4) $T(n) = 4T(n/2) + n$

$T(1) = 1$

é

$T(n) = 2n^2 - n$, para $n = 2^k$ e $k \geq 1$

Hipótese

$T(n) = 2n^2 - n$

$T(2^k) = 2.(2^k)^2 - 2^k$

$T(2^k) = 2.2^{2k} - 2^k$

Base $k=1$

$T(2^1) = 2.2^{2.1} - 2^1$

$T(2) = 2.4 - 2$

$T(2) = 8-2$

$T(2) = 6$

Relação Recorrência

$T(2) = 4T(2/2) + 2$

$T(2) = 4.T(1) + 2$

$T(2) = 4+2$

$T(2) = 6$

$6=6$

Se funcionar p/ $k+1$, funciona para todos.

Passo $k+1$

$T(2^{k+1}) = 2.(2^{k+1})^2 - 2^{k+1}$

$T(2^{k+1}) = 2.2^{2k+2} - 2^{k+1}$

Temos que $\frac{2^{k+1}}{2^k} = 2^{k+1-k} = 2$

Com isso sabemos que $T(2^{k+1}) = 2T(2^k)$

Para provar o passo, temos que provar essa relação

$$T(2^{k+1}) = 2T(2^k)$$

$T(n) = 2n^2 - n$

$T(2^{k+1}) = 2 \cdot 2^{2k+2} - 2^{k+1}$

$T(2^{k+1}) = 2\,T(2^k)$

$= 2 \cdot (2 \cdot 2^{2k} - 2^k)$

$= 2^2 \cdot 2^{2k} - 2 \cdot 2^k$

$= 2^{2k+2} - 2^{k+1}$

Com isso Temos: $2^{2k+2} - 2^{k+1} = 2^{2k+2} - 2^{k+1}$

Passo provado //