

PCS 3225
Sistemas Digitais II

Módulo 05 – Síntese de Circuitos Sequenciais

*(minimização, exemplo de Simplificação por
Tabelas de Implicação - Livro
Hill&Peterson)*

*Andrade, Marco Túlio Carvalho de; Albertini,
Bruno de Carvalho*

Professores Responsáveis

versão: 1.0 (agosto de 2017)

© Andrade, Bruno, Midorikawa, Simplicio e Spina 2.017 <Sínt. Circ. Seq.> PCS 3225 Sistemas Digitais II

1

Minimização

- Considere a tabela contendo o estado atual, próximo estado e saída.

q ^v	x ^v	
	= 0	= 1
1	2/0	3/0
2	4/0	5/0
3	6/0	7/0
4	8/0	9/0
5	10/0	11/0
6	4/0	12/0
7	10/0	12/0
8	8/0	1/0
9	10/1	1/0
10	4/0	1/0
11	2/0	1/0
12	2/0	1/0
	q ^{v+1/z}	q ^{v+1/z}

© Andrade, Bruno, Midorikawa, Simplicio e Spina 2.017 <Sínt. Circ. Seq.> PCS 3225 Sistemas Digitais II

2

Minimização

- O estado 9 é o único que produz saída 1.
- Os estados 11 e 12 são equivalentes (para a mesma entrada produzem a mesma saída e mesmo valor de excitação (próximo estado))

q ^v	x ^v	
	= 0	= 1
1	2/0	3/0
2	4/0	5/0
3	6/0	7/0
4	8/0	9/0
5	10/0	11/0
6	4/0	12/0
7	10/0	12/0
8	8/0	1/0
9	10/1	1/0
10	4/0	1/0
11	2/0	1/0
12	2/0	1/0
q ^{v+1/z}		q ^{v+1/z}

© Andrade, Bruno, Midorikawa, Simplicio e Spina 2.017 <Sínt. Circ. Seq.> PCS 3225 Sistemas Digitais II

3

Minimização

- O estado 9 não pode ter nenhum estado equivalente (dizemos que representa uma classe de equivalência)

q ^v	x ^v	
	= 0	= 1
1	2/0	3/0
2	4/0	5/0
3	6/0	7/0
4	8/0	9/0
5	10/0	11/0
6	4/0	12/0
7	10/0	12/0
8	8/0	1/0
9	10/1	1/0
10	4/0	1/0
11	2/0	1/0
12	2/0	1/0
q ^{v+1/z}		q ^{v+1/z}

© Andrade, Bruno, Midorikawa, Simplicio e Spina 2.017 <Sínt. Circ. Seq.> PCS 3225 Sistemas Digitais II

4

Minimização

– Simplificando

- Agrega-se os estados equivalentes
- Substitui-se na tabela as referencias aos estados excluídos pelo estado agregado

q^v	X^v	$= 0$	$= 1$
1		2/0	3/0
2		4/0	5/0
3		6/0	7/0
4		8/0	9/0
5		10/0	11/0
6		4/0	12/0
7		10/0	12/0
8		8/0	1/0
9		10/1	1/0
10		4/0	1/0
11		2/0	1/0
12		2/0	1/0
		$q^{v+1/z}$	$q^{v+1/z}$

q^v	X^v	$= 0$	$= 1$
1		2/0	3/0
2		4/0	5/0
3		6/0	7/0
4		8/0	9/0
5		10/0	11/0
6		4/0	11/0
7		10/0	11/0
8		8/0	1/0
9		10/1	1/0
10		4/0	1/0
11		2/0	1/0
		$q^{v+1/z}$	$q^{v+1/z}$

© Andrade, Bruno, Midorikawa, Simplício e Spina 2.017 <Sínt. Circ. Seq.> PCS 3225 Sistemas Digitais II

5

Minimização

– Simplificando novamente

q^v	X^v	$= 0$	$= 1$
1		2/0	3/0
2		4/0	5/0
3		6/0	7/0
4		8/0	9/0
5		10/0	11/0
6		4/0	11/0
7		10/0	11/0
8		8/0	1/0
9		10/1	1/0
10		4/0	1/0
11		2/0	1/0
		$q^{v+1/z}$	$q^{v+1/z}$

q^v	X^v	$= 0$	$= 1$
1		2/0	3/0
2		4/0	5/0
3		6/0	5/0
4		8/0	9/0
5		10/0	11/0
6		4/0	11/0
8		8/0	1/0
9		10/1	1/0
10		4/0	1/0
11		2/0	1/0
		$q^{v+1/z}$	$q^{v+1/z}$

© Andrade, Bruno, Midorikawa, Simplício e Spina 2.017 <Sínt. Circ. Seq.> PCS 3225 Sistemas Digitais II

6

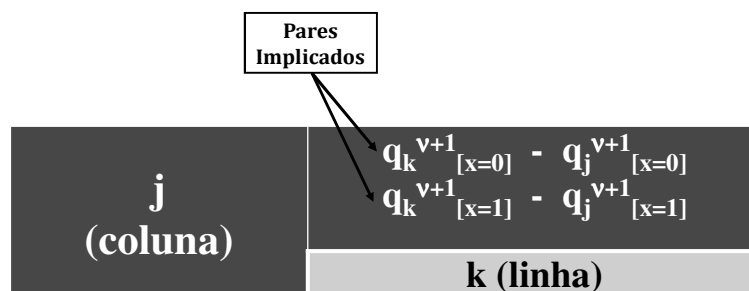
Resumo

$q_j^v \equiv q_k^v$ Se e Somente Se (SSE)	$q_k^{v+1}_{[x=0]} \equiv q_j^{v+1}_{[x=0]}$
	E Também
	$q_k^{v+1}_{[x=1]} \equiv q_j^{v+1}_{[x=1]}$

© Andrade, Bruno, Midorikawa, Simplicio e Spina 2.017 <Sínt. Circ. Seq.> PCS 3225 Sistemas Digitais II

7

Pares Implicados



© Andrade, Bruno, Midorikawa, Simplicio e Spina 2.017 <Sínt. Circ. Seq.> PCS 3225 Sistemas Digitais II

8

Minimização

q ^v	X ^v	
	= 0	= 1
1	2/0	3/0
2	4/0	5/0
3	6/0	5/0
4	8/0	9/0
5	10/0	11/0
6	4/0	11/0
8	8/0	1/0
10	4/0	1/0
11	2/0	1/0
9	10/1	1/0
	q ^{v+1/z}	q ^{v+1/z}

- Monta-se uma tabela com n-1 linhas e colunas (deixando de fora o primeiro e o último)
- Marca-se como descartado as células em que o cruzamento seja de estados com saídas diferentes

© Andrade, Bruno, Midorikawa, Simplicio e Spina 2.017 <Sínt. Circ. Seq.> PCS 3225 Sistemas Digitais II

9

Minimização

q ^v	X ^v	
	= 0	= 1
1	2/0	3/0
2	4/0	5/0
3	6/0	5/0
4	8/0	9/0
5	10/0	11/0
6	4/0	11/0
8	8/0	1/0
9	10/1	1/0
10	4/0	1/0
11	2/0	1/0
	q ^{v+1/z}	q ^{v+1/z}

j									
2	2-4 3-5								
3	2-6 3-5	4-6 5-5							
4	2-8 3-9	4-8 5-9	6-8 5-9						
5	2-10 3-11	4-10 5-11	6-10 5-11	8-10 9-11					
6	2-4 3-11	4-4 5-11	4-6 5-11	4-8 9-11	4-10 11-11				
8	2-8 1-3	4-8 1-5	6-8 1-5	8-8 1-9	8-10 1-11	4-8 1-11			
10	2-4 1-3	4-4 1-5	4-6 1-5	4-8 1-9	4-10 1-11	4-4 1-11	4-8 1-1		
11	2-2 1-3	2-4 1-5	2-6 1-5	2-8 1-9	2-10 1-11	2-4 1-11	2-8 1-1	2-4 1-1	
9									
k	1	2	3	4	5	6	8	10	11

© Andrade, Bruno, Midorikawa, Simplicio e Spina 2.017 <Sínt. Circ. Seq.> PCS 3225 Sistemas Digitais II

10

Minimização

q ^v	X ^v	
	= 0	= 1
1	2/0	3/0
2	4/0	5/0
3	6/0	5/0
4	8/0	9/0
5	10/0	11/0
6	4/0	11/0
8	8/0	1/0
9	10/1	1/0
10	4/0	1/0
11	2/0	1/0
	q ^{v+1/z}	q ^{v+1/z}

j									
2	2-4 3-5								
3	2-6 3-5	4-6 5-5							
4	2-8 3-9	4-8 5-9	6-8 5-9						
5	2-10 3-11	4-10 5-11	6-10 5-11	8-10 9-11					
6	2-4 3-11	4-4 5-11	4-6 5-11	4-8 9-11	4-10 11-11				
8	2-8 1-3	4-8 1-5	6-8 1-5	8-8 1-9	8-10 1-11	4-8 1-11			
10	2-4 1-3	4-4 1-5	4-6 1-5	4-8 1-9	4-10 1-11	4-4 1-11	4-8 1-1		
11	2-2 1-3	2-4 1-5	2-6 1-5	2-8 1-9	2-10 1-11	2-4 1-11	2-8 1-1	2-4 1-1	
9									
k	1	2	3	4	5	6	8	10	11

Eliminando estados m-m (implicados entre si)

© Andrade, Bruno, Midorikawa, Simpício e Spina 2.017 <Sínt. Circ. Seq.> PCS 3225 Sistemas Digitais II

11

Minimização

q ^v	X ^v	
	= 0	= 1
1	2/0	3/0
2	4/0	5/0
3	6/0	5/0
4	8/0	9/0
5	10/0	11/0
6	4/0	11/0
8	8/0	1/0
9	10/1	1/0
10	4/0	1/0
11	2/0	1/0
	q ^{v+1/z}	q ^{v+1/z}

j									
2	2-4 3-5								
3	2-6 3-5	4-6 5-5							
4	2-8 3-9	4-8 5-9	6-8 5-9						
5	2-10 3-11	4-10 5-11	6-10 5-11	8-10 9-11					
6	2-4 3-11	4-4 5-11	4-6 5-11	4-8 9-11	4-10 11-11				
8	2-8 1-3	4-8 1-5	6-8 1-5	8-8 1-9	8-10 1-11	4-8 1-11			
10	2-4 1-3	4-4 1-5	4-6 1-5	4-8 1-9	4-10 1-11	4-4 1-11	4-8 1-1		
11	2-2 1-3	2-4 1-5	2-6 1-5	2-8 1-9	2-10 1-11	2-4 1-11	2-8 1-1	2-4 1-1	
9									
k	1	2	3	4	5	6	8	10	11

Descartando estados que possuem implicações já descartadas
(q₄ representa outra classe de equivalência)

© Andrade, Bruno, Midorikawa, Simpício e Spina 2.017 <Sínt. Circ. Seq.> PCS 3225 Sistemas Digitais II

12

Minimização

q ^v	X ^v	
	= 0	= 1
1	2/0	3/0
2	4/0	5/0
3	6/0	5/0
4	8/0	9/0
5	10/0	11/0
6	4/0	11/0
8	8/0	1/0
9	10/1	1/0
10	4/0	1/0
11	2/0	1/0
	q ^{v+1/z}	q ^{v+1/z}

j									
2	2-4 3-5								
3	2-6 3-5	4-6 5-5							
4	2-8 3-9	4-8 5-9	6-8 5-9						
5	2-10 3-11	4-10 5-11	6-10 5-11	8-10 9-11					
6	2-4 3-11	4-4 5-11	4-6 5-11	4-8 9-11	4-10 11-11				
8	2-8 1-3	4-8 1-5	6-8 1-5	8-8 1-9	8-10 1-11	4-8 1-11			
10	2-4 1-3	4-4 1-5	4-6 1-5	4-8 1-9	4-10 1-11	4-4 1-11	4-8 1-11		
11	2-2 1-3	2-4 1-5	2-6 1-5	2-8 1-9	2-10 1-11	2-4 1-11	2-8 1-11	2-4 1-11	
9									
k	1	2	3	4	5	6	8	10	11

Repetindo para q₄

© Andrade, Bruno, Midorikawa, Simplicio e Spina 2.017 <Sint. Circ. Seq.> PCS 3225 Sistemas Digitais II

13

Minimização

q ^v	X ^v	
	= 0	= 1
1	2/0	3/0
2	4/0	5/0
3	6/0	5/0
4	8/0	9/0
5	10/0	11/0
6	4/0	11/0
8	8/0	1/0
9	10/1	1/0
10	4/0	1/0
11	2/0	1/0
	q ^{v+1/z}	q ^{v+1/z}

j									
2	2-4 3-5								
3	2-6 3-5	4-6 5-5							
4	2-8 3-9	4-8 5-9	6-8 5-9						
5	2-10 3-11	4-10 5-11	6-10 5-11	8-10 9-11					
6	2-4 3-11	4-4 5-11	4-6 5-11	4-8 9-11	4-10 11-11				
8	2-8 1-3	4-8 1-5	6-8 1-5	8-8 1-9	8-10 1-11	4-8 1-11			
10	2-4 1-3	4-4 1-5	4-6 1-5	4-8 1-9	4-10 1-11	4-4 1-11	4-8 1-11		
11	2-2 1-3	2-4 1-5	2-6 1-5	2-8 1-9	2-10 1-11	2-4 1-11	2-8 1-11	2-4 1-11	
9									
k	1	2	3	4	5	6	8	10	11

Analisando um a um, direita para esquerda, baixo para cima

© Andrade, Bruno, Midorikawa, Simplicio e Spina 2.017 <Sint. Circ. Seq.> PCS 3225 Sistemas Digitais II

14

Minimização

q ^v	X ^v	
	= 0	= 1
1	2/0	3/0
2	4/0	5/0
3	6/0	5/0
4	8/0	9/0
5	10/0	11/0
6	4/0	11/0
8	8/0	1/0
9	10/1	1/0
10	4/0	1/0
11	2/0	1/0
	q ^{v+1/z}	q ^{v+1/z}

j										
2	2-4 3-5									
3	2-6 3-5	4-6 5-5								
4	2-8 3-9	4-8 5-9	6-8 5-9							
5	2-10 3-11	4-10 5-11	6-10 5-11	8-10 9-11						
6	2-4 3-11	4-4 5-11	4-6 5-11	4-8 9-11	4-10 11-11					
8	2-8 1-3	4-8 1-5	6-8 1-5	8-8 1-11	8-10 1-11	4-8 1-11				
10	2-4 1-3	4-4 1-5	4-6 1-5	4-8 1-9	4-10 1-11	4-8 1-11	4-8 1-11			
11	2-2 1-3	2-4 1-5	2-6 1-5	2-8 1-9	2-10 1-11	2-8 1-11	2-4 1-11	2-4 1-11		
9										
k	1	2	3	4	5	6	8	10	11	

Nota-se que a condição em análise não satisfaz. Descarta-se a condição.

© Andrade, Bruno, Midorikawa, Simpício e Spina 2.017 <Sínt. Circ. Seq.> PCS 3225 Sistemas Digitais II

15

Minimização

q ^v	X ^v	
	= 0	= 1
1	2/0	3/0
2	4/0	5/0
3	6/0	5/0
4	8/0	9/0
5	10/0	11/0
6	4/0	11/0
8	8/0	1/0
9	10/1	1/0
10	4/0	1/0
11	2/0	1/0
	q ^{v+1/z}	q ^{v+1/z}

j										
2	2-4 3-5									
3	2-6 3-5	4-6 5-5								
4	2-8 3-9	4-8 5-9	6-8 5-9							
5	2-10 3-11	4-10 5-11	6-10 5-11	8-10 9-11						
6	2-4 3-11	4-4 5-11	4-6 5-11	4-8 9-11	4-10 11-11					
8	2-8 1-3	4-8 1-5	6-8 1-5	8-8 1-9	8-10 1-11	4-8 1-11				
10	2-4 1-3	4-4 1-5	4-6 1-5	4-8 1-9	4-10 1-11	4-8 1-11	4-8 1-11			
11	2-2 1-3	2-4 1-5	2-6 1-5	2-8 1-9	2-10 1-11	2-4 1-11	2-8 1-11	2-4 1-11		
9										
k	1	2	3	4	5	6	8	10	11	

Nota-se que a condição em análise não satisfaz. Descarta-se a condição.

© Andrade, Bruno, Midorikawa, Simpício e Spina 2.017 <Sínt. Circ. Seq.> PCS 3225 Sistemas Digitais II

16

Minimização

q ^v	X ^v	
	= 0	= 1
1	2/0	3/0
2	4/0	5/0
3	6/0	5/0
4	8/0	9/0
5	10/0	11/0
6	4/0	11/0
8	8/0	1/0
9	10/1	1/0
10	4/0	1/0
11	2/0	1/0
	q ^{v+1/z}	q ^{v+1/z}

j									
2	2-4 3-5								
3	2-6 3-5	4-6 5-5							
4	2-8 3-9	4-8 5-9	6-8 5-9						
5	2-10 3-11	4-10 5-11	6-10 5-11	8-10 9-11					
6	2-4 3-11	4-4 5-11	4-6 5-11	4-8 9-11	4-10 11-11				
8	2-8 1-3	4-8 1-5	6-8 1-5	8-8 1-9	8-10 1-11	4-8 1-11			
10	2-4 1-3	4-4 1-5	4-6 1-5	4-8 1-9	4-10 1-11	4-8 11-11	2-4 1-11		
11	2-2 1-3	2-4 1-5	2-6 1-5	2-8 1-9	2-10 1-11	2-4 1-11	2-8 11-11	2-4 1-11	
9									
k	1	2	3	4	5	6	8	10	11

Nota-se que a condição em análise satisfaz. Deixa-se como está.

© Andrade, Bruno, Midorikawa, Simpício e Spina 2.017 <Sínt. Circ. Seq.> PCS 3225 Sistemas Digitais II

17

Minimização

q ^v	X ^v	
	= 0	= 1
1	2/0	3/0
2	4/0	5/0
3	6/0	5/0
4	8/0	9/0
5	10/0	11/0
6	4/0	11/0
8	8/0	1/0
9	10/1	1/0
10	4/0	1/0
11	2/0	1/0
	q ^{v+1/z}	q ^{v+1/z}

j									
2	2-4 3-5								
3	2-6 3-5	4-6 5-5							
4	2-8 3-9	4-8 5-9	6-8 5-9						
5	2-10 3-11	4-10 5-11	6-10 5-11	8-10 9-11					
6	2-4 3-11	4-4 5-11	4-6 5-11	4-8 9-11	4-10 11-11				
8	2-8 1-3	4-8 1-5	6-8 1-5	8-8 1-9	8-10 1-11	4-8 1-11			
10	2-4 1-3	4-4 1-5	4-6 1-5	4-8 1-9	4-10 1-11	4-4 1-11	4-8 11-11	2-4 1-11	
11	2-2 1-3	2-4 1-5	2-6 1-5	2-8 1-9	2-10 1-11	2-4 1-11	2-8 11-11	2-4 1-11	
9									
k	1	2	3	4	5	6	8	10	11

Processo de descarte concluído.

© Andrade, Bruno, Midorikawa, Simpício e Spina 2.017 <Sínt. Circ. Seq.> PCS 3225 Sistemas Digitais II

18

Classes de Equivalência

q ^v	X ^v	
	= 0	= 1
1	2/0	3/0
2	4/0	5/0
3	6/0	5/0
4	8/0	9/0
5	10/0	11/0
6	4/0	11/0
8	8/0	1/0
9	10/1	1/0
10	4/0	1/0
11	2/0	1/0
	q ^{v+1/z}	q ^{v+1/z}

j									
2	2-4								
3	2-6	4-6							
4	2-8	4-8	6-8						
5	2-10	4-10	6-10	8-10					
6	2-4	4-6	4-8	4-10					
8	2-8	4-8	6-8	8-8	8-10	4-8			
10	2-4	4-6	4-8	4-10	4-11	4-8			
11	2-2	2-4	2-6	2-8	2-10	2-4	2-8	2-4	
9	1-3	1-5	1-5	1-9	1-11	1-11	1-11	1-11	
k	1	2	3	4	5	6	8	10	11

(2 ≡ 6 ≡ 10)

(4)

(8)

(9)

(1 ≡ 3 ≡ 5 ≡ 11)

© Andrade, Bruno, Midorikawa, Simplicio e Spina 2.017 <Sínt. Circ. Seq.> PCS 3225 Sistemas Digitais II

19

Tabela Final

q ^v	X ^v	
	= 0	= 1
(1,3,5,11) A	B/0	A/0
(2,6,10) B	C/0	A/0
(4) C	D/0	E/0
(8) D	D/0	A/0
(9) E	B/1	A/0
	q ^{v+1/z}	q ^{v+1/z}

– Estados agora são representados pelas classes equivalentes

© Andrade, Bruno, Midorikawa, Simplicio e Spina 2.017 <Sínt. Circ. Seq.> PCS 3225 Sistemas Digitais II

20

Bibliografia

Hill & Peterson (2006)

Exemplo 10.8

Hill, Frederic and Peterson, Gerald;

Introduction to Switching Theory and Logical Design;

Ed. John Wiley and Sons;