Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia de São Paulo
Curso de Graduação em Engenharia Eletrônica

Mapas de Karnaugh

RELATÓRIO DA DISCIPLINA LABORATÓRIO DE ELETRÔNICA 1 COM O PROF. GILBERTO CUARELLI E O PROF. HAROLDO GUIBU.

Gustavo Senzaki Lucente SP303724X
Luís Otávio Lopes Amorim SP3034178

São Paulo

2020

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

1 INTRODUÇÃO TEÓRICA

O mapa de Karnaugh é um método de simplificação de expressões booleanas, consistindo em um diagrama que mapeia as entradas e saídas da expressão, sendo uma forma diferente de escrever uma tabela verdade (GUIMARãES, 2019).

Os mapas são construídos utilizando o código Gray, mudando assim o valor de apenas uma váriavel de um quadro ao outro (SILVEIRA, 2011). Isso é feito pois, dessa forma podemos utilizar a simplificação da equação $AB + A\bar{B} = A(B + \bar{B}) = A$ retirada dos teoremas da álgebra de boole.

Com os mapas, reduzimos o número de termos na expressão final ao montar o mapa, agrupar termos de nível lógico 1 em posições específicas e utilizar essa simplificação.

1.1 Objetivos

Analisar e entender as etapas de desenvolvimento de circuitos lógicos combinacionais. Utilizar mapas de Karnaugh para simplificar expressões lógicas. Entender o conceito da unidade lógica de comparação.

1.2 Materiais e Equipamentos Utilizados

- 1 Circuito integrado 7400 (Porta NAND - MED50)
- 1 Circuito integrado 7402 (Porta NOR - MED50)
- 1 Circuito integrado 7408 (Porta AND - MED50)
- 1 Circuito integrado 7432 (Porta OR - MED50)
- 1 Circuito integrado 7486 (Porta XOR - MED52)
- 1 Circuito integrado 74266 (Porta XNOR - MED52)
- 1 Circuito integrado 7404 (Porta NOT - MED52)
- 1 Fonte de alimentação DC (LEG2000)
- 1 Gerador de Sinais (LEG2000)
- LED's e resistores para monitoramento dos níveis lógicos (LEG2000)

2 PROCEDIMENTOS EXPERIMENTAIS

O único circuito proposto neste experimento é o de um comparador de magnitude. Esse tipo de circuito possui três saídas de forma que, apenas uma delas terá nível lógico 1, independente da situação.

As entradas, na montagem proposta são quatro: A_0, A_1, B_0, B_1, que representam dois números binários A e B. As saídas dependem se A é igual, maior ou menor do que B (DUENHA, 2021). A tabela 1 é a tabela verdade desse circuito e as equaçõoes 2.1, 2.2, 2.3, 2.4, 2.5, 2.6 são as equações das três saídas do circuito.

Tabela 1 – Tabela verdade

A_0	A_1	B_0	B_1	$A > B$	$A = B$	$A < B$	$A \geq B$	$A \leq B$	$A \neq B$
0	0	0	0	0	1	0	1	1	0
0	0	0	1	0	0	1	0	1	1
0	0	1	0	0	0	1	0	1	1
0	0	1	1	0	0	1	0	1	1
0	1	0	0	1	0	0	1	0	1
0	1	0	1	0	1	0	1	1	0
0	1	1	0	0	0	1	0	1	1
0	1	1	1	0	0	1	0	1	1
1	0	0	0	1	0	0	1	0	1
1	0	0	1	1	0	0	1	0	1
1	0	1	0	0	1	0	1	1	0
1	0	1	1	0	0	1	0	1	1
1	1	0	0	1	0	0	1	0	1
1	1	0	1	1	0	0	1	0	1
1	1	1	0	1	0	0	1	0	1
1	1	1	1	0	1	0	1	1	0

Fonte: Elaborada pelos autores

$$S_{A=B} = \bar{A}_0\bar{A}_1\bar{B}_0\bar{B}_1 + \bar{A}_0A_1\bar{B}_0B_1 + A_0\bar{A}_1B_0\bar{B}_1 + A_0\bar{A}_1B_0\bar{B}_1 + A_0A_1B_0B_1 \tag{2.1}$$

$$S_{A>B} = \bar{A}_0A_1\bar{B}_0B1 + A_0\bar{A}_1\bar{B}_0\bar{B}_1 + A_0\bar{A}_1\bar{B}_0B_1 + A_0A_1\bar{B}_0\bar{B}_1 + A_0A_1\bar{B}_0B1 + A_0A_1B_0\bar{B}_1 \tag{2.2}$$

$$S_{A<B} = \bar{A}_0\bar{A}_1\bar{B}_0B_1+\bar{A}_0\bar{A}_1B_0\bar{B}_1+\bar{A}_0\bar{A}_1B_0B_1+\bar{A}_0A_1B_0\bar{B}_1+\bar{A}_0A_1B_0B_1+\bar{A}_0A_1B_0B_1 \tag{2.3}$$

$$S_{A\geq B} = S_{A=B} + S_{A>B} \tag{2.4}$$

$$S_{A\leq B} = S_{A=B} + S_{A<B} \tag{2.5}$$

$$S_{A\neq B} = \overline{S_{A=B}} \tag{2.6}$$

Podemos simplificar todas essas equações utilizando o método do mapa de Karnaugh, porém como as equações 2.4, 2.1, 2.6 dependem das outras, podemos simplificar apenas ass apresentadas primeiro, e retirar estas das versões simplificadas. Por isso, precisamos fazer apenas 3 mapas, que podem ser vistos nas figuras 1, 2 e 3.

Figura 1 – Mapa de Karnaugh da expressão $A = B$

A_0A_1 \ B_0B_1	00	01	11	10
00	1	0	0	0
01	0	1	0	0
11	0	0	1	0
10	0	0	0	1

Fonte: Elaborada pelos autores

Figura 2 – Mapa de Karnaugh da expressão $A > B$

A_0A_1 \ B_0B_1	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	1	0	0	0
11	1	1	0	1
10	1	1	0	0

Fonte: Elaborada pelos autores

Figura 3 – Mapa de Karnaugh da expressão $A < B$

A_0A_1 \ B_0B_1	00	01	11	10
00	0	1	1	1
01	0	0	1	1
11	0	0	0	0
10	0	0	1	0

Fonte: Elaborada pelos autores

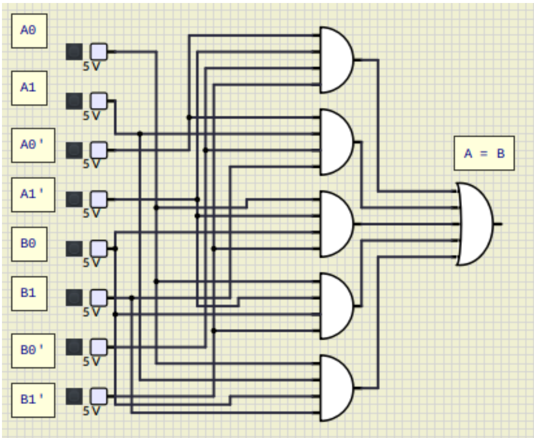
Com isso, podemos simplificar as equações 2.2 e 2.3 transformando elas, respectivamente, nas equações 2.8 e 2.7. A equação 2.1 não pode ser mais simplificada, já que não há nenhum agrupamento possível a partir do mapa de Karnaugh.

$$S_{A>B} = A_1\bar{B_0}\bar{B_1} + A_0A_1\bar{B_1} + A_0\bar{B_0} \tag{2.7}$$

$$S_{A<B} = \bar{A_0}\bar{A_1}B_1 + \bar{A_1}B_0B_1 + \bar{A_0}B_0 \tag{2.8}$$

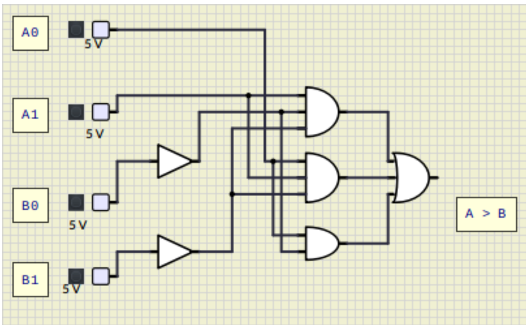
Os circuitos lógicos combinacionais que representam as expressões das equações 2.1, 2.7, 2.8, podem ser vistos, respectivamente, nas figuras 4, 6 e 5. Os outros três circuitos podem ser montados como uma combinação simples desses três, como já foi descrito nas equações 2.4, 2.5 e 2.6.

Figura 4 – Circuito Lógico A = B



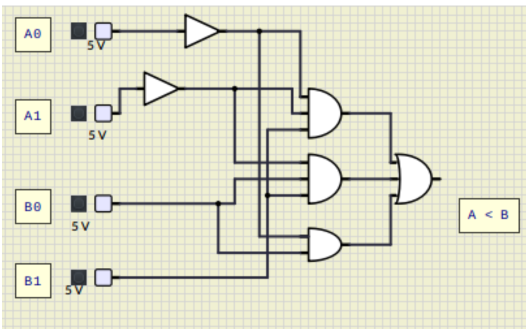
Fonte: Elaborada pelos autores

Figura 5 – Circuito Lógico A > B



Fonte: Elaborada pelos autores

Figura 6 – Circuito Lógico A < B



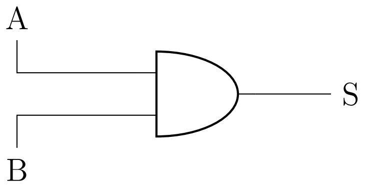
Fonte: Elaborada pelos autores

3 QUESTÕES

3.1 Circuito produto

Como o circuito desejado é basicamente o produto das duas entradas, ou seja, $P = AB$, ele é basicamente uma porta do tipo AND como visível na figura 7.

Figura 7 – Circuito Lógico Mintermos



Fonte: Elaborada pelos autores

3.2 Simplificações com mapas de Karnaugh

1. $f(A, B, C, D) = \Pi_M(0, 5, 7, 13, 14, 15)$

   A tabela 2 é a tabela verdade da expressão desejada, já a figura 8 é o mapa de karnaugh dessa expressão, já com os agrupamentos. Esses agrupamentos foram utilizados para produzir a equação simplificada evidenciada na equação 3.1.

Figura 8 – Mapa de Karnaugh da expressão 1

AB \ CD	00	01	11	10
00	0	1	1	1
01	1	0	0	1
11	0	1	1	1
10	0	0	0	0

Fonte: Elaborada pelos autores

Tabela 2 – Tabela verdade da expressão 1

A	B	C	D	S
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

Fonte: Elaborada pelos autores

$$S = ABD + \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}\bar{B}D + \bar{A}B\bar{D} + BC\bar{D} \tag{3.1}$$

2. $f(A,B,C,D) = \sum_m(1,4,7,10,13) + d(5,14,15)$

   A tabela 3 é a tabela verdade da expressão desejada, já a figura 9 é o mapa de karnaugh dessa expressão, já com os agrupamentos. Esses agrupamentos foram utilizados para produzir a equação simplificada evidenciada na equação 3.2.

Figura 9 – Mapa de Karnaugh da expressão 2

AB \ CD	00	01	11	10
00	0	1	0	0
01	1	X	1	0
11	0	1	X	X
10	0	0	0	1

Fonte: Elaborada pelos autores

Tabela 3 – Tabela verdade da expressão 2

A	B	C	D	S
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	X
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	X
1	1	1	1	X

Fonte: Elaborada pelos autores

$$S = AC\bar{D} + \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}\bar{C}D + BD \tag{3.2}$$

4 CONCLUSÕES

Neste experimento trabalhamos bastante com o método de simplificação de expressões booleanas dos mapas de Karnaugh. Esse método pode se tornar muit complexo para casos com muitas (mais de 6) variáveis, porém é muito poderoso, sendo assim muito utilizado.

Além do estudo prático desse método, aplicamos ele para a construção de um circuito lógic combinacional, o circuito de um comparador de magnitude de 2 bits, que basicamente compara os valores de dois números de 2 bits.

É interessante perceber que, assim como esperado, as tabelas verdades de todos os circuitos simplificados são iguais aquelas obtidas antes da simplificação, isso evidencia duas coisas. A primeira é que não houve erros na etapa da simplificação, por isso sempre é útil fazer essa comparação. A segunda é a importância e solidez das técnicas da álgebra de boole já que, todos os métodos de simplificação, algébricos ou não, utilizam dos teoremas desse ramo de estudos.

REFERÊNCIAS

DUENHA, L. **Circuitos Combinacionais**. 2021. Acesso em: 4 de fev. de 2021. Citado na página 6.

GUIMARÃES, F. **Mapa de Karnaugh – Aula 6.1 – ED**. 2019. Citado na página 5.

SILVEIRA, D. D. **Circuitos Lógicos-Prof. Daniel D. Silveira Circuitos Lógicos Simplificação de circuitos lógicos Mapa de Karnaugh**. 2011. Citado na página 5.