de la mano de obra requerida para el proyecto. Supongamos que la duración del proyecto es de *n* semanas y que la fuerza de mano de obra mínima requerida en la semana *i* es de b_i trabajadores. El modelo asume que se incurre en un costo adicional si la fuerza de trabajo de una semana excede el requerimiento mínimo o si en una semana se realiza una contratación adicional.

Por simplicidad, no se incurre en ningún costo cuando ocurre un despido. El costo de mantener una fuerza de trabajo x_i mayor que la mínima b_i en la semana i incurre en costo excedentario $C1*(x_i-b_i)$.

Los elementos del modelo de PD se definen como sigue:

1. La etapa i está representada por la semana i, i = 1, 2,…, n.
2. x_i es el número de trabajadores en la etapa i.
3. x_{i-1} es la cantidad de trabajadores en la semana i-1.
4. b_i es la cantidad mínima de trabajadores en la semana i.
5. $C1*(x_i-b_i)$. es el costo excedentario por tener exceso de trabajadores.
6. Si $x_i>x_{i-1}$, se incurre en un costo adicional de $C2*(x_i-x_{i-1})$.

La ecuación recursiva de PD para calcular el tamaño de la fuerza de trabajo se da como:

$$f_{n+1}(x_n) \equiv 0$$

$$f_i(x_{i-1}) = \min_{x_i \geq b_i}\{C_1(x_i - b_i) + C_2(x_i - x_{i-1}) + f_{i+1}(x_i)\}, i = 1, 2, \ldots, n$$

Los cálculos se inician en la etapa n y concluyen en la etapa 1.

2. Ejemplos

Ejemplo N° 1

Un contratista estima que el tamaño de la fuerza de trabajo necesaria durante las siguientes 5 semanas es de 5, 7, 8, 4 y 6 trabajadores, respectivamente. La mano de obra excedente conservada en la fuerza de trabajo costará $300 por trabajador por semana, y una nueva contratación en cualquier semana incurrirá en un costo fijo de $400 más $200 por trabajador por semana.

Obtenemos los siguientes datos del ejercicio número 1.

b1=5, b2=7, b3=8, b4=4, b5=6

C1*(Xi-Bi) = 3(Xi-Bi), Xi≥Bi, i=1, 2,…,5.

$C2*(Xi-X_{i-1}) = 4 + 2*(Xi- X_{i-1}), Xi> X_{i-1}, i=1, 2,…,5$

Etapa 5. (b5=6)

	F5(X4)=C1*(X5-6)+C2*(X5-X4)+F6(X5)	Solución Óptima	
X4	X5=6	F5(X4)	X5*
4	0+4+4+0=8	8	6
5	0+4+2+0=6	6	6
6	0+0+0=0	0	6

Etapa 4. (b4=4)

	F4(X3)=C1*(X4-4)+C2*(X4-X3)+F5(X4)			Solución Óptima	
X3	X4=4	X4=5	X4=6	F4(X3)	X4*
8	0+0+8=8	3+0+6=9	6+0+0=6	6	6

Etapa 3. (b3=8)

	F3(X2)=C1*(X3-8)+C2*(X3-X2)+F4(X3)	Solución Óptima	
X2	X3=8	F3(X2)	X3*
7	0+4+2+6 = 12	12	8
8	0+0+6= 6	6	8

Etapa 2. (b2=7)

	F2(X1)=C1*(X2-7)+C2*(X2-X1)+F3(X2)		Solución Óptima	
X1	X2=7	X2=8	F2(X1)	X2*
5	0+4+4+12 = 20	3+4+6+6 = 19	19	8
6	0+4+2+12 = 18	3+4+4+6 = 17	17	8
7	0+0+12 = 12	3+4+2+6 = 15	12	7
8	0+0+12 = 12	3+0+6 = 9	9	8

Etapa 1. (b1=5)

	F1(X0)=C1*(X1-5)+C2*(X1-X0)+F2(X1)				Solución Óptima	
X0	X1=5	X1=6	X1=7	X1=8	F1(X0)	X1*
0	0+4+10+19=33	3+4+12+17 = 36	6+4+14+12 = 36	9+4+16+9 = 38	33	5

La solución óptima se determina como:

X0=0→X1*=5→X2*=8→X3*=8→X4*=6→X5*=6

La solución puede convertirse en el siguiente plan:

	Fuerza de mano de obra mínima Bi	Fuerza de mano de obra real Xi	Decisión	Costo
1	5	5	Contratan 5 trabajadores	0+4+10=14
2	7	8	Contratan 3 trabajadores	3+4+6=13
3	8	8	Ningún cambio	0
4	4	6	Despedir 2 trabajadores	6+0=6
5	6	6	Ningún cambio	0
	Total			33

Ejemplo N° 2

Luxor Travel organiza viajes turísticos de una semana al sur de Egipto. La agencia ofrece
7, 4, 7 y 8 automóviles en renta durante las siguientes 4 semanas. Luxor Travel subcontrata a un concesionario automotriz local para que satisfaga las necesidades de renta de automóviles. El concesionario cobra una cuota de renta semanal de $220 por automóvil, más una cuota fija de $500 por cualquier transacción de renta. Luxor, sin embargo, puede elegir si los conserva en renta durante una semana más y simplemente sigue pagando la renta. ¿Cuál es la mejor forma para que Luxor maneje la situación de renta?

Obtenemos los siguientes datos del ejercicio número 2.

b1=7, b2=4, b3=7, b4=8, C1=2.2, C2=5.

C1*(Xi) = 2.2(Xi), Xi ≥ Bi, i=1, 2, 3, 4.

C2*(Xi,X_{i-1}) = 5 Si Xi ≠ X_{i-1}.

Etapa 4. (b4=8)

	F4(X3)=C1*(X4)+C2*(X4,X3)+F5(X4)	Solución Óptima	
X3	X4=8	F4(X3)	X4*
7	17.6+5+0=22.6	22.6	8
8	17.6+0+0=17.6	17.6	8

Etapa 3. (b3=7)

	F3(X2)=C1*(X3)+C2*(X3,X2)+F4(X3)		Solución Óptima	
X2	X3=7	X3=8	F3(X2)	X3*
4	15.4+5+22.6 = 43	17.6+5+17.6 = 40.2	40.2	8
5	15.4+5+22.6 = 43	17.6+5+17.6 = 40.2	40.2	8
6	15.4+5+22.6 = 43	17.6+5+17.6 = 40.2	40.2	8
7	15.4+0+22.6 = 38	17.6+5+17.6 = 40.2	38	7
8	15.4+5+22.6 = 43	17.6+0+17.6 = 35.2	35.2	8

Etapa 2. (b2=4)

	F2(X1)=C1*(X2)+C2*(X2,X1)+F3(X2)					Solución Óptima	
X1	X2=4	X2=5	X2=6	X2=7	X2=8	F2(X1)	X2*
7	8.8+5+40.2 =54	11+5+40.2=56 .2	13.2+5+40.2= 58.4	15.4+0+38= 53.4	17.6+5+ 35.2=57. 8	53.4	7
8	8.8+5+40.2 =54	11+5+40.2=56 .2	13.2+5+40.2= 58.4	15.4+5+38= 58.4	17.6+0+ 35.2=52. 8	52.8	8

Etapa 1. (b1=7)

	F1(X0)=C1*(X1-7)+C2*(X1,X0)+F2(X1)		Solución Óptima	
X0	X1=7	X1=8	F1(X0)	X1*
0	15.4+5+53.4 = 73.8	17.6+5+52.8 = 75.4	73.8	7

La solución óptima se determina como:

$X0=0 \rightarrow X1^*=7 \rightarrow X2^*=7 \rightarrow X3^*=7 \rightarrow X4^*=8$

La solución puede convertirse en el siguiente plan:

	Fuerza de mano de obra mínima Bi	Fuerza de mano de obra real Xi	Decisión	Costo
1	7	7	Contratan 7 automóviles	15,4+5 = 20.4
2	4	7	Ningún cambio	15.4+0 = 15.4
3	7	7	Ningún cambio	15.4+0 = 15.4
4	8	8	Contratan 1 automóviles	17.6+5 = 22.6
	Total			73.8

Conclusiones

- La PD puede ser utilizada para resolver todo tipo de problemas complejos.
- El problema principal se debe descomponer en sub-problemas más manejables. Los cálculos se realizarán recursivamente y la solución de un sub-problema se utilizará como dato de entrada al siguiente sub-problema. La respuesta estará disponible cuando se solucione el último sub-problema.
- La fuerza de trabajo es un método de la PD, que permite minimizar el gasto realizado por una empresa al realizar un proyecto.

Bibliografía

- Hamdy A. Taha (2012). Investigación de Operaciones, 9na. Edición. Pearson Educación de México, S.A. de C.V.
- Arias, F. (2006). El proyecto de investigación (5ta ed.). Caracas, Venezuela: Episteme.