



PROYECTO DE GRADO

Presentado ante la ilustre UNIVERSIDAD DE LOS ANDES como requisito parcial para
obtener el Título de INGENIERO DE SISTEMAS

DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE UN CONTROLADOR PID ANALÓGICO

Por

Br. Jesdely R. Sánchez P.

Tutor: Prof. Pablo Lischinsky

Abril 2009

©2009 Universidad de Los Andes Mérida, Venezuela

Diseño y construcción de un controlador PID analógico

Br. Jesdely R. Sánchez P.

Proyecto de Grado — Control y Automatización, 212 páginas

Resumen: La gran evolución que han tenido los procesos industriales en los últimos años ha traído consigo la necesidad de controlar los diferentes sistemas de la manera más precisa posible por medio de lo que hoy se conoce como control automático, el cual actualmente desempeña un papel importante en la industria en general, ya que permite mantener una variable o proceso en un punto deseado dentro de un rango de medición. Uno de los aspectos más importantes en la implementación de un sistema de control automático es la selección del tipo de controlador; existen varios tipos entre los cuales se encuentra el controlador de tipo Proporcional-Integral-Derivativo, o comúnmente conocido como PID que, por las características que posee, hoy en día es usado ampliamente en diversos procesos manufactureros, industriales, económicos, biológicos, entre otros. Este proyecto consiste en el diseño y construcción de un controlador PID basado en electrónica analógica, con un rango variable en cada uno de sus parámetros, con la finalidad de controlar diversos procesos tanto simulados como reales; asimismo con el objetivo de estudiar, analizar y entender la importancia de los sistemas de control, puesto que facilitan y abordan de forma más cómoda determinadas actividades, aumentan la fiabilidad y precisión, y consiguen un mayor incremento en la productividad y calidad de los productos.

Palabras clave: Control automático, Controlador PID, Electrónica analógica, Control analógico.

Este trabajo fue procesado en L^AT_EX.

Índice

Índice de Tablas	vi
Índice de Figuras	vii
1	2
1.1 Antecedentes	2
1.2 Planteamiento del Problema	3
1.3 Objetivos	4
1.3.1 Objetivo General	4
1.3.2 Objetivos Específicos	4
2 Marco Teórico	5
2.1 Sistemas de Control	5
2.1.1 Sistemas de control en lazo cerrado	6
2.1.2 Sistemas de control en lazo abierto	6
2.1.3 Comparación entre los sistemas de control en lazo cerrado y los sistemas de control en lazo abierto	7
2.1.4 Sistemas de control lineales y no lineales	8
2.1.5 Sistemas de control en tiempo continuo y en tiempo discreto . .	9
2.2 Controlador PID	10
2.2.1 Acción Proporcional	10
2.2.2 Acción Integral	11
2.2.3 Acción Derivativa	12
2.3 Sintonización de controladores PID	14

2.3.1	Reglas de Ziegler-Nichols	14
2.3.2	Método de asignación de polos	17
2.4	Modificaciones del control PID	18
2.5	Controladores PID Comerciales	21
3	Análisis y Diseño del Controlador PID	24
3.1	Diseño del Controlador PID	24
3.2	Análisis y simulaciones del controlador PID en los procesos a controlar	38
3.3	Diseño de acondicionadores de señales para los procesos a controlar . .	67
3.4	Diseño de la Fuente de Alimentación	79
4	Implementación del Controlador PID	81
4.1	Selección de componentes para la implementación del controlador PID .	81
4.2	Pruebas preliminares para la implementación del controlador PID . . .	85
4.3	Construcción del circuito impreso para el controlador PID	88
5	Pruebas del controlador PID analógico	96
5.1	Pruebas del controlador sobre el simulador analógico de sistemas lineales	97
5.2	Pruebas del controlador sobre el servomotor	117
5.3	Pruebas del controlador sobre el proceso de presión	124
6	Conclusiones y Recomendaciones	137
A	Programas realizados en MATLAB para obtener los parámetros del controlador PID para cada uno de los procesos de estudio.	139
A.1	Programa para el sistema lineal $G_1(s)$ del Simulador analógico.	139
A.2	Programa para el sistema lineal $G_2(s)$ del Simulador analógico.	142
A.3	Programa para el sistema lineal $G_3(s)$ del Simulador analógico.	146
A.4	Programa para el sistema lineal $G_4(s)$ del Simulador analógico.	150
A.5	Programa para el sistema lineal $G_5(s)$ del Simulador analógico.	154
A.6	Programa para el sistema lineal $G_6(s)$ del Simulador analógico.	158
A.7	Programa para el sistema lineal $G_7(s)$ del Simulador analógico.	161
A.8	Programa para el sistema lineal $G_8(s)$ del Simulador analógico.	165

A.9 Programa para el Servomotor.	168
A.10 Programa para el Proceso de presión.	171
B Manual para el Usuario	175
C Manual para mantenimiento del controlador PID analógico	185
D Programas usados para la identificación de los procesos a controlar	189
D.1 Programa en lenguaje C++ para la identificación del Servomotor . . .	189
D.2 Programa en MATLAB para la identificación del Servomotor	194
D.3 Programa en lenguaje C++ para la identificación del Proceso de presión	199
D.4 Programa en MATLAB para la identificación del Proceso de presión . .	204
Bibliografía	210

Índice de Tablas

2.1	Regla de sintonización Ziegler-Nichols basada en la respuesta escalón de la planta.	16
2.2	Regla de sintonización Ziegler-Nichols basada en la ganancia crítica K_{cr} y en el periodo crítico P_{cr}	17
2.3	Propiedades de los algoritmos PID en algunos controladores comerciales. Las estructuras de los controladores son etiquetados: I para ISA, II para serie y III para el controlador ideal.	23
3.1	Estructura de los ocho sistemas lineales del simulador analógico y sus variaciones.	69
4.1	Lista de componentes electrónicos usados en la implementación del controlador PID.	95

Índice de Figuras

2.1	Componentes básicos de un sistema de control.	6
2.2	Sistema de control en lazo cerrado.	6
2.3	Sistema de control en lazo abierto.	7
2.4	Implementación de la acción integral concebida como un reset automático.	12
2.5	Interpretación geométrica de la acción derivativa como un control predictivo, donde la predicción se obtiene por extrapolación lineal.	12
2.6	Determinación de parámetros para el diseño del controlador.	15
2.7	Oscilación sostenida con un periodo P_{cr}	16
2.8	Diagrama de bloques PID no interactivo o ideal.	19
2.9	Diagrama de bloques PID interactivo.	19
3.1	Esquema circuital del controlador PID.	26
3.2	Esquema circuital del amplificador restador o amplificador diferenciador.	27
3.3	Esquema circuital de un amplificador inversor, generador de la acción proporcional del controlador.	29
3.4	Esquema circuital de un integrador ideal.	31
3.5	Esquema circuital de la parte derivativa del controlador.	32
3.6	Esquema circuital de un sumador inversor.	34
3.7	Salida de $G_3(s)$ con $\zeta = 0.1$ ($\omega_n = 19.6$) ante una referencia escalón unitario en lazo abierto y en lazo cerrado, con su respectiva señal de control obtenida en MATLAB.	40
3.8	Salida de $G_3(s)$ con $\zeta = 0.1$ ($\omega_n = 19.6$) ante una referencia escalón unitario en lazo abierto y en lazo cerrado, con su respectiva señal de control obtenida en PSpice.	41

3.9	Salida de $G_3(s)$ con $\zeta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ($\omega_n = 63.02$) ante una referencia escalón unitario en lazo abierto y en lazo cerrado, con su respectiva señal de control obtenida en MATLAB.	44
3.10	Salida de $G_3(s)$ con $\zeta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ($\omega_n = 63.02$) ante una referencia escalón unitario en lazo abierto y en lazo cerrado, con su respectiva señal de control obtenida en PSpice.	45
3.11	Salida de $G_4(s)$ con $\tau_1 = 20ms$ ante una referencia escalón unitario en lazo abierto y en lazo cerrado, con su respectiva señal de control obtenida en MATLAB.	49
3.12	Salida de $G_4(s)$ con $\tau_1 = 20ms$ ante una referencia escalón unitario en lazo abierto y en lazo cerrado, con su respectiva señal de control obtenida en PSpice.	49
3.13	Salida de $G_4(s)$ con $\tau_1 = 100ms$ ante una referencia escalón unitario en lazo abierto y en lazo cerrado, con su respectiva señal de control obtenida en MATLAB.	50
3.14	Salida de $G_4(s)$ con $\tau_1 = 100ms$ ante una referencia escalón unitario en lazo abierto y en lazo cerrado, con su respectiva señal de control obtenida en PSpice.	51
3.15	Salida de $G_7(s)$ con $K = 0.5$ ante una referencia escalón unitario en lazo abierto y en lazo cerrado, con su respectiva señal de control obtenida en MATLAB.	54
3.16	Salida de $G_7(s)$ con $K = 0.5$ ante una referencia escalón unitario en lazo abierto y en lazo cerrado, con su respectiva señal de control obtenida en PSpice.	54
3.17	Salida de $G_7(s)$ con $K = 1$ ante una referencia escalón unitario en lazo abierto y en lazo cerrado, con su respectiva señal de control obtenida en MATLAB.	56
3.18	Salida de $G_7(s)$ con $K = 1$ ante una referencia escalón unitario en lazo abierto y en lazo cerrado, con su respectiva señal de control obtenida en PSpice.	56

3.19 Salida del Servomotor ante una referencia escalón de -3V en lazo abierto y en lazo cerrado obtenida en MATLAB.	59
3.20 Salida del Servomotor ante una referencia escalón de -3V en lazo cerrado, con su respectiva señal de control obtenida en PSpice.	59
3.21 Salida del Servomotor ante una referencia escalón de -3V en lazo cerrado, con su respectiva señal de control obtenida en MATLAB.	60
3.22 Salida del Servomotor ante una referencia escalón de 4V en lazo abierto y en lazo cerrado obtenida en MATLAB.	61
3.23 Salida del Servomotor ante una referencia escalón de 4V en lazo cerrado, con su respectiva señal de control obtenida en PSpice.	61
3.24 Salida del Servomotor ante una referencia escalón de 4V en lazo cerrado, con su respectiva señal de control obtenida en MATLAB.	62
3.25 Salida del Proceso de presión ante una referencia escalón de -4V en lazo abierto y en lazo cerrado, con su respectiva señal de control obtenida en MATLAB.	65
3.26 Salida del Proceso de presión ante una referencia escalón de -4V en lazo abierto y en lazo cerrado, con su respectiva señal de control obtenida en PSpice.	65
3.27 Salida del Proceso de presión ante una referencia escalón de 2V en lazo abierto y en lazo cerrado, con su respectiva señal de control obtenida en MATLAB.	66
3.28 Salida del Proceso de presión ante una referencia escalón de 2V en lazo abierto y en lazo cerrado, con su respectiva señal de control obtenida en PSpice.	66
3.29 Simulador analógico de sistemas lineales.	70
3.30 Servomotor (SERVO-MODULAR MS150).	72
3.31 Proceso de presión (G35, unidad TY35/EV).	73
3.32 Circuito acondicionador para la señal de entrada del proceso de presión.	74
3.33 Circuito amplificador de instrumentación para la señal de salida del transductor del proceso de presión.	76
3.34 Circuito acondicionador para la señal de salida del proceso de presión.	77

3.35	Diagrama de bloques del sistema de control en lazo cerrado para el simulador analógico.	78
3.36	Diagrama de bloques del sistema de control en lazo cerrado para el servomotor.	78
3.37	Diagrama de bloques del sistema de control en lazo cerrado para el proceso de presión.	78
3.38	Fuente de alimentación con puente rectificador y reguladores de voltaje (esquema).	79
3.39	Fuente de alimentación implementada con puente rectificador y reguladores de voltaje.	80
4.1	Estructura de una placa fotosensible positiva.	84
4.2	Montaje del controlador PID en protoboard.	85
4.3	Diseño obtenido en Proteus: ISIS para la realización del circuito impreso del controlador PID.	89
4.4	Diseño obtenido en Proteus: ARES para la realización del circuito impreso del controlador PID.	90
4.5	Cara superior del circuito impreso del controlador PID.	91
4.6	Cara inferior del circuito impreso del controlador PID.	91
4.7	Vista superior del controlador PID analógico.	93
4.8	Vista lateral del controlador PID analógico.	93
4.9	Vista interna del controlador PID analógico.	94
4.10	Vista interna del controlador PID analógico.	94
5.1	Salida de $G_3(s)$ con $\zeta = 0.1$ ($\omega_n = 19.6$) ante una referencia escalón unitario en lazo abierto.	98
5.2	Salida de $G_3(s)$ con $\zeta = 0.1$ ($\omega_n = 19.6$) ante una referencia escalón unitario en lazo cerrado.	99
5.3	Salida de $G_3(s)$ con $\zeta = 0.1$ ($\omega_n = 19.6$) ante una referencia escalón unitario en lazo cerrado, con su respectiva señal de control.	100
5.4	Salida de $G_3(s)$ con $\zeta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ($\omega_n = 63.02$) ante una referencia escalón unitario en lazo abierto.	101

5.5	Salida de $G_3(s)$ con $\zeta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ($\omega_n = 63.02$) ante una referencia escalón unitario en lazo cerrado.	102
5.6	Salida de $G_3(s)$ con $\zeta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ($\omega_n = 63.02$) ante una referencia escalón unitario en lazo cerrado, con su respectiva señal de control.	103
5.7	Salida de $G_4(s)$ con $\tau_1 = 20ms$ ante una referencia escalón unitario en lazo abierto.	105
5.8	Salida de $G_4(s)$ con $\tau_1 = 20ms$ ante una referencia escalón unitario en lazo cerrado.	106
5.9	Salida de $G_4(s)$ con $\tau_1 = 20ms$ ante una referencia escalón unitario en lazo cerrado, con su respectiva señal de control.	107
5.10	Salida de $G_4(s)$ con $\tau_1 = 100ms$ ante una referencia escalón unitario en lazo abierto.	108
5.11	Salida de $G_4(s)$ con $\tau_1 = 100ms$ ante una referencia escalón unitario en lazo cerrado.	109
5.12	Salida de $G_4(s)$ con $\tau_1 = 100ms$ ante una referencia escalón unitario en lazo cerrado, con su respectiva señal de control.	110
5.13	Salida de $G_7(s)$ con $K = 0.5$ ante una referencia escalón unitario en lazo abierto.	112
5.14	Salida de $G_7(s)$ con $K = 0.5$ ante una referencia escalón unitario en lazo cerrado.	113
5.15	Salida de $G_7(s)$ con $K = 0.5$ ante una referencia escalón unitario en lazo cerrado, con su respectiva señal de control.	114
5.16	Salida de $G_7(s)$ con $K = 1$ ante una referencia escalón unitario en lazo abierto.	115
5.17	Salida de $G_7(s)$ con $K = 1$ ante una referencia escalón unitario en lazo cerrado.	116
5.18	Salida de $G_7(s)$ con $K = 1$ ante una referencia escalón unitario en lazo cerrado, con su respectiva señal de control.	117
5.19	Salida del servomotor ante una referencia escalón de $-3V$ en lazo abierto.	119
5.20	Salida del servomotor ante una referencia escalón de $-3V$ en lazo cerrado.	120

5.21 Salida del servomotor ante una referencia escalón de $-3V$ en lazo cerrado, con su respectiva señal de control.	121
5.22 Salida del servomotor ante una referencia escalón de $-3V$ en lazo cerrado, con perturbación instantánea compensada.	122
5.23 Salida del servomotor ante una referencia escalón de $4V$ en lazo cerrado.	123
5.24 Salida del servomotor ante una referencia escalón de $4V$ en lazo cerrado, con su respectiva señal de control.	124
5.25 Salida del proceso de presión ante una referencia escalón de $-4V$ en lazo abierto.	126
5.26 Salida del proceso de presión ante una referencia escalón de $-4V$ en lazo cerrado.	127
5.27 Salida del proceso de presión ante una referencia escalón de $-4V$ en lazo cerrado, con su respectiva señal de control.	128
5.28 Salida del proceso de presión ante una referencia escalón de $-4V$ en lazo cerrado, con perturbación permanente compensada.	129
5.29 Salida del proceso de presión ante una referencia escalón de $-4V$ en lazo cerrado, con perturbación instantánea compensada.	130
5.30 Salida del proceso de presión ante una referencia escalón de $2V$ en lazo abierto.	132
5.31 Salida del proceso de presión ante una referencia escalón de $2V$ en lazo cerrado.	133
5.32 Salida del proceso de presión ante una referencia escalón de $2V$ en lazo cerrado, con su respectiva señal de control.	134
5.33 Salida del proceso de presión ante una referencia escalón de $2V$ en lazo cerrado, con perturbación permanente compensada.	135
5.34 Salida del proceso de presión ante una referencia escalón de $2V$ en lazo cerrado, con perturbación instantánea compensada.	136
 B.1 Conexión del simulador analógico con el osciloscopio, el generador de señales y la red eléctrica para observar los sistemas lineales (lazo abierto).	178
B.2 Conexión entre el controlador analógico y el simulador para formar el sistema de control (lazo cerrado).	178

B.3	Conexión del servomotor con el osciloscopio y el generador de señales (lazo abierto).	180
B.4	Conexión entre el controlador analógico y el servomotor para formar el sistema de control (lazo cerrado).	181
B.5	Conexión del proceso de presión, circuitos acondicionadores de señales, circuito amplificador de instrumentación, osciloscopio y generador de señales (lazo abierto).	183
B.6	Conexión entre el controlador analógico, proceso de presión, circuito amplificador de instrumentación y circuitos acondicionadores de señales para formar el sistema de control (lazo cerrado).	184
C.1	Esquema del circuito impreso del controlador PID.	186
C.2	Circuito impreso del controlador PID.	187
D.1	Gráfica de los datos de entrada y salida adquiridos para la identificación del Servomotor.	197
D.2	Gráfica de los datos de entrada y salida, filtrados y trasladados al origen para la identificación del Servomotor.	198
D.3	Gráfica comparativa entre los modelos tomados para la identificación del servomotor.	198
D.4	Gráfica comparativa entre el modelo ARX y los datos experimentales. .	199
D.5	Gráfica de los datos de entrada y salida adquiridos para la identificación del proceso de presión.	208
D.6	Gráfica comparativa del modelo obtenido y los datos experimentales del Servomotor.	208
D.7	Gráfica comparativa del modelo obtenido y los datos experimentales del Servomotor con filtro.	209

Introducción

El control desempeña un papel importante en los procesos de manufactura, industriales, navales, aeroespaciales, robótica, económicos, biológicos, etc.; ya que permite mantener un determinado proceso en un rango de medición deseado, asimismo ofrece la ventaja de efectuar de manera fácil, eficiente y en corto tiempo, tareas que suelen ser complejas o tediosas. Otra función de los sistemas de control es evitar fallas en los procesos, ya que debido a éstas se podrían generar grandes pérdidas tanto humanas como de producción.

Uno de los controladores más usados industrialmente es el controlador PID (Proporcional-Integral-Derivativo), porque permite realizar control en una gran cantidad de sistemas. Para este tipo de controlador existen diversas configuraciones, de las cuales unas son más flexibles que otras en cuanto a modificaciones en las acciones de control que lo componen.

El controlador PID tiene varias funciones importantes: proporciona la realimentación, tiene la habilidad de eliminar el error en estado estacionario a través de la acción integral, puede hacer predicción a través de la acción derivativa, entre otras.

Estos controladores han sobrevivido a muchos cambios en la tecnología, y actualmente son un elemento importante en los sistemas de control.

El controlador PID analógico construido permitirá controlar diversos procesos, simulados y reales; asimismo ayudará tanto a los docentes en la enseñanza de la teoría de control como a los estudiantes en el desarrollo de prácticas en el Laboratorio de Control de Procesos, adscrito al Departamento de Control y Automatización de la Escuela de Ingeniería de Sistemas.

Capítulo 1

1.1 Antecedentes

Históricamente, ya las primeras estructuras de control usaban las ideas del control PID. Sin embargo, no fue hasta el trabajo de Minorsky de 1922, sobre conducción de barcos, que el control PID cobró verdadera importancia teórica (Minorsky, 1922).

El primer controlador comercial que incorporó las tres acciones básicas de control PID, fue el Fulscope modelo 100, introducido al mercado por Taylor Instruments en 1940 (Babb, 1990). Para ese entonces, el control de procesos industriales en lazo cerrado se llevaba a cabo mediante elaborados controladores neumáticos o por medio de controladores electrónicos/analógicos. Estos instrumentos eran contruidos basados en el amplificador operacional, dichos instrumentos requerían para su ajuste y mantenimiento de técnicos muy especializados (Timothy, 1997). Es interesante observar que muchas verdades sobre el control PID fueron redescubiertas en conexión con los avances de la tecnología.

En la Universidad de Los Andes se han realizado diversos proyectos sobre controladores PID, entre los cuales tenemos:

- Utilización del método de identificación por funciones moduladoras en la implantación de un controlador PID autoajutable diseñado utilizando el método de Naslin (Savoca, 1992).
- Diseño y construcción de un controlador tipo Relé y un controlador tipo PID para una planta térmica (Flores, 1994).

- Diseño de controladores PID adaptativos mediante redes neurales (Albano, 1995).
- Sintonización de controladores PID (Quiñones, 1995).
- Diseño de un controlador PID adaptativo neuronal (Bermúdez, 1996).
- Instrumentos virtuales: controlador PID industrial basado en el Foxboro 761 (Rojas, 1998).
- Implementación de un PID para el control de velocidad de una turbina (Rangel, 2001).
- Herramienta computacional para la entonación de controladores PID (Soto, 2001).
- Desempeño de un controlador PID integrando la estructura de modelo interno de control (IMC) y lógica difusa (Lobo, 2007).

1.2 Planteamiento del Problema

Hoy en día el control de procesos es usado en una gran diversidad de ámbitos por la eficiencia y seguridad que dan a los sistemas en general, dicho control se realiza ya sea por medio de dispositivos físicos o de software, de los cuales existe una gran variedad, entre ellos se encuentra el controlador PID que es utilizado extensamente en la industria por las importantes funciones que realiza, las cuales permiten un amplio control de los múltiples procesos existentes.

En la actualidad son muchas las funciones y problemas que se trabajan mediante microcomputadoras, microcontroladores, así como circuitos y sistemas integrados para el procesamiento de señales digitales; pero aún así la tendencia a lo analógico está incrementando nuevamente, ya que mientras mayor es la cantidad de sistemas digitales para la adquisición de datos y para el control de procesos, mayor es la necesidad de circuitos de interfaz (circuitos analógicos), los cuales permiten acondicionar las señales en un determinado proceso. Existen diversos circuitos necesarios para realizar diversas operaciones que usan dispositivos analógicos como amplificadores

operacionales, circuitos integrados, etc; por lo cual se requiere del entendimiento de los principios tanto del mundo analógico como del mundo digital con el fin de lograr una buena combinación entre ellos.

Por lo expuesto anteriormente se diseñó y construyó un controlador PID analógico con el objetivo de controlar diversos procesos tanto reales como simulados, lo cual permitirá realizar estudios y análisis de diferentes modelos de procesos. Asimismo para atraer el interés de los estudiantes de la Escuela de Ingeniería de Sistemas hacia el aprendizaje de la teoría de control y además para brindar apoyo en la enseñanza de la misma.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo General

Diseñar y construir un controlador analógico de tipo Proporcional-Integral-Derivativo (PID) analógico para controlar sistemas reales o simulados.

1.3.2 Objetivos Específicos

- Realizar una revisión bibliográfica sobre lo concerniente a los controladores PID.
- Realizar simulaciones y experimentos para estudiar los requerimientos de un controlador PID.
- Diseñar un circuito que cumpla con las especificaciones exigidas por el controlador PID.
- Construir el controlador PID analógico con parámetros variables.
- Evaluar el controlador PID creado para verificar su funcionamiento.
- Usar el controlador PID en un simulador analógico de sistemas lineales, en un servomotor (SERVO-MODULAR MS150) y en un proceso de presión (G35, unidad TY35/EV).

Capítulo 2

Marco Teórico

2.1 Sistemas de Control

En los últimos años los sistemas de control han asumido un papel cada vez más importante en el desarrollo y avance de la civilización moderna y la tecnología. La mayoría de las actividades de nuestra vida diaria está afectada por algún tipo de sistema de control.

Los sistemas de control se encuentran en gran cantidad en el hogar y en los diversos sectores de la industria, tales como control de calidad de los productos manufacturados, líneas de ensamble automático, control de máquinas-herramienta, tecnología espacial y sistemas de armas, sistemas de transporte, sistemas de potencia, robótica y muchos otros.

Los componentes básicos de un sistema de control son los siguientes: objetivos de control, componentes del sistema de control, resultados o salidas; la relación entre estos componentes se observa en la figura 2.1. Los objetivos son las señales actuantes u o señales de referencia y los resultados son las salidas o variables controladas y . En general, el objetivo de un sistema de control es controlar las salidas en alguna forma señalada mediante las entradas a través de los elementos del sistema de control (Kuo, 1996).



Figura 2.1: Componentes básicos de un sistema de control.

2.1.1 Sistemas de control en lazo cerrado

Los sistemas de control en lazo cerrado son aquellos en que la señal de salida tiene efecto directo sobre la acción de control, es decir, los sistemas de control en lazo cerrado son sistemas de control realimentado. La señal de error actuante, que es la diferencia entre la señal de referencia y la de salida, entra al controlador con el fin de reducir el error y llevar la salida del sistema al valor deseado. El término lazo cerrado implica el uso de la acción de realimentación para reducir el error del sistema.

Hay numerosos sistemas de control en lazo cerrado en la industria y en el hogar, por ejemplo, los refrigeradores domiciliarios, los calentadores de agua automáticos, los sistemas de calefacción hogareña con control termostático, entre otros (Ogata, 1998).

En la figura 2.2 se muestra la relación entrada-salida de un sistema de control en lazo cerrado.

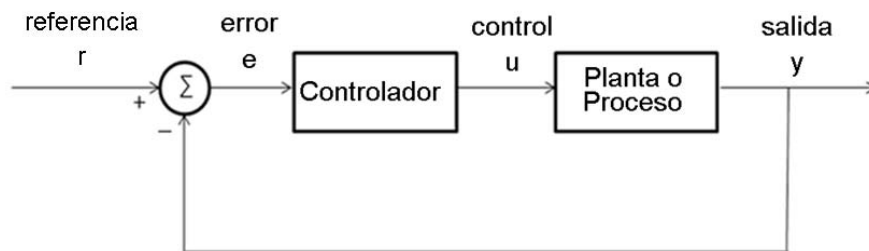


Figura 2.2: Sistema de control en lazo cerrado.

2.1.2 Sistemas de control en lazo abierto

Son sistemas de control en los que la salida no tiene efecto sobre la acción de control, es decir; en un sistema de control en lazo abierto cualquiera, no se compara la salida con la entrada de referencia; por lo tanto, para cada entrada de referencia le corresponde

una condición operativa fija (una calibración realizada previamente); como resultado, la precisión del sistema depende de la calibración.

En presencia de perturbaciones, un sistema de control en lazo abierto no cumple su función asignada. En la práctica, sólo se puede usar el control en lazo abierto si la relación entre la entrada y la salida es conocida y si no hay perturbaciones internas ni externas (Ogata, 1998).

La Figura 2.3 muestra la relación de entrada-salida de un sistema de control en lazo abierto.

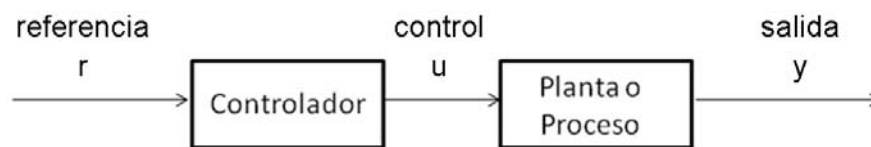


Figura 2.3: Sistema de control en lazo abierto.

2.1.3 Comparación entre los sistemas de control en lazo cerrado y los sistemas de control en lazo abierto

Los sistemas de control en lazo cerrado tienen la ventaja de que el uso de la realimentación hace que el sistema en su respuesta, sea relativamente insensible tanto a perturbaciones externas como a las variaciones internas en los parámetros del sistema. De este modo es posible utilizar componentes relativamente precisos y económicos y lograr el control adecuado para una determinada planta; mientras esto sería imposible en el caso de un sistema en lazo abierto.

En el caso de la estabilidad, en el sistema de control en lazo abierto es más fácil de lograr, ya que la estabilidad del sistema no constituye un problema importante; pero para los sistemas en lazo cerrado la estabilidad siempre constituye un problema de importancia, por la tendencia a sobre-corregir errores, que pueden producir oscilaciones de amplitud constante o variable.

Hay que resaltar que para sistemas en los que las entradas son conocidas previamente y en los que no hay perturbaciones, es preferible usar el control en

lazo abierto. Los sistemas de control en lazo cerrado solamente tienen ventajas si se presentan perturbaciones y/o variaciones impredecibles en los componentes del sistema, o si el sistema en lazo abierto es inestable. La cantidad de componentes requeridos en un sistema de control en lazo cerrado es mayor que en un sistema en lazo abierto, por lo tanto los sistemas de control en lazo cerrado suelen ser más costosos.

Generalmente se logra un funcionamiento satisfactorio y más económico de todo el sistema si se opta por una combinación adecuada de controles en lazo abierto y en lazo cerrado (Ogata, 1998).

Los sistemas de control realimentados se pueden clasificar en diversas formas, dependiendo del propósito de la clasificación. Por ejemplo, de acuerdo con el método de análisis y diseño, los sistemas de control se clasifican en lineales y no lineales, variantes con el tiempo o invariantes con el tiempo. De acuerdo con los tipos de señales usados en el sistema, se hace referencia a sistemas en tiempo continuo y en tiempo discreto, o sistemas modulados y no modulados (Kuo, 1996).

En general, existen muchas formas para representar un sistema de control de acuerdo con alguna función especial del sistema. Es importante que algunas de estas formas comunes de clasificar a los sistemas de control sean conocidas para obtener una perspectiva antes de realizar su análisis y diseño.

2.1.4 Sistemas de control lineales y no lineales

La mayoría de los sistemas físicos son no lineales en algún grado, por lo que pocas veces se encuentran en la práctica sistemas lineales. Los sistemas de control realimentados son modelos ideales fabricados por el analista para simplificar el análisis y diseño. Lo que hace que un sistema de control sea considerado lineal o no lineal es las magnitudes de las señales, es decir cuando estas se encuentran limitadas en intervalos, en los cuales los componentes del sistema exhiben una característica lineal, el sistema es esencialmente lineal; pero cuando dichas magnitudes se extienden más allá del intervalo de porción lineal, dependiendo de la severidad de la no linealidad, el sistema se considera no lineal. Frecuentemente las características no lineales son introducidas en forma intencional en un sistema de control para mejorar su desempeño o proveer un control más efectivo.

Para los sistemas lineales existe una gran cantidad de técnicas analíticas y gráficas para realizar diseños y análisis. En cambio los sistemas no lineales son difíciles de tratar en forma matemática y no existen métodos generales disponibles para resolver una gran variedad de este tipo de sistemas (Kuo, 1996).

2.1.5 Sistemas de control en tiempo continuo y en tiempo discreto

Los sistemas de control en tiempo discreto son aquellos sistemas en los cuales una o más de las variables pueden cambiar sólo en valores discretos de tiempo. Estos instantes, los que se denotan mediante kT o t_k ($k = 0, 1, 2, \dots$), pueden especificar los tiempos en los que se lleva a cabo alguna medición de tipo físico o los tiempos en los que se extraen los datos de la memoria de una computadora. El intervalo de tiempo entre estos dos instantes discretos se supone que es lo suficientemente corto, de modo que el dato para el tiempo entre éstos se pueda aproximar mediante una interpolación sencilla.

Los sistemas de control en tiempo discreto difieren de los sistemas de control en tiempo continuo en que las señales para los primeros están en la forma de datos muestreados o en la forma digital. Si en el sistema de control está involucrada una computadora como un controlador, los datos muestreados se deben convertir a datos digitales.

Los sistemas en tiempo continuo, cuyas señales son continuas en el tiempo, se pueden describir mediante ecuaciones diferenciales. Los sistemas en tiempo discreto, los cuales involucran señales de datos muestreados o señales digitales y posiblemente señales en tiempo continuo, también se pueden describir mediante ecuaciones en diferencias después de la apropiada discretización de las señales en tiempo continuo (Ogata, 1996).

2.2 Controlador PID

Uno de los factores más importantes a la hora de implementar un sistema de control automático es la selección del tipo de controlador que se requiere. Actualmente, a pesar de la abundancia de sofisticadas herramientas y métodos avanzados de control, el controlador Proporcional-Integral-Derivativo (PID) es aún el más utilizado en la industria moderna, controlando más del 95% de los procesos industriales (Astrom and Hagglund, 1995).

Los controladores automáticos comparan el valor real de la salida de una planta con la entrada de referencia (el valor deseado), determinan el error o desviación y producen una señal de control que reducirá el error a cero o a un valor pequeño. La manera en la cual el controlador produce una señal de control se denomina acción de control.

Una de las representaciones para el controlador PID en función del tiempo está dada por la ecuación 2.1:

$$u(t) = K_p \left(e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_d \frac{de(t)}{dt} \right) \quad (2.1)$$

donde $u(t)$ es la variable de control y e es el error de control. El controlador PID es la suma de tres términos: el término P (que es proporcional al error), el término I (que es proporcional a la integral del error) y el término D (que es proporcional a la derivada del error). Los parámetros del controlador son: ganancia proporcional K_p , tiempo integral T_i y tiempo derivativo T_d (Astrom and Hagglund, 1995).

2.2.1 Acción Proporcional

En el caso de un control proporcional puro, la ley de control de la Ecuación 2.1 se reduce a:

$$u(t) = K_p e(t) + u_b \quad (2.2)$$

La acción de control es simplemente proporcional al error de control. La variable u_b

es una señal de polarización o un reset. Cuando el error de control e es cero, la variable de control toma el valor $u(t) = u_b$. El valor de u_b a menudo se fija en $(u_{\max} + u_{\min})/2$, pero algunas veces puede ser ajustada manualmente de forma que el error de control en estado estacionario sea cero en una referencia dada (Astrom and Hagglund, 1995).

2.2.2 Acción Integral

La función principal de la acción integral es asegurar que la salida del proceso concuerde con la referencia en estado estacionario. Con el controlador proporcional, normalmente existe un error en estado estacionario. Con la acción integral, un pequeño error positivo siempre producirá un incremento en la señal de control y un error negativo siempre dará una señal decreciente sin importar cuán pequeño sea el error.

El siguiente argumento muestra de forma simple que el error en estado estacionario siempre será cero con la acción integral. Asuma que el sistema está en estado estacionario con una señal de control constante (u_0) y un error constante (e_0). De la ecuación 2.1 se tiene que la señal de control está dada por:

$$u_0 = K_p \left(e_0 + \frac{e_0}{T_i} t \right) \quad (2.3)$$

Como se tiene que $e_0 \neq 0$, claramente se contradice el supuesto de que la señal de control u_0 es constante. Un controlador con acción integral siempre dará un error nulo en estado estacionario.

La acción integral también puede ser vista como un dispositivo que automáticamente restablece el término u_b , de un controlador proporcional. Esto se ilustra en el diagrama de bloques de la figura 2.4, el cual muestra un controlador proporcional con un reset que se ajusta automáticamente. El ajuste se hace realimentando una señal, el cual es un valor filtrado de la salida del controlador a un punto de suma. El *reset automático* fue el que dió origen a la acción integral del controlador de tipo PID (Astrom and Hagglund, 1995).

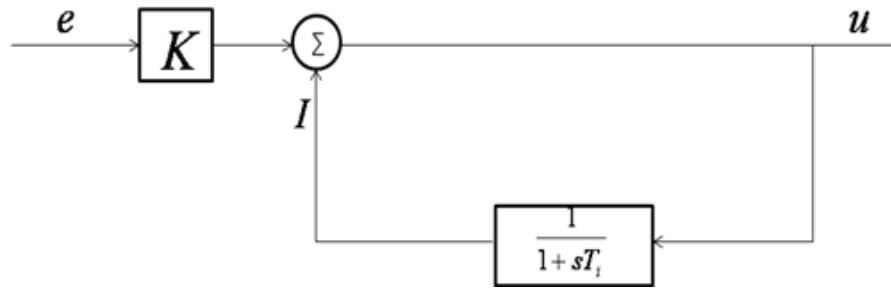


Figura 2.4: Implementación de la acción integral concebida como un reset automático.

2.2.3 Acción Derivativa

El propósito de la acción derivativa es mejorar la estabilidad en lazo cerrado. El mecanismo de inestabilidad puede ser descrito intuitivamente como sigue. Debido a la dinámica del proceso, pasa algún tiempo antes de que un cambio en la variable de control se note en la salida del proceso. De esta manera el sistema de control tarda en corregir el error.

La acción de un controlador con acción proporcional y derivativa puede ser interpretada como si el control proporcional fuese hecho para predecir la salida del proceso, donde la predicción se hace por la extrapolación del error de control en la dirección de la tangente a su curva respectiva, como se muestra en la figura 2.5.

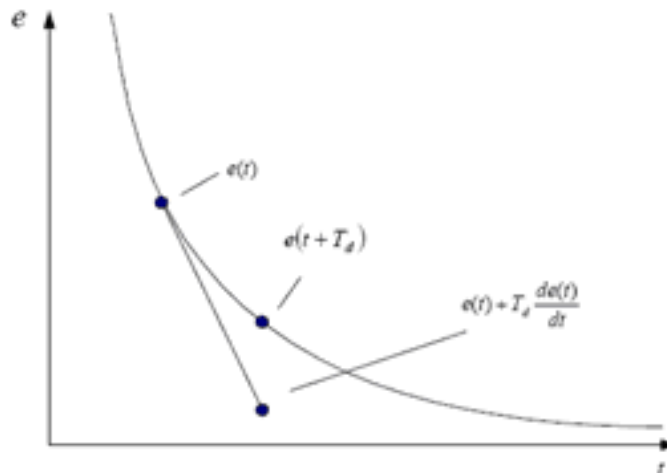


Figura 2.5: Interpretación geométrica de la acción derivativa como un control predictivo, donde la predicción se obtiene por extrapolación lineal.

Una de las estructuras básicas del controlador PD está dada por:

$$u(t) = K_p \left(e(t) + T_d \frac{de(t)}{dt} \right) \quad (2.4)$$

La expansión en serie de Taylor de $e(t + T_d)$ es:

$$e(t + T_d) \approx e(t) + T_d \frac{de(t)}{dt} \quad (2.5)$$

De esta manera la señal de control es proporcional a un estimado del error de control en el tiempo T_d hacia adelante, donde el estimado es obtenido mediante extrapolación lineal (Astrom and Hagglund, 1995).

La función de transferencia del controlador PID correspondiente a la ecuación 2.1 está representada por:

$$C(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \quad (2.6)$$

donde:

K_p : Ganancia proporcional.

T_i : Tiempo integral.

T_d : Tiempo derivativo.

La representación matemática anterior del controlador PID es equivalente a la siguiente ecuación:

$$C(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s \quad (2.7)$$

donde:

K_p : Ganancia proporcional.

K_i : Ganancia integral.

K_d : Ganancia derivativa.

Los tres parámetros que conforman el controlador se obtienen de acuerdo a las especificaciones que se deseen en un determinado proceso.

2.3 Sintonización de controladores PID

Si se puede obtener un modelo matemático de la planta, es posible aplicar diversas técnicas de diseño con el fin de determinar los parámetros del controlador que cumpla las especificaciones en estado transitorio y en estado estacionario del sistema en lazo cerrado. Sin embargo, si la planta es tan complicada que no es fácil obtener su modelo matemático, no es posible un enfoque analítico para el diseño de un controlador PID. En este caso, debemos recurrir a los enfoques experimentales para la sintonización de estos controladores. El proceso de seleccionar los parámetros del controlador que cumplan con las especificaciones de desempeño se conoce como sintonización del controlador.

Ziegler y Nichols sugirieron reglas para sintonizar los controladores PID, en base a la respuesta experimental al escalón o en base al valor de K_p que produce estabilidad marginal cuando sólo se usa la acción de control proporcional. Las reglas de Ziegler-Nichols, que se presentan a continuación, son muy convenientes cuando no se conocen los modelos matemáticos de las plantas. (Por supuesto, estas reglas se aplican al diseño de sistemas con modelos matemáticos conocidos) (Ogata, 1998).

2.3.1 Reglas de Ziegler-Nichols

Ziegler y Nichols propusieron unas reglas para determinar los valores de la ganancia proporcional K_p , del tiempo integral T_i y del tiempo derivativo T_d , con base en las características de respuesta transitoria de una planta específica. Tal determinación de los parámetros de los controladores PID o de la sintonización de los controles PID la realizan los ingenieros en el sitio mediante experimentos sobre la planta.

Existen dos métodos denominados reglas de sintonización de Ziegler-Nichols. En ambos se pretende obtener un 25% de sobrepaso máximo en la respuesta escalón

(Ogata, 1998).

Primer Método. Método de la curva de reacción

En el primer método, la respuesta de la planta a una entrada escalón unitario se obtiene de manera experimental. Si la planta no contiene integradores ni polos dominantes complejos conjugados, la curva de respuesta escalón unitario puede tener forma de S, como se observa en la figura 2.6. (Si la respuesta no exhibe una curva con forma de S, este método no es pertinente.) Tales curvas de respuesta escalón se generan experimentalmente o a partir de una simulación dinámica de la planta. La curva con forma de S se caracteriza por dos parámetros: el tiempo de retardo L y la constante de tiempo T . El tiempo de retardo y la constante de tiempo se determinan dibujando una recta tangente en el punto de inflexión de la curva con forma de S y determinando las intersecciones de esta tangente con el eje del tiempo y la línea $c(t) = K$, como se aprecia en la figura 2.6. En este caso, la función de transferencia $C(s)/U(s)$ se aproxima mediante un sistema de primer orden con un retardo de transporte del modo siguiente:

$$\frac{C(s)}{U(s)} = \frac{Ke^{-Ls}}{Ts + 1} \quad (2.8)$$

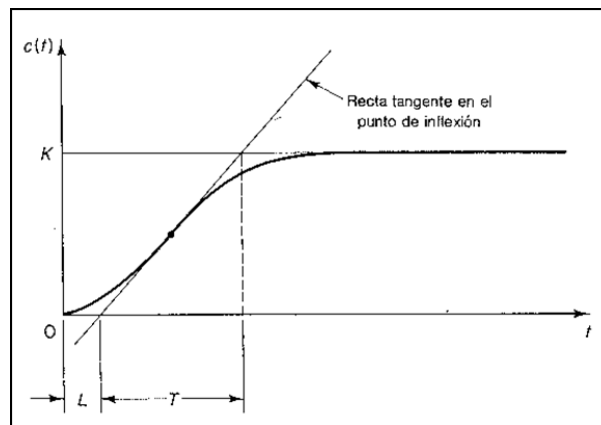


Figura 2.6: Determinación de parámetros para el diseño del controlador.

Ziegler y Nichols sugirieron establecer los valores de K_p , T_i y T_d de acuerdo con las

fórmulas que aparecen en la Tabla 2.1 (Ogata, 1998).

Tipo de Controlador	K_p	T_i	T_d
P	$\frac{T}{L}$	∞	0
PI	$0.9\frac{T}{L}$	$\frac{L}{0.3}$	0
PID	$1.2\frac{T}{L}$	2L	0.5L

Tabla 2.1: Regla de sintonización Ziegler-Nichols basada en la respuesta escalón de la planta.

Segundo Método. Método de oscilación

En el segundo método, primero establecemos $T_i = \infty$ y $T_d = 0$. Usando sólo la acción de control proporcional se incrementa K_p de 0 a un valor crítico K_{cr} en donde la salida exhiba primero oscilaciones sostenidas. (Si la salida no presenta oscilaciones sostenidas para cualquier valor que pueda tomar K_p , no se aplica este método). Por tanto, la ganancia crítica K_{cr} y el periodo P_{cr} correspondiente se determinan experimentalmente (figura 2.7).

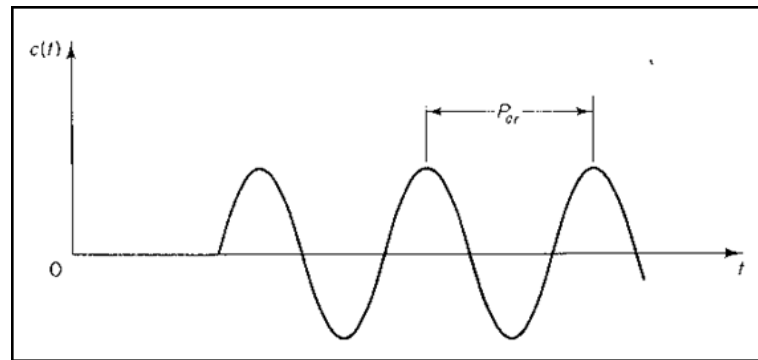


Figura 2.7: Oscilación sostenida con un periodo P_{cr} .

Ziegler-Nichols sugirieron que se establecieran los valores de los parámetros K_p , T_i y T_d de acuerdo con las fórmulas que aparecen en la Tabla 2.2 (Ogata, 1998).

Tipo de Controlador	K_p	T_i	T_d
P	$0.5K_{cr}$	∞	0
PI	$0.45K_{cr}$	$\frac{1}{1.2}P_{cr}$	0
PID	$0.6K_{cr}$	$0.5P_{cr}$	$0.125P_{cr}$

Tabla 2.2: Regla de sintonización Ziegler-Nichols basada en la ganancia crítica K_{cr} y en el periodo crítico P_{cr} .

2.3.2 Método de asignación de polos

Este método está basado en el conocimiento de la función de transferencia del proceso en estudio. Dicho método simplemente intenta encontrar un controlador que proporcione en lazo cerrado polos deseados para obtener determinadas especificaciones.

El método de asignación de polos se realiza de la siguiente manera: primeramente se obtiene el polinomio característico en lazo cerrado del controlador y del proceso en estudio, el cual queda en función de los parámetros del controlador (P, PI, PD, PID). Luego se calcula un segundo polinomio con los polos deseados en lazo cerrado para que el proceso cumpla determinadas especificaciones.

En este punto se debe tener presente lo siguiente: debido a que la mayoría de los sistemas de control que se encuentran en la práctica son de órdenes mayores que 2, es útil establecer guías en la aproximación de sistemas de mayor orden mediante órdenes menores, siempre y cuando sea referente a la respuesta transitoria. En el diseño se pueden usar los polos dominantes para controlar el desempeño dinámico del sistema, mientras que los polos insignificantes se utilizan con el fin de asegurar que la función de transferencia del controlador pueda realizarse a través de componentes físicos.

En la práctica y en la literatura se ha reconocido que si la magnitud de la parte real de un polo es de por lo menos 5 a 10 veces mayor que el polo dominante de un par de polos complejos dominantes, el polo puede denotarse como insignificante en cuanto a la respuesta transitoria se refiere (Kuo, 1996).

Tomando en cuenta lo expuesto anteriormente se adicionarán a los polos de la dinámica dominante tantos polos insignificantes como sea necesario para obtener el mismo orden de la ecuación característica de la función de transferencia del sistema de

control.

Luego de obtenidos ambos polinomios o ecuaciones se procede a igualar los coeficientes de las dos ecuaciones características, para determinar así cada uno de los parámetros del controlador que se esté aplicando (Astrom and Hagglund, 1995).

2.4 Modificaciones del control PID

Existen tres estructuras diferentes para representar al controlador PID.

- La estructura estándar o no interactiva
- La estructura en serie o interactiva
- La estructura paralela

La estructura no interactiva es considerada como el estándar por la ISA. Las acciones integral y derivativa son independientes en el dominio del tiempo, aunque exista un parámetro del controlador, la ganancia proporcional que afecte dichas acciones. Esta estructura admite ceros complejos, lo cual es muy útil cuando los sistemas a controlar poseen polos oscilatorios (Astrom and Hagglund, 1995).

La ecuación 2.9 es la correspondiente a la forma estándar:

$$G(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \quad (2.9)$$

y su representación en diagrama de bloques se observa en la figura 2.8.

Una versión diferente a la anterior es la más común en los controladores comerciales, representada por la ecuación 2.10 (Astrom and Hagglund, 1995).

$$G'(s) = K' \left(1 + \frac{1}{T'_i s} \right) (1 + T'_d s) \quad (2.10)$$

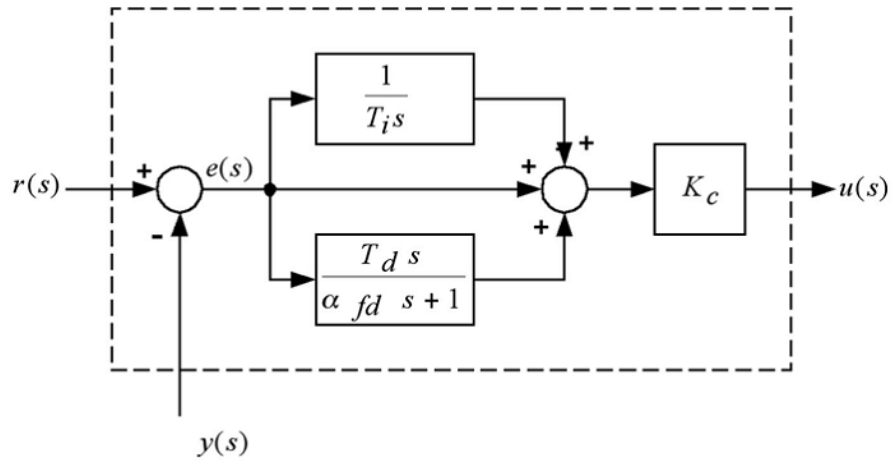


Figura 2.8: Diagrama de bloques PID no interactivo o ideal.

Esta configuración es conocida como la forma interactiva o algoritmo serie del PID, también llamada forma clásica (figura 2.9), ya que cualquier modificación en las constantes de tiempo afecta las tres acciones.

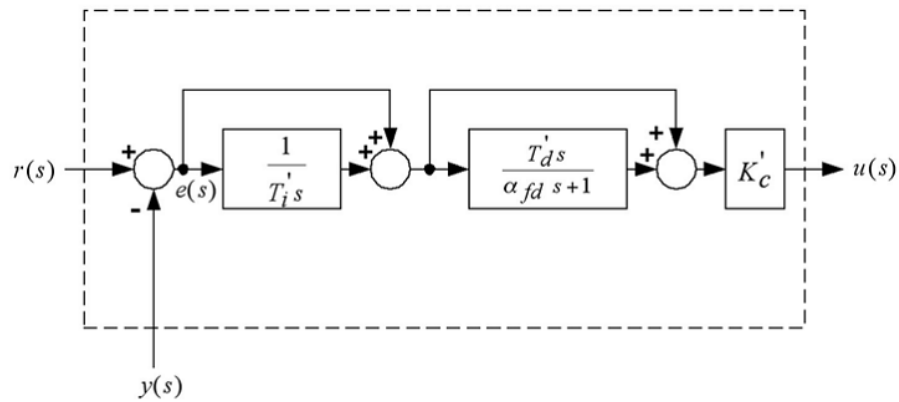


Figura 2.9: Diagrama de bloques PID interactivo.

En la actualidad cuando ya no existen inconvenientes en la realización digital del control PID no interactivo, algunos fabricantes siguen ofreciendo la posibilidad de elegir el algoritmo interactivo. Así se cubre la demanda de quienes desean mantener la validez

de las técnicas de ajuste habituales en controladores analógicos.

La estructura interactiva tiene un atractivo en la interpretación en el dominio de la frecuencia, porque los ceros corresponden a los valores inversos de los tiempos integral y derivativo.

Un controlador interactivo puede ser representado como un controlador no interactivo, cuyos coeficientes están dados por la ecuación 2.11:

$$\begin{aligned} K_p &= K' \frac{T'_i + T'_d}{T'_i} \\ T_i &= T'_i + T'_d \\ T_d &= \frac{T'_i T'_d}{T'_i + T'_d} \end{aligned} \quad (2.11)$$

Un controlador interactivo que corresponde a un controlador no interactivo, puede encontrarse sólo si:

$$T_i \geq 4T_d \quad (2.12)$$

Entonces,

$$\begin{aligned} K' &= \frac{K_p}{2} \left(1 + \sqrt{1 - 4T_d/T_i} \right) \\ T'_i &= \frac{T_i}{2} \left(1 + \sqrt{1 - 4T_d/T_i} \right) \\ T'_d &= \frac{T_i}{2} \left(1 - \sqrt{1 - 4T_d/T_i} \right) \end{aligned} \quad (2.13)$$

La tercera forma en la que se puede representar el controlador PID es la paralela, la cual es la forma más general, porque la acción proporcional o la acción integral pueden ser obtenidas con parámetros finitos. El controlador también puede tener ceros complejos. Esta estructura es la más flexible, ya que permite modificar cada acción por separado.

La ecuación 2.14 es la correspondiente a la forma paralela:

$$G''(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s \quad (2.14)$$

La relación entre los parámetros de la forma paralela con la forma estándar se observan en la ecuación 2.15:

$$\begin{aligned} K_p &= K_p \\ K_i &= \frac{K_p}{T_i} \\ K_d &= K_p T_d \end{aligned} \tag{2.15}$$

La forma dada por la ecuación 2.14 es frecuentemente usada en el análisis, porque los cálculos de los parámetros son lineales (Astrom and Hagglund, 1995).

2.5 Controladores PID Comerciales

Los controladores PID comerciales difieren en la estructura de la ley de control, la parametrización, la limitación de ganancia de alta frecuencia (filtrado) y en cómo el setpoint es introducido. Para ajustar un controlador es necesario saber la estructura y la parametrización del algoritmo de control. Esta información, desafortunadamente, no siempre está disponible en los manuales del fabricante del controlador.

Diferentes estructuras del algoritmo PID fueron presentadas en la sección Modificaciones del control PID. Tres diferentes estructuras son usadas en los controladores comerciales (Astrom and Hagglund, 1995).

La forma estándar (I), o forma ISA, está dada por:

$$U = K \left(bY_{sp} - Y + \frac{1}{sT_i} E + \frac{sT_d}{1 + sT_d/N} (cY_{sp} - Y) \right) \tag{2.16}$$

La forma serie (II), está dada por:

$$U = K' \left(\left(b + \frac{1}{sT'_i} \right) \frac{1 + scT'_d}{1 + sT'_d/N} Y_{sp} - \left(1 + \frac{1}{sT'_i} \right) \frac{1 + sT'_d}{1 + sT'_d/N} Y \right) \tag{2.17}$$

La forma paralela (III) por:

$$U = K'' (bY_{sp} - Y) + \frac{K_i''}{s} E + \frac{K_d'' s}{1 + sK_d''/(NK'')} (cY_{sp} - Y) \quad (2.18)$$

Los parámetros b y c son coeficientes que influyen en la respuesta Y_{sp} , y sus valores son típicamente 0 y 1 en controladores comerciales.

La ganancia de alta frecuencia del término derivativo es limitada para evitar la amplificación del ruido. Esta limitación de ganancia puede ser parametrizada en términos del parámetro N .

El periodo de muestreo es un parámetro importante de un controlador PID digital, el cual limita cuán rápido el proceso puede ser controlado. Los valores usados en controladores comerciales varían significativamente (Astrom and Hagglund, 1995).

La siguiente tabla se tomó de (Astrom and Hagglund, 1995), la cual engloba las propiedades de algunos controladores PID comerciales.

Controlador	Estructura	Ponderación del setpoint		Limitación de la ganancia derivativa	Periodo de muestreo
		b	c	N	(seg)
Allen Bradley PLC 5	I, III	1.0	1.0	ninguna	dependiente de la carga
Bailey Net 90	II, III	0.0 o 1.0	0.0 o 1.0	10	0.25
Fisher Controls Provox	II	1.0	0.0	8	0.1, 0.25 o 1.0
Fisher Controls DPR 900, 910	II	0.0	0.0	8	0.2
Fisher Porter Micro DCI	II	1.0	0.0 o 1.0	ninguna	0.1
Foxboro Model 761	II	1.0	0.0	10	0.25
Honeywell TDC	II	1.0	1.0	8	0.33, 0.5 o 1.0
Moore Products Type 352	II	1.0	0.0	1 - 30	0.1
Alfa laval Automation ECA40, ECA400	II	0.0	0.0	8	0.2
Taylor Mod 30	II	0.0 o 1.0	0.0	17 o 20	0.25
Toshiba TOSDIC 200	II	1.0	1.0	3.3 - 10	0.2
Turnbull TCS 6000	II	1.0	1.0	ninguna	0.036 - 1.56
Yokogawa SLCP	I	0.0 o 1.0	0.0 o 1.0	10	0.1

Tabla 2.3: Propiedades de los algoritmos PID en algunos controladores comerciales. Las estructuras de los controladores son etiquetados: I para ISA, II para serie y III para el controlador ideal.

Capítulo 3

Análisis y Diseño del Controlador PID

El diseño del circuito del controlador PID se realizó con el fin de ser utilizado como un controlador para diversos procesos, de manera que cumpliera con un rango amplio de especificaciones tanto en estado transitorio como en estado estacionario.

3.1 Diseño del Controlador PID

Existen diversas configuraciones para el controlador PID, pero para este proyecto se seleccionó la más usada en la enseñanza de la teoría de control; ya que este se realizó con fines educativos, por lo cual se espera que complemente las bases teóricas mediante prácticas en el laboratorio. La ecuación que describe la configuración elegida es la siguiente:

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(\tau) d\tau + K_d \frac{de(t)}{dt} \quad (3.1)$$

y su función de transferencia resulta:

$$C_{PID}(s) = \left(K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s \right) \quad (3.2)$$

En los sistemas de control básicos, si la entrada de referencia es un escalón, debido a la presencia del término derivativo en la acción de control, la variable manipulada $u(t)$ contendrá una función impulso (un delta). En un controlador PID real, en lugar del término derivativo $K_d s$ se emplea:

$$\frac{K_d s}{\tau_D s + 1} \quad (3.3)$$

donde τ_D , denominada constante de tiempo derivativa, normalmente es elegida tal que $0.1 \leq \tau_D \leq 0.2$. Cuanto más pequeña es τ_D , mejor es la aproximación entre el término “*derivativo filtrado*” de la ecuación 3.3 y el “*derivativo*” $K_d s$, es decir son iguales en el límite:

$$\lim_{\tau_D \rightarrow 0} u_{PID}(t) = K_p e(t) + K_i \int_{t_0}^t e(\tau) d\tau + K_d \frac{de(t)}{dt} \quad (3.4)$$

Con la inclusión de un polo evitamos utilizar acciones de control grandes en respuesta a errores de control de alta frecuencia, tales como errores inducidos por cambios de setpoint (referencia) o mediciones de ruido. El argumento clásico por el cual se elige $\tau_D \neq 0$ es, además de asegurar un controlador propio, para atenuar ruido de alta frecuencia (Mazzone, 2002).

Por lo expuesto anteriormente la función de transferencia que se usó para el controlador PID es la siguiente:

$$C_{PID}(s) = \left(K_p + \frac{K_i}{s} + \frac{K_d s}{\tau_D s + 1} \right) \quad (3.5)$$

Para llevar la función de transferencia del controlador a un diseño circuital, se realizó primeramente una investigación de las diferentes configuraciones de circuitos para dichos controladores, y así evaluar cuál era el que mejor se adaptaba con los objetivos del proyecto. Luego de dicho estudio se optó por el esquema circuital que se observa en la figura 3.1.

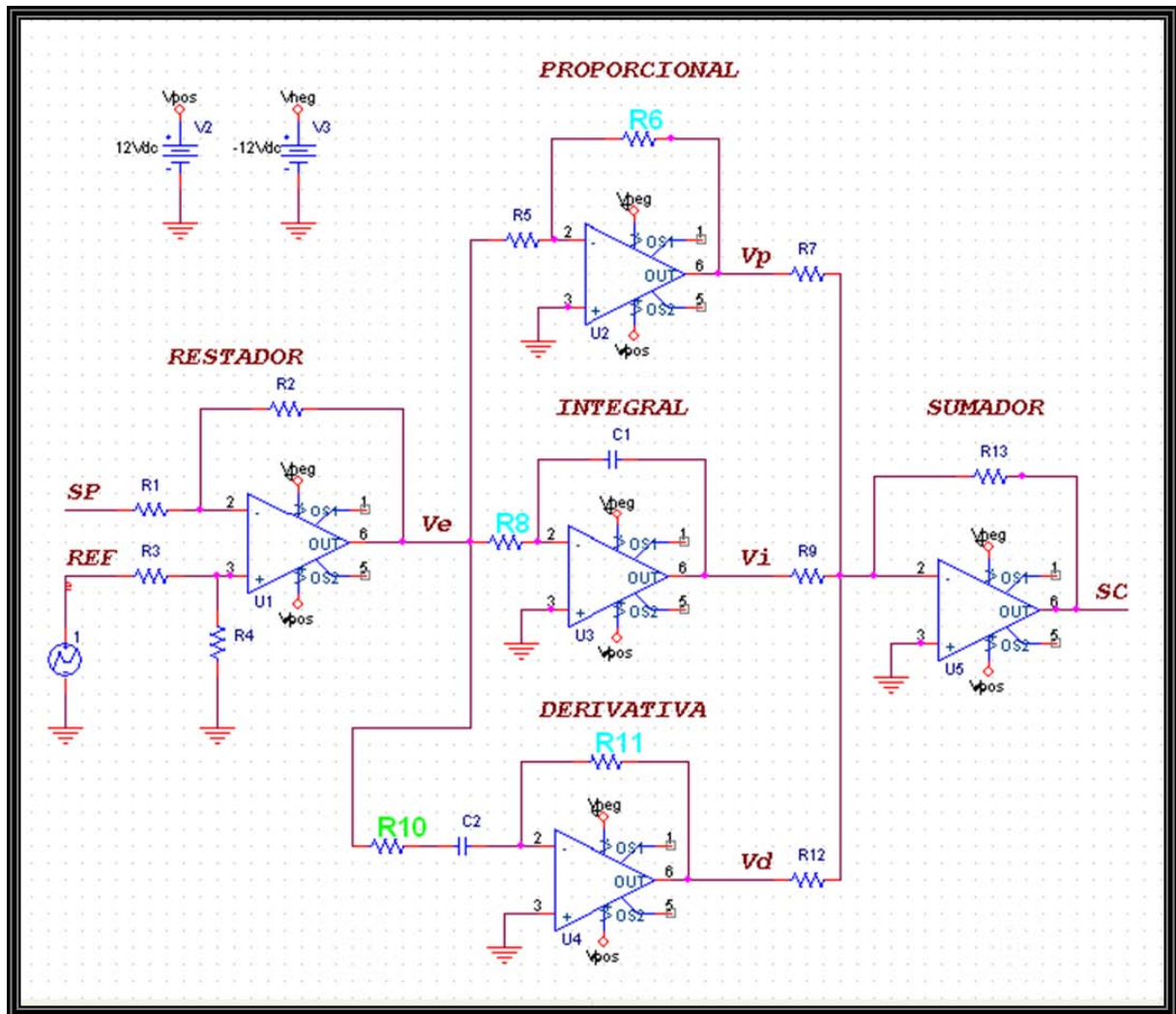


Figura 3.1: Esquema circuital del controlador PID.

El esquema seleccionado tiene la ventaja de que cada parámetro del controlador es independiente, lo cual facilita entender su funcionamiento.

La implementación no resulta óptima en cuanto a la cantidad de amplificadores operacionales utilizados pero son mayores las ventajas que ofrece para fines educativos.

Se consideró para todos los diseños circuitales de cada etapa del controlador PID los cuales se explicarán posteriormente, que el amplificador operacional tiene un comportamiento ideal, dicho amplificador presenta las siguientes características: la ganancia de tensión es infinita, por lo que cualquier señal de salida que se desarrolle

será el resultado de una señal de entrada infinitesimalmente pequeña, es decir, la tensión de entrada diferencial es nula. También, si la resistencia de entrada es infinita, no existe flujo de corriente en ninguno de los terminales de entrada (terminal 2 y 3); esto es un concepto idealizado del amplificador real, que sin embargo, resulta muy práctico y se acerca con mucha exactitud al comportamiento real de los circuitos.

El diseño circuital del controlador tiene el siguiente proceso: en el primer amplificador operacional representado por U_1 y en conjunto con las resistencias $R_1 = 10K\Omega$, $R_2 = 10K\Omega$, $R_3 = 10K\Omega$ y $R_4 = 10K\Omega$, se tiene la configuración de un amplificador restador o amplificador diferenciador, el cual realiza la resta entre la señal de referencia o setpoint (REF) y la señal de salida de la planta o proceso en estudio (SP), dando como resultado el valor del error entre ambas señales, dicho valor será la señal de entrada al controlador PID, el cual se encarga de generar la señal de control adecuada para corregir el error entre dichas señales. Esta configuración es la que representa el punto de realimentación de los diagramas de control en lazo cerrado. El esquema electrónico de esta configuración se observa en la figura 3.2.

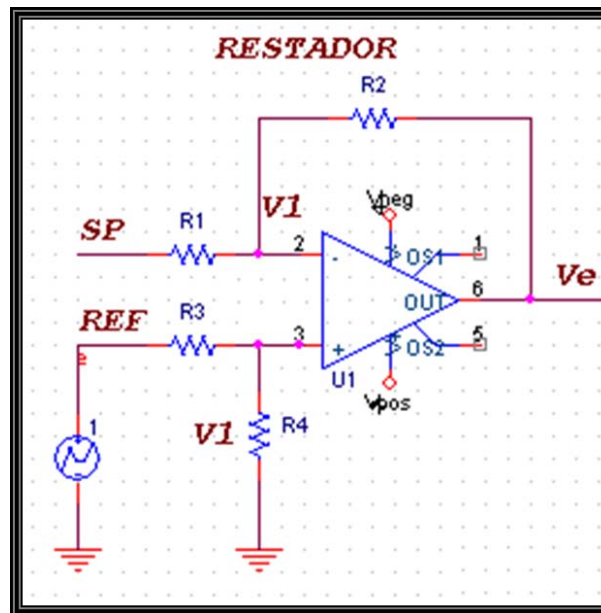


Figura 3.2: Esquema circuital del amplificador restador o amplificador diferenciador.

Por la ley de los nodos o ley de corrientes de Kirchoff (LCK) y ley de Ohm, se obtiene la ecuación matemática correspondiente a un amplificador restador.

En el terminal 3 del amplificador se obtiene un divisor de tensión representado por la ecuación 3.6:

$$V_1 = \left(\frac{R_4}{R_3 + R_4} \right) V_{REF} \quad (3.6)$$

LCK

$$\frac{V_{SP} - V_1}{R_1} = \frac{V_1 - V_e}{R_2} \rightarrow \frac{V_{SP}}{R_1} = V_1 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) - \frac{V_e}{R_2} \quad (3.7)$$

Sustituyendo V_1 en la ecuación 3.7 se obtiene:

$$\frac{V_{SP}}{R_1} = \left(\frac{R_4}{R_3 + R_4} \right) V_{REF} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) - \frac{V_e}{R_2} = \left(\frac{R_4}{R_3 + R_4} \right) V_{REF} \left(\frac{R_2 + R_1}{R_1 R_2} \right) - \frac{V_e}{R_2} \quad (3.8)$$

Despejando V_e de la ecuación 3.8 se obtiene:

$$V_e = \left(\frac{R_4}{R_3 + R_4} \right) V_{REF} \left(\frac{R_2 + R_1}{R_1 R_2} \right) R_2 - \frac{V_{SP} R_2}{R_1} \quad (3.9)$$

Simplificando y reorganizando se obtiene:

$$V_e = V_{REF} \left(\frac{(R_2 + R_1) R_4}{(R_3 + R_4) R_1} \right) - V_{SP} \left(\frac{R_2}{R_1} \right) \quad (3.10)$$

En esta configuración las cuatro resistencias presentes poseen el mismo valor ($R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 10K\Omega$), esto se diseñó así para que sólo se realizara la resta entre V_{REF} y V_{SP} , de manera que no influyera ninguna ganancia; por esta razón V_e queda expresado de la siguiente manera:

$$V_e = V_{REF} - V_{SP} \quad (3.11)$$

donde V_{SP} , V_{REF} y V_e , son la señal de salida del proceso (SP), la señal de referencia (REF) y la señal de entrada al controlador, respectivamente.

El controlador PID está conformado por cuatro configuraciones de amplificadores operacionales, donde cada uno realiza una de las acciones de control del PID:

- La acción proporcional está representada por el amplificador operacional U_2 en el cual se realiza la configuración de un amplificador inversor, la cual es una de las más importantes, porque gracias a esta, se pueden elaborar otras configuraciones; para este caso la ganancia está dada por las resistencias $R_5 = 10K\Omega$ y R_6 (resistencia variable). El esquemático de esta configuración se observa en la figura 3.3.

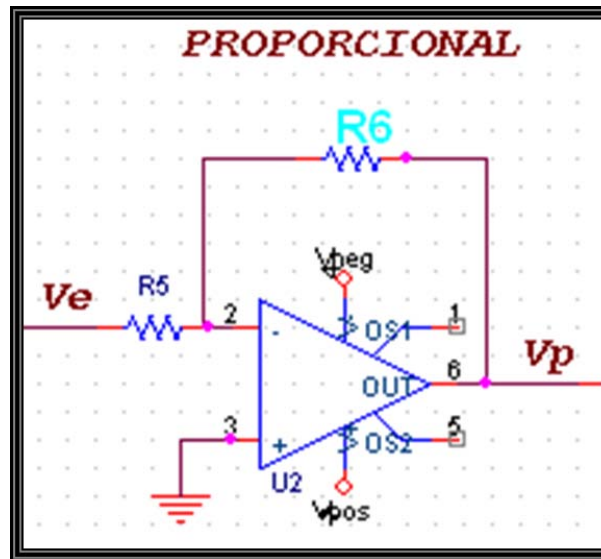


Figura 3.3: Esquema circuital de un amplificador inversor, generador de la acción proporcional del controlador.

La ecuación de un amplificador inversor es la siguiente:

$$V_p = - \left(\frac{R_6}{R_5} \right) V_e \quad (3.12)$$

Se puede demostrar la ecuación 3.12 por la ley de los nodos o ley de corrientes de Kirchoff (LCK) y ley de Ohm:

LCK

$$\frac{V_e - 0}{R_5} = \frac{0 - V_p}{R_6} \rightarrow \frac{V_e}{R_5} = \frac{-V_p}{R_6} \quad (3.13)$$

Despejando V_p se obtiene:

$$V_p = - \left(\frac{R_6}{R_5} \right) V_e \quad (3.14)$$

donde V_p es la señal de salida de la acción proporcional, V_e es la señal de entrada al controlador PID y R_6 es una resistencia variable.

- La acción integral está representada por el amplificador operacional U_3 , en este caso la configuración es la de un integrador ideal el cual posee un capacitor $C_1 = 10\mu f$ y una resistencia R_8 (resistencia variable), como se observa en la figura 3.4.

Para obtener la ecuación que representa el integrador ideal se trabaja con impedancias, y así poder tomar la configuración como la de un inversor, lo cual permite hacer los cálculos con mayor facilidad.

La impedancia equivalente para las resistencias y capacitores es:

$$Z_R = R \quad (3.15)$$

$$Z_C = \frac{1}{Cs} \quad (3.16)$$

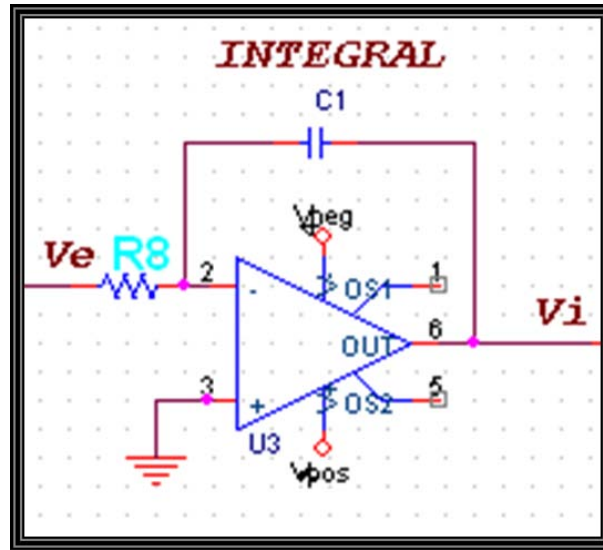


Figura 3.4: Esquema circuital de un integrador ideal.

A continuación se presentan las ecuaciones correspondientes a la configuración del integrador, aplicando la ley de los nodos o ley de corrientes de Kirchoff (LCK) y ley de Ohm:

LCK

$$\frac{V_e - 0}{Z_{R_8}} = \frac{0 - V_i}{Z_{C_1}} \rightarrow \frac{V_e}{Z_{R_8}} = \frac{-V_i}{Z_{C_1}} \quad (3.17)$$

Sustituyendo a Z_{C_1} y Z_{R_8} en 3.17 se obtiene:

$$\frac{V_e}{R_8} = \frac{-V_i}{\left(1/C_1 s\right)} \rightarrow \frac{V_e}{R_8} = -V_i C_1 s \quad (3.18)$$

Despejando V_i de 3.18 y reorganizando se obtiene:

$$V_i = - \left(\frac{1}{R_8 C_1 s} \right) V_e \quad (3.19)$$

donde V_i es la señal de salida de la acción integral, V_e es la señal de entrada al controlador PID y R_8 es una resistencia ajustable.

- La acción derivativa del controlador está representada por el amplificador operacional U_4 , la cual también se trabajó con impedancias para obtener una configuración de tipo inversor. Esta configuración posee un capacitor $C_2 = 10\mu f$ y dos resistencias R_{10} (resistencia variable) y R_{11} (resistencia variable), dichos componentes están ordenados según la figura 3.5.

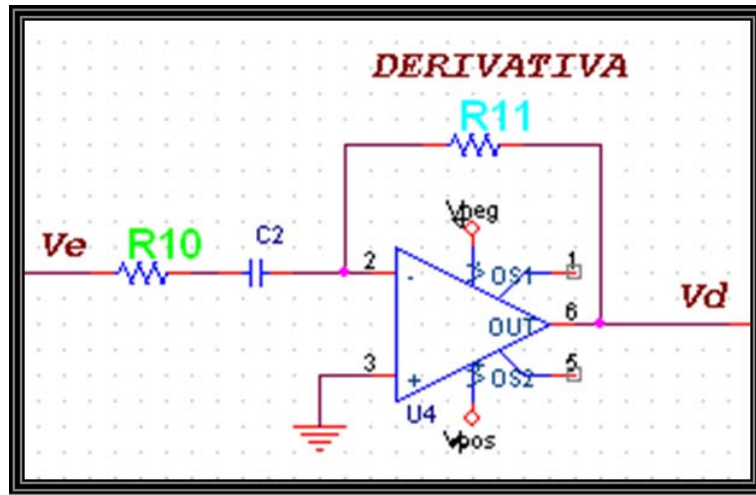


Figura 3.5: Esquema circuital de la parte derivativa del controlador.

En este esquema se observa que a diferencia de un derivador ideal, este posee una resistencia extra R_{10} , la cual está en serie con el capacitor C_2 , dicha resistencia se anexa para obtener el polo que se adiciona en la parte derivativa del controlador.

La ecuación correspondiente a dicha configuración se obtiene a continuación por medio de la ley de los nodos o ley de corrientes de Kirchoff (LCK) y ley de Ohm:

LCK

$$\frac{V_e - 0}{Z_{R_{10}C_2}} = \frac{0 - V_d}{Z_{R_{11}}} \rightarrow \frac{V_e}{Z_{R_{10}C_2}} = \frac{-V_d}{Z_{R_{11}}} \quad (3.20)$$

donde $Z_{R_{10}C_2}$ es la suma de las impedancias de la resistencia R_{10} y el capacitor C_2 .

$$Z_{R_{10}C_2} = R_{10} + \frac{1}{C_2s} \rightarrow Z_{R_{10}C_2} = \frac{R_{10}C_2s + 1}{C_2s} \quad (3.21)$$

Sustituyendo a $Z_{R_{10}C_2}$ y $Z_{R_{11}}$ en 3.20 se obtiene:

$$\frac{V_e}{\left(R_{10}C_2s + 1/C_2s\right)} = \frac{-V_d}{R_{11}} \quad (3.22)$$

Despejando V_d de 3.22 y reorganizando se obtiene:

$$V_d = - \left(\frac{C_2sR_{11}}{R_{10}C_2s + 1} \right) V_e \quad (3.23)$$

donde V_d es la señal de salida de la acción derivativa, V_e es la señal de entrada al controlador PID, R_{10} y R_{11} resistencias variables.

Por último se realizó la configuración de un sumador inversor representada por el amplificador operacional U_5 , que en conjunto con las resistencias $R_7 = 10K\Omega$, $R_9 = 10K\Omega$, $R_{12} = 10K\Omega$ y $R_{13} = 10K\Omega$, ejecutan la suma de las tres acciones características del controlador PID, se eligieron las resistencias con igual valor para no anexar ninguna ganancia en dicha operación. Luego de realizada la adición de cada una de las partes de dicho controlador se obtiene la señal de control (SC), la cual será la señal de entrada para el proceso o planta que se desee controlar. La configuración de un sumador inversor se observa en la figura 3.6.

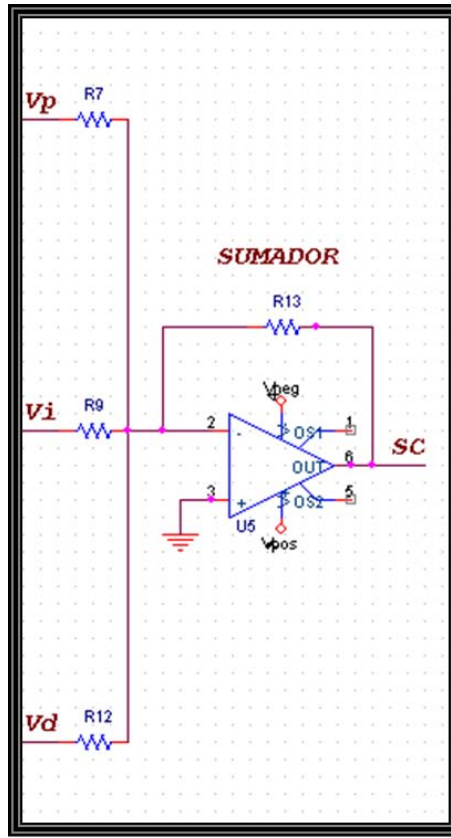


Figura 3.6: Esquema circuital de un sumador inversor.

El análisis matemático de la configuración anterior por medio de la ley de los nodos o ley de corrientes de Kirchoff (LCK) y ley de Ohm es el siguiente:

LCK

$$\frac{V_p - 0}{R_7} + \frac{V_i - 0}{R_9} + \frac{V_d - 0}{R_{12}} = \frac{0 - V_{SC}}{R_{13}} \rightarrow \frac{V_p}{R_7} + \frac{V_i}{R_9} + \frac{V_d}{R_{12}} = \frac{-V_{SC}}{R_{13}} \quad (3.24)$$

Despejando V_{SC} y reorganizando se obtiene:

$$V_{SC} = - \left(\frac{V_p}{R_7} + \frac{V_i}{R_9} + \frac{V_d}{R_{12}} \right) R_{13} \quad (3.25)$$

donde V_{SC} es la señal de control que será la entrada para la planta o proceso que se desee controlar.

La función de transferencia del controlador PID en función de los componentes resistivos y capacitivos se observa a continuación:

Sustituyendo V_p , V_i y V_d en la ecuación 3.25 se obtiene:

$$V_{SC} = - \left(- \left(\frac{R_6}{R_5} \right) V_e \frac{1}{R_7} - \left(\frac{1}{R_8 C_1 s} \right) V_e \frac{1}{R_9} - \left(\frac{C_2 s R_{11}}{R_{10} C_2 s + 1} \right) V_e \frac{1}{R_{12}} \right) R_{13} \quad (3.26)$$

$$V_{SC} = - \left(- \left(\frac{R_6 R_{13}}{R_5 R_7} \right) - \left(\frac{R_{13}}{R_8 C_1 s R_9} \right) - \left(\frac{C_2 s R_{11} R_{13}}{(R_{10} C_2 s + 1) R_{12}} \right) \right) V_e \quad (3.27)$$

Reorganizando 3.27 finalmente se obtiene la función de transferencia del controlador PID:

$$C_{PID}(s) = \frac{V_{SC}}{V_e} = \left(\frac{R_6 R_{13}}{R_5 R_7} \right) + \left(\frac{R_{13}}{R_8 C_1 s R_9} \right) + \left(\frac{C_2 s R_{11} R_{13}}{(R_{10} C_2 s + 1) R_{12}} \right) \quad (3.28)$$

Para el diseño de este controlador se seleccionaron que las resistencias R_7 , R_9 , R_{12} y R_{13} de tal forma que tuvieran el mismo valor. Como ya se mencionó, para que el sumador tenga una ganancia unitaria, de manera que no afecte en la adición de las tres partes del controlador. Esta configuración también permite el cambio de polaridad que introduce la configuración inversora en cada uno de los componentes del controlador.

Por lo expuesto anteriormente la función de transferencia del controlador se simplifica de la siguiente manera:

$$C_{PID}(s) = \frac{V_{SC}}{V_e} = \left(\frac{R_6}{R_5} \right) + \left(\frac{1}{R_8 C_1 s} \right) + \left(\frac{C_2 R_{11} s}{(R_{10} C_2 s + 1)} \right) \quad (3.29)$$

Igualando la ecuación 3.5 con la ecuación 3.29 se obtiene:

$$K_p = \frac{R_6}{R_5} \quad (3.30)$$

$$K_i = \frac{1}{R_8 C_1} \quad (3.31)$$

$$K_d = R_{11} C_2 \quad (3.32)$$

$$\tau_D = R_{10} C_2 \quad (3.33)$$

donde K_p es la ganancia proporcional, K_i es la ganancia integral, K_d es la ganancia derivativa y τ_D es la constante de tiempo derivativa.

Los valores nominales tanto para las resistencias como para los capacitores que se tomaron como fijos en el diseño, se eligieron de modo que fueran valores relativamente intermedios; además se tuvo presente los valores que se usan comúnmente en la implementación de diseños electrónicos.

Dado que una de las finalidades de este proyecto fue diseñar un controlador con parámetros variables, se optó por colocar potenciómetros (resistencias variables) en cada una de las tres partes que conforman el controlador. Esto se diseñó de la siguiente manera:

- Para la ganancia proporcional $K_p = \frac{R_6}{R_5}$, se escogió como resistencia variable a R_6 , y así mediante dicha resistencia se pueden hacer los ajustes necesarios para obtener la ganancia que se desee en un determinado proceso o planta.

- Para la ganancia integral $K_i = \frac{1}{R_8 C_1}$, se escogió para variar la resistencia R_8 , y se fijó el capacitor C_1 , se observa que al disminuir R_8 se incrementa K_i , es decir, el valor de la resistencia es inversamente proporcional a la ganancia integral, lo cual es contrario en la ganancia K_p . Por lo tanto cuando se desee hacer ajustes en K_i solo se podrá realizar a través de R_8 .
- Para la ganancia derivativa $K_d = R_{11} C_2$, se tomó como resistencia variable la resistencia R_{11} , dejando fijo el capacitor C_2 , en este caso la relación entre K_d y R_{11} es directamente proporcional; y los ajustes para la ganancia derivativa se hacen por medio de dicha resistencia.
- Para la constante de tiempo derivativa $\tau_D = R_{10} C_2$, se fijó el valor de C_2 y se seleccionó R_{10} como resistencia variable para ajustar el valor que se desee en el parámetro τ_D .

En el controlador analógico además se diseñó una configuración (por medio de un componente seleccionador) que permite al usuario elegir entre cuatro tipos de controladores, todos pertenecientes a la familia del PID, estos son: controlador Proporcional (P), controlador Proporcional-Integral (PI), controlador Proporcional-Derivativo (PD) y finalmente el controlador Proporcional-Integral-Derivativo (PID).

Se puede observar que el diseño electrónico del controlador PID usado para este proyecto posee una representación sencilla, la cual permite un rápido entendimiento si se tienen conceptos básicos sobre las diferentes configuraciones de los amplificadores operacionales.

Para la sintonización de los parámetros del controlador se seleccionó el método de asignación de polos, con este método se obtendrán los parámetros del controlador PID, que cumplen con las especificaciones de diseño deseadas tanto en estado transitorio como en estado estacionario en cada uno de los procesos a controlar. Este método se escogió porque es práctico cuando se conoce el comportamiento de los procesos, en este caso se conocen las funciones de transferencia de cada uno de ellos.

Para realizar los respectivos cálculos del método de asignación de polos se crearon programas en MATLAB para cada una de las tres variaciones de los ocho sistemas lineales del simulador analógico (Contreras, 2009), para el servomotor (SERVO-MODULAR MS150) y para el proceso de presión (G35, unidad TY35/EV).

Para cada planta en estudio se tiene un programa diferente, ya que la relación entre los parámetros del proceso en estudio y los parámetros del controlador es diferente en cada caso.

El procedimiento para obtener los parámetros del controlador PID, a través del método de asignación se explica detalladamente en la sección 2.3.2 y los programas realizados en MATLAB correspondientes a cada proceso se observan en el apéndice A.

En dichos programas se deben modificar los valores de las especificaciones deseadas (porcentaje de sobre-disparo ($\%SD$) y tiempo de establecimiento (ts)) y seleccionar el valor del parámetro variable correspondiente a la función en estudio; realizado esto los programas retornan los valores que se deben ajustar en los potenciómetros de cada una de las etapas del controlador, para cumplir con dichas especificaciones.

3.2 Análisis y simulaciones del controlador PID en los procesos a controlar

Para realizar los respectivos análisis y simulaciones en cada proceso se usaron dos software completamente diferentes: MATLAB y PSpice. MATLAB es una gran herramienta que permite realizar diversos estudios, tanto numéricos como gráficos y PSpice que es un simulador de circuitos analógicos y digitales, el cual incluye un conjunto de programas que cubren las diferentes fases del diseño electrónico, desde la concepción de un circuito hasta su implementación. En el caso de PSpice se usó tanto el Capture CIS (modo esquemático) como el PSpice AD (modo texto).

A continuación se presentan algunas gráficas obtenidas de las simulaciones realizadas, donde se aplicaron los diferentes controladores de la familia PID en los procesos antes mencionados.

Nota: en todas las gráficas obtenidas en PSpice se muestra la señal de control (SC), la señal de salida del proceso en lazo abierto ante la referencia (SLA) y la señal de salida del proceso controlado (lazo cerrado) ante la referencia (SLC); y en las gráficas de MATLAB se muestra de igual manera la señal de control y la señal de salida del proceso en lazo abierto y en lazo cerrado ante la referencia.

Simulaciones con el sistema lineal $G_3(s)$ del simulador analógico

Las gráficas que se muestran a continuación son las correspondientes al estudio del control realizado en la función de transferencia $G_3(s) = \frac{1}{\frac{s^2}{\omega_n^2} + \frac{2\zeta s}{\omega_n} + 1}$ del simulador analógico de sistemas lineales, donde el parámetro de variación es ζ (factor de amortiguamiento).

En la figura 3.7 se observa la salida de $G_3(s)$ ante una referencia escalón unitario en lazo abierto y en lazo cerrado, con su respectiva señal de control obtenida en MATLAB, en la figura 3.8 se observa la salida de $G_3(s)$ ante una referencia escalón unitario en lazo abierto y en lazo cerrado, con su respectiva señal de control obtenida en PSpice; cuando el parámetro $\zeta = 0.1$ ($\omega_n = 19.6$), para este caso se tomaron las siguientes especificaciones: $\%SD = 5\%$ y $ts = 0.08seg$ y se usó un controlador PD.

Para hallar los parámetros del controlador PD para este sistema lineal se usó el programa realizado en MATLAB que se observa en el apéndice A.3, en el cual se aplica el método de asignación de polos (sección 2.3.2), los pasos de este método son los siguientes:

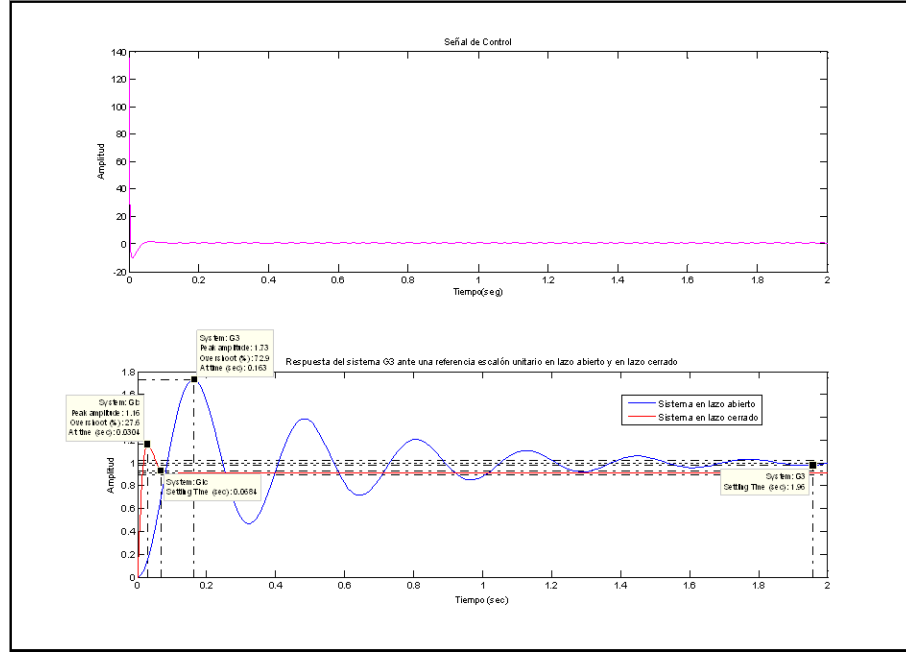


Figura 3.7: Salida de $G_3(s)$ con $\zeta = 0.1$ ($\omega_n = 19.6$) ante una referencia escalón unitario en lazo abierto y en lazo cerrado, con su respectiva señal de control obtenida en MATLAB.

Se tiene para este caso un controlador PD y la función $G_3(s)$:

$$C(s) = K_p + \frac{K_d s}{\tau_D s + 1} \quad (3.34)$$

$$G_3(s) = \frac{1}{\frac{s^2}{\omega_n^2} + \frac{2\zeta s}{\omega_n} + 1} \quad (3.35)$$

Se obtiene la función de transferencia en lazo cerrado de la siguiente manera:

$$G_{lc} = \frac{C(s) G_3(s)}{1 + C(s) G_3(s)} \quad (3.36)$$

Se toma el polinomio característico de $G_{lc}(s)$ y se simplifica, el cual queda de la siguiente forma:

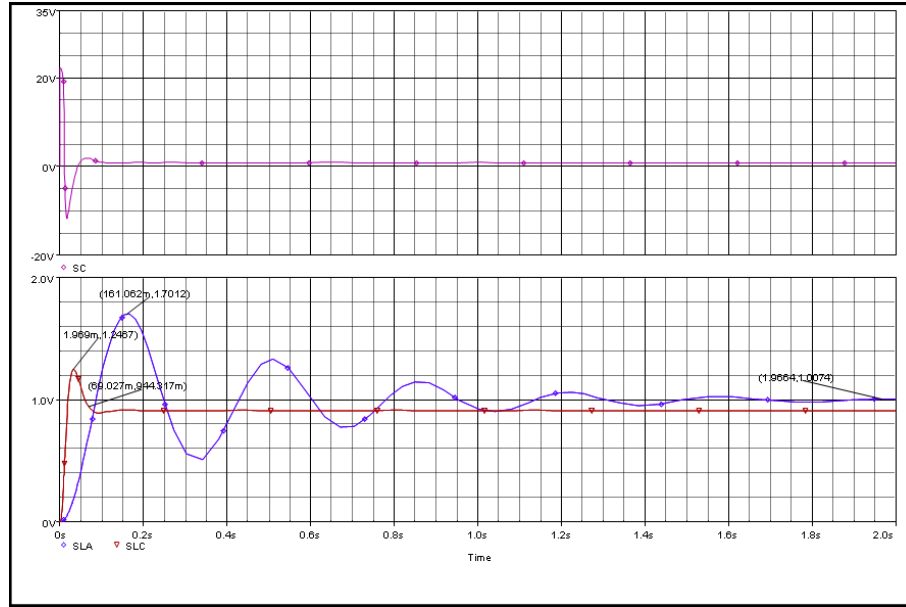


Figura 3.8: Salida de $G_3(s)$ con $\zeta = 0.1$ ($\omega_n = 19.6$) ante una referencia escalón unitario en lazo abierto y en lazo cerrado, con su respectiva señal de control obtenida en PSpice.

$$P(s) = s^3 + s^2 \left(\frac{2\zeta\omega_n\tau_D + 1}{\tau_D} \right) + s \left(\frac{\tau_D\omega_n^2 + 2\zeta\omega_n + \omega_n^2(K_p\tau_D + K_d)}{\tau_D} \right) + \omega_n^2 \left(\frac{1 + K_p}{\tau_D} \right) \quad (3.37)$$

Con las especificaciones dadas $\%SD$ (porcentaje de sobre-disparo) y ts (tiempo de establecimiento), se procede a obtener ζ_d y ω_d para formar el polinomio deseado, reacomodando las siguientes ecuaciones:

$$SD = e^{-\left(\frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\pi\right)} = e^{-\left(\frac{\zeta_d}{\sqrt{1-\zeta_d^2}}\pi\right)} \rightarrow \zeta_d \quad (3.38)$$

$$ts = \frac{4}{\zeta\omega} = \frac{4}{\zeta_d\omega_d} \rightarrow \omega_d \quad (3.39)$$

Se obtiene la dinámica dominante por el siguiente polinomio:

$$P_d(s) = (s^2 + 2\zeta_d\omega_d s + \omega_d^2) \quad (3.40)$$

Como se observa el $P(s)$ es de tercer orden, por lo que se debe adicionar un polo insignificante al $P_d(s)$, como se explica en la sección 2.3.2 para obtener un polinomio del mismo orden que el polinomio característico, para realizar los respectivos cálculos, por lo que se obtiene:

$$P_d(s) = (s^2 + 2\zeta_d\omega_d s + \omega_d^2)(s + 10\zeta_d\omega_d) \quad (3.41)$$

$$P_d(s) = D_3s^3 + D_2s^2 + D_1s + D_0 \quad (3.42)$$

Se procede a igualar $P(s)$ y $P_d(s)$, simplificando y despejando se obtienen los parámetros para el controlador PD, como se observa en las siguientes ecuaciones:

$$D_2 = \left(\frac{2\zeta\omega_n\tau_D + 1}{\tau_D} \right) \rightarrow \tau_D = \frac{1}{D_2 - 2\zeta\omega_n} \quad (3.43)$$

$$D_0 = \omega_n^2 \left(\frac{1 + K_p}{\tau_D} \right) \rightarrow K_p = \frac{D_0\tau_D}{\omega_n^2} - 1 \quad (3.44)$$

$$D_1 = \left(\frac{\tau_D\omega_n^2 + 2\zeta\omega_n + \omega_n^2(K_p\tau_D + K_d)}{\tau_D} \right) \rightarrow K_d = \frac{D_1\tau_D - \tau_D\omega_n^2 - 2\zeta\omega_n}{\omega_n^2} - K_p\tau_D \quad (3.45)$$

Se obtuvieron para este caso los siguientes valores de los parámetros:

$$K_p = 10.4620 \rightarrow R_p = 105K\Omega.$$

$$K_d = 0.2118 \rightarrow R_d = 21K\Omega.$$

$$\tau_D = 0.0017 \rightarrow R_{\tau_D} = 168\Omega.$$

Se puede observar que el controlador PD es eficiente cuando se tienen sistemas con un comportamiento sub-amortiguado, ya que elimina las sobre-oscilaciones en régimen transitorio.

En la figura 3.9 se observa la salida de $G_3(s)$ ante una referencia escalón unitario en lazo abierto y en lazo cerrado, con su respectiva señal de control obtenida en MATLAB y en la figura 3.10 se observa la salida de $G_3(s)$ ante una referencia escalón unitario en lazo abierto y en lazo cerrado, con su respectiva señal de control obtenida en PSpice; cuando el parámetro $\zeta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ($\omega_n = 63.02$), para este caso se tomaron las siguientes especificaciones: $\%SD = 10\%$ y $ts = 0.06\text{seg}$, para este sistema lineal se usó un controlador PID.

Para hallar los parámetros del controlador PID para este sistema lineal se usó el programa realizado en MATLAB que se observa en el apéndice A.3, en el cual se aplica el método de asignación de polos (sección 2.3.2), los pasos de este método son los siguientes:

Se tiene para este caso un controlador PID y la función $G_3(s)$:

$$C(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + \frac{K_d s}{\tau_D s + 1} \quad (3.46)$$

$$G_3(s) = \frac{1}{\frac{s^2}{\omega_n^2} + \frac{2\zeta s}{\omega_n} + 1} \quad (3.47)$$

Se obtiene la función de transferencia en lazo cerrado de la siguiente manera:

$$G_{lc} = \frac{C(s) G_3(s)}{1 + C(s) G_3(s)} \quad (3.48)$$

Se toma el polinomio característico de $G_{lc}(s)$ y se simplifica, el cual queda de la siguiente forma:

$$P(s) = s^4 + s^3 \left(\frac{\omega_n^2}{\tau_D} \left(\frac{2\zeta\tau_D}{\omega_n} + \frac{1}{\omega_n^2} \right) \right) + s^2 \left(\frac{\omega_n^2}{\tau_D} \left(\tau_D + \frac{2\zeta}{\omega_n} + K_p\tau_D + K_d \right) \right) + s \left(\frac{\omega_n^2}{\tau_D} (1 + K_p + K_i\tau_D) \right) + K_i \frac{\omega_n^2}{\tau_D} \quad (3.49)$$

Con las especificaciones dadas $\%SD$ (porcentaje de sobre-disparo) y ts (tiempo de establecimiento), se procede a obtener ζ_d y ω_d para formar el polinomio deseado, reacomodando las siguientes ecuaciones:

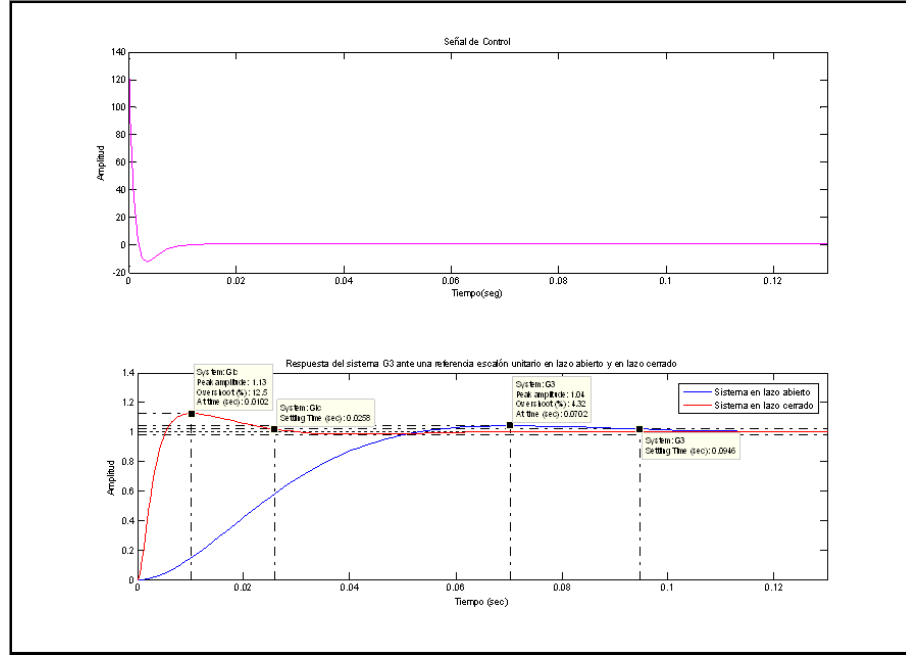


Figura 3.9: Salida de $G_3(s)$ con $\zeta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ($\omega_n = 63.02$) ante una referencia escalón unitario en lazo abierto y en lazo cerrado, con su respectiva señal de control obtenida en MATLAB.

$$SD = e^{-\left(\frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\pi\right)} = e^{-\left(\frac{\zeta_d}{\sqrt{1-\zeta_d^2}}\pi\right)} \rightarrow \zeta_d \quad (3.50)$$

$$ts = \frac{4}{\zeta\omega} = \frac{4}{\zeta_d\omega_d} \rightarrow \omega_d \quad (3.51)$$

Se obtiene la dinámica dominante por el siguiente polinomio:

$$P_d(s) = (s^2 + 2\zeta_d\omega_d s + \omega_d^2) \quad (3.52)$$

Como se observa el $P(s)$ es de cuarto orden por lo que se deben adicionar dos polos insignificantes al $P_d(s)$, como se explica en la sección 2.3.2 para obtener un polinomio del mismo orden que el polinomio característico, para realizar los respectivos cálculos, por lo que se obtiene:

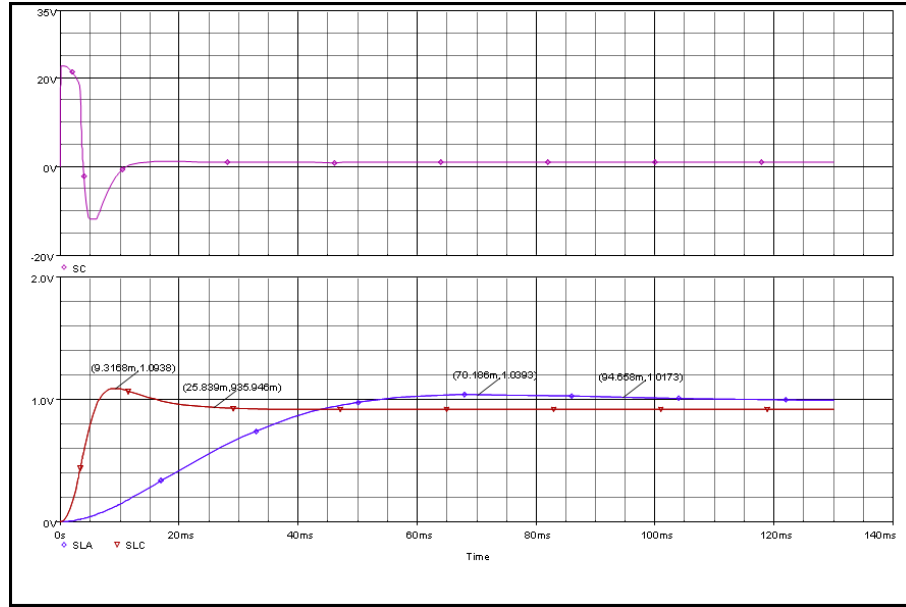


Figura 3.10: Salida de $G_3(s)$ con $\zeta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ($\omega_n = 63.02$) ante una referencia escalón unitario en lazo abierto y en lazo cerrado, con su respectiva señal de control obtenida en PSpice.

$$P_d(s) = (s^2 + 2\zeta_d\omega_d s + \omega_d^2)(s + 10\zeta_d\omega_d)^2 \quad (3.53)$$

$$P_d(s) = D_4s^4 + D_3s^3 + D_2s^2 + D_1s + D_0 \quad (3.54)$$

Se procede a igualar $P(s)$ y $P_d(s)$, simplificando y despejando se obtienen los parámetros para el controlador PID, como se observa en las siguientes ecuaciones:

$$D_3 = \frac{\omega_n^2}{\tau_D} \left(\frac{2\zeta\tau_D}{\omega_n} + \frac{1}{\omega_n^2} \right) \rightarrow \tau_D = \frac{1}{D_3 - 2\zeta\omega_n} \quad (3.55)$$

$$D_0 = K_i \frac{\omega_n^2}{\tau_D} \rightarrow K_i = \frac{D_0\tau_D}{\omega_n^2} \quad (3.56)$$

$$D_1 = \frac{\omega_n^2}{\tau_D} (1 + K_p + K_i\tau_D) \rightarrow K_p = \frac{D_1\tau_D}{\omega_n^2} - 1 - K_i\tau_D \quad (3.57)$$

$$D_2 = \frac{\omega_n^2}{\tau_D} \left(\tau_D + \frac{2\zeta}{\omega_n} + K_p \tau_D + K_d \right) \rightarrow K_d = \frac{D_2 \tau_D}{\omega_n^2} - \left(\tau_D + \frac{2\zeta}{\omega_n} + K_p \tau_D \right) \quad (3.58)$$

Se obtuvieron para este caso los siguientes valores de los parámetros:

$$K_p = 12.1811 \rightarrow R_p = 122K\Omega.$$

$$K_i = 1.0332e + 003 \rightarrow R_i = 97\Omega.$$

$$K_d = 0.0840 \rightarrow R_d = 8.4K\Omega.$$

$$\tau_D = 7.2593e - 004 \rightarrow R_{\tau_D} = 73\Omega.$$

Simulaciones con el sistema lineal $G_4(s)$ del simulador analógico

Las gráficas que se muestran a continuación son las correspondientes al estudio de control realizado en la función de transferencia $G_4(s) = \frac{1}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}$ del simulador analógico de sistemas lineales, donde el parámetro de variación es τ_1 .

Para hallar los parámetros del controlador PID para este sistema lineal se usó el programa realizado en MATLAB que se observa en el apéndice A.4, en el cual se aplica el método de asignación de polos (sección 2.3.2), los pasos de este método son los siguientes:

Se tiene para este caso un controlador PID y la función $G_4(s)$:

$$C(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + \frac{K_d s}{\tau_D s + 1} \quad (3.59)$$

$$G_4(s) = \frac{1}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} \quad (3.60)$$

Se obtiene la función de transferencia en lazo cerrado de la siguiente manera:

$$G_{lc} = \frac{C(s) G_4(s)}{1 + C(s) G_4(s)} \quad (3.61)$$

Se toma el polinomio característico de $G_{lc}(s)$ y se simplifica, el cual queda de la siguiente forma:

$$P(s) = s^4 + s^3 \left(\frac{(\tau_1 + \tau_2)\tau_D + \tau_1\tau_2}{\tau_1\tau_2\tau_D} \right) + s^2 \left(\frac{\tau_D + \tau_1 + \tau_2 + K_p\tau_D + K_d}{\tau_1\tau_2\tau_D} \right) + s \left(\frac{1 + K_p + K_i\tau_D}{\tau_1\tau_2\tau_D} \right) + \frac{K_i}{\tau_1\tau_2\tau_D} \quad (3.62)$$

Con las especificaciones dadas $\%SD$ (porcentaje de sobre-disparo) y ts (tiempo de establecimiento), se procede a obtener ζ_d y ω_d para formar el polinomio deseado, reacomodando las siguientes ecuaciones:

$$SD = e^{-\left(\frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\pi\right)} = e^{-\left(\frac{\zeta_d}{\sqrt{1-\zeta_d^2}}\pi\right)} \rightarrow \zeta_d \quad (3.63)$$

$$ts = \frac{4}{\zeta\omega} = \frac{4}{\zeta_d\omega_d} \rightarrow \omega_d \quad (3.64)$$

Se obtiene la dinámica dominante por el siguiente polinomio:

$$P_d(s) = (s^2 + 2\zeta_d\omega_d s + \omega_d^2) \quad (3.65)$$

Como se observa el $P(s)$ es de cuarto orden por lo que se deben adicionar dos polos insignificantes al $P_d(s)$, como se explica en la sección 2.3.2 para obtener un polinomio del mismo orden que el polinomio característico, para realizar los respectivos cálculos, por lo que se obtiene:

$$P_d(s) = (s^2 + 2\zeta_d\omega_d s + \omega_d^2) (s + 10\zeta_d\omega_d)^2 \quad (3.66)$$

$$P_d(s) = D_4 s^4 + D_3 s^3 + D_2 s^2 + D_1 s + D_0 \quad (3.67)$$

Se procede a igualar $P(s)$ y $P_d(s)$, simplificando y despejando se obtienen los parámetros para el controlador PID, como se observa en las siguientes ecuaciones:

$$D_3 = \frac{(\tau_1 + \tau_2) \tau_D + \tau_1 \tau_2}{\tau_1 \tau_2 \tau_D} \rightarrow \tau_D = \frac{\tau_1 \tau_2}{D_3 \tau_1 \tau_2 - \tau_1 - \tau_2} \quad (3.68)$$

$$D_0 = \frac{K_i}{\tau_1 \tau_2 \tau_D} \rightarrow K_i = D_0 \tau_1 \tau_2 \tau_D \quad (3.69)$$

$$D_1 = \frac{1 + K_p + K_i \tau_D}{\tau_1 \tau_2 \tau_D} \rightarrow K_p = D_1 \tau_1 \tau_2 \tau_D - 1 - K_i \tau_D \quad (3.70)$$

$$D_2 = \frac{\tau_D + \tau_1 + \tau_2 + K_p \tau_D + K_d}{\tau_1 \tau_2 \tau_D} \rightarrow K_d = D_2 \tau_1 \tau_2 \tau_D - (\tau_D + \tau_1 + \tau_2 + K_p \tau_D) \quad (3.71)$$

En la figura 3.11 se observa la salida de $G_4(s)$ ante una referencia escalón unitario en lazo abierto y en lazo cerrado, con su respectiva señal de control obtenida en MATLAB y en la figura 3.12 se observa la salida de $G_4(s)$ ante una referencia escalón unitario en lazo abierto y en lazo cerrado, con su respectiva señal de control obtenida en PSpice; cuando el parámetro $\tau_1 = 20ms$, para este caso se tomaron las siguientes especificaciones: $\%SD = 5\%$ y $ts = 0.3seg$ y se usó un controlador PID.

Para este caso se obtuvieron los siguientes valores de los parámetros para el controlador PID, a partir del método de asignación de polos explicado.

$$K_p = 3.6729 \rightarrow R_p = 37K\Omega.$$

$$K_i = 56.8821 \rightarrow R_i = 1.76K\Omega.$$

$$K_d = 0.0765 \rightarrow R_d = 8K\Omega.$$

$$\tau_D = 0.0043 \rightarrow R_{\tau_D} = 429\Omega.$$

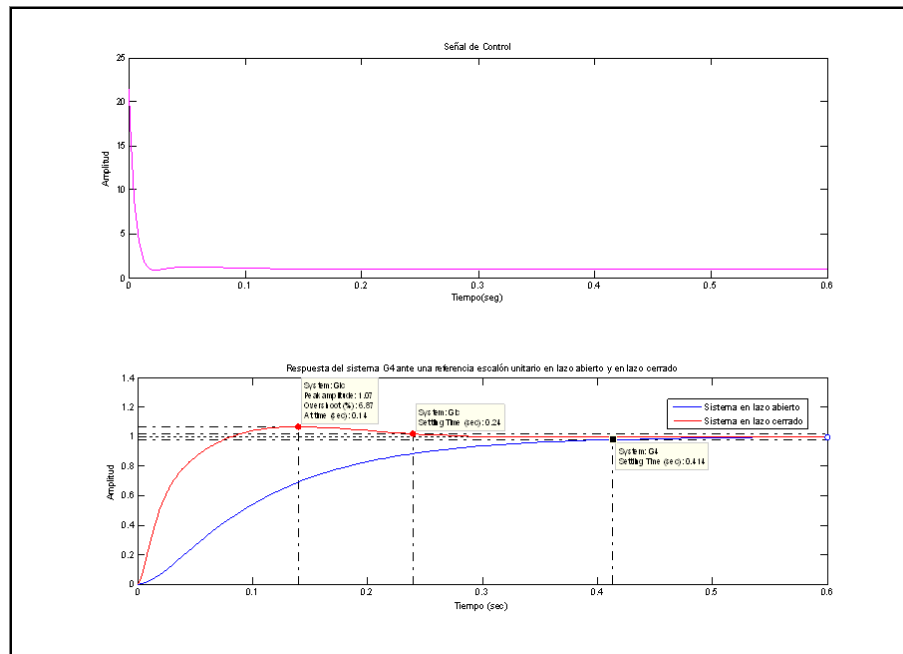


Figura 3.11: Salida de $G_4(s)$ con $\tau_1 = 20ms$ ante una referencia escalón unitario en lazo abierto y en lazo cerrado, con su respectiva señal de control obtenida en MATLAB.

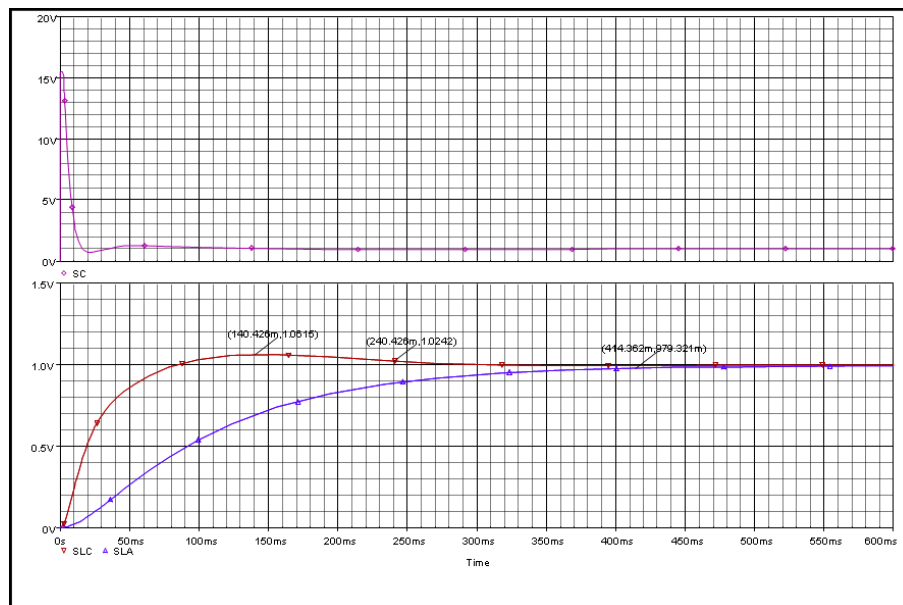


Figura 3.12: Salida de $G_4(s)$ con $\tau_1 = 20ms$ ante una referencia escalón unitario en lazo abierto y en lazo cerrado, con su respectiva señal de control obtenida en PSpice.

En la figura 3.13 se observa la salida de $G_4(s)$ ante una referencia escalón unitario en lazo abierto y en lazo cerrado, con su respectiva señal de control obtenida en MATLAB y en la figura 3.14 se observa la salida de $G_4(s)$ ante una referencia escalón unitario en lazo abierto y en lazo cerrado, con su respectiva señal de control obtenida en PSpice; cuando el parámetro $\tau_1 = 100ms$, para este caso se tomaron las siguientes especificaciones: $\%SD = 20\%$ y $ts = 0.3seg$ y se usó un controlador PID.

Para este caso se obtuvieron los siguientes valores de los parámetros para el controlador PID, a partir del método de asignación de polos explicado.

$$K_p = 22.6523 \rightarrow R_p = 227K\Omega.$$

$$K_i = 556.1965 \rightarrow R_i = 180\Omega.$$

$$K_d = 0.6553 \rightarrow R_d = 66K\Omega.$$

$$\tau_D = 0.0037 \rightarrow R_{\tau_D} = 366\Omega.$$

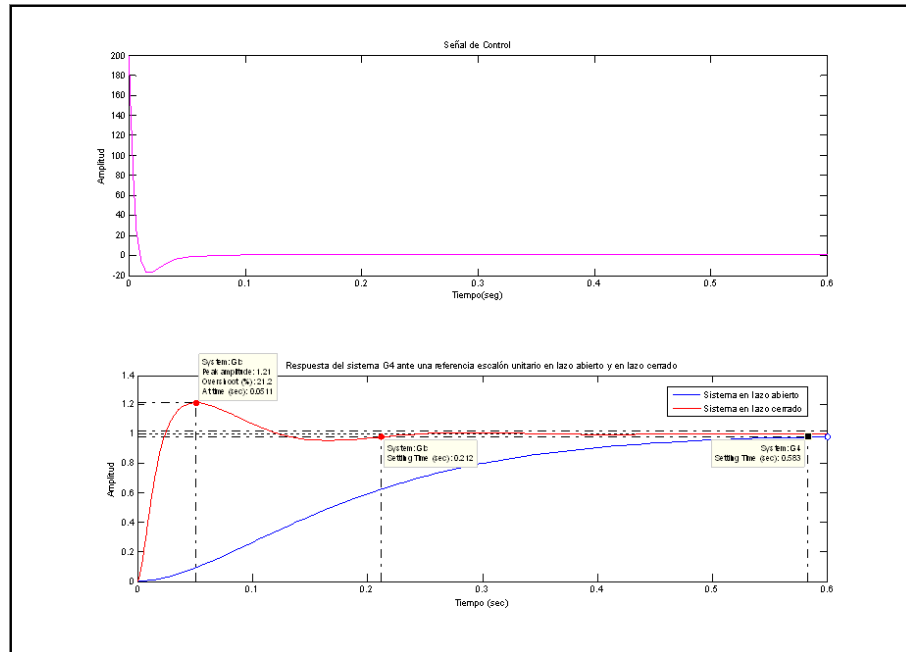


Figura 3.13: Salida de $G_4(s)$ con $\tau_1 = 100ms$ ante una referencia escalón unitario en lazo abierto y en lazo cerrado, con su respectiva señal de control obtenida en MATLAB.

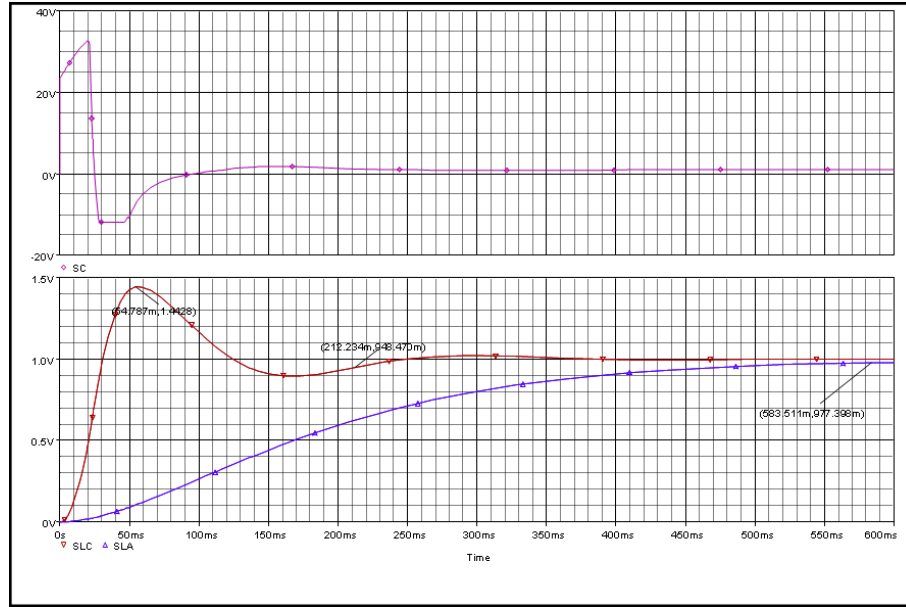


Figura 3.14: Salida de $G_4(s)$ con $\tau_1 = 100ms$ ante una referencia escalón unitario en lazo abierto y en lazo cerrado, con su respectiva señal de control obtenida en PSpice.

Simulaciones con el sistema lineal $G_7(s)$ del simulador analógico

Las gráficas siguientes son las correspondientes al estudio de control realizado en la función de transferencia $G_7(s) = \frac{K}{s(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}$ del simulador analógico de sistemas lineales, donde el parámetro de variación es K .

Para hallar los parámetros del controlador PID para este sistema lineal se usó el programa realizado en MATLAB que se observa en el apéndice A.7, en el cual se aplica el método de asignación de polos (sección 2.3.2), los pasos de este método son los siguientes:

Se tiene para este caso un controlador PID y la función $G_7(s)$:

$$C(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + \frac{K_d s}{\tau_D s + 1} \quad (3.72)$$

$$G_7(s) = \frac{K}{s(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} \quad (3.73)$$

Se obtiene la función de transferencia en lazo cerrado de la siguiente manera:

$$G_{lc} = \frac{C(s) G_7(s)}{1 + C(s) G_7(s)} \quad (3.74)$$

Se toma el polinomio característico de $G_{lc}(s)$ y se simplifica, el cual queda de la siguiente forma:

$$P(s) = s^5 + s^4 \left(\frac{\tau_1 \tau_2 + (\tau_1 + \tau_2) \tau_D}{\tau_1 \tau_2 \tau_D} \right) + s^3 \left(\frac{\tau_1 + \tau_2 + \tau_D}{\tau_1 \tau_2 \tau_D} \right) + s^2 \left(\frac{1 + K(K_p \tau_D + K_d)}{\tau_1 \tau_2 \tau_D} \right) + s \left(\frac{K(K_p + K_i \tau_D)}{\tau_1 \tau_2 \tau_D} \right) + \frac{KK_i}{\tau_1 \tau_2 \tau_D} \quad (3.75)$$

Con las especificaciones dadas %SD (porcentaje de sobre-disparo) y ts (tiempo de establecimiento), se procede a obtener ζ_d y ω_d para formar el polinomio deseado, reacomodando las siguientes ecuaciones:

$$SD = e^{-\left(\frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\pi\right)} = e^{-\left(\frac{\zeta_d}{\sqrt{1-\zeta_d^2}}\pi\right)} \rightarrow \zeta_d \quad (3.76)$$

$$ts = \frac{4}{\zeta \omega} = \frac{4}{\zeta_d \omega_d} \rightarrow \omega_d \quad (3.77)$$

Se obtiene la dinámica dominante por el siguiente polinomio:

$$P_d(s) = (s^2 + 2\zeta_d \omega_d s + \omega_d^2) \quad (3.78)$$

Como se observa el $P(s)$ es de quinto orden por lo que se deben adicionar tres polos insignificantes al $P_d(s)$, como se explica en la sección 2.3.2 para obtener un polinomio del mismo orden que el polinomio característico, para realizar los respectivos cálculos, por lo que se obtiene:

$$P_d(s) = (s^2 + 2\zeta_d \omega_d s + \omega_d^2) (s + 10\zeta_d \omega_d)^3 \quad (3.79)$$

$$P_d(s) = D_5s^5 + D_4s^4 + D_3s^3 + D_2s^2 + D_1s + D_0 \quad (3.80)$$

Se procede a igualar $P(s)$ y $P_d(s)$, simplificando y despejando se obtienen los parámetros para el controlador PID, como se observa en las siguientes ecuaciones:

$$D_3 = \frac{\tau_1 + \tau_2 + \tau_D}{\tau_1\tau_2\tau_D} \rightarrow \tau_D = \frac{\tau_1 + \tau_2}{D_3\tau_1\tau_2 - 1} \quad (3.81)$$

$$D_0 = \frac{KK_i}{\tau_1\tau_2\tau_D} \rightarrow K_i = \frac{D_0\tau_1\tau_2\tau_D}{K} \quad (3.82)$$

$$D_1 = \frac{K(K_p + K_i\tau_D)}{\tau_1\tau_2\tau_D} \rightarrow K_p = \frac{D_1\tau_1\tau_2\tau_D}{K} - K_i\tau_D \quad (3.83)$$

$$D_2 = \frac{1 + K(K_p\tau_D + K_d)}{\tau_1\tau_2\tau_D} \rightarrow K_d = \frac{D_2\tau_1\tau_2\tau_D - 1}{K} - K_p\tau_D \quad (3.84)$$

En la figura 3.15 se observa la salida de $G_7(s)$ ante una referencia escalón unitario en lazo abierto y en lazo cerrado, con su respectiva señal de control obtenida en MATLAB y en la figura 3.16 se observa la salida de $G_7(s)$ ante una referencia escalón unitario en lazo abierto y en lazo cerrado, con su respectiva señal de control obtenida en PSpice; cuando el parámetro $K = 0.5$, para este caso se tomaron las siguientes especificaciones: $\%SD = 20\%$ y $ts = 0.8seg$ y se usó un controlador PID.

Para este caso se obtuvieron los siguientes valores de los parámetros para el controlador PID, a partir del método de asignación de polos explicado.

$$K_p = 52.7845 \rightarrow R_p = 528K\Omega.$$

$$K_i = 407.2573 \rightarrow R_i = 246\Omega.$$

$$K_d = 3.1922 \rightarrow R_d = 319K\Omega.$$

$$\tau_D = 0.0135 \rightarrow R_{\tau_D} = 1.35K\Omega.$$

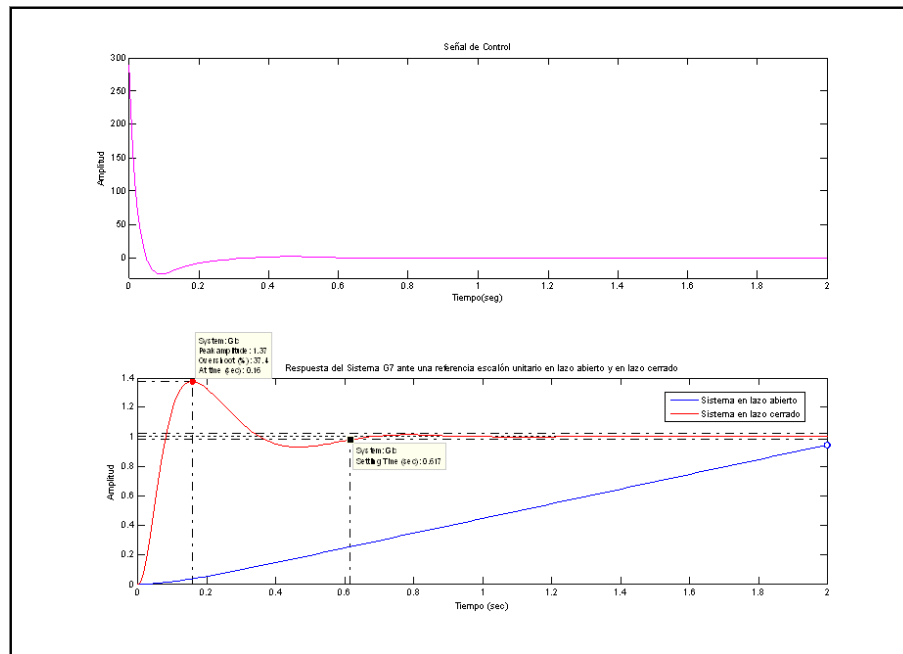


Figura 3.15: Salida de $G_7(s)$ con $K = 0.5$ ante una referencia escalón unitario en lazo abierto y en lazo cerrado, con su respectiva señal de control obtenida en MATLAB.

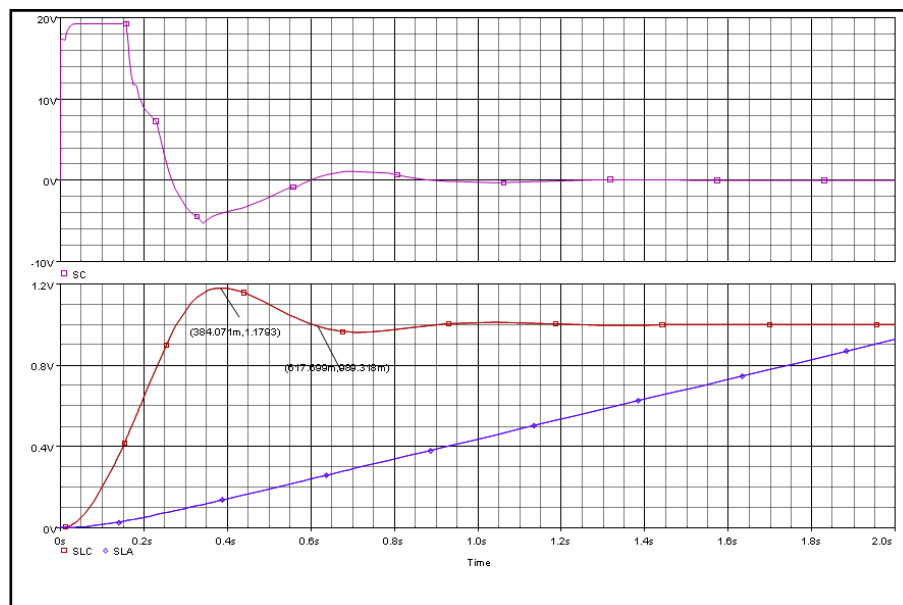


Figura 3.16: Salida de $G_7(s)$ con $K = 0.5$ ante una referencia escalón unitario en lazo abierto y en lazo cerrado, con su respectiva señal de control obtenida en PSpice.

En la figura 3.17 se observa la salida de $G_7(s)$ ante una referencia escalón unitario en lazo abierto y en lazo cerrado, con su respectiva señal de control obtenida en MATLAB y en la figura 3.18 se observa la salida de $G_7(s)$ ante una referencia escalón unitario en lazo abierto y en lazo cerrado, con su respectiva señal de control obtenida en PSpice; cuando el parámetro $K = 1$, para este caso se tomó la siguiente especificación: $e_{ss} \leq 20\%$ y se usó un controlador P.

Para este caso se obtuvo el siguiente valor para el parámetro del controlador P.

$$K_p = 5 \rightarrow R_p = 50K\Omega.$$

Este se obtuvo de la siguiente forma:

Como es un sistema de tipo 1, se trabaja con el coeficiente de error estático de velocidad K_v .

$$e_{ss} = \frac{1}{\lim_{s \rightarrow 0} sG(s)} = \frac{1}{K_v} \rightarrow K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s) \quad (3.85)$$

$$e_{ss} = 0.2 = \frac{1}{K_v} \rightarrow K_v = 5 \quad (3.86)$$

$$G(s) = K_p G_7(s) \quad (3.87)$$

$$K_v = 5 = \lim_{s \rightarrow 0} s \left(\frac{K_p K}{s(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} \right) \quad (3.88)$$

$$5 = K_p \quad (3.89)$$

En el último caso de $G_7(s)$ se observa que con un simple controlador Proporcional (P) se logra la estabilidad del sistema en estudio.

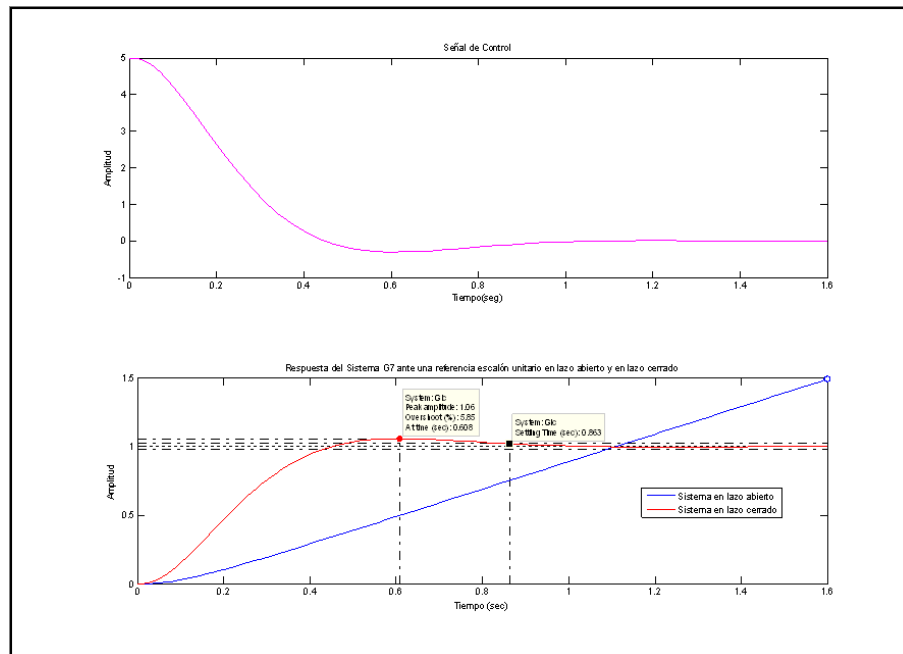


Figura 3.17: Salida de $G_7(s)$ con $K = 1$ ante una referencia escalón unitario en lazo abierto y en lazo cerrado, con su respectiva señal de control obtenida en MATLAB.

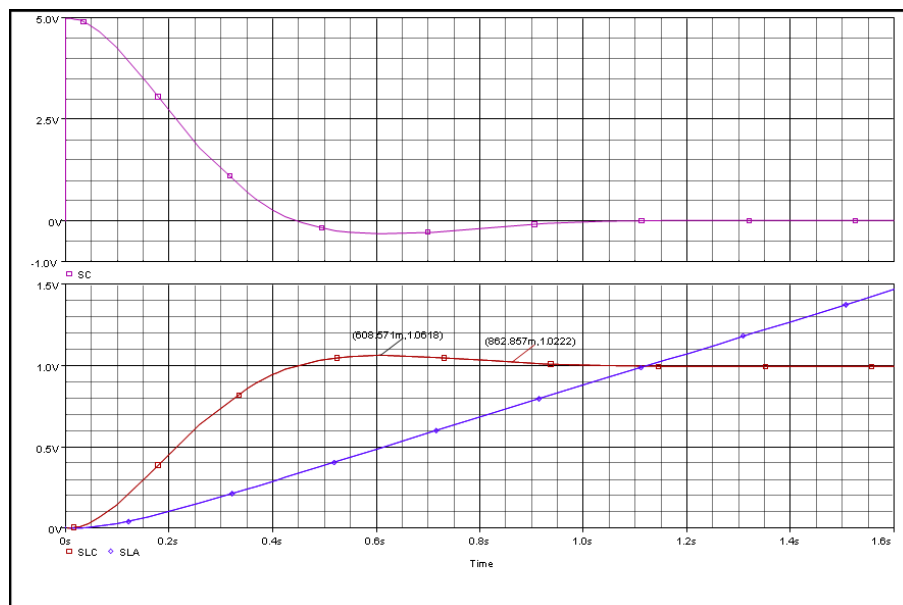


Figura 3.18: Salida de $G_7(s)$ con $K = 1$ ante una referencia escalón unitario en lazo abierto y en lazo cerrado, con su respectiva señal de control obtenida en PSpice.

Simulaciones con el Servomotor (SERVO-MODULAR MS150)

Las gráficas que se muestran posteriormente son las correspondientes al estudio de control realizado en el Servomotor $G(s) = \frac{K}{\tau s + 1} = \frac{12.2}{0.3174s + 1}$. Se muestran dos casos con diferentes especificaciones y referencias. Para ambos casos se usó un controlador PI.

Para hallar los parámetros del controlador PI para este proceso se usó el programa realizado en MATLAB que se observa en el apéndice A.9, en el cual se aplica el método de asignación de polos (sección 2.3.2), los pasos de este método son los siguientes:

Se tiene para este caso un controlador PI y la función $G(s)$:

$$C(s) = K_p + \frac{K_i}{s} \quad (3.90)$$

$$G(s) = \frac{K}{\tau s + 1} = \frac{12.2}{0.3174s + 1} \quad (3.91)$$

Se obtiene la función de transferencia en lazo cerrado de la siguiente manera:

$$G_{lc} = \frac{C(s)G(s)}{1 + C(s)G(s)} \quad (3.92)$$

Se toma el polinomio característico de $G_{lc}(s)$ y se simplifica, el cual queda de la siguiente forma:

$$P(s) = s^2 + s(0.3174 + 12.2K_p) + 12.2K_i \quad (3.93)$$

Con las especificaciones dadas $\%SD$ (porcentaje de sobre-disparo) y ts (tiempo de establecimiento), se procede a obtener ζ_d y ω_d para formar el polinomio deseado, reacomodando las siguientes ecuaciones:

$$SD = e^{-\left(\frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\pi\right)} = e^{-\left(\frac{\zeta_d}{\sqrt{1-\zeta_d^2}}\pi\right)} \rightarrow \zeta_d \quad (3.94)$$

$$ts = \frac{4}{\zeta\omega} = \frac{4}{\zeta_d\omega_d} \rightarrow \omega_d \quad (3.95)$$

Se obtiene la dinámica dominante por el siguiente polinomio:

$$P_d(s) = (s^2 + 2\zeta_d\omega_d s + \omega_d^2) \quad (3.96)$$

$$P_d(s) = D_2 s^2 + D_1 s + D_0 \quad (3.97)$$

Como se observa el $P(s)$ es de segundo orden por lo tanto no se requiere la adición de polos insignificantes al $P_d(s)$, ya que este tiene el mismo orden.

Se procede a igualar $P(s)$ y $P_d(s)$, simplificando y despejando se obtienen los parámetros para el controlador PI, como se observa en las siguientes ecuaciones:

$$D_1 = 0.3174 + 12.2K_p \rightarrow K_p = \frac{D_1 - 0.3174}{12.2} \quad (3.98)$$

$$D_0 = 12.2K_i \rightarrow K_i = \frac{D_0}{12.2} \quad (3.99)$$

En la figura 3.19 se observa la salida del servomotor ante una referencia escalón de -3V en lazo abierto y en lazo cerrado obtenida en MATLAB, en la figura 3.20 se observa la salida del servomotor ante una referencia escalón de -3V en lazo cerrado, con su respectiva señal de control obtenida en PSpice y en la figura 3.21 se observa la salida del servomotor ante una referencia escalón de -3V en lazo cerrado, con su respectiva señal de control obtenida en MATLAB; para las siguientes especificaciones: $\%SD = 5\%$ y $ts = 1seg$, para este sistema se usó un controlador PI.

Para este caso se obtuvieron los siguientes valores de los parámetros para el controlador PI, a partir del método de asignación de polos explicado.

$$K_p = 0.1262 \rightarrow R_p = 1.26K\Omega.$$

$$K_i = 0.8740 \rightarrow R_i = 114K\Omega.$$

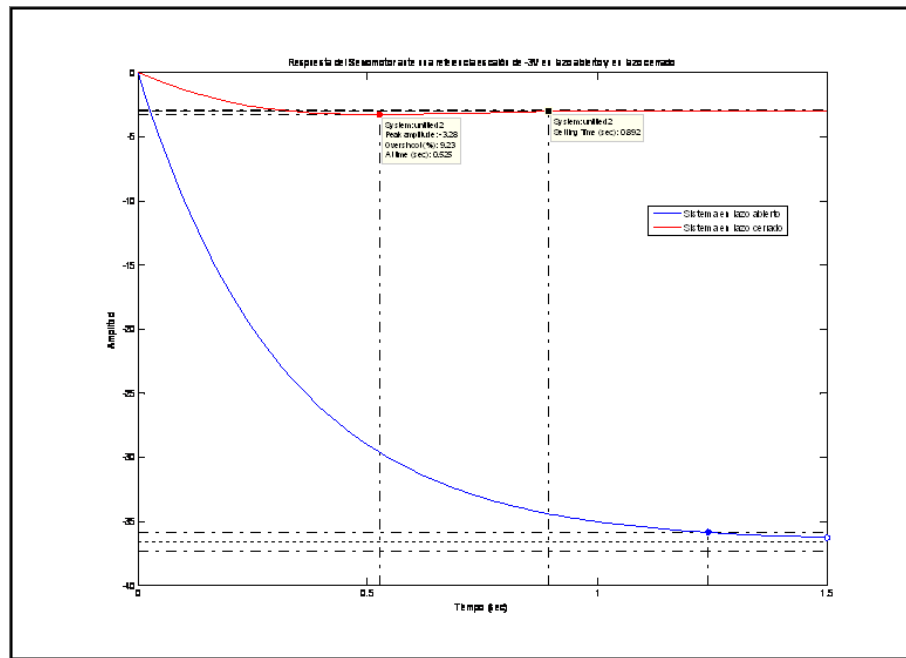


Figura 3.19: Salida del Servomotor ante una referencia escalón de -3V en lazo abierto y en lazo cerrado obtenida en MATLAB.

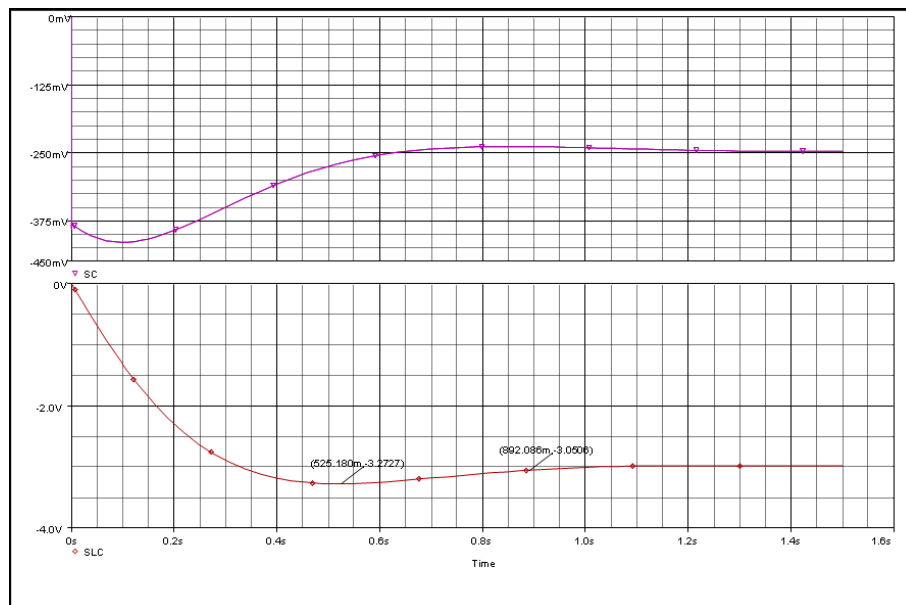


Figura 3.20: Salida del Servomotor ante una referencia escalón de -3V en lazo cerrado, con su respectiva señal de control obtenida en PSpice.

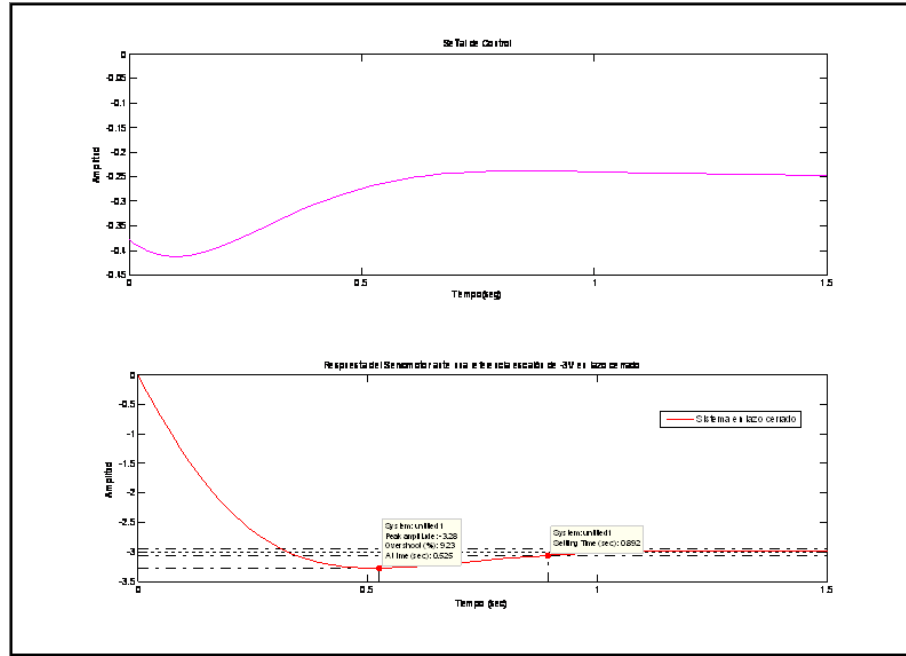


Figura 3.21: Salida del Servomotor ante una referencia escalón de -3V en lazo cerrado, con su respectiva señal de control obtenida en MATLAB.

En la figura 3.22 se observa la salida del servomotor ante una referencia escalón de 4V en lazo abierto y en lazo cerrado obtenida en MATLAB, en la figura 3.23 se observa la salida del servomotor ante una referencia escalón de 4V en lazo cerrado, con su respectiva señal de control obtenida en PSpice y en la figura 3.24 se observa la salida del servomotor ante una referencia escalón de 4V en lazo cerrado, con su respectiva señal de control obtenida en MATLAB; para las siguientes especificaciones: $\%SD = 15\%$ y $t_s = 0.8\text{seg}$, para este sistema se usó un controlador PI.

Para este caso se obtuvieron los siguientes valores de los parámetros para el controlador PI, a partir del método de asignación de polos explicado.

$$K_p = 0.1782 \rightarrow R_p = 1.78K\Omega.$$

$$K_i = 2.4340 \rightarrow R_i = 41K\Omega.$$

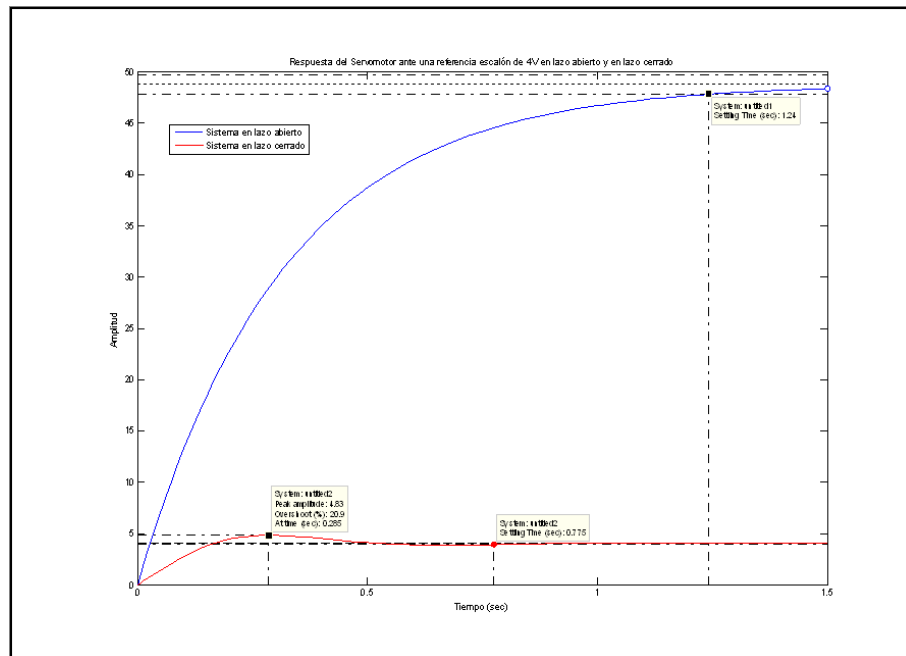


Figura 3.22: Salida del Servomotor ante una referencia escalón de 4V en lazo abierto y en lazo cerrado obtenida en MATLAB.

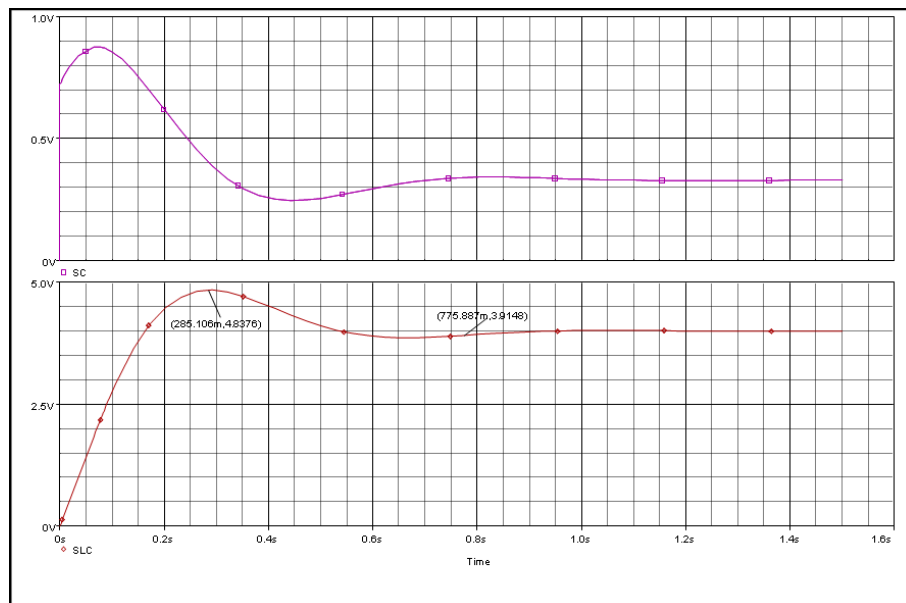


Figura 3.23: Salida del Servomotor ante una referencia escalón de 4V en lazo cerrado, con su respectiva señal de control obtenida en PSpice.

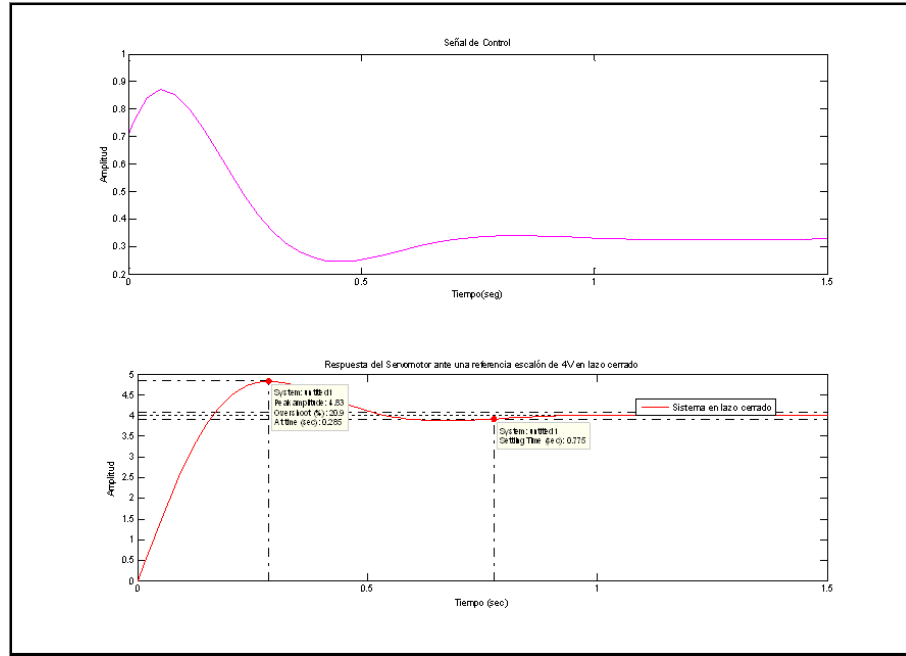


Figura 3.24: Salida del Servomotor ante una referencia escalón de 4V en lazo cerrado, con su respectiva señal de control obtenida en MATLAB.

Simulaciones con el Proceso de Presión (G35, unidad TY35/EV)

Las gráficas que se muestran posteriormente son las correspondientes al estudio de control realizado en el Proceso de presión $G(s) = \frac{K}{\tau s + 1} = \frac{0.8708}{14.6248s + 1}$. Se muestran dos casos con diferentes especificaciones y referencias. Para ambos casos se usó un controlador PI.

Para hallar los parámetros del controlador PI para este proceso se usó el programa realizado en MATLAB que se observa en el apéndice A.10, en el cual se aplica el método de asignación de polos (sección 2.3.2), los pasos de este método son los siguientes:

Se tiene para este caso un controlador PI y la función $G(s)$:

$$C(s) = K_p + \frac{K_i}{s} \quad (3.100)$$

$$G(s) = \frac{k}{\tau s + 1} = \frac{0.8708}{14.6248s + 1} \quad (3.101)$$

Se obtiene la función de transferencia en lazo cerrado de la siguiente manera:

$$G_{lc} = \frac{C(s)G(s)}{1 + C(s)G(s)} \quad (3.102)$$

Se toma el polinomio característico de $G_{lc}(s)$ y se simplifica, el cual queda de la siguiente forma:

$$P(s) = s^2 + s \left(\frac{1 + 0.8708K_p}{14.6248} \right) + \frac{0.8708K_i}{14.6248} \quad (3.103)$$

Con las especificaciones dadas $\%SD$ (porcentaje de sobre-disparo) y ts (tiempo de establecimiento), se procede a obtener ζ_d y ω_d para formar el polinomio deseado, reacomodando las siguientes ecuaciones:

$$SD = e^{-\left(\frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\pi\right)} = e^{-\left(\frac{\zeta_d}{\sqrt{1-\zeta_d^2}}\pi\right)} \rightarrow \zeta_d \quad (3.104)$$

$$ts = \frac{4}{\zeta\omega} = \frac{4}{\zeta_d\omega_d} \rightarrow \omega_d \quad (3.105)$$

Se obtiene la dinámica dominante por el siguiente polinomio:

$$P_d(s) = (s^2 + 2\zeta_d\omega_d s + \omega_d^2) \quad (3.106)$$

$$P_d(s) = D_2 s^2 + D_1 s + D_0 \quad (3.107)$$

Como se observa el $P(s)$ es de segundo orden por lo tanto no se requiere la adición de polos insignificantes al $P_d(s)$, ya que este tiene el mismo orden.

Se procede a igualar $P(s)$ y $P_d(s)$, simplificando y despejando se obtienen los parámetros para el controlador PI, como se observa en las siguientes ecuaciones:

$$D_1 = \frac{1 + 0.8708K_p}{14.6248} \rightarrow K_p = \frac{D_1 14.6248 - 1}{0.8708} \quad (3.108)$$

$$D_0 = \frac{0.8708K_i}{14.6248} \rightarrow K_i = \frac{D_0 14.6248}{0.8708} \quad (3.109)$$

En la figura 3.25 se observa la salida del proceso de presión ante una referencia escalón de -4V en lazo abierto y en lazo cerrado, con su respectiva señal de control obtenida en MATLAB y en la figura 3.26 se observa la salida del proceso de presión ante una referencia escalón de -4V en lazo abierto y en lazo cerrado, con su respectiva señal de control obtenida en PSpice; para las siguientes especificaciones: $\%SD = 20\%$ y $ts = 40seg$, para este sistema lineal se usó un controlador PI.

Para este caso se obtuvieron los siguientes valores de los parámetros para el controlador PI, a partir del método de asignación de polos explicado.

$$K_p = 2.2106 \rightarrow R_p = 22K\Omega.$$

$$K_i = 0.8079 \rightarrow R_i = 124K\Omega.$$

En la figura 3.27 se observa la salida del proceso de presión ante una referencia escalón de 2V en lazo abierto y en lazo cerrado, con su respectiva señal de control obtenida en MATLAB y en la figura 3.28 se observa la salida del proceso de presión ante una referencia escalón de 2V en lazo abierto y en lazo cerrado, con su respectiva señal de control obtenida en PSpice; para las siguientes especificaciones: $\%SD = 10\%$ y $ts = 30seg$, para este sistema lineal se usó un controlador PI.

Para este caso se obtuvieron los siguientes valores de los parámetros para el controlador PI, a partir del método de asignación de polos explicado.

$$K_p = 3.3302 \rightarrow R_p = 33K\Omega.$$

$$K_i = 0.8544 \rightarrow R_i = 117K\Omega.$$

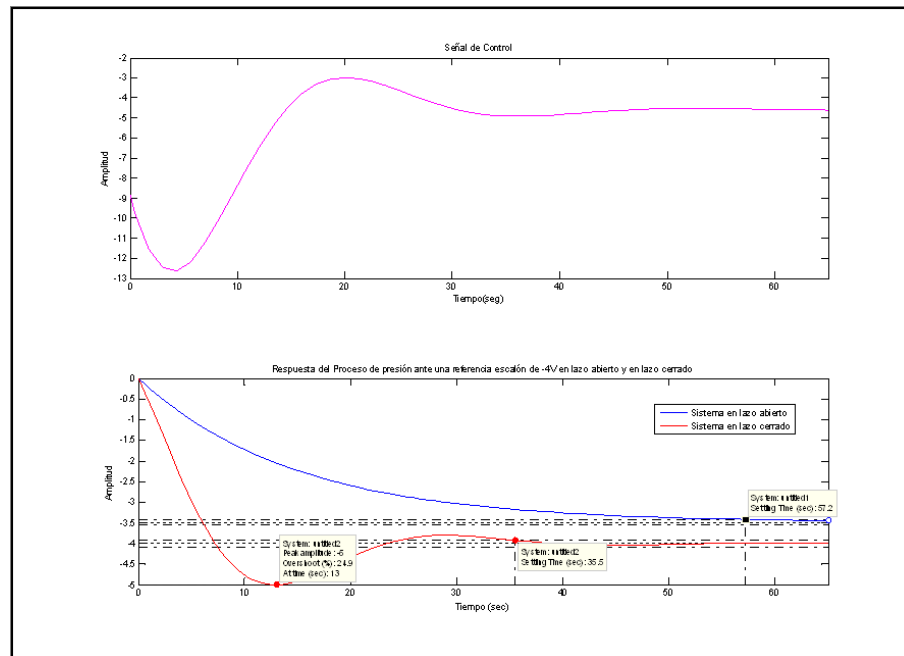


Figura 3.25: Salida del Proceso de presión ante una referencia escalón de -4V en lazo abierto y en lazo cerrado, con su respectiva señal de control obtenida en MATLAB.

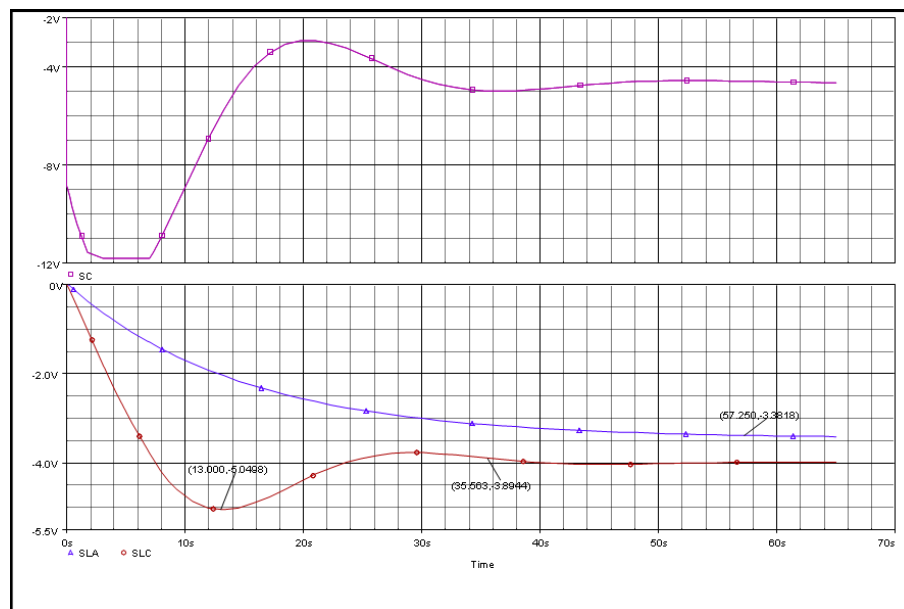


Figura 3.26: Salida del Proceso de presión ante una referencia escalón de -4V en lazo abierto y en lazo cerrado, con su respectiva señal de control obtenida en PSpice.

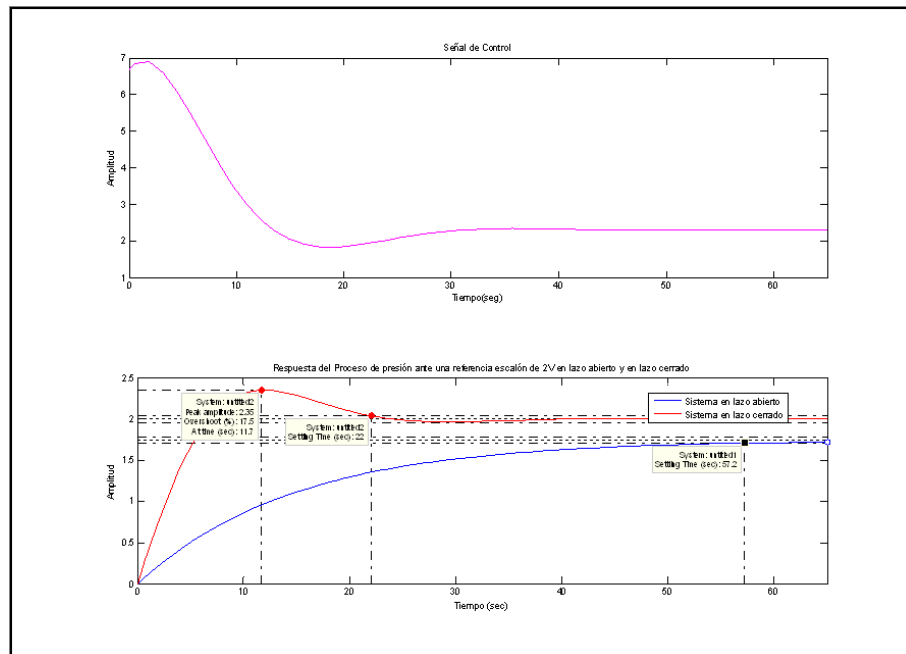


Figura 3.27: Salida del Proceso de presión ante una referencia escalón de 2V en lazo abierto y en lazo cerrado, con su respectiva señal de control obtenida en MATLAB.

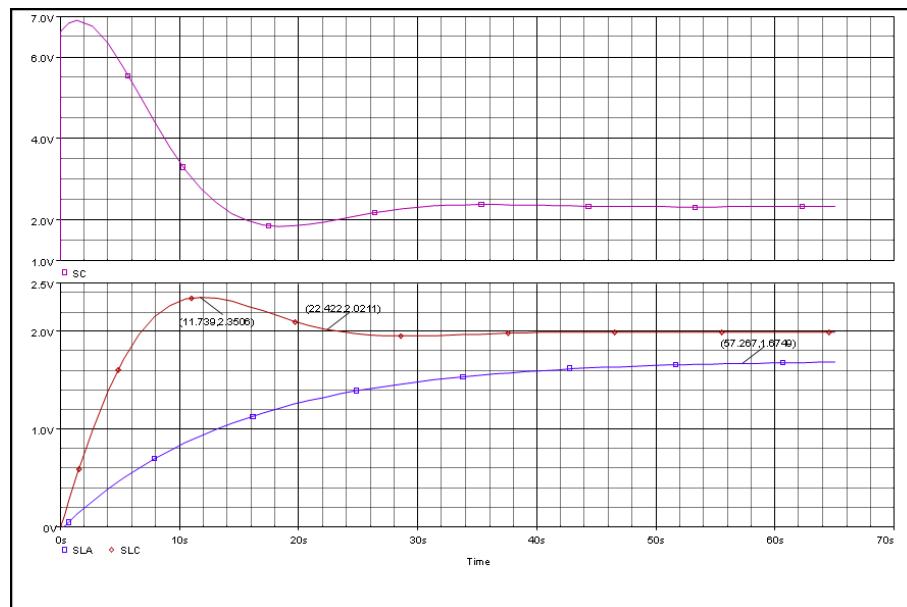


Figura 3.28: Salida del Proceso de presión ante una referencia escalón de 2V en lazo abierto y en lazo cerrado, con su respectiva señal de control obtenida en PSpice.

Luego de observar los resultados obtenidos para los diferentes procesos de estudio tanto en MATLAB como en PSpice, se verificó el desempeño del controlador PID diseñado, ya que los resultados en cada software no presentan divergencia o diferencia alguna entre sí.

Con lo expuesto anteriormente se procedió a la implementación del controlador PID.

3.3 Diseño de acondicionadores de señales para los procesos a controlar

Como se mencionó en las secciones anteriores los procesos que serán estudiados para realizar control con el PID diseñado son:

- Simulador analógico de sistemas lineales (Contreras, 2009).
- Servomotor (SERVO-MODULAR MS150).
- Proceso de presión (G35, unidad TY35/EV).

Simulador analógico de sistemas lineales

Este simulador analógico (Contreras, 2009) fue construido en paralelo con este proyecto. Este dispositivo permite simular la dinámica de ocho sistemas lineales diferentes estructuralmente, estos son de primer, segundo y tercer orden; además este simulador posee tanto sistemas estables como inestables.

Para cada sistema se pueden realizar tres posibles variaciones en uno de sus parámetros, los cuales pueden ser: ubicación de polos y ceros, ganancia y constantes de tiempo. En la tabla 3.1 se pueden observar las estructuras de los ocho sistemas lineales presentes en el simulador analógico. En la figura 3.29 se observa el simulador analógico.

En el caso del simulador analógico no se necesitó del acondicionamiento de señales, ya que tanto los voltajes de entrada permitidos por el simulador como los voltajes de salida que se obtienen de este, están en el rango de $-11V \sim +11V$, lo cual cumple con los requerimientos del controlador PID diseñado.

Las ocho funciones de transferencia de los procesos presentes en el simulador son conocidas, por lo cual no fue necesario realizar identificación en cada uno de dichos procesos.

Sistema	Representación del sistema en función de transferencia	Párametros a variar en cada sistema
1	$G_1(s) = \frac{1}{\tau s + 1}$	Ganancia Unitaria $\tau = \{10ms, 51ms, 100ms\}$
2	$G_2(s) = \frac{K}{s(\tau s + 1)}$	$\tau = 100ms$ $K = \{0.5, 1, 2\}$
3	$G_3(s) = \frac{1}{\frac{s^2}{\omega_n^2} + \frac{2\zeta s}{\omega_n} + 1}$	Ganancia Unitaria $(\zeta, \omega_n) = \left\{ (0.1, 19.6); \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, 63.02\right); (1, 89.12) \right\}$
4	$G_4(s) = \frac{1}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}$	Ganancia Unitaria fijo $\tau_1 = 100ms$ $\tau_2 = \{20ms, 50ms, 100ms\}$
5	$G_5(s) = \frac{1}{(\tau s + 1) \left(\frac{s^2}{\omega_n^2} + \frac{2\zeta s}{\omega_n} + 1 \right)}$	fijo $\zeta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\omega_n = 63.02$ $\tau = \{43ms, 110ms, 21ms\}$
6	$G_6(s) = \frac{K}{s \left(\frac{s^2}{\omega_n^2} + \frac{2\zeta s}{\omega_n} + 1 \right)}$	fijo $\zeta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\omega_n = 63.02$ $K = \{0.5, 1, 2\}$
7	$G_7(s) = \frac{K}{s(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}$	$\tau_1 = 100ms, \tau_2 = 10ms$ $K = \{0.5, 1, 2\}$
8	$G_8(s) = \frac{\tau s + 1}{\frac{s^2}{\omega_n^2} + \frac{2\zeta s}{\omega_n} + 1}$	fijo $\zeta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\omega_n = 32.14$ $\tau = \{56ms, 8ms, 44ms\}$

Tabla 3.1: Estructura de los ocho sistemas lineales del simulador analógico y sus variaciones.



Figura 3.29: Simulador analógico de sistemas lineales.

Servomotor (SERVO-MODULAR MS150)

El servomotor (motor eléctrico) sobre el que se realizaron las experiencias necesarias para lograr el objetivo propuesto, es un sistema SERVO-MODULAR MS150 con fines educativos, comercializado por FEEDBACK LTD.

Este servomotor constituye un sistema de control de posición y velocidad, el cual puede realizarse de manera analógica usando potenciómetros o gracias a canales de entrada y salida de voltaje con lo que el sistema puede interactuar con otros dispositivos como por ejemplo una tarjeta de adquisición de datos.

Puede ser controlado a través de un computador digital u otros dispositivos como en éste caso con el controlador PID analógico implementado, a través del cual se hizo control de velocidad.

La unidad SERVO-MODULAR MS150 consta de los siguientes módulos:

- Unidad atenuadora 150B.
- Unidad preamplificadora 150C.

- Servo amplificador 150D.
- Unidad de Motor 150F.
- Entrada y salida de potenciómetros 150H - 150K.
- Unidad de carga 150L.
- Modulos auxiliares.

Cada uno de estos modulos tiene una función específica.

- Unidad operacional: es un amplificador de fines generales para múltiples entradas y varios lazos de realimentación.
- Atenuador: permite calibrar los potenciómetros para ganancias en realimentación tacométrica.
- Unidad preamplificadora: esta unidad cuenta con dos canales de entrada y una salida del movimiento recíproco para la impulsión directa del servo amplificador.
- Unidad de motor: es un módulo que integra el servomotor y el tacogenerador que se encarga de traducir la velocidad del rotor del motor.

La unidad de tacogenerador funciona como un sensor de velocidad angular, convirtiendo la energía rotacional del eje en energía eléctrica proporcional a la rotacional y que puede ser fácilmente medida. Para generar la corriente a partir del giro se acopla al eje una espira situada dentro de un campo magnético fijo, creado por los dos imanes. Al girar el motor, la espira girará en el interior del campo magnético, lo que provocará una corriente eléctrica. En la figura 3.30 se observa el servomotor en estudio.

Para el servomotor, al igual que en el simulador, no fue necesario realizar acondicionamiento de señales. En este caso las señales de entrada permitidas por el servomotor están entre $-1.5V \sim +1.5V$, y sus voltajes de salida oscilan entre $-10V \sim +10V$. Se observa que el rango de voltajes de entrada es pequeño, pero

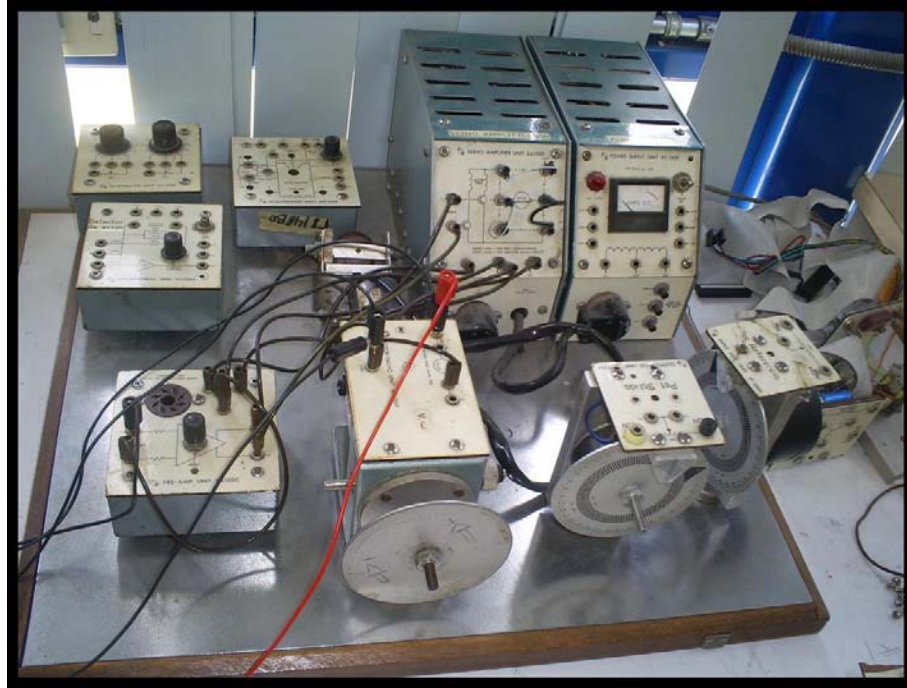


Figura 3.30: Servomotor (SERVO-MODULAR MS150).

en el estudio realizado se observó que las señales de control, en la mayoría de las especificaciones deseadas, eran señales en el orden de los mV, por esta razón no se realizaron circuitos acondicionadores para este proceso.

En este caso se realizó el proceso de identificación para obtener la función de transferencia que representa al servomotor, para realizar control de velocidad sobre este. La función de transferencia que se obtuvo es la siguiente y los programas usados para la obtención de esta se observa en el apéndice D.

$$G(s) = \frac{K}{\tau s + 1} = \frac{12.2}{0.3174s + 1} \quad (3.110)$$

Proceso de presión (G35, unidad TY35/EV)

Esta planta constituye un proceso de presión; dicha unidad consta de un compresor y de un depósito de aire comprimido, cuya función es suministrar el aire para obtener un nivel de presión en el depósito. Asimismo cuenta con un transductor de presión, el cual

realiza la conversión de presión a voltaje, permitiendo tener como salida del proceso de presión una señal eléctrica.

El sistema está constituido por una válvula proporcional controlada por un motor eléctrico; un manómetro montado en la unidad permite medir la presión en el depósito. Una válvula controlada manualmente permite producir variaciones en la carga de presión y cuenta con una válvula de máxima presión que impide que la presión alcance valores peligrosos dentro del depósito, el rango de presiones admitidas por la unidad se encuentra entre $0 \sim 2 \text{ bar}$.

En la figura 3.31 se observa el proceso de presión en estudio.



Figura 3.31: Proceso de presión (G35, unidad TY35/EV).

A continuación se describen brevemente los elementos que componen dicho proceso y su respectiva función:

- **Motor:** se alimenta del voltaje de línea (127 volts alterna) y su función es accionar el compresor.

- **Compresor:** se encarga de tomar el aire del medio ambiente a través de un filtro y lo inyecta al depósito por medio de una manguera.
- **Válvulas:**
 - **Válvula proporcional:** se encarga de mantener una presión fija en el depósito indicada por el valor de referencia.
 - **Válvula auxiliar:** esta se debe usar cuando la presión en el depósito aumente en forma drástica, su activación es manual. A través de esta válvula se pueden realizar perturbaciones cuando se desee.
 - **Válvula de seguridad:** está diseñada para activarse cuando la presión del depósito sea mayor a 2 bares.

En el proceso de presión se realizaron dos circuitos acondicionadores de señales, uno para la señal de entrada y otro para la señal de salida, las razones son las siguientes:

En el caso de la señal de entrada, el proceso de presión acepta voltajes entre $2V \sim 4V$, y las señales de control obtenidas durante las simulaciones realizadas son mayores a este rango por lo cual se diseñó el siguiente circuito acondicionador (figura 3.32), para transformar el rango de $-10V \sim +10V$ que sale del controlador a $2V \sim 4V$ requerido por la válvula proporcional del proceso de presión.

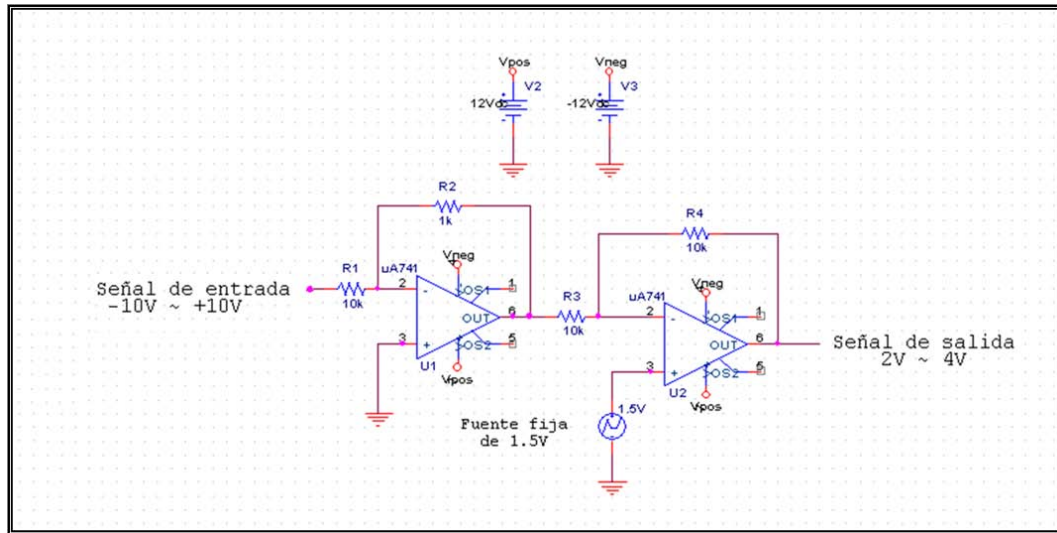


Figura 3.32: Circuito acondicionador para la señal de entrada del proceso de presión.

La ecuación matemática correspondiente a este circuito acondicionador es la siguiente:

$$V_s = \frac{R_2}{R_1} V_e + \left(\frac{R_4}{R_3} + 1 \right) 1.5V \quad (3.111)$$

Sustituyendo los valores de las resistencias se simplifica la ecuación de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} V_s &= 0.1V_e + (1 + 1) 1.5V \\ V_s &= 0.1V_e + 3V \end{aligned} \quad (3.112)$$

Se puede observar en la figura 3.32 que la primera parte del circuito acondicionador realiza una atenuación en la señal de entrada; en la segunda parte se realiza un desplazamiento de $3V$ en la señal resultante.

Para la señal de salida del proceso de presión también se diseñó un circuito acondicionador, debido a que el rango de dicha señal estaba entre $0V \sim 4V$, la cual proviene de un amplificador de instrumentación (figura 3.33) que está acoplado en la salida del transductor del proceso de presión. La ecuación de este circuito es la siguiente:

$$\begin{aligned} R_c &= R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = R_6 = R_7 = 10K\Omega \\ R_g &= R_1 = 750\Omega \end{aligned} \quad (3.113)$$

$$V_s = (V_2 - V_1) \left(1 + \frac{2R_c}{R_g} \right) = (S2 - S1) \left(1 + \frac{2(10K\Omega)}{750\Omega} \right) = (S2 - S1) (27.7) \quad (3.114)$$

Este circuito amplificador se anexó debido a que el transductor tenía como salida dos señales y su rango de voltaje diferencial oscilaba entre $0V \sim 0.14V$; por lo tanto a través de este circuito se obtuvo como salida una única señal y se amplificó a $0V \sim 4V$.

A pesar de ser un intervalo de voltaje aceptable, este es pequeño en comparación al rango requerido por el controlador. En otras palabras, cuando se tiene un %BP

(Porcentaje de Banda Proporcional) pequeño el parámetro K_p correspondiente a la acción proporcional del controlador será grande, por lo cual en este caso hace que hayan saturaciones en los amplificadores operacionales que conforman el controlador, por lo tanto al aumentar el %BP la acción proporcional disminuye. La relación entre el %BP y el parámetro K_p es la siguiente: $\%BP = \left(\frac{1}{K_p}\right) 100\%$.

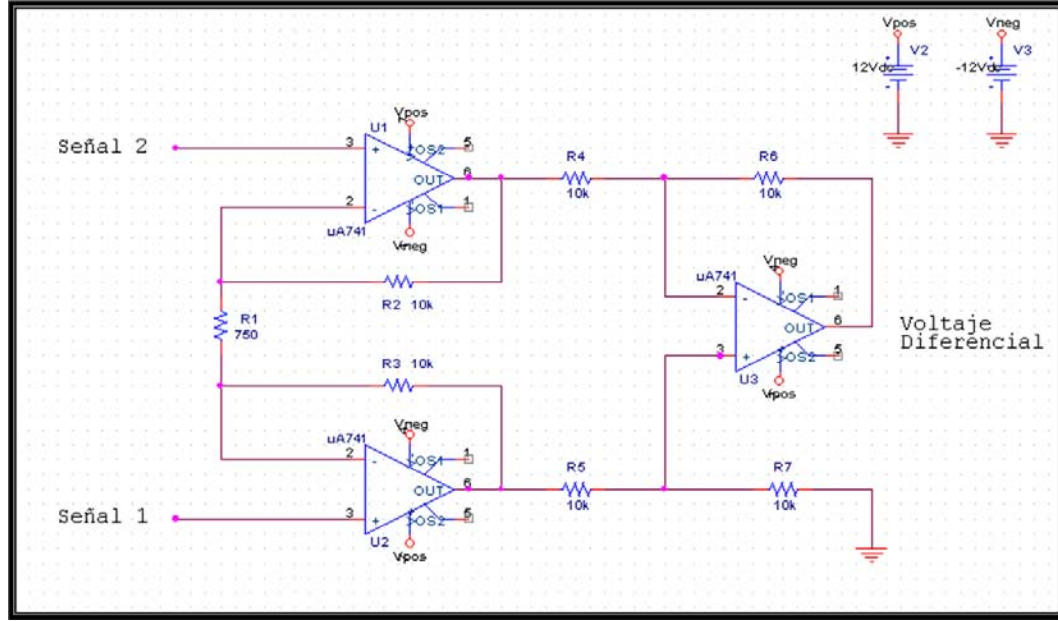


Figura 3.33: Circuito amplificador de instrumentación para la señal de salida del transductor del proceso de presión.

En la figura 3.34 se observa el circuito acondicionador diseñado para la señal de salida del proceso de presión.

La ecuación matemática de la configuración de dicho circuito es la siguiente:

$$V_s = \left(R_3 \left(\frac{V_e}{R_1} + \frac{-2V}{R_2} \right) \right) \frac{R_5}{R_4} \quad (3.115)$$

Sustituyendo los valores de las resistencias se simplifica la ecuación de la siguiente manera:

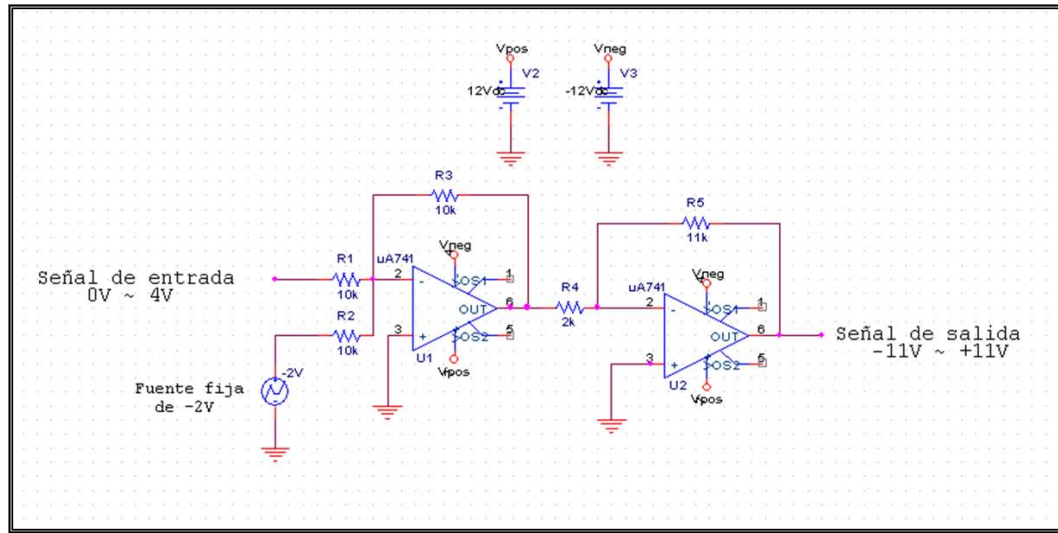


Figura 3.34: Circuito acondicionador para la señal de salida del proceso de presión.

$$V_s = 5.5 (V_e - 2V) \quad (3.116)$$

Se puede observar en la figura 3.34 que la primera parte del circuito acondicionador realiza un desplazamiento de $-2V$ en la señal de entrada y en la segunda parte se realiza una amplificación en la señal obtenida de la primera parte.

Finalmente se acopló al proceso de presión los dos circuitos acondicionadores mencionados anteriormente y el amplificador de instrumentación, para realizar el proceso de identificación y así obtener la función de transferencia correspondiente a todo el proceso, con el objetivo de poder realizar control de presión sobre este. La función de transferencia que se obtuvo es la siguiente y los programas usados para la obtención de esta se observa en el Apéndice D.

$$G(s) = \frac{K}{\tau s + 1} = \frac{0.8708}{14.6248s + 1} \quad (3.117)$$

En las siguientes figuras 3.35, 3.36 y 3.37 se observan los diagramas de bloques de los tres sistemas de control en lazo cerrado de los procesos estudiados para controlar con el controlador PID diseñado.

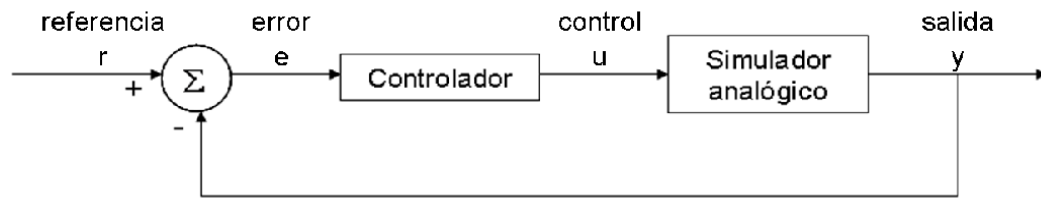


Figura 3.35: Diagrama de bloques del sistema de control en lazo cerrado para el simulador analógico.

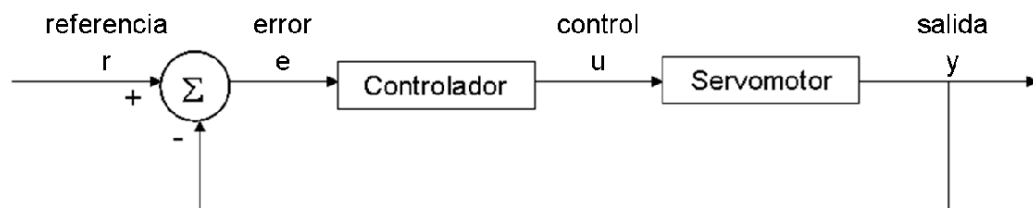


Figura 3.36: Diagrama de bloques del sistema de control en lazo cerrado para el servomotor.

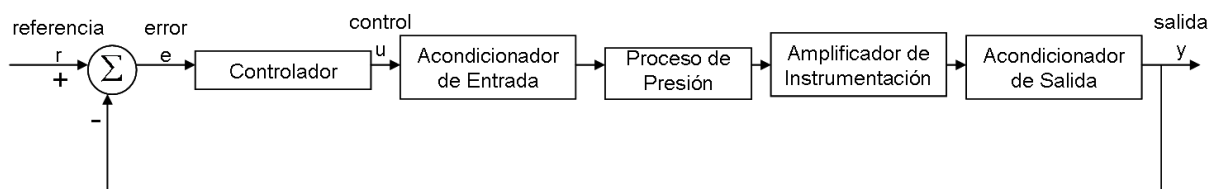


Figura 3.37: Diagrama de bloques del sistema de control en lazo cerrado para el proceso de presión.

3.4 Diseño de la Fuente de Alimentación

En la figura 3.38 se observa el esquema de la fuente de alimentación diseñada para el funcionamiento del controlador PID.

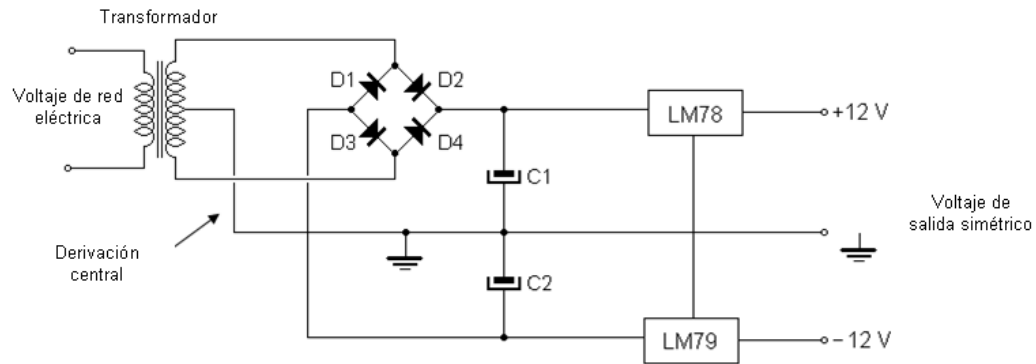


Figura 3.38: Fuente de alimentación con puente rectificador y reguladores de voltaje (esquema).

La fuente diseñada consta de cuatro etapas, donde en cada una de ellas se realiza una función:

- En la primera etapa a través de un transformador con derivación central se disminuye el voltaje de corriente alterna (ca), el cual es obtenido de la red eléctrica (110V). El valor al que se reduce dicho voltaje es aproximadamente 30V.
- En la segunda etapa se encuentra el puente rectificador de onda completa, el cual transforma la señal alterna de 30V que sale del transformador en una señal continua.
- En la tercera etapa se realiza un filtrado para disminuir el rizo de la señal tanto positiva como negativa, para este caso el valor del capacitor usado es de $3300\mu f$ para ambas señales, estos capacitores están representados en la figura 3.38 como C_1 y C_2 .
- En la cuarta etapa se cuenta con dos circuitos integrados reguladores de

voltaje, los cuales hacen que el voltaje de salida sea constante, haciendo el rizo despreciable.

Para obtener la señal positiva se usó el regulador LM7812 y para la señal negativa el LM7912, los cuales requieren para su configuración dos capacitores, uno de $2.2\mu f$ y uno de $1\mu f$.

En la figura 3.39 se observa la fuente de alimentación implementada para el controlador PID.

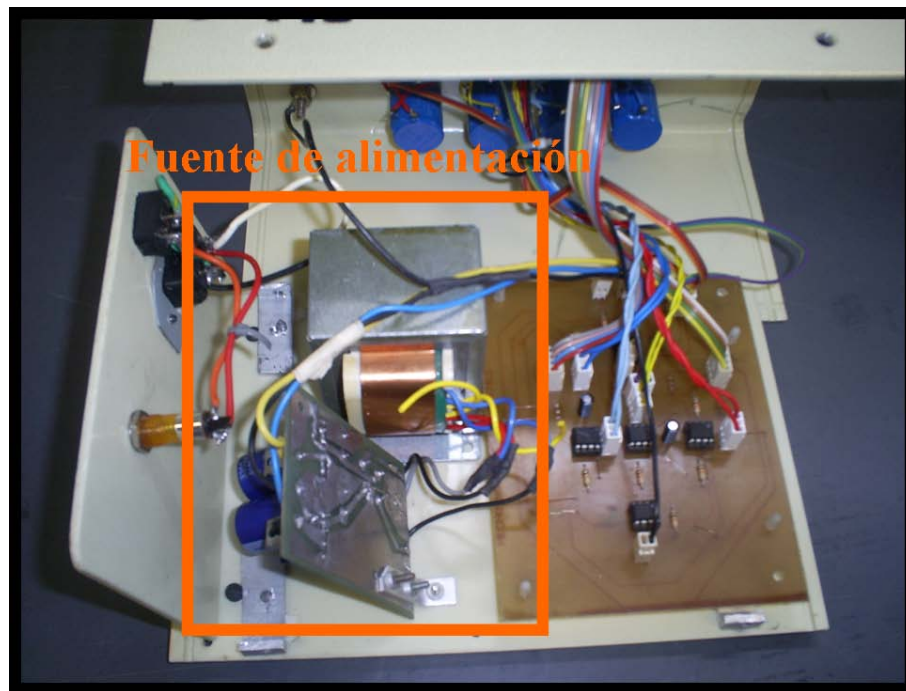


Figura 3.39: Fuente de alimentación implementada con puente rectificador y reguladores de voltaje.

Así a través de la fuente construida se obtienen los voltajes de +12V y de -12V, requeridos para la alimentación de los componentes electrónicos que constituyen el controlador PID analógico.

Capítulo 4

Implementación del Controlador PID

4.1 Selección de componentes para la implementación del controlador PID

Luego de realizado el diseño del controlador que satisface los objetivos planteados, se procedió a realizar la implementación; esto se inició eligiendo componentes electrónicos accesibles en el mercado y de fácil uso.

En la tabla 4.1 se indican los componentes usados para la construcción del controlador PID analógico, posteriormente se dará una breve justificación sobre la elección de cada uno de los componentes.

Uno de los principales componentes usados para este proyecto fue el amplificador operacional $\mu A741$ (encapsulado DIP de 8 terminales), porque es de bajo costo y es muy utilizado en diversas aplicaciones analógicas, este amplificador es monolítico de alto rendimiento, construido mediante el proceso epitaxial planar de *Fairchild* (fabricante); además posee un alto intervalo de voltaje en modo común ya que carece de tendencia a la retención. Otras ventajas que ofrece el $\mu A741$ es que es ideal como seguidor de voltaje, su alta ganancia y amplia gama de voltajes de operación le permiten lograr un excepcional rendimiento como integrador, amplificador sumador

y en aplicaciones de retroalimentación en general, no necesita de compensación en frecuencia y protege contra cortocircuitos.

Se usaron resistencias de película de carbón porque tienen como características principales uniformidad de dimensiones, durabilidad, propiedades de aislamiento superiores, alta inmunidad a influencias externas, bajo nivel de ruido y alta estabilidad debido a su estrecho coeficiente de temperatura, además es posible obtener valores en un rango bastante amplio de resistencia.

Este tipo de resistencias es usado en una gran variedad de circuitos electrónicos, además este tipo de resistor no presenta cambios apreciables en su resistencia por efecto del calor producido al soldarlo en los circuitos.

El valor escogido para las resistencias usadas en la implementación del controlador se seleccionó relativamente intermedio entre las resistencias comerciales existentes.

En el caso de los capacitores se usaron dos de tipo electrolítico, estos son populares debido a su bajo costo y gran capacitancia por unidad de volumen, debido a que se recurre a reducir la separación entre las placas, a aumentar el área enfrentada de las mismas y a la utilización de un dieléctrico de elevada constante dieléctrica; otras de las características que presentan estos capacitores es que están diseñados para aplicaciones a frecuencias bajas y poseen polaridad, por lo que se debe tener prevención al momento de realizar las respectivas conexiones.

Para disminuir el ruido que proporcionan las fuentes de alimentación (+12V y -12V) usadas para energizar los amplificadores operacionales, se usaron capacitores cerámicos de $0.1\mu f$ para filtrar dichas fuentes, estos se usaron en el circuito impreso, los cuales se fijaron a la placa fotosensible, en la figura 4.6 se pueden observar.

Para las correspondientes pruebas del controlador realizadas en el protoboard, se seleccionaron potenciómetros ajustables multivoltas (trimmer) para cada uno de los parámetros del controlador PID, por la comodidad que ofrecen; tanto por sus dimensiones físicas como por su fácil uso. El número de vueltas que posee este modelo

de potenciómetro para llegar a su resistencia máxima es de 20 vueltas, poseen una tolerancia de $\pm 10\%$, el rango de temperatura es de $-55^{\circ}C$ a $+125^{\circ}C$ y la disipación de potencia es de $0.75W$ a $70^{\circ}C$.

Para la implementación del controlador en el circuito impreso se utilizaron dos potenciómetros en serie en cada una de las etapas del controlador, uno para realizar ajuste fino ($10K\Omega$, multivuelas) y el otro para ajuste grueso ($1M\Omega$, 1 vuelta), para así obtener valores más precisos en cada uno de los parámetros del controlador.

Para poder realizar las mediciones de ajuste en los potenciómetros mencionados anteriormente se usó un switch, ya que debido al efecto de carga los valores de dichos potenciómetros se alteran, lo cual se soluciona mediante dicho componente. Por lo tanto cuando se requiera ajustar los potenciómetros se activará el switch (ON), el cual automáticamente abre el circuito en las cuatro regiones donde se encuentran los potenciómetros en serie, luego de realizadas las correspondientes mediciones se desactiva (OFF) para seguir con el procedimiento de control.

Se utilizó un control selector, el cual se eligió de 3 polos y 4 vías para poder realizar la selección entre los cuatro tipos de controladores diseñados (P, PI, PD, PID), ya que este permite desviar o interrumpir el curso de la corriente eléctrica.

La tarjeta o placa que se usó para realizar el circuito impreso es fotosensible positiva de una cara, de dimensiones de $152,4mm \times 228,6mm$ (para este caso se usó la mitad de la tarjeta) de *Injectorall Electronics* (fabricante).

La cual presenta las siguientes características: posee recubrimiento de cobre y resina, la cual se activa por luz de tipo positiva. Esta tarjeta se seleccionó debido a que el método usado para hacer el circuito impreso es más preciso en cuanto a las pistas de conexión entre los componentes y además el ruido es mínimo, lo cual es una gran ventaja. En la figura 4.1 se presenta la estructura de la placa fotosensible positiva.

Dichas capas se explican a continuación:

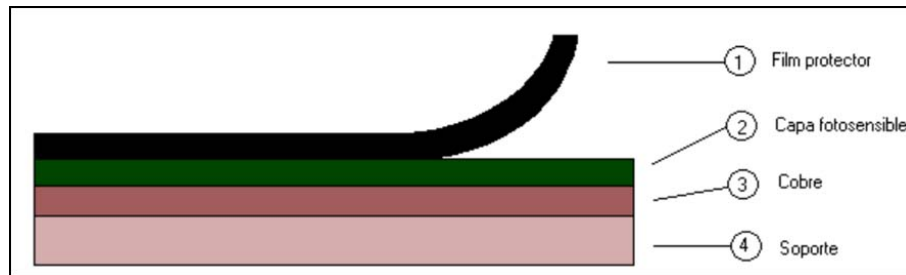


Figura 4.1: Estructura de una placa fotosensible positiva.

Film protector: este tiene como función proteger de los rayos UV (ultravioleta) la capa fotosensible.

Capa fotosensible: las propiedades fundamentales de esta son: resistente a los ácidos, es vulnerable a los rayos UV. La capa fotosensible tiene un espesor aproximado de $4 \sim 6\mu m$ (micras), sirve para la protección del cobre frente al agente de grabado que es un ácido.

Cobre: la capa de cobre tiene un espesor que puede oscilar entre 0.025 y 0.07 mm.

Material de soporte: los materiales más usados son la baquelita y la fibra de vidrio, aunque también existen otros materiales.

Para realizar las respectivas conexiones entre el controlador PID y equipos o procesos externos se usaron bornes; asimismo se usaron perillas para el fácil manejo de los potenciómetros y el selector de control.

Se usaron conectores y zócalos en la construcción del circuito impreso con la finalidad de ofrecer ventajas en caso de ser necesario hacer cambios de componentes, ya que de esta manera no se trabaja directamente con la placa fotosensible, lo cual evita daños en la misma.

4.2 Pruebas preliminares para la implementación del controlador PID

La construcción de los diseños circuitales de cada etapa del controlador analógico se inició realizando el montaje de los amplificadores operacionales $\mu A741$, las resistencias, los capacitores y el control selector sobre un protoboard (tablero de prototipos) para comprobar el funcionamiento de las configuraciones diseñadas en el capítulo anterior antes de realizar su respectivo circuito impreso.

El proceso de montaje fue el siguiente: se colocaron los amplificadores operacionales $\mu A741$ sobre el protoboard, se anexaron tanto las resistencias como los capacitores según las configuraciones diseñadas; se hicieron las respectivas conexiones para alimentar los amplificadores $\mu A741$ con las fuentes de $+12V$, $-12V$ y tierra.

Estas conexiones se realizaron de la siguiente manera: el pin 3 de todos los amplificadores se conectó a tierra, el pin 4 se conectó a la fuente de voltaje negativa de $-12V$ y el pin 7 se conectó a la fuente de voltaje positiva $+12V$ (figura 4.2)

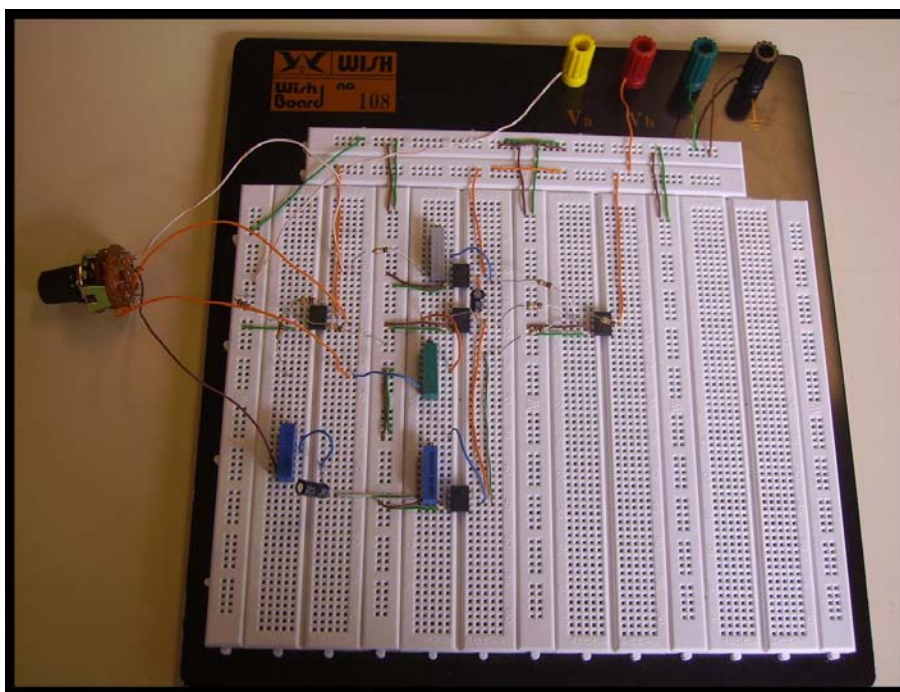


Figura 4.2: Montaje del controlador PID en protoboard.

Se seleccionaron fuentes de $+12V$ y $-12V$, porque están entre el rango permitido de voltaje de alimentación para el amplificador y por comodidad, ya que se encuentran en el laboratorio de control para la realización de prácticas.

Se revisó nuevamente el diseño electrónico del controlador y se encendieron las fuentes de voltaje mencionadas.

Realizadas tanto las conexiones como la energización de los amplificadores, se procedió a hacer las pruebas correspondientes en cada proceso, para ello se necesitó de un generador de señales, un osciloscopio y cables de conexión.

Para las pruebas del controlador se realizó inicialmente una medición por separado en cada una de las fases del controlador PID; para esto se desconectó la realimentación en el controlador y se usó el generador de señales para conseguir una señal cuadrada de $1V$ como entrada de referencia para el controlador, dicha señal se observó en el osciloscopio para obtener el valor de referencia deseado.

Se procedió a observar la señal de salida en cada una de las etapas del PID, en especial del integrador y derivador, ya que la salida del integrador corresponde a una señal triangular y la salida del derivador es un tren de espigas (positivas y negativas).

Verificadas cada una de las configuraciones que conforman el controlador, se procedió a realizar las pruebas con cada uno de los procesos seleccionados para controlar.

El primero que se tomó para el inicio de dichas pruebas fue el simulador analógico de sistemas lineales (Contreras, 2009), el cual posee ocho sistemas y en cada uno de ellos se realizan tres variaciones en uno de sus parámetros, como por ejemplo: constante de tiempo, ganancia estática, etc; para esto se necesitó nuevamente el generador de señales, el osciloscopio y cables de conexión.

El procedimiento para verificar si el controlador PID realizaba el control correctamente sobre cada uno de dichos sistemas fue el siguiente: se conectó el simulador a sus respectivas fuentes de alimentación de $-12V$, $+12V$ y tierra, con

el fin de energizar los amplificadores existentes; se escogió una de las funciones de transferencia y se seleccionó una de las tres variaciones, a dicha función se le incorporó una señal de entrada para lo cual se usó el generador de señales, en este caso una señal cuadrada de 1V.

Se observó la salida de este proceso en lazo abierto mediante el osciloscopio, así se pudo observar y analizar el comportamiento y escoger los valores de las especificaciones para mejorar la respuesta mediante el uso del controlador PID analógico.

Mediante los programas creados en MATLAB mencionados en el capítulo anterior, se introdujeron las especificaciones (porcentaje de sobre-disparo ($\%SD$) y tiempo de establecimiento (ts)) deseadas para el proceso y se seleccionó el valor del parámetro variable correspondiente a la función en estudio del simulador.

Al introducir estos valores, el programa realiza los respectivos cálculos de los parámetros mediante el método de asignación de polos y retorna los valores que se deben ajustar en cada uno de estos, mediante los potenciómetros para cumplir con dichas especificaciones.

Para realizar el ajuste se usó un multímetro, para medir el valor resistivo adecuado; este procedimiento se realizó en los cuatros potenciómetros correspondientes a los cuatro parámetros del controlador; realizado esto se conectaron las fuentes de alimentación de $-12V$, $+12V$ y tierra al protoboard para alimentar a los amplificadores que conforman el controlador.

Se procedió a cerrar el lazo con el simulador y el controlador de la siguiente manera: la señal de salida del controlador PID (señal de control) se tomó como señal de entrada para el simulador y la señal de salida de la función seleccionada del simulador se conectó al punto de realimentación del controlador.

De esta manera se conformó el sistema de control en lazo cerrado; con el uso del osciloscopio se observó la señal de salida de la función controlada, observándose que el controlador PID realizaba la acción de control correctamente. Este proceso se realizó para todas las funciones de transferencia (con sus variaciones) del simulador analógico.

Finalizadas las pruebas con el simulador se procedió a probar el controlador con otros dos procesos existentes actualmente en el laboratorio de control, estos son: el servomotor (SERVO-MODULAR MS150) y el proceso de presión (G35, unidad TY35/EV).

En estos también se pudo verificar el funcionamiento del controlador y además se observó que el controlador PID construido puede ser usado en diversos procesos, con esto se cumplió uno de los objetivos planteados (1.3.2).

4.3 Construcción del circuito impreso para el controlador PID

Efectuadas las respectivas pruebas se obtuvo seguridad en el diseño seleccionado para el controlador, por lo cual se procedió a hacer el circuito impreso del controlador PID analógico, para esto se usó Proteus 7 Professional (Electronics), en el cual se creó la simulación electrónica del PID.

Este simulador tiene dos fases, en la primera fase se realizó el montaje del diseño en ISIS, el cual posee una gran diversidad de los componentes electrónicos existentes en el mercado, lo cual ofrece la ventaja de seleccionar los componentes con las características exactas que se desean.

Realizado el diseño se accedió a la fase dos, en esta se usa ARES, en la cual ya se tienen los componentes usados en ISIS, por lo tanto sólo se crearon las pistas o conexiones entre los componentes, las cuales deben cumplir ciertas características (como por ejemplo el ancho de las pistas no debe ser muy fino, no se deben hacer pistas que posean ángulos de 90°, entre otras), terminado el enlace entre todos los componentes se pudo observar como quedaría el diseño en el circuito impreso.

En las figuras 4.3 y 4.4 se pueden observar los diseños obtenidos tanto en ISIS como en ARES para la realización del circuito impreso. En el diseño de ISIS se señaló cada etapa del controlador PID.

El proceso para crear el circuito impreso varía de acuerdo al tipo de tarjeta que se

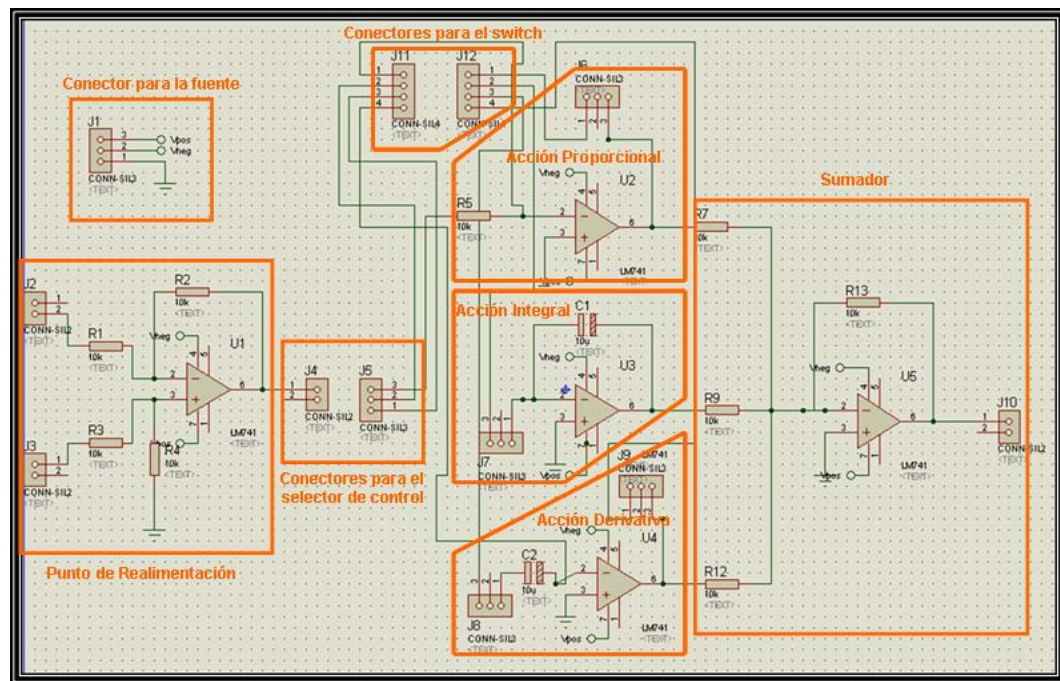


Figura 4.3: Diseño obtenido en Proteus: ISIS para la realización del circuito impreso del controlador PID.

use, en este caso se utilizó una placa fotosensible positiva, por lo cual el método que se usó es el fotográfico, los pasos seguidos fueron:

Se realizó la impresión del circuito construido en Proteus (específicamente en ARES), el cual debe ser impreso sobre un material transparente tipo papel de acetato (fotolito) con las pistas y nodos lo suficientemente opacos para no permitir el paso de la radiación ultravioleta.

En un cuarto sin iluminación se procedió a quitar el film protector de la placa fotosensible para unir a la placa el diseño impreso en el acetato.

Durante 2 minutos se introdujo la placa en una insoladora que proporciona rayos UV.

Se sumergió la placa en hidróxido de sodio durante aproximadamente 1 minuto, se lavó con agua y se introdujo en otra solución por 2 minutos (percloruro de hierro); realizado esto se lavó nuevamente la placa, se dejó secar y así se obtuvo el circuito impreso.

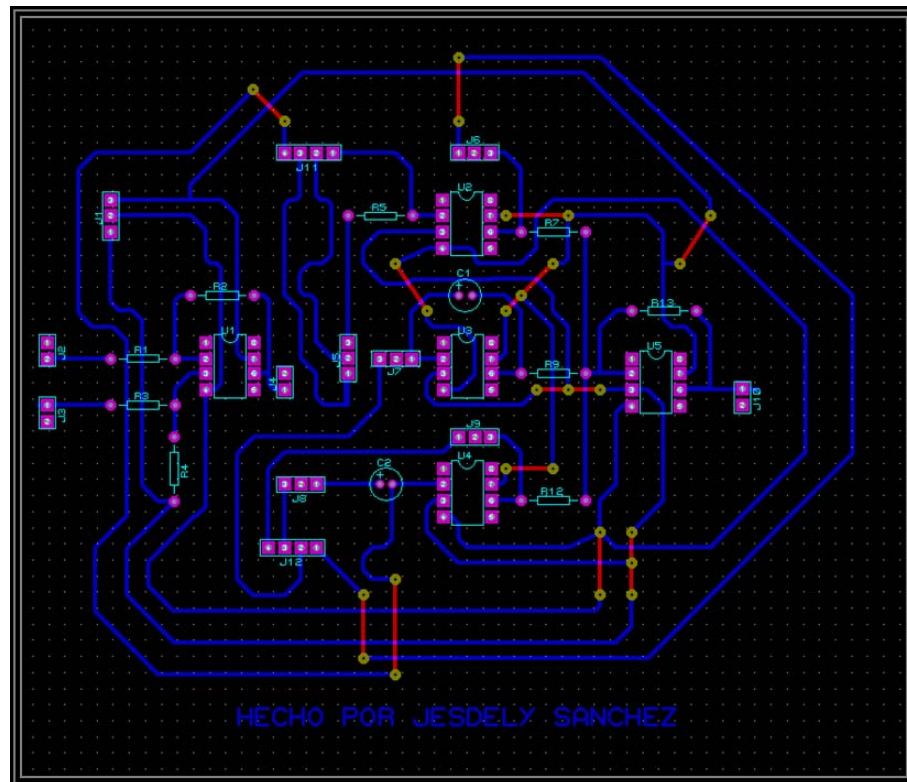


Figura 4.4: Diseño obtenido en Proteus: ARES para la realización del circuito impreso del controlador PID.

Creado el circuito impreso, se taladraron los agujeros con las brocas adecuadas y se montaron todos los componentes (zócalos, resistencias, capacitores, conectores, etc.) para realizar la soldadura de cada uno de ellos en el circuito impreso.

En las figuras 4.5 y 4.6 se observan las dos caras del circuito impreso del controlador PID con sus respectivos componentes.

Construido totalmente el circuito impreso del controlador PID se procedió a acondicionar una caja, con el fin de almacenar la fuente diseñada y el circuito impreso del controlador.

Se hicieron las respectivas conexiones entre la fuente y el controlador, se adicionaron a la caja los bornes, las perillas, el switch, los potenciómetros y todas las conexiones entre sí.

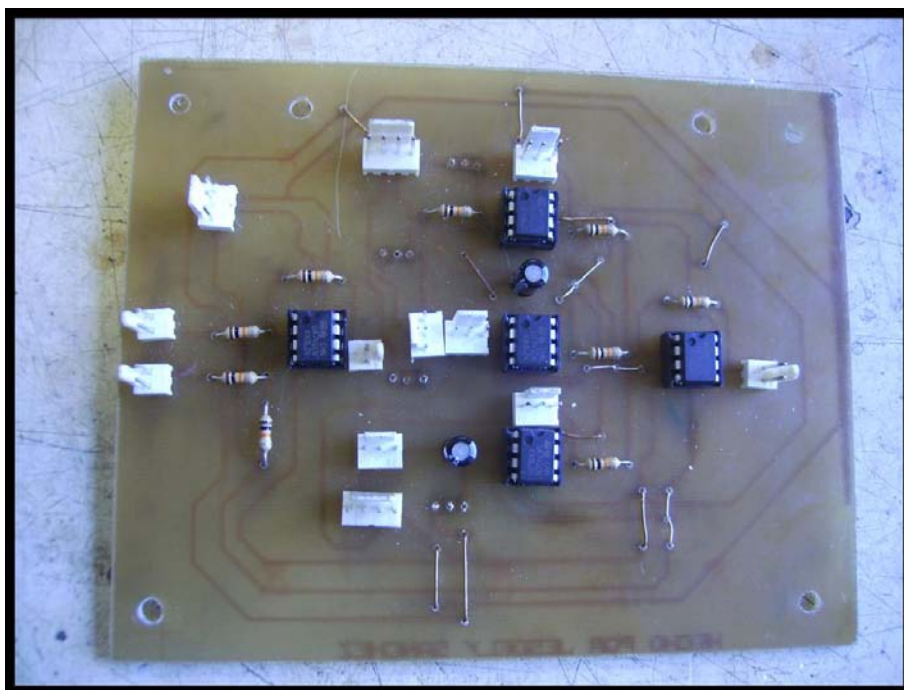


Figura 4.5: Cara superior del circuito impreso del controlador PID.

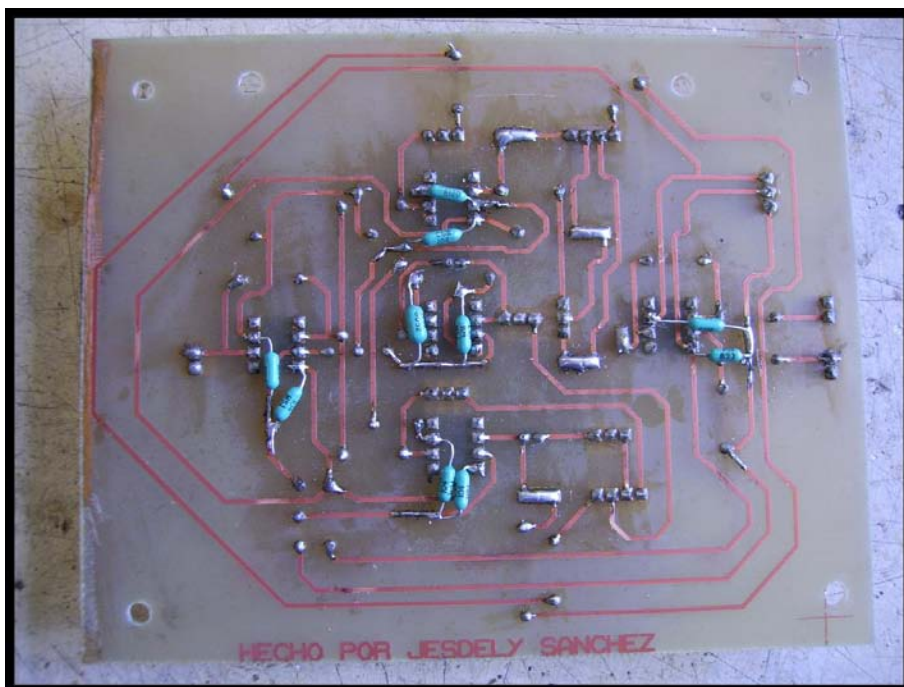


Figura 4.6: Cara inferior del circuito impreso del controlador PID.

Para facilitar el manejo del controlador PID analógico se etiquetó en la caja cada componente externo de la siguiente manera:

En el caso de los potenciómetros se etiquetaron de acuerdo al parámetro del controlador PID que representan:

$$K_p \rightarrow R_p = K_p R_5 = R_6 \quad (4.1)$$

$$K_i \rightarrow R_i = \frac{1}{C_1 K_i} = R_8 \quad (4.2)$$

$$K_d \rightarrow R_d = \frac{K_d}{C_2} = R_{11} \quad (4.3)$$

$$\tau_D \rightarrow R_{\tau_D} = \frac{\tau_D}{C_2} = R_{10} \quad (4.4)$$

La señal de referencia se etiquetó como V_{ref} , la señal de realimentación como V_{sp} , la cual proviene del proceso que se esté controlando, V_{sc} a la señal de control, la cual es proporcionada por el controlador y GND representa la conexión común (tierra) que se debe hacer con todos los dispositivos que se estén usando.

Para la selección de los tipos de controladores de la familia del PID se etiquetó de la siguiente forma:

- 0 para P (controlador Proporcional).
- 1 para PI (controlador Proporcional-Integral).
- 2 para PD (controlador Proporcional-Derivativo).
- 3 para PID (controlador Proporcional-Integral-Derivativo).

En el caso del switch se indicó ON para activado y OFF para desactivado.

De esta manera se concluyó con la implementación del controlador PID analógico y se procedió con la realización de las pruebas en cada uno de los procesos mencionados, para verificar el funcionamiento del controlador construido.

En las siguientes figuras se puede observar el controlador PID implementado.

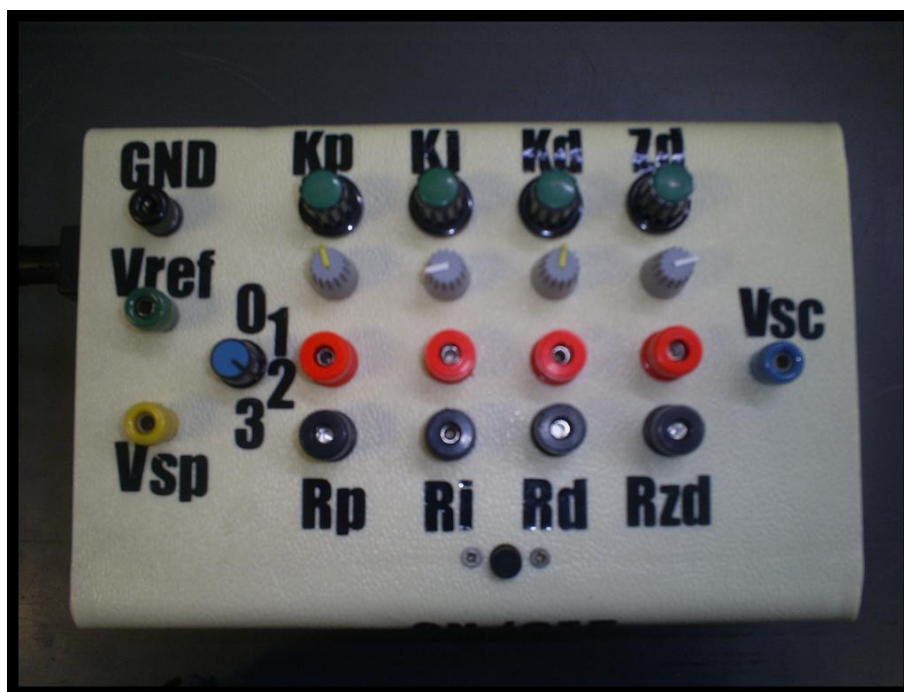


Figura 4.7: Vista superior del controlador PID analógico.

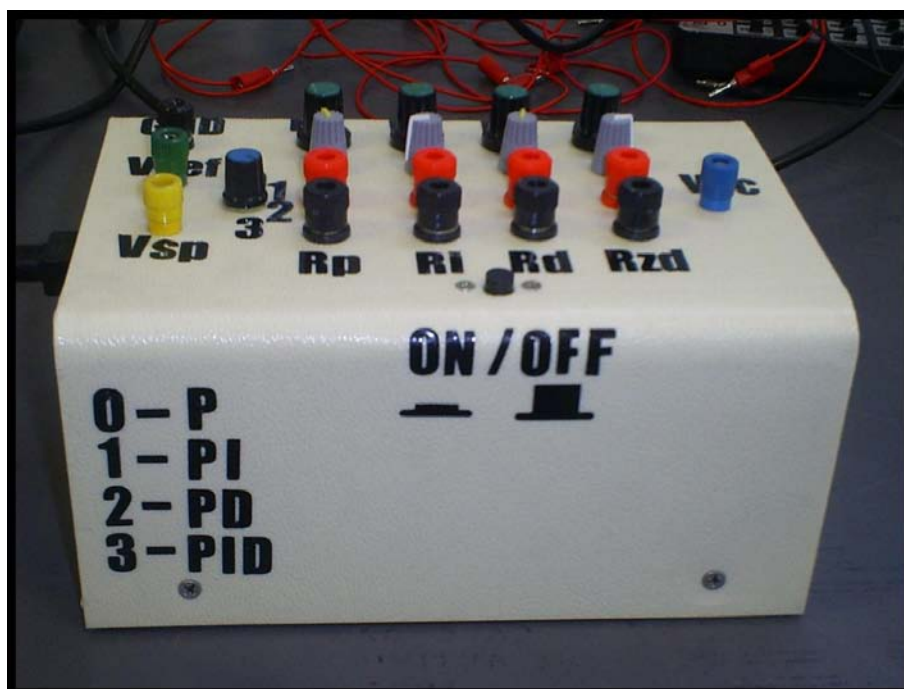


Figura 4.8: Vista lateral del controlador PID analógico.

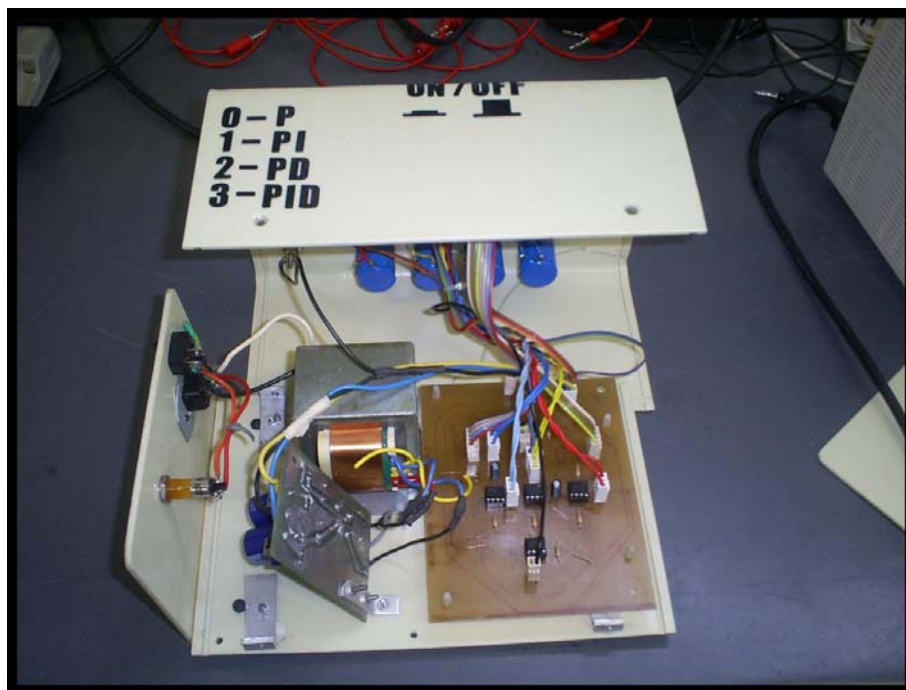


Figura 4.9: Vista interna del controlador PID analógico.

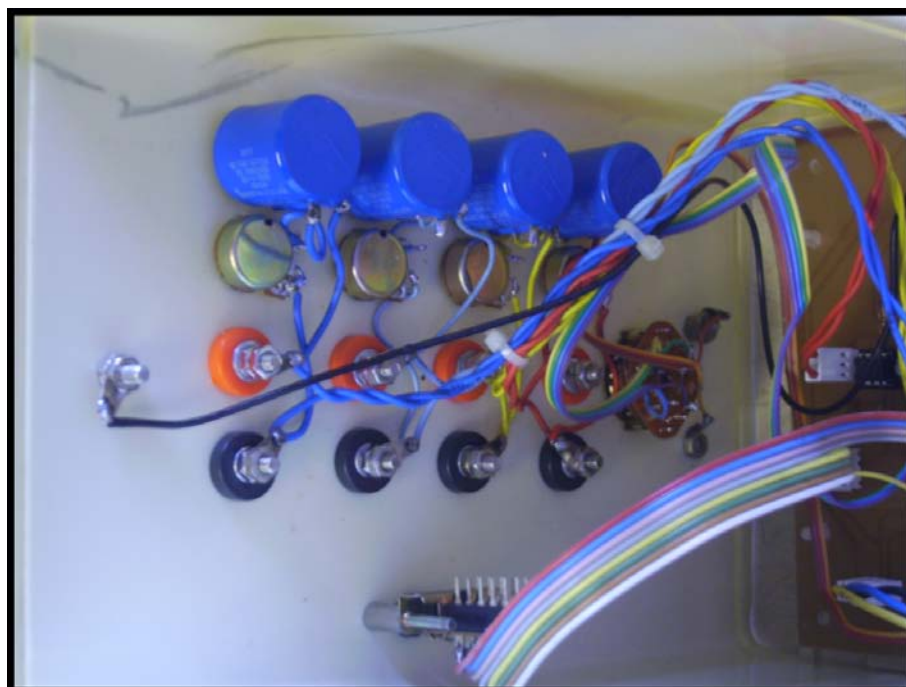


Figura 4.10: Vista interna del controlador PID analógico.

Símbolo esquemático	Valor del componente	Descripción del componente	Cantidad requerida
$R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, R_7, R_9, R_{12}, R_{13}$	10K Ω 1/4W	Resistencias, Película de carbón, 5%.	9
C_1, C_2	10 μf	Capacitores Electrolíticos 50 V.	2
-	0.1 μf	Capacitores Cerámicos.	10
U_1, U_2, U_3, U_4, U_5	-	Amplif. Op. $\mu A741$.	5
-	-	Selector: 3 polos, 4 vías o posiciones.	1
-	-	Placa fotosensible positiva de circuito impreso, una cara.	1
R_6, R_8, R_{10}, R_{11}	1M Ω	Potenciómetro de precisión, 1 vuelta.	4
R_6, R_8, R_{10}, R_{11}	10K Ω	Potenciómetro de precisión, multivuelta.	4
R_8, R_{10}	10K Ω	Potenciómetro (trimmer), Modelo 89P.	2
R_6	100K Ω	Potenciómetro (trimmer), Modelo 89P.	1
R_{11}	500M Ω	Potenciómetro (trimmer), Modelo 89P.	1
-	-	Conectores 4, 3, 2 pines.	2, 6, 4
-	-	Zócalos para $\mu A741$.	5
-	-	Perillas.	9
-	-	Bornes.	12
-	-	Switch.	1

Tabla 4.1: Lista de componentes electrónicos usados en la implementación del controlador PID.

Capítulo 5

Pruebas del controlador PID analógico

A continuación se presentan las pruebas realizadas al controlador PID construido sobre los tres procesos seleccionados para hacer control en lazo cerrado:

- Simulador analógico de sistemas lineales (Contreras, 2009)).
- Servomotor (SERVO-MODULAR MS150).
- Proceso de presión (G35, unidad TY35/EV).

Para la realización de estas pruebas fue necesario el uso de un generador de señales y un osciloscopio, los cuales se ajustaron de acuerdo a las características deseadas para cada proceso.

En todas las pruebas se usó como señal de referencia una señal de onda cuadrada, la cual se obtuvo del generador de señales. Para cada sistema o proceso se muestra la gráfica obtenida del osciloscopio en lazo abierto, en lazo cerrado y su respectiva señal de control.

Estas gráficas son obtenidas a través de un osciloscopio, es decir, son experimentales; por lo tanto no se pueden comparar directamente con las gráficas simuladas obtenidas en MATLAB y en PSpice que se muestran en la sección 3.2.

5.1 Pruebas del controlador sobre el simulador analógico de sistemas lineales

En el caso del simulador se presentan las pruebas realizadas en tres sistemas lineales: $G_3(s)$, $G_4(s)$, $G_7(s)$ y para cada uno se tomaron dos variaciones (parámetro). En estas se observa el uso de los diferentes tipos de controladores pertenecientes a la familia del PID.

Las conexiones que se realizaron para estas pruebas entre el controlador PID, el simulador analógico, el generador de señales y el osciloscopio, se observan en el apéndice B.

Sistema lineal $G_3(s)$:

$$G_3(s) = \frac{1}{\frac{s^2}{\omega_n^2} + \frac{2\zeta s}{\omega_n} + 1} \quad (5.1)$$

Este es un sistema prototipo de segundo orden, en el cual ζ es el parámetro variable. Para este sistema se tomaron dos variaciones de ζ : $\zeta = 0.1$ y $\zeta = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Caso $\zeta = 0.1$.

En este caso se usó un controlador PD (Proporcional - Derivativo), con una señal de referencia onda cuadrada de 1V y con las especificaciones: $\%SD = 5\%$ y $ts = 0.08\text{seg}$.

Los valores de los parámetros obtenidos para este controlador son:

$$K_p = 10.4620 \rightarrow R_p = 105K\Omega.$$

$$K_d = 0.2118 \rightarrow R_d = 21K\Omega.$$

$$\tau_D = 0.0017 \rightarrow R_{\tau_D} = 168\Omega.$$

Estos valores se tomaron de la sección 3.2, donde se explicó el método de asignación de polos para obtener dichos parámetros en cada sistema.

En las figuras 5.1 se observa la salida de $G_3(s)$ (sistema oscilatorio estable) ante una referencia escalón unitario en lazo abierto, en la figura 5.2 se observa la salida de $G_3(s)$ ante una referencia escalón unitario en lazo cerrado y en la figura 5.3 se

observa la salida de $G_3(s)$ ante una referencia escalón unitario en lazo cerrado, con su respectiva señal de control, las cuales se obtuvieron a través del osciloscopio.

Se observa que estas gráficas son análogas a las simuladas en MATLAB y PSpice mostradas en la sección 3.2 de análisis y simulaciones del controlador PID, estas gráficas están representadas por las figuras 3.7 y 3.8 donde se muestra la salida de $G_3(s)$ ante una referencia escalón unitario en lazo abierto y en lazo cerrado, con su respectiva señal de control; tanto en MATLAB como en PSpice.

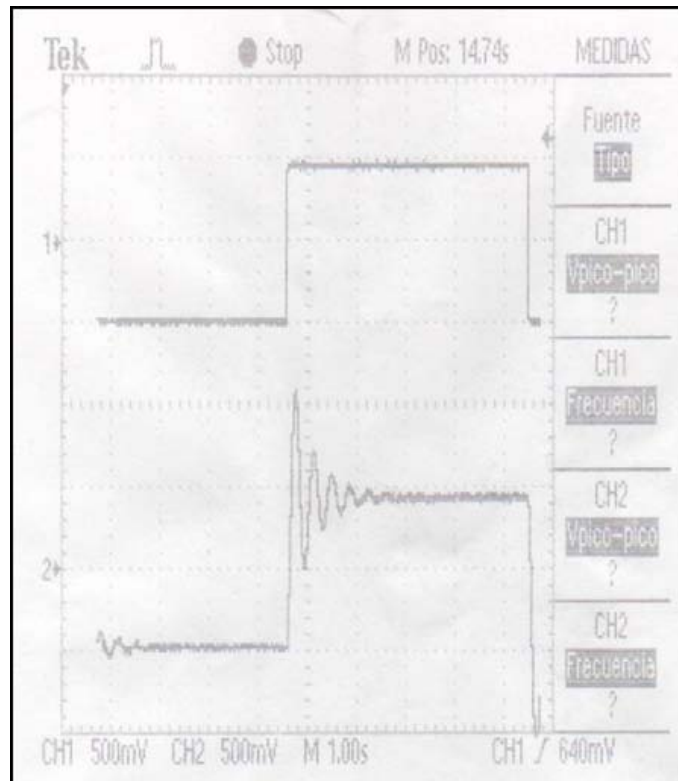


Figura 5.1: Salida de $G_3(s)$ con $\zeta = 0.1$ ($\omega_n = 19.6$) ante una referencia escalón unitario en lazo abierto.

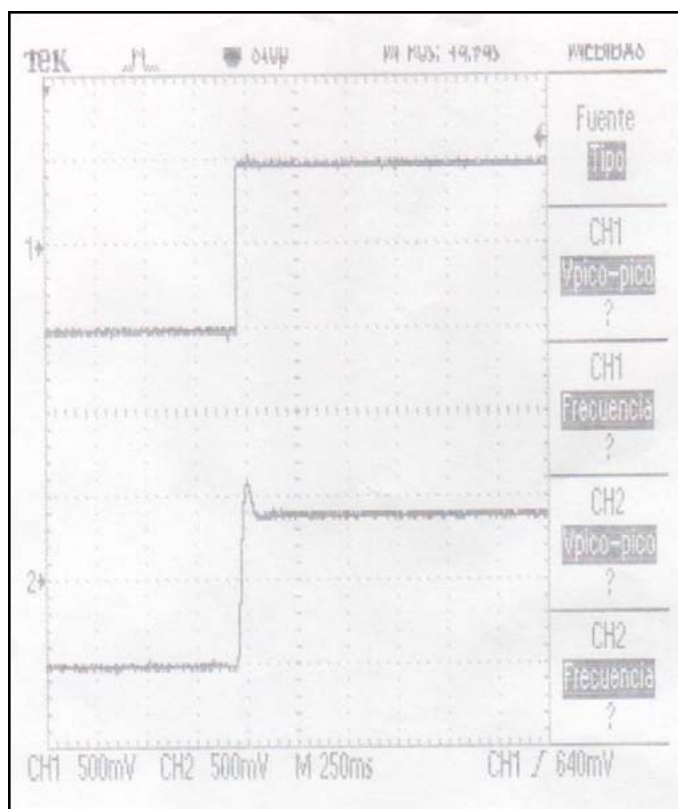


Figura 5.2: Salida de $G_3(s)$ con $\zeta = 0.1$ ($\omega_n = 19.6$) ante una referencia escalón unitario en lazo cerrado.