2.3 Uma esfera sólida isolante de raio a tem uma densidade volumétrica uniforme ρ e carga total positiva Q.

a) Calcule o módulo do campo elétrico em um ponto fora da esfera.

Considerando uma gaussiana S de raio $r > a$:

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{A} = \oint_S E\,dA = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

Como S é uma esfera, E é constante na superfície:

$$\oint_S E\,dA = E \oint_S dA = E A_{superfície} = E\, 4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{KQ}{r^2}$$

$$\boxed{E = \frac{KQ}{r^2},\ r > a}$$

b) Calcule o módulo do campo elétrico num ponto no interior da esfera.

Considerando a gaussiana S de raio $r < a$:

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{A} = \oint_S E\,dA = \frac{Q_{env}}{\varepsilon_0}$$

Como S é uma esfera, E é constante na superfície.

$$\oint_S E\,dA = E\oint_S dA = E\,A_{superfície} = \boxed{E\,4\pi r^2 = \frac{Q_{env}}{\varepsilon_0}}$$

$$Q_{env} = \rho \cdot V_{env} = \boxed{\frac{\rho\,4\pi r^3}{3}}$$

$$E = \frac{\rho\,4\pi r^3}{3} \cdot \frac{1}{4\pi r^2 \varepsilon_0} = \frac{\rho r}{3\varepsilon_0}$$

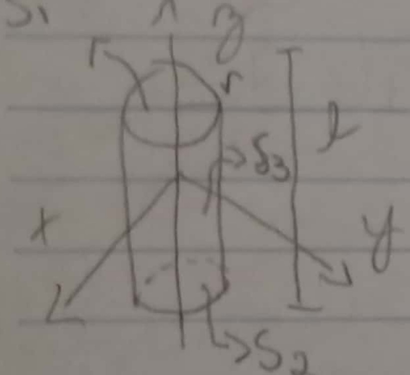
Como $\rho = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi a^3}$ e $\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi K}$:

$$E = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi a^3} \cdot \frac{r}{3 \cdot \frac{1}{4\pi K}} = \frac{kQr}{a^3}.$$

$$\boxed{E = \frac{kQr}{a^3} \quad r < a}$$

2.4 Determine o campo elétrico a uma distância r de uma linha de cargas positivas de comprimento infinito e carga constante por unidade de comprimento λ.

Utilizando como gaussiana o cilindro S de raio r e comprimento l compartilhando o eixo com a linha de cargas:



$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{A} = \oint_{S_1} \vec{E}\cdot d\vec{A} + \oint_{S_2} \vec{E}\cdot dA + \oint_{S_3} \vec{E}\cdot d\vec{A}$$

$\vec{E} \times d\vec{A} = 0$ para S_1 e S_2, logo a integral é nula.

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{A} = \oint_{S_3} \vec{E}\cdot d\vec{A} = E\int_{S_3} dA = E\cdot A_{lateral} = \boxed{E\cdot 2\pi r l}$$

$$\boxed{\frac{Q_{env}}{\varepsilon_0} = \frac{\lambda l}{\varepsilon_0}}$$

$$E 2\pi r l = \frac{\lambda l}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\lambda l}{2\pi \varepsilon_0 r l}$$

$$E = \frac{2\lambda}{4\pi\varepsilon_0 r} = \frac{2k\lambda}{r}$$

$$\boxed{E = \frac{2k\lambda}{r}}$$