Sumatorio

El **sumatorio**, la **sumatoria**, o la **operación de suma** es un operador matemático que permite representar [sumas](http://es.wikipedia.org/wiki/Suma) de muchos sumandos, *n* o incluso [infinitos sumandos](http://es.wikipedia.org/wiki/Serie_matem%C3%A1tica), se expresa con la letra griega [sigma](http://es.wikipedia.org/wiki/Sigma) ( \Sigma ), y se define como:

|  |
| --- |
| \sum_{i=m}^n x_i =    x_m + x_{m+1} + x_{m+2} +\cdots + x_n |

Esto se lee: «sumatorio sobre *i*, desde *m* hasta *n*, de *x sub-i*».

La variable *i* es el índice de suma al que se le asigna un valor inicial llamado límite inferior, *m*. La variable *i* recorrerá los valores enteros hasta alcanzar el límite superior, *n*. Necesariamente debe cumplirse que:

m \leq n

Si se quiere expresar la suma de los cinco primeros números naturales se puede hacer de esta forma:

\sum^{5}_{i = 1} i = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15

También hay fórmulas para calcular los sumatorios más rápido. Por ejemplo, para sumar los primeros mil números naturales no tiene mucho sentido sumar número por número, y se puede usar una fórmula como esta:


   \sum^{n}_{i = 1} i =
   \frac{n ( n + 1 )}{2}



   \sum^{1000}_{i = 1} i =
   \frac{1000 \; (1000 +1)}{2} =
   500\;500


Se debe notar que aunque el término *sumatorio* se refiere a un operador matemático útil para expresar cierto tipo de suma, no sustituye este término a la palabra suma. Se dice: «la suma de dos y tres es cinco», y no «el sumatorio de dos y tres es cinco». Por la misma razón, decir que se realizará, por ejemplo, el *sumatorio* (o la *sumatoria*) de unos votos, es notoriamente un disparate. Los operadores de suma son útiles para expresar sumas de forma analítica; esto es, representar todos y cada uno de los sumandos en forma general mediante el «i-ésimo» sumando. Así, para representar la fórmula para hallar la [media aritmética](http://es.wikipedia.org/wiki/Media_aritm%C3%A9tica) de *n*números, se tiene la siguiente expresión:


   \overline{x} =
   \frac{\displaystyle \sum_{i = 1}^n x_i}{n}


|  |
| --- |
| **Índice**    [[ocultar](http://es.wikipedia.org/wiki/Sumatorio)]   * [1 Algunas fórmulas de la operación de suma](http://es.wikipedia.org/wiki/Sumatorio#Algunas_f.C3.B3rmulas_de_la_operaci.C3.B3n_de_suma) * [2 Algunas fórmulas relacionadas](http://es.wikipedia.org/wiki/Sumatorio#Algunas_f.C3.B3rmulas_relacionadas) * [3 Véase también](http://es.wikipedia.org/wiki/Sumatorio#V.C3.A9ase_tambi.C3.A9n) * [4 Enlaces externos](http://es.wikipedia.org/wiki/Sumatorio#Enlaces_externos) |

[[editar](http://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Sumatorio&action=edit&section=1)]Algunas fórmulas de la operación de suma

* 
  \sum^n_{i = 1}  i =
     \frac{n ( n + 1 )}{2}
  
* 
  \sum^n_{i = m}  i =
     \frac{n ( n + 1 ) - m ( m - 1 )}{2}
  
* 
     \sum^n_{i = 1} i^2 =
     \frac{n ( n + 1 ) ( 2n + 1 )}{6}
  
* 
     \sum^n_{i = 1} i^3 =
     \left(\frac{n ( n + 1 )}{2}\right)^2
  
* 
     \sum^n_{i = 1} i^4 =
     \frac{n (n + 1) (2n + 1) (3n^2 + 3n - 1)}{30}
  

**Observación**:

Para el cálculo general de  \sum i^n , solo hay que buscar un [polinomio interpolador](http://es.wikipedia.org/wiki/Interpolaci%C3%B3n_polin%C3%B3mica) de grado **n+1**, es decir, un polinomio que pase por **n+2** puntos.

* 
     \sum^n_{i = 1} a  = na
  
* 
     \sum^n_{i = 1} \frac{1}{a}  = \frac{n}{a}
  

[[editar](http://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Sumatorio&action=edit&section=2)]Algunas fórmulas relacionadas

* Se puede expresar el [número e](http://es.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero_e), con un sumatorio:

\sum^{\infty}_{i = 0} \frac{1}{i!} = e

* Para calcular el [número armónico](http://es.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero_arm%C3%B3nico):

H_n= \sum_{i=1}^n \frac{1}{i}

 H_n = \sum_{i=0}^{n-1}\int_0^1 x^i\,dx 

* Para calcular un [subfactorial](http://es.wikipedia.org/wiki/Subfactorial" \o "Subfactorial):

!n = n! \sum_{i=0}^n \frac {(-1)^i}{i!}

* Para calcular cualquier [integral definida](http://es.wikipedia.org/wiki/Integral_definida), pero éste, es un método aproximado:

\frac{b-a}{n}\sum_{i=0}^{n-1} f\left(a+i\frac{b-a}n\right) \approx \int_a^b f(x)\ dx.

* Éste sumatorio puede expresarse como [función cuadrática](http://es.wikipedia.org/wiki/Funci%C3%B3n_cuadr%C3%A1tica):

\sum_{i=1}^n i = \frac{n(n+1)}{2} = \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n

[[editar](http://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Sumatorio&action=edit&section=3)]Véase también

El cálculo del coste computacional asintótico del algoritmo sería:

* La instrucción más interna es una condicional simple con una asignación, en consecuencia su coste es de ***Θ(1)***.
* El coste de la evaluación del ***para*** más interno "***(j <= i+1)***" es también de***Θ(1)***. La espresión que define el coste de realizar todas las iteraciones es del orden de ***O(n-i)***. En consecuencia el total será el producto de los dos costes, es decir, será del orden de ***O(n-i)***.
* Las instrucciones ***(2)*** y ***(5)*** junto con el coste de ejecutar una condicional del bucle dan como resultado un coste computacional asintótico de ***Θ(1)***.
* Por tanto, el coste total de realizar todo el bucle externo (por si solo) es de ***O(n-i)***.

Así pues el coste total de realizar todas las iteraciones del bucle externo teniendo en cuenta el coste de realizar las del bloque interno sería del orden de:

|  |
| --- |
| http://dmi.uib.es/~mascport/tp/perweb/images/exp1_4.gif |

El concepto de la instrucción critica se utiliza para llevar a cabo estimaciones rápidas de la eficiencia de un algoritmo. Consiste en tener en cuenta sólamente la instrucción más costosa de cada caso práctico de los 4 expuestos. Así en ejemplo de la ordenación por selección bastaría con tener en cuenta que el bucle interno es de orden ***O(n)*** (ya que sólo contiene instrucciones simples de orden ***Θ(1)***) y que está dentro de otro bucle de orden***O(n)***. Así para estimar el coste total bastaria con aplicar la regla del producto y, así obtendríamos como expresión