PCS - 3225 Sistemas Digitais II

M05 – Síntese de Circuitos Sequenciais

Exemplo1 de Exercício (Fonte: exemplo 10.8 Hill & Peterson) – 2º Semestre – 2.017

[Hill & Peterson-1.974] Hill, Frederic and Peterson, Gerald. Introduction to Switching Theory and Logical Design. Ed. John Wiley and Sons, 1.974

Professor Responsável: Marco Túlio Carvalho de Andrade

Síntese de Circuitos Seqüenciais – Minimização - Exemplo10-8 Hill Peterson

q^{ν}	$x^{\nu} = 0$	$x^{\nu} = 1$	q^{ν}	$x^{\nu} = 0$	$x^{\nu} = 1$
1	2, 0	3, 0	7	10, 0	12, 0
2	4, 0	5, 0	8	8, 0	1, 0
3	6, 0	7, 0	**9**	**10, 1**	1, 0
4	8, 0	9, 0	10	4, 0	1, 0
5	10, 0	11, 0	11	2, 0	1, 0
6	4, 0	12, 0	12	2, 0	1, 0
$q^{\nu+1}, z^{\nu}$			$q^{\nu+1}, z^{\nu}$		

Figura 10.24 – Tabela de estado (estado, saída – Em negrito o único estado em que a saída vai para 1) do exemplo 10.8.

q^{ν}	X^{ν} = 0	= 1
1	2/0	3/0
2	4/0	5/0
3	6/0	7/0
4	8/0	9/0
5	10/0	11/0
6	4/0	12/0
7	10/0	12/0
8	8/0	1/0
9	**10/1**	**1/0**
10	4/0	1/0
11	***2/0***	***1/0***
12	***2/0***	***1/0***
	$q^{\nu+1}, z^{\nu}$	$q^{\nu+1}, z^{\nu}$

Figura Auxiliar 1 – Os estados 11 e 12 são equivalentes.

O Estado 9 não é equivalente a nenhum outro estado (**O Estado 9 é uma Classe de Equivalência**). Os estados 5 e 7 passaram a ser equivalentes, com a equivalência entre 11 e 12 (Figura Auxiliar 2).

q^{ν}	**X^{ν} = 0**	**X^{ν} = 1**
1	2/0	3/0
2	4/0	5/0
3	6/0	7/0
4	8/0	9/0
5	***10/0***	***11/0***
6	4/0	11/0
7	***10/0***	***11/0***
8	8/0	1/0
9	**10/1**	**1/0**
10	4/0	1/0
11	2/0	1/0
	$q^{\nu+1}, z^{\nu}$	**$q^{\nu+1}, z^{\nu}$**

Figura Auxiliar 2 – O **Estado 9 é uma Classe de Equivalência:** Os estados 5 e 7 passaram a ser equivalentes.

q^{ν}	**X^{ν} = 0**	**X^{ν} = 1**
1	2	3
2	4	5
3	6	7
4	8	9
5	10	11
6	4	11
7	10	11
8	8	1
10	4	1
11	2	1
9	10	1

Figura 10.25.a.1 – Simplificação mediante a inspeção e a implicação – Exemplo 10.8.

Com a incorporação das observações feitas na Figura Auxiliar 2 e na Tabela de Estados da Figura 10.25.a.1, resulta nas Tabelas de Estados das Figuras 10.25.a.2 e 10.25.b.

	X^{ν}		
q^{ν}	**= 0**	**= 1**	
1	2	3	
2	4	5	
3	6	5	
4	8	9	
5	10	11	
6	4	11	
~~7~~	~~10~~	~~11~~	5
8	8	1	
10	4	1	
11	2	1	
9	10	1	

Figura 10.25.a.2 – Simplificação mediante a inspeção e a implicação – Exemplo 10.8.

	X^{ν}	
q^{ν}	**= 0**	**= 1**
1	2	3
2	4	5
3	6	5
4	8	9
5	10	11
6	4	11
8	8	1
10	4	1
11	2	1
9	10	1
	$q^{\nu+1}$	

Figura 10.25.b – Simplificação mediante a inspeção e a implicação – Exemplo 10.8.

A incorporação dos valores de saída na Tabela de Estados da Figura 10.25.b, resulta na Tabela de Estados/Saída da Figura Auxiliar 3.

	X^ν	
q^ν	**= 0**	**= 1**
1	2/0	3/0
2	4/0	5/0
3	6/0	5/0
4	8/0	9/0
5	10/0	11/0
6	4/0	11/0
8	8/0	1/0
10	4/0	1/0
11	2/0	1/0
9	10/1	1/0
	$q^{\nu+1}, z^\nu$	

Figura Auxiliar 3 – Simplificação mediante a inspeção e a implicação – Exemp.:10.8.

Observando-se a Tabela de Estados/Saída da Figura Auxiliar 3 (ou uma Tabela de Estados/Saída genérica) pode-se afirmar que, para que o Estado 2 (ou Estado **j** genérico) seja equivalente ao Estado 4 (ou Estado **k** genérico) é necessário que seus **Estados Futuros/Saída Atual**, sejam os mesmos, para as mesmas condições de **Valores de Entrada**. A generalização, resumo e simbologia destas condições pode ser apreciada na Figura Auxiliar 4. O Estado $\mathbf{q_j}$ no tempo ν, ou $\mathbf{q_j}^\nu$, é equivalente ao Estado $\mathbf{q_k}$ no tempo ν, ou $\mathbf{q_k}^\nu$, **SE E SÓMENTE SE**, o Estado $\mathbf{q_k}$ no tempo $\boldsymbol{\nu+1}$,para entrada x = 0 , ou $\mathbf{q_k}^{\nu+1}{}_{[x=0]}$, for equivalente ao Estado $\mathbf{q_j}$ no tempo $\boldsymbol{\nu+1}$,para entrada x = 0 , ou $\mathbf{q_j}^{\nu+1}{}_{[x=0]}$, **E TAMBÉM**, o Estado $\mathbf{q_k}$ no tempo $\boldsymbol{\nu+1}$,para entrada x = 1 , ou $\mathbf{q_k}^{\nu+1}{}_{[x=1]}$, for equivalente ao Estado $\mathbf{q_j}$ no tempo $\boldsymbol{\nu+1}$,para entrada x = 1 , ou $\mathbf{q_j}^{\nu+1}{}_{[x=1]}$.

$q_j^\nu \equiv q_k^\nu$ Se e Sómente Se (SSE)	**$q_k^{\nu+1}{}_{[x=0]} \equiv q_j^{\nu+1}{}_{[x=0]}$ E Também $q_k^{\nu+1}{}_{[x=1]} \equiv q_j^{\nu+1}{}_{[x=1]}$**

Figura Auxiliar 4 – Condição de implicação dos quadrados de pares implicados – Exemplo 10.8.

Fazendo-se uso do exposto na Figura Auxiliar 4 pode-se chegar ao conceito de **Pares Implicados**. Os **Pares Implicados**, na análise de equivalência entre os Estados **j e k**, são aqueles que devem ser equivalentes para provar a equivalência entre os Estados **j e k**. Posicionando-se (n-1) Estados **j** em uma coluna de uma Tabela e (n-1) Estados **k** em uma linha desta mesma Tabela, tem-se que os cruzamentos **coluna X linha** representam todas as **condições de equivalências de Estados** que se fazem necessárias para que **se verifique** se o **Estado j é equivalente ao Estado k**. Utilizam-se (n-1) Estados porque é óbvio que um Estado **j** é equivalente a si mesmo, dispensando análise a respeito. O resumo destes conceitos pode ser apreciado na Figura Auxiliar 5.

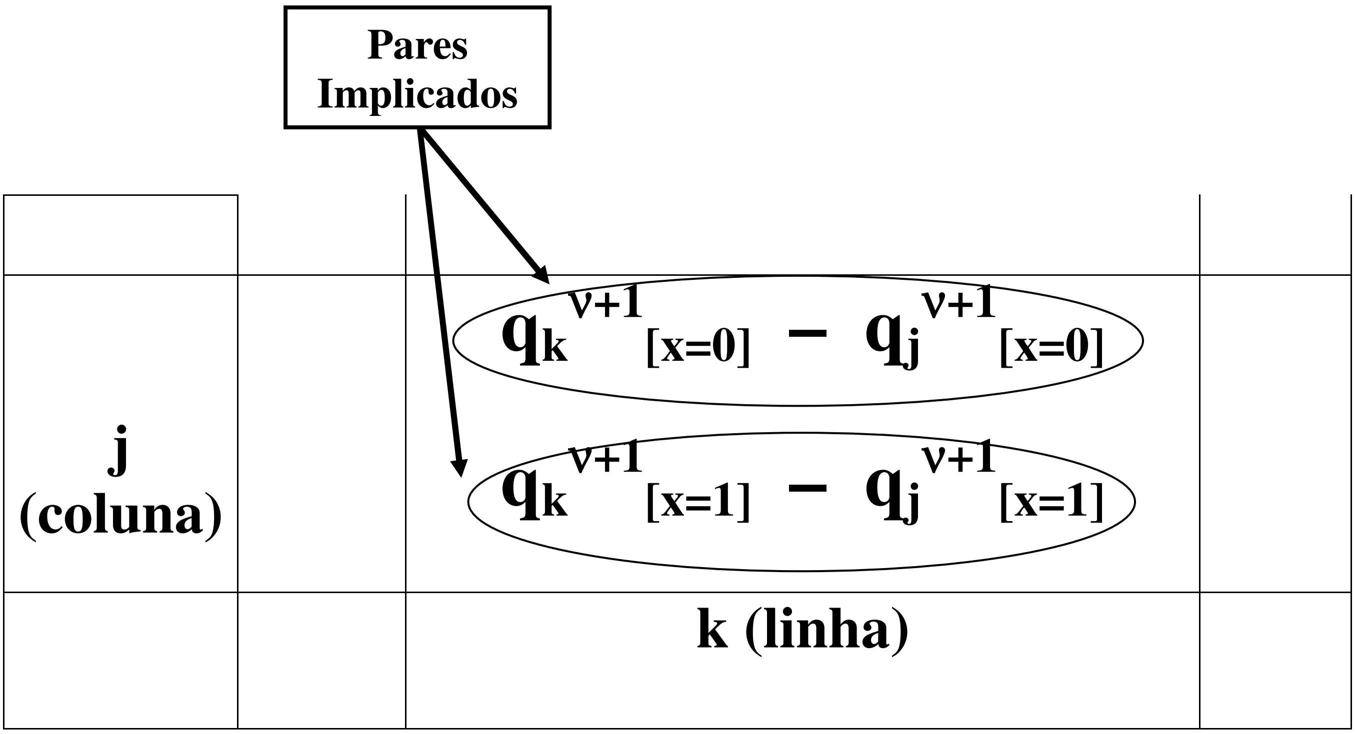

Figura Auxiliar 5 – Constituição dos quadrados de pares implicados – Exemplo 10.8.

Montagem da Tabela de Implicação

A montagem da Tabela de Implicação é obtida constituindo-se todos os quadrados dos pares implicados de todos os Estados, conforme ilustrado na Figura Auxiliar 5. A Tabela de Estados/Saída que será utilizada no exemplo será a da Figura Auxiliar 3.

	x =	
	0	1
	.	.
q_j^{ν}	$q_j^{\nu+1}{}_{[x=0]}$ /z	$q_j^{\nu+1}{}_{[x=1]}$ /z
	.	.
q_k^{ν}	$q_k^{\nu+1}{}_{[x=0]}$ /z	$q_k^{\nu+1}{}_{[x=1]}$ /z
	.	.
	$q^{\nu+1}$ /z	$q^{\nu+1}$ /z

$q_j^{\nu} \equiv q_k^{\nu}$ **Se e Sómente Se (SSE)**	$q_k^{\nu+1}{}_{[x=0]} \equiv q_j^{\nu+1}{}_{[x=0]}$ **E Também** $q_k^{\nu+1}{}_{[x=1]} \equiv q_j^{\nu+1}{}_{[x=1]}$

Figura Auxiliar 5.b – Determinação da constituição dos quadrados de pares implicados, conforme ilustrado na Figura Auxiliar 5, utilizando-se a Tabela de Estados/Saída da Figura Auxiliar 3.

Para que se preencha a Tabela de Pares Implicados com todos os quadrados dos pares implicados de todos os Estados o ponto de partida é a enumeração de **(n-1) Estados na vertical** e **(n-1) Estados na horizontal**. Na **Vertical**, **à esquerda**, de **cima para baixo**, faz-se uma **lista de todos os Estados menos o primeiro**. Na **Horizontal**, **abaixo**, da **esquerda para a direita**, faz-se uma **lista de todos os Estados, menos o último** (que neste momento é o Estado 9). Eliminando-se um Estado na **Horizontal** – fazendo-a com (**n-1) Estados –** e um Estado na **Vertical** – fazendo-a com (**n-1) Estados** – tem-se a **certeza de que não se está comparando um Estado com ele próprio**.

Começa-se colocando um **X** em qualquer quadrado (**descartando**) que esteja no **cruzamento** entre **dois estados (j, k)** que tenham **valores de saídas diferentes**, e que portanto, **não podem ser equivalentes.** O ato de **marcar com um X** um determinado **quadrado [linha J – coluna K]** significa que o **par implicado j – k NÃO é equivalente**. **Coloca-se um X na linha inteira correspondente ao Estado 9, porque é o único que tem saída igual a 1**. Em seguida são **anotados em cada quadrado** os **conjuntos de pares** de **estados implicados** pelos pares de estados da tabela (linha j; coluna k) correspondentes a estes quadrados (ver Figura Auxiliar 5 e Figura Auxiliar 5.b). Note-se que estes **pares de estados implicados**, **se forem equivalentes**, **tanto faz a ordem em que foram escritos**. Por isto, para **facilitar a identificação**, são **ordenados em ordem numérica**, do menor para o maior (ver, por exemplo, j=8 e k=1, que apresenta o par implicado 3-1 e que é reordenado para 1-3; a Figura Auxiliar 6 já apresenta esta ordenação). **Interpretação do quadrado [2-1], j = 2 e k = 1: Se 2 ≡ 4 e 3 ≡ 5, então 2 ≡ 1**.

J =									
2	2 – 4 3 – 5								
3	2 – 6 3 – 5	4 – 6 **5 – 5**							
4	2 – 8 3 – 9	4 – 8 5 – 9	6 – 8 5 – 9						
5	2 – 10 3 – 11	4 – 10 5 – 11	6 – 10 5 – 11	8 – 10 9 – 11					
6	2 – 4 3 – 11	**4 – 4** 5 – 11	4 – 6 5 – 11	4 – 8 9 – 11	4 – 10 **11–11**				
8	2 – 8 1 – 3	4 – 8 1 – 5	6 – 8 1 – 5	**8 – 8** 1 – 9	8 – 10 1 – 11	4 – 8 1 – 11			
10	2 – 4 1 – 3	**4 – 4** 1 – 5	4 – 6 1 – 5	4 – 8 1 – 9	4 – 10 1 – 11	**4 – 4** 1 – 11	4 – 8 **1 – 1**		
11	**2 – 2** 1 – 3	2 – 4 1 – 5	2 – 6 1 – 5	2 – 8 1 – 9	2 – 10 1 – 11	2 – 4 1 – 11	2 – 8 **1 – 1**	2 – 4 **1 – 1**	
9	X	X	X	X	X	X	X	X	X
K =	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**8**	**10**	**11**

Figura Auxiliar 6 – Montagem da Tabela de Implicação – Exemplo 10.8.

Os **estados implicados iguais entre si (m - m)** são **eliminados**, dado que **cada Estado é equivalente a si mesmo** – ver Figura Auxiliar 6 que apresenta pares implicados de estados iguais e o correspondente resultado da eliminação destes pares na Figura 10.25.c.1. Este quadrado em que $\mathbf{q_k^{\nu+1}{}_{[x=0]} \equiv q_j^{\nu+1}[x=0]}$ passa a ter **apenas um par implicado** (ver por exemplo o **quadrado[j=6 - k=5]**, que apresenta os pares implicados 4-10 e 11-11, e que passa a ter apenas o par 4-10 – ver Figura 10.25.c.1.

J =									
2	2 – 4 3 – 5								
3	2 – 6 3 – 5	4 – 6							
4	2 – 8 3 – 9	4 – 8 5 – 9	6 – 8 5 – 9						
5	2 – 10 3 – 11	4 – 10 5 – 11	6 – 10 5 – 11	8 – 10 9 – 11					
6	2 – 4 3 – 11	5 – 11	4 – 6 5 – 11	4 – 8 9 – 11	4 – 10				
8	2 – 8 1 – 3	4 – 8 1 – 5	6 – 8 1 – 5	1 – 9	8 – 10 1 – 11	4 – 8 1 – 11			
10	2 – 4 1 – 3	1 – 5	4 – 6 1 – 5	4 – 8 1 – 9	4 – 10 1 – 11	1 – 11	4 – 8		
11	1 – 3	2 – 4 1 – 5	2 – 6 1 – 5	2 – 8 1 – 9	2 – 10 1 – 11	2 – 4 1 – 11	2 – 8	2 – 4	
9									
K =	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**8**	**10**	**11**

Figura 10.25.c.1 – Simplificação mediante a inspeção e a implicação – Exemplo 10.8.

Exemplos de pares implicados iguais que foram retirados. A **equivalência** entre estes estados **passa a depender apenas** do fato de **um par implicado ser equivalente** para que os estados j (linha) e k (coluna) sejam equivalentes.

Reafirmando, se existe um X em um quadrado com coordenadas [j – k] (onde j é linha e k é coluna) significa que **este par de estados NÃO É EQUIVALENTE**. Então **qualquer que seja o quadrado que contenha o par de estados j – k como par implicado pode excluir-se**, marcando-se com um **X**. Exemplo: O Estado $\mathbf{q_9}$ não pode ser equivalente a nenhum outro Estado, então **qualquer que seja o conjunto (par) implicado que contenha 9 também se exclui com um X**. Conclui-se que $\mathbf{q_9}$ é uma **Classe de Equivalência**.

Com a ação anterior (**excluir com um X, todos os conjuntos – pares implicados – que contenham o Estado 9**) observa-se que o resultado é que **todos os quadrados que tenham coordenadas [linha com j = 4 e coluna com k = 4] ficam marcados com X** (ver Figura 10.25.c.2). Isto **indica que o Estado $\mathbf{q_4}$ também não pode ser equivalente a nenhum outro Estado**. Então **qualquer quadrado que contenha o estado 4** em algum de seus **pares implicados** pode ser **eliminado marcando-se** com um **X**.

J =									
2	2 – 4 3 – 5								
3	2 – 6 3 – 5	4 – 6							
4	~~2 – 8 3 – 9~~	~~4 – 8 5 – 9~~	~~6 – 8 5 – 9~~						
5	2 – 10 3 – 11	4 – 10 5 – 11	6 – 10 5 – 11	~~8 – 10 9 – 11~~					
6	2 – 4 3 – 11	5 – 11	4 – 6 5 – 11	~~4 – 8 9 – 11~~	4 – 10				
8	2 – 8 1 – 3	4 – 8 1 – 5	6 – 8 1 – 5	~~1 – 9~~	8 – 10 1 – 11	4 – 8 1 – 11			
10	2 – 4 1 – 3	1 – 5	4 – 6 1 – 5	~~4 – 8 1 – 9~~	4 – 10 1 – 11	1 – 11	4 – 8		
11	1 – 3	2 – 4 1 – 5	2 – 6 1 – 5	~~2 – 8 1 – 9~~	2 – 10 1 – 11	2 – 4 1 – 11	2 – 8	2 – 4	
9	X	X	X	X	X	X	X	X	X
K =	1	2	3	4	5	6	8	10	11

Figura 10.25.c.2 – Simplificação mediante a inspeção e a implicação – Exemplo 10.8.

Conclui-se que $\mathbf{q_4}$ é outra **Classe de Equivalência** (Figura 10.25.c.2), pois o Estado 4 não pode ser equivalente a nenhum outro estado.

Conforme ocorreu com o Estado 9, qualquer que seja o conjunto (par) implicado que contenha 4 também se exclui com um X (Figura 10.25.c.3).

2	~~2 – 4~~ ~~3 – 5~~								
3	2 – 6 3 – 5	~~4 – 6~~							
4	~~2 – 8~~ ~~3 – 9~~	~~4 – 8~~ ~~5 – 9~~	~~6 – 8~~ ~~5 – 9~~						
5	2 – 10 3 – 11	~~4 – 10~~ ~~5 – 11~~	6 – 10 5 – 11	~~8 – 10~~ ~~9 – 11~~					
6	~~2 – 4~~ ~~3 – 11~~	5 – 11	~~4 – 6~~ ~~5 – 11~~	~~4 – 8~~ ~~9 – 11~~	~~4 – 10~~				
8	2 – 8 1 – 3	~~4 – 8~~ ~~1 – 5~~	6 – 8 1 – 5	~~1 – 9~~	8 – 10 1 – 11	~~4 – 8~~ ~~1 – 11~~			
10	~~2 – 4~~ ~~1 – 3~~	1 – 5	~~4 – 6~~ ~~1 – 5~~	~~4 – 8~~ ~~1 – 9~~	~~4 – 10~~ ~~1 – 11~~	1 – 11	~~4 – 8~~		
11	1 – 3	~~2 – 4~~ ~~1 – 5~~	2 – 6 1 – 5	~~2 – 8~~ ~~1 – 9~~	2 – 10 1 – 11	~~2 – 4~~ ~~1 – 11~~	2 – 8	~~2 – 4~~	
9									
K=	1	2	3	4	5	6	8	10	11

Figura 10.25.c.3. – Simplificação mediante a inspeção e a implicação – Exemplo 10.8.

Não se consegue mais eliminar nenhum outro Estado da **mesma forma** que se conseguiu com o **Estado 4**.

Então deve-se começar uma **verificação sistemática** com **todos os outros quadrados** ainda **não marcados com X**.

O **método propõe** que esta **verificação sistemática** com **todos os outros quadrados ainda não marcados com X** deve **começar** da **direita para a esquerda**, de **baixo para cima**.

- **Quadrado [11 – 8]:**

O **primeiro quadrado** com esta **característica** (**ainda não marcado com X**) que se **encontra é o quadrado [11 – 8],** onde **j=11 e k=8 (Figura 10.25.c.3)**, que **possui o par implicado 2 – 8**.

Pode-se verificar na Figura 10.25.c.3, que o **quadrado [8 – 2] (j=8 e k=2) já foi marcado com X, portanto o par implicado 2 – 8 não é equivalente**. Se ele está **marcado com X**, foi eliminado e o Estado 2 não pode ser equivalente ao Estado 8. Se o Estado 2 não pode ser equivalente ao Estado 8 e para que o Estado 8 seja equivalente ao 11 isto seria necessário, **pode-se concluir que o Estado 8 não é equivalente ao Estado 11**. Então **marca-se** também com **X** o **quadrado [11 – 8],** onde **j=11 e k=8** (ver Figura 10.25.d.1).

2	~~2 – 4 3 – 5~~								
3	2 – 6 3 – 5	~~4 – 6~~							
4	~~2 – 8 3 – 9~~	~~4 – 8 5 – 9~~	~~6 – 8 5 – 9~~						
5	2 – 10 3 – 11	~~4 – 10 5 – 11~~	6 – 10 5 – 11	~~8 – 10 9 – 11~~					
6	~~2 – 4 3 – 11~~	5 – 11	~~4 – 6 5 – 11~~	~~4 – 8 9 – 11~~	~~4 – 10~~				
8	2 – 8 1 – 3	~~4 – 8 1 – 5~~	6 – 8 1 – 5	~~1 – 9~~	8 – 10 1 – 11	~~4 – 8 1 – 11~~			
10	~~2 – 4 1 – 3~~	1 – 5	~~4 – 6 1 – 5~~	~~4 – 8 1 – 9~~	~~4 – 10 1 – 11~~	1 – 11	~~4 – 8~~		
11	1 – 3	~~2 – 4 1 – 5~~	2 – 6 1 – 5	~~2 – 8 1 – 9~~	2 – 10 1 – 11	~~2 – 4 1 – 11~~	~~2 – 8~~	~~2 – 4~~	
9	~~ ~~	~~ ~~	~~ ~~	~~ ~~	~~ ~~	~~ ~~	~~ ~~	~~ ~~	~~ ~~
K=	1	2	3	4	5	6	8	10	11

Figura 10.25.d.1 – Simplificação mediante a inspeção e a implicação – Exemplo 10.8.

Na próxima *varredura sistemática* pela Tabela **todos os quadrados que tenham o par 2 – 8 como par implicado**, como por exemplo o **quadrado [8 – 1]**, onde **j=8 e k=1**, devem também ser marcados com X (ver Figura Auxiliar 7).

2	~~2 – 4~~ ~~3 – 5~~								
3	2 – 6 3 – 5	~~4 – 6~~							
4	~~2 – 8~~ ~~3 – 9~~	~~4 – 8~~ ~~5 – 9~~	~~6 – 8~~ ~~5 – 9~~						
5	2 – 10 3 – 11	~~4 – 10~~ ~~5 – 11~~	6 – 10 5 – 11	~~8 – 10~~ ~~9 – 11~~					
6	~~2 – 4~~ ~~3 – 11~~	5 – 11	~~4 – 6~~ ~~5 – 11~~	~~4 – 8~~ ~~9 – 11~~	~~4 – 10~~				
8	~~**2 – 8**~~ ~~1 – 3~~	~~**4 – 8**~~ ~~**1 – 5**~~	6 – 8 1 – 5	~~1 – 9~~	8 – 10 1 – 11	~~4 – 8~~ ~~1 – 11~~			
10	~~2 – 4~~ ~~1 – 3~~	1 – 5	~~4 – 6~~ ~~1 – 5~~	~~4 – 8~~ ~~1 – 9~~	~~4 – 10~~ ~~1 – 11~~	1 – 11	~~4 – 8~~		
11	1 – 3	~~2 – 4~~ ~~1 – 5~~	2 – 6 1 – 5	~~2 – 8~~ ~~1 – 9~~	2 – 10 1 – 11	~~2 – 4~~ ~~1 – 11~~	~~**2 – 8**~~	~~2 – 4~~	
9									
K=	1	**2**	3	4	5	6	**8**	10	11

Figura Auxiliar 7 – Simplificação mediante a inspeção e a implicação – Exemplo 10.8.

Da mesma forma que nas etapas anteriores, efetuando-se a ***varredura sistemática*** pela Tabela, a **começar** da **direita para a esquerda**, de **baixo para cima**, encontra-se (Figura 10.25.d.2):

- **Quadrado [10 – 6] (j=10;k=6): O par 1 – 11** aparece como **par implicado** no **quadrado [10 – 6]**;

O **Par 1- 11**, por sua vez **NÃO está marcado com X** e, portanto, o **quadrado [10 – 6] fica como está** (**sem ser marcado com X**).

2	~~2 – 4~~ ~~3 – 5~~								
3	2 – 6 3 – 5	~~4 – 6~~							
4	~~2 – 8~~ ~~3 – 9~~	~~4 – 8~~ ~~5 – 9~~	~~6 – 8~~ ~~5 – 9~~						
5	2 – 10 3 – 11	~~4 – 10~~ ~~5 – 11~~	6 – 10 5 – 11	~~8 – 10~~ ~~9 – 11~~					
6	~~2 – 4~~ ~~3 – 11~~	5 – 11	~~4 – 6~~ ~~5 – 11~~	~~4 – 8~~ ~~9 – 11~~	~~4 – 10~~				
8	~~2 – 8~~ ~~1 – 3~~	~~4 – 8~~ ~~1 – 5~~	6 – 8 1 – 5	~~1 – 9~~	8 – 10 1 – 11	~~4 – 8~~ ~~1 – 11~~			
10	~~2 – 4~~ ~~1 – 3~~	1 – 5	~~4 – 6~~ ~~1 – 5~~	~~4 – 8~~ ~~1 – 9~~	~~4 – 10~~ ~~1 – 11~~	**1 – 11**	~~4 – 8~~		
11	**1 – 3**	~~2 – 4~~ ~~1 – 5~~	2 – 6 1 – 5	~~2 – 8~~ ~~1 – 9~~	2 – 10 1 – 11	~~2 – 4~~ ~~1 – 11~~	~~2 – 8~~	~~2 – 4~~	
9									
K=	**1**	2	3	4	5	**6**	8	10	11

Figura 10.25.d.2 – Simplificação mediante a inspeção e a implicação – Exemplo 10.8.

- **Quadrado [11 – 5] (j=11;k=5):** Apresenta como **pares implicados** o **par 1 – 11** e o **par 2 – 10**;

Percebe-se que o **quadrado [11 – 1] (j=11;k=1)** e o **quadrado [10 – 2] (j=10;k=2)** não estão marcados com X (Figura 10.25.d.2) e, portanto, o **quadrado [11 – 5] fica como está** (**sem ser marcado com X**).

Continuando a ***varredura sistemática*** e acompanhando-se pela Figura 10.25.d.2, encontra-se que:

- **Quadrado [8 – 5] (j=8;k=5):** O **par 8 – 10** aparece como **par implicado no quadrado [8 – 5]**; mas o **quadrado [10 – 8]** (que **determina** a **equivalência** entre os **estados 8 – 10**) está **marcado com um X**; então **marca-se com um X** o **quadrado [8 – 5]** (Figura 10.25.e.1);
- **Quadrado [8 – 3] (j=8;k=3):** O **par 6 – 8** aparece como **par implicado no quadrado [8 – 3]**; mas o **quadrado [8 – 6]** (que **determina** a **equivalência** entre os **estados 6 – 8**) está **marcado com um X**; então **marca-se com um X** o **quadrado [8 – 3]** (Figura 10.25.e.1);

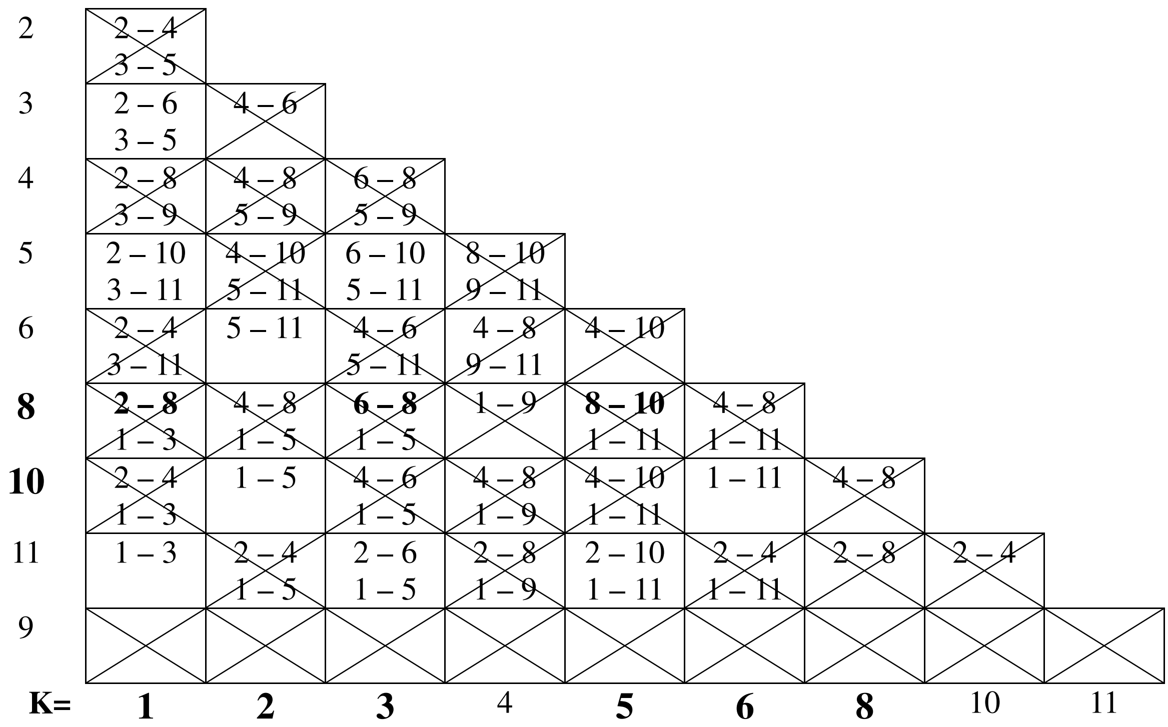

Figura 10.25.e.1 – Simplificação mediante a inspeção e a implicação – Exemplo 10.8.

- **Quadrado [5 – 3] (j=5;k=3):** Apresenta como **pares implicados** o **par 6 – 10** e o **par 5 – 11**;

Percebe-se que o **quadrado [10 – 6] (j=10;k=6)** e o **quadrado [11 – 5] (j=11;k=5)** não estão marcados com X (Figura 10.25.e.1) e, portanto, o **quadrado [5 – 3] fica como está** (**sem ser marcado com X**).

Em geral este **processo deve ser repetido** até que **se complete** uma ***varredura sistemática completa***, da **direita para a esquerda**, de **baixo para cima**, **sem que se marque com um X nenhum quadrado que já não estava marcado antes**.

Pode-se observar na Figura 10.25.e.1 que **todos os quadrados** da **linha J=8** estão marcados com um X. Na mesma Figura pode-se observar que **todos os quadrados** da coluna K=8 também estão marcados com um X.

Conclui-se que $\mathbf{q_8}$ é outra **Classe de Equivalência**, pois o Estado 8 não pode ser equivalente a nenhum outro estado (Figura Auxiliar 7.b).

Conforme ocorreu com os Estados 9 e 4, qualquer que seja o conjunto (par) implicado que contenha 8 também se exclui com um X (Figura Auxiliar 7.b).

2	2 – 4 3 – 5								
3	2 – 6 3 – 5	4 – 6							
4	2 – 8 3 – 9	4 – 8 5 – 9	6 – 8 5 – 9						
5	2 – 10 3 – 11	4 – 10 5 – 11	6 – 10 5 – 11	8 – 10 9 – 11					
6	2 – 4 3 – 11	5 – 11	4 – 6 5 – 11	4 – 8 9 – 11	4 – 10				
8	**2 – 8** 1 – 3	4 – 8 1 – 5	**6 – 8** 1 – 5	1 – 9	**8 – 10** 1 – 11	4 – 8 1 – 11			
10	2 – 4 1 – 3	1 – 5	4 – 6 1 – 5	4 – 8 1 – 9	4 – 10 1 – 11	1 – 11	4 – 8		
11	1 – 3	2 – 4 1 – 5	2 – 6 1 – 5	2 – 8 1 – 9	2 – 10 1 – 11	2 – 4 1 – 11	2 – 8	2 – 4	
9									
K=	**1**	**2**	**3**	4	**5**	**6**	**8**	10	11

Figura Auxiliar 7.b – Simplificação mediante a inspeção e a implicação – Exemplo 10.8.

Em resumo, até o momento foram identificados 3 Estados que constituem **Classes de Equivalência** ($\mathbf{q_4}$, $\mathbf{q_8}$ e $\mathbf{q_9}$) e que com certeza **não são equivalentes a nenhum outro Estado**. Isto significa que estes Estados devem, obrigatoriamente, fazer parte do menor conjunto de Estados possíveis para este problema.

No **final** deste processo de **varredura sistemática** as **coordenadas (j, k)** de um **quadrado** que **não se marcou com X representam um par de Estados equivalentes**. Faz-se então uma **varredura sistemática da Tabela,** da **direita para a esquerda**, de **baixo para cima** (acompanhar pela Figura 10.25.e.2), **marcando-se os Estados equivalentes** (ver Figura 10.26)

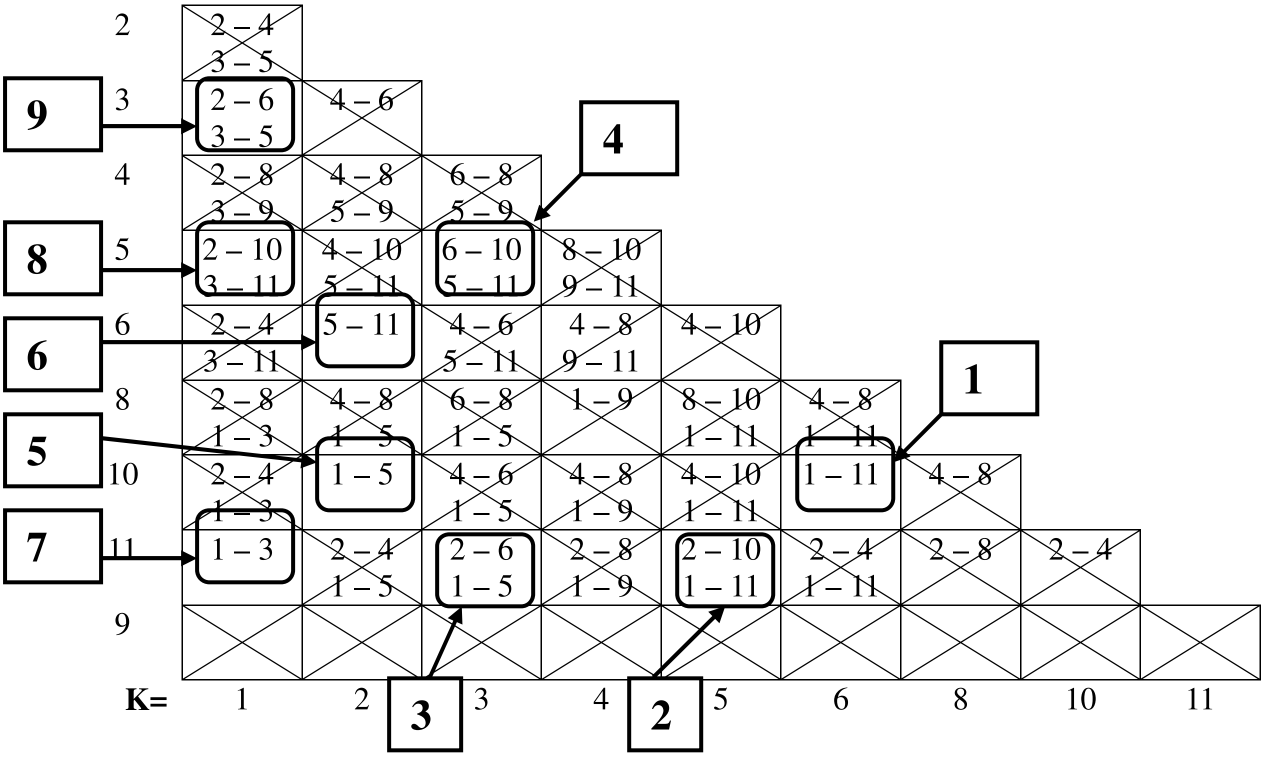

Figura 10.25.e.2 – Simplificação mediante a inspeção e a implicação – Exemplo 10.8.

- **1 -** O **quadrado [10 – 6] NÃO** se marcou com **X**, **portanto 6 ≡ 10**;
- **2 -** O **quadrado [11 – 5] NÃO** se marcou com **X**, **portanto 5 ≡ 11**;
- **3 -** O **quadrado [11 – 3] NÃO** se marcou com **X**, **portanto 3 ≡ 11**, e **como 5 ≡ 11**, **então 3 ≡ 5 ≡ 11**;
- **4 -** O **quadrado [5 – 3] NÃO** se marcou com **X**, **portanto 3 ≡ 5** (**já se sabe**);
- **5 -** O **quadrado [10 – 2] NÃO** se marcou com **X**, **portanto 2 ≡ 10**, e **como 6 ≡ 10, então 2 ≡ 6 ≡ 10**;
- **6 -** O **quadrado [6 – 2] NÃO** se marcou com **X**, **portanto 2 ≡ 6** (**já se sabe**);
- **7 -** O **quadrado [11 – 1] NÃO** se marcou com **X**, **portanto 1 ≡ 11** e **como 3 ≡ 5 ≡ 11, então 1 ≡ 3 ≡ 5 ≡ 11**;
- **8 -** O **quadrado [5 – 1] NÃO** se marcou com **X**, **portanto 1 ≡ 5** (**já se sabe**);
- **9 -** O **quadrado [3 – 1] NÃO** se marcou com **X**, **portanto 1 ≡ 3** (**já se sabe, pois 1 ≡ 3 ≡ 5 ≡ 11**).

A estes **dois grupos de Estados equivalentes – (1,3,5,11) e (2,6,10)** – que também constituem **Classes de Equivalência**, são **agregados** os **Estados 4, 8 e 9**, que eram **Classes de Equivalência**. O resultado pode ser apreciado na Figura 10.26.

11	–
10	–
8	–
6	(6,10)
5	(5,11) (6,10)
4	(5,11) (6,10)
3	(3,5,11) (6,10)
2	(3,5,11) (2,6,10)
1	(1,3,5,11) (2,6,10)
Classes de Equivalência	(1,3,5,11)(2,6,10)(4)(8)(9)

Figura 10.26 – Determinação das classes de equivalência obtidas da tabela de implicação – Exemplo 10.8.

A obtenção do preenchimento da Figura 10.26 pode ser melhor entendida à luz da Figura Auxiliar 7.c, onde se identificam os quadrados NÃO marcados com X.

Figura 10.25.e.2 girada de 90º no sentido anti-horário									9	**K=**		**Equivalências pela propriedade simétrica**	**Equivalências pela propriedade transitiva**
								11		11	11		
							10			10	10		
						8				8	8		
					6					6	6	(6,10)	(6,10)
				5						5	5	(5,11)	(5,11) (6,10)
			4							4	4		(5,11) (6,10)
		3								3	3	(3,5)(3,11)	(3,5,11) (6,10)
	2									2	2	(2,6)(2,10)	(3,5,11) (2,6,10)
1										1	1	(1,3)(1,5) (1,11)	(1,3,5,11) (2,6,10)
J=	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**8**	**10**	**11**	**9**				
											Classes de Equivalência	(1,3,5,11)(2,6,10)(4)(8)(9)	

Figura Auxiliar 7.c – Simplificação mediante a inspeção e a implicação – Exemplo 10.8.

Aplicando-se as relações de equivalências entre estados obtidas com o método adota e compiladas na Figura 10.26 pode-se apreciar as possibilidades de simplificação de estados ilustradas na Figura Auxiliar 8.

q^{ν} \ x^{ν}	**0**	**1**
1 ≡ a	2 ≡ b	3 ≡ a
2 ≡ b	4 ≡ c	5 ≡ a
3 ≡ a	6 ≡ b	5 ≡ a
4 ≡ c	8 ≡ d	9 ≡ e
5 ≡ a	10 ≡ b	11 ≡ a
6 ≡ b	4 ≡ c	11 ≡ a
8 ≡ d	8 ≡ d	1 ≡ a
10 ≡ b	4 ≡ c	1 ≡ a
11 ≡ a	2 ≡ b	1 ≡ a
9 ≡ e	10 ≡ b	1 ≡ a

$q^{\nu+1}, z^{\nu}$

Figura Auxiliar 8. – Simplificação mediante a inspeção e a implicação – Aplicação das relações de equivalências entre estados obtidas e compiladas na Figura 10.26.

Finalmente o resultado final da simplificação pode ser visto na Figura 10.27. Constata-se que a partir de um total de 12 estados pode-se chegar a um sistema com 5 estados. Este resultado dificilmente poderia ser alcançado com o uso de técnicas convencionais de simplificação de estados.

q^{ν} \ x^{ν}	**0**	**1**
(1,3,5,11) a	b, 0	a, 0
(2,6,10)b	c, 0	a, 0
(4) c	d, 0	e, 0
(8) d	d, 0	a, 0
(9) e	b, 1	a, 0

$q^{\nu+1}, z^{\nu}$

Figura 10.27. – Tabela mínima de estados do exemplo 10.8.