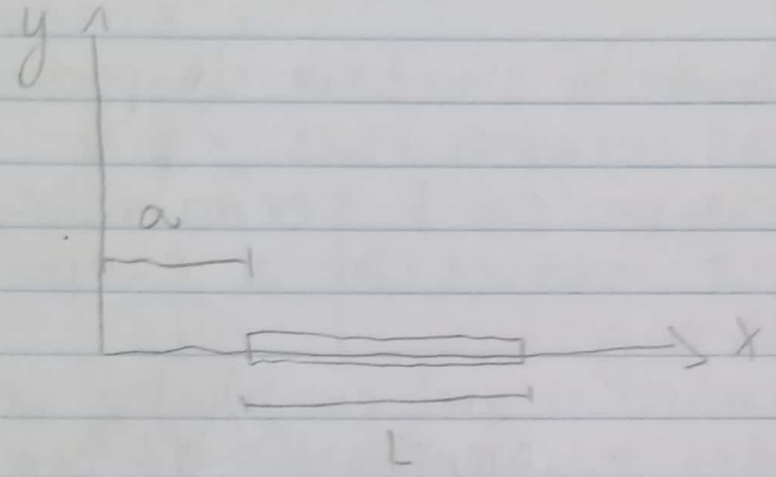
Barra de comprimento L a a metros da origem disposta no eixo x com carga Q. Qual o campo elétrico na origem?



$$E = \frac{Kq}{r^2}$$

Densidade linear de carga (λ) é a carga total (Q) dividida pelo comprimento (L):

$$\lambda = \frac{Q}{L} \Rightarrow \Delta q = \frac{Q}{L}\Delta x \Rightarrow \boxed{dq = \lambda\, dx}$$

Derivando E:

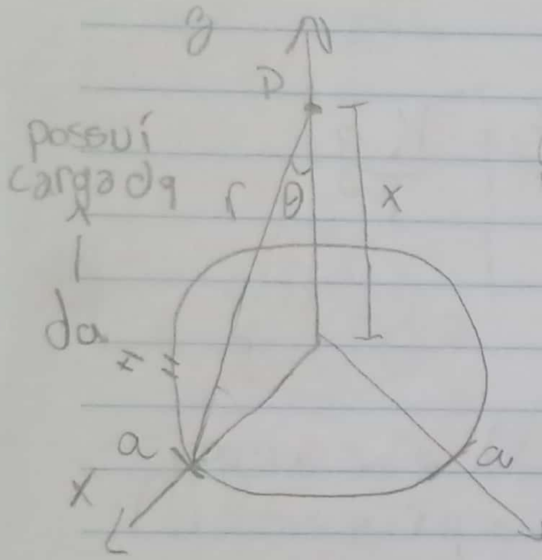
$$dE = \frac{K}{x^2}dq = \frac{K\lambda dx}{x^2} \qquad \boxed{dE = \frac{K\lambda}{x^2}dx}$$

Para encontrar E basta integrar dE

$$E = \int_a^{a+L} dE = \int_a^{a+L} \frac{K\lambda}{x^2}dx = K\lambda\left[\frac{-1}{x}\right]_a^{a+L} = K\lambda\left(\frac{1}{a+L} - \frac{1}{a}\right)$$

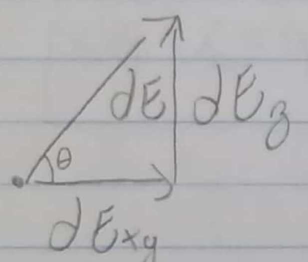
$$E = \frac{KQ}{L}\left(\frac{a-a+L}{a^2+aL}\right) = \frac{KQ}{a(a+L)} \qquad \boxed{E = \frac{KQ}{a(a+L)}}$$

Anel de raio a com carga Q distribuída uniformemente. Calcular $\vec{E}$ produzido pelo anel no ponto P distante x do centro ao longo do eixo central.



Devido à simetria do problema as componentes x e y do campo em P serão nulos, basta encontrar a componente z.

Dividindo o anel em infinitos segmentos de comprimento da com carga dq podemos calcular dE_z A integral de dE_z resulta E_z



$$dE_z = dE\cos(\theta)$$

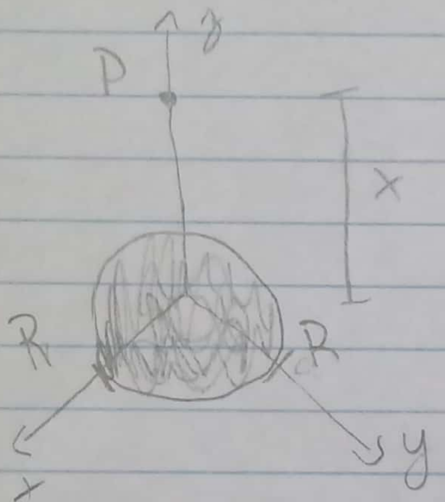
$$\cos(\theta) = \frac{x}{r} \Rightarrow dE_z = \frac{dE\,x}{r}$$

$$dE = \frac{K\,dq}{r^2} \Rightarrow dE_z = x\frac{K\,dq}{r^3}$$

$$E = \int x\frac{K\,dq}{r^3} = \frac{Kx}{r^3}\int dq = \frac{Kx}{r^3}Q \qquad r = \sqrt{x^2+a^2}$$

$$\boxed{E = \frac{K\,x}{(x^2+a^2)^{3/2}}Q}$$

Um disco de raio R tem densidade de carga superficial uniforme σ. Calcule E no ponto P localizado ao longo do eixo perpendicular a uma distância x.



Podemos considerar o disco como se fossem infinitos anéis de largura da. Como já calculamos E para anel, basta calcular dE e integrar

$$\sigma = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{\pi r^2} \Rightarrow Q = \sigma \pi r^2 \Rightarrow \boxed{dq = 2\pi \sigma r\, dr}$$

$$E = \frac{Kx}{(x^2+r^2)^{3/2}} Q \Rightarrow dE = \frac{Kx}{(x^2+r^2)^{3/2}} dq = \boxed{\frac{Kx\, 2\pi \sigma r\, dr}{(x^2+r^2)^{3/2}}}$$

$$E = \int_0^R dE = \int_0^R \frac{Kx 2\pi \sigma r\, dr}{(x^2+r^2)^{3/2}} = Kx 2\pi \sigma \int_0^R \frac{r}{(x^2+r^2)^{3/2}} dr$$

$$E = \pi K x \sigma \left[\frac{(r^2+x^2)^{-1/2}}{-1/2} \right]_0^R$$

$$\boxed{E = 2\pi K \sigma \left(1 - \frac{x}{(R^2+x^2)^{1/2}} \right)}$$

```
Q = 1;
a = 1;
L = 10;
eps0 = 8.85e-12;
%em quantos pontos será realizda a integração
npartes = 100;
x = a:L/(npartes-1):(a+L); # Uniformly spaced points
y = 1./(x.^2);
r1 = trapz(x, y);
%integração pelo método dos trapézios
r1 = Q*r1/((4*pi*eps0)*L)
%Cálculo exato integral
r2 = 1/(4*pi*eps0)*Q/L*(1/a-1/(L+a))
%erro de r1
erro = (r2-r1)/r1;
Erro_percentual = erro*100
```

```
>> ex2

r1 = 8.1896e+08
r2 = 8.1744e+08
Erro percentual = -0.1862
```