Modelos Determinísticos de Investigação Operacional

25 de Novembro de 2019

Grupo nr.	15
a83899	André Morais
a84577	José Pedro Silva
a85954	Luís Ribeiro
a84783	Pedro Rodrigues

Mestrado Integrado em Engenharia Informática
Universidade do Minho

Conteúdo

1 Introdução

Colocar uma introdução sobre a parte 1 e a 2.

2 Parte I

2.1 Questão 1

Indique o valor de ABCDE e apresente a rede com indicação dos sentidos das ruas BDCE.

Sendo ABCDE o maior número mecanográfico do grupo, analisando os mesmos concluímos que *a85954* é o maior. Através do conjunto de regras definidas no enunciado do trabalho prático completamos o gráfico, obtendo o seguinte gráfico (Figura 1).

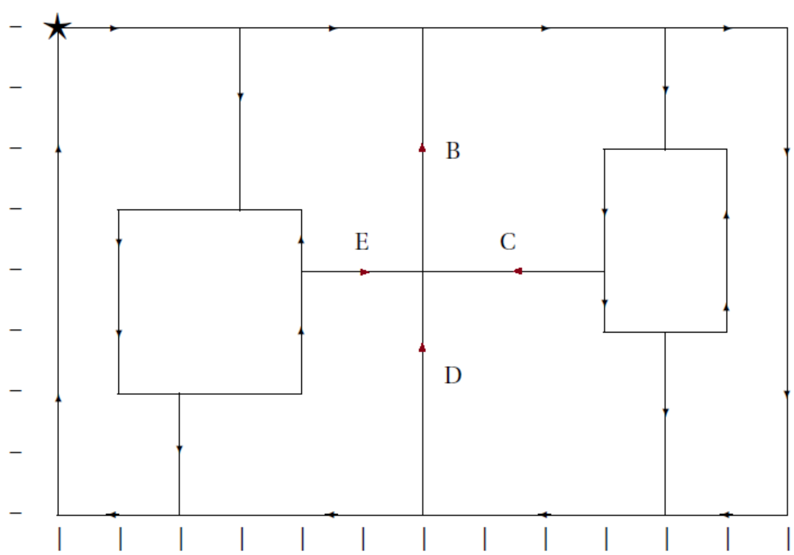

Figura 1: Gráfico com direções

De modo a poder identificar os vértices para posteriormente poder etiquetar os arcos, o grupo atribuiu a seguinte representação ao gráfico (Figura 2).

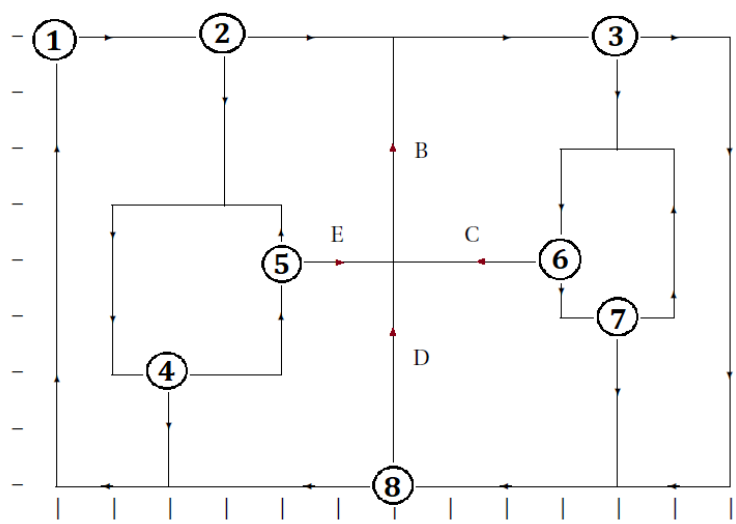

Figura 2: Gráfico com direções

2.2 Questão 2

O problema pode ser formulado como um problema de transporte numa rede geral G = (V, A) considerando variáveis de decisão xi j que representam o fluxo no arco (i, j), $\forall(i, j) \in A$, i.e., o número de vezes que o arco (i, j) é percorrido. O modelo de minimização de custo de transporte em rede tem as seguintes restrições:

- *o fluxo que entra num vértice do grafo deve ser igual ao que sai, para o percurso ser fechado.*
- *o fluxo em qualquer arco deve ser, pelo menos, uma unidade, para visitar todos os arcos.*

$$\min = 3x_{12} + 7x_{23} + 9x_{24} + 5x_{36} + 16x_{38} + 12x_{41} + 4x_{45} + 8x_{54} + 10x_{53} + 2x_{67} + 11x_{63} + 7x_{78} + 8x_{76} + 14x_{81} + 12x_{83}$$

Restrições do tipo 1:

$-x_{41} - x_{81} + x_{12} = 0$
$-x_{12} + x_{23} + x_{24} = 0$
$-x_{23} - x_{33} - x_{63} - x_{83} + x_{36} + x_{38} = 0$
$-x_{24} - x_{54} + x_{41} + x_{45} = 0$
$-x_{45} + x_{54} + x_{53} = 0$
$-x_{36} - x_{76} + x_{67} + x_{63} = 0$
$-x_{67} + x_{78} + x_{76} = 0$
$-x_{38} - x_{78} + x_{81} + x_{83} = 0$

Restrições do tipo 2:

$1 \leq \mathrm{x}_{ij} \leq \infty, \quad \forall (i, j) \in A$

2.3 Questão 3

No segundo grupo de restrições, é imposto um limite inferior ao valor das variáveis. O software de resolução de problemas de transportes em rede normalmente apenas aceita arcos com limite superior. Usando a mudança de variável $y_{ij} = x_{ij} - l_{ij}$, $\forall (i, j) \in A$, em que l_{ij} é o limite inferior de fluxo no arco (i, j), pode obter-se uma nova instância em que os limites inferiores são todos iguais a zero. Apresente o modelo de programação linear da nova instância.

$\min = 3\times(\mathrm{y}_{12} + 1) + 7\times(\mathrm{y}_{23} + 1) + 9\times(\mathrm{y}_{24} + 1) + 5\times(\mathrm{y}_{36} + 1) + 16\times(\mathrm{y}_{38} + 1) + 12\times(\mathrm{y}_{41} + 1) + 4\times(\mathrm{y}_{45} + 1) + 8\times(\mathrm{y}_{54} + 1) + 10\times(\mathrm{y}_{53} + 1) + 2\times(\mathrm{y}_{67} + 1) + 11\times(\mathrm{y}_{63} + 1) + 7\times(\mathrm{y}_{78} + 1) + 8\times(\mathrm{y}_{76} + 1) + 14\times(\mathrm{y}_{81} + 1) + 12\times(\mathrm{y}_{83} + 1)$

Restrições tipo 1:

-($y41$ + 1) - ($y81$ + 1) + ($y12$ + 1) = 0
-($y12$ + 1) + ($y23$ + 1) + ($y24$ + 1) = 0
-($y23$ + 1) - ($y33$ + 1) - ($y63$ + 1) - ($y83$ + 1) + ($y36$ + 1) + ($y38$ + 1) = 0
-($y24$ + 1) - ($y54$ + 1) + ($y41$ + 1) + ($y45$ + 1) = 0
-($y45$ + 1) + ($y54$ + 1) + ($y53$ + 1) = 0
-($y36$ + 1) - ($y76$ + 1) + ($y67$ + 1) + ($y63$ + 1) = 0
-($y67$ + 1) + ($y78$ + 1) + ($y76$ + 1) = 0
-($y38$ + 1) - ($y78$ + 1) + ($y81$ + 1) + ($y83$ + 1) = 0

Restrições do tipo 2:

1 ≤y$_{ij}$ + 1 ≤ ∞, $\quad \forall (i, j) \in A$

Agora simplificando:

min = $3y_{12} + 7y_{23} + 9y_{24} + 5y_{36} + 16y_{38} + 12y_{41} + 4y_{45} + 8y_{54} + 10y_{53} + 2y_{67} + 11y_{63} + 7y_{78} + 8y_{76} + 14y_{81} + 12y_{83} + 128$

Restrições do tipo 1:

-y_{41} - y_{81} + y_{12} = 1
-y_{12} + y_{23} + y_{24} = -1
-y_{23} - y_{33} - y_{63} - y_{83} + y_{36} + y_{38} = 2
-y_{24} - y_{54} + y_{41} + y_{45} = 0
-y_{45} + y_{54} + y_{53} = -1
-y_{36} - y_{76} + y_{67} + y_{63} = 0
-y_{67} + y_{78} + y_{76} = -1
-y_{38} - y_{78} + y_{81} + y_{83} = 0

Restrições do tipo 2:

0 ≤y$_{ij}$ ≤ ∞, $\quad \forall (i, j) \in A$

2.4 Questão 4

Apresente a rede do problema de transporte que resulta da mudança de variável, indicando claramente quais são os valores de oferta (para os vértices de excesso) e de procura (para os vértices de defeito) associados a cada vértice do grafo.

2.5 Questão 5

Apresente o ficheiro de input submetido ao software de optimização em rede (por exemplo, o Relax4) (cut-and-paste).

```
8
15
1 2 3 100
2 3 7 100
2 4 9 100
3 6 5 100
3 8 16 100
4 1 12 100
4 5 4 100
5 4 8 100
5 3 10 100
6 7 2 100
6 3 11 100
7 8 7 100
7 6 8 100
8 1 14 100
8 3 12 100
1
-1
2
0
-1
-1
0
```

Figura 3: Input

2.6 Questão 6

Apresente o ficheiro de output produzido pelo programa (cut-and-paste).

```
C:\WINDOWS\system32\cmd.exe

C:\Users\Pedro\Downloads\RELAX4 2013\RELAX4 2013>relax4.exe < mdio.txt
 END OF READING
 NUMBER OF NODES = 8, NUMBER OF ARCS = 15
 CONSTRUCT LINKED LISTS FOR THE PROBLEM
 CALLING RELAX4 TO SOLVE THE PROBLEM
 ***********************************
 TOTAL SOLUTION TIME =  0. SECS.
 TIME IN INITIALIZATION =  0. SECS.
   1 2  2.
   2 4  1.
   3 6  2.
   4 5  1.
   6 7  2.
   7 8  1.
   8 1  1.
 OPTIMAL COST =   54.
 NUMBER OF AUCTION/SHORTEST PATH ITERATIONS = 43
 NUMBER OF ITERATIONS =  12
 NUMBER OF MULTINODE ITERATIONS =  2
 NUMBER OF MULTINODE ASCENT STEPS =  2
 NUMBER OF REGULAR AUGMENTATIONS =  3
 ***********************************
```

Figura 4: Output

2.7 Questão 7

Interprete a solução óptima, apresente o conjunto óptimo de caminhos de reposicionamento do veículo entre os vértices de excesso e os vértices de defeito, e calcule o seu custo. Caso tenha obtido a mesma solução óptima do Trabalho 1, pode fazer cut-and-paste do relatório anterior e identificar no desenho anteriormente apresentado o conjunto óptimo de caminhos de reposicionamento do veículo entre os vértices de excesso e os vértices de defeito. Caso contrário, teça todas as considerações que considere necessárias.

2.8 Questão 8

Descreva os procedimentos usados para validar o modelo.

3 Parte II

3.1 Questão 1

Apresente o grafo bipartido deste problema de transporte, indicando os valores das ofertas e das procuras associados aos vértices e os custos unitários de transporte (calculados na alínea seguinte). Verifique que o problema é balanceado, i.e., o número total de caminhos que saem dos vértices de excesso é igual ao número de caminhos que chegam aos vértices de defeito. Dê uma justificação sucinta para esse facto.

3.2 Questão 2

Por inspecção, ou usando um programa adequado, determine os caminhos mais curtos entre os vértices relevantes. Apresente uma matriz com os valores dos caminhos mais curtos para cada par vértice de excesso / defeito.

3.3 Questão 3

Apresente o ficheiro de input submetido ao software de optimização em rede (por exemplo, o Relax4) (cut-and-paste).

3.4 Questão 4

Apresente o ficheiro de output produzido pelo programa (cut-and-paste).

3.5 Questão 5

Interprete a solução óptima, apresente o conjunto óptimo de caminhos de reposicionamento do veículo entre os vértices de excesso e os vértices de defeito, e calcule o seu custo (faça isto caso apenas no caso de obter uma solução óptima alternativa).

3.6 Questão 6

Descreva os procedimentos usados para validar o modelo.