

Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia de São Paulo
Curso de Graduação em Engenharia Eletrônica

Teoremas de DeMorgan

RELATÓRIO DA DISCIPLINA
LABORATÓRIO DE ELETRÔNICA 1 COM
O PROF. GILBERTO CUARELLI E O PROF.
HAROLDO GUIBU.

Gustavo Senzaki Lucente
Luís Otávio Lopes Amorim

SP303724X
SP3034178

São Paulo

2020

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO TEÓRICA	5
1.1	Objetivos	5
1.2	Materiais e Equipamentos Utilizados	5
2	PROCEDIMENTOS EXPERIMENTAIS	7
2.1	Portas de múltiplas entradas	7
2.2	Inversores	8
2.3	Inversão com teorema de DeMorgan	9
2.4	Montagem	9
3	QUESTÕES	11
3.1	Teoremas da álgebra booleana	11
3.2	Demonstração	11
3.3	Circuitos dos teoremas de DeMorgan	11
3.4	Problema de montagem de sistema lógico	12
	REFERÊNCIAS	14

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Porta AND de 3 entradas	7
Figura 2 – Porta OR de 4 entradas	7
Figura 3 – Inversores	8
Figura 4 – Inversores de lógica	9
Figura 5 – Teorema de DeMorgan NAND	12
Figura 6 – Teorema de DeMorgan NOR	12

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	–	Tabela verdade AND de 3 entradas	7
Tabela 2	–	Tabela verdade OR de 4 entradas	8
Tabela 3	–	Tabela verdade dos inversores	8
Tabela 4	–	Tabela verdade dos inversores de lógica	9
Tabela 5	–	Tabela verdade dos inversores de lógica	9
Tabela 6	–	Tabela verdade dos inversores de lógica	10
Tabela 7	–	Tabela verdade OR de 4 entradas	13

1 INTRODUÇÃO TEÓRICA

Circuitos lógico obedecem as regras da álgebra booleana e suas operações. Assim, a operação de uma porta OR é o mesmo que a operação $+$ dessa álgebra, a operação AND trata-se da operação \times e, por fim, a porta NOT realiza uma inversão, representada na álgebra por uma barra: \bar{A} .

A álgebra booleana, além dessas três operações, possui alguns teoremas. Esses teoremas são muito úteis para a simplificação de expressões lógicas. Dentre esses teoremas, os mais importantes, muito utilizados em circuitos que têm portas dos tipos NAND e NOR, são os teoremas de DeMorgan (GONÇALVES, 2020).

Existem dois teoremas de DeMorgan, e nesse experimento abordaremos ambos. Cada um se refere à uma dessas duas operações inversas: NOR e NAND, eles estão enunciados nas equações 1.1 e 1.2 (TOCCI, 2007).

$$\overline{A \times B} = \bar{A} + \bar{B} \quad (1.1)$$

$$\overline{A + B} = \bar{A} \times \bar{B} \quad (1.2)$$

Assim, nesse experimento trabalharemos em cima desses dois teoremas da álgebra booleana, veremos suas versões em formatos de circuitos lógicos combinacionais e construiremos alguns circuitos lógicos com o intuito de simplificar sua expressão lógica e consequentemente o circuito em si, por meio desses dois teoremas de DeMorgan.

1.1 Objetivos

Analisar o comportamento de portas lógicas com mais de 2 entradas, verificar os teoremas de DeMorgan, verificar aplicações das portas lógicas em circuitos de passagem com máscaras.

1.2 Materiais e Equipamentos Utilizados

- 1 Circuito integrado 7400 (Porta NAND - MED50)
- 1 Circuito integrado 7402 (Porta NOR - MED50)
- 1 Circuito integrado 7408 (Porta AND - MED50)

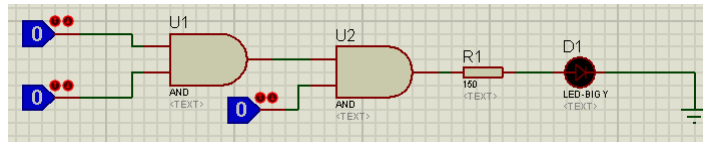
- 1 Circuito integrado 7432 (Porta OR - MED50)
- 1 Circuito integrado 7486 (Porta XOR - MED52)
- 1 Circuito integrado 74266 (Porta XNOR - MED52)
- 1 Circuito integrado 7404 (Porta NOT - MED52)
- 1 Fonte de alimentação DC (LEG2000)
- 1 Gerador de Sinais (LEG2000)
- LED's e resistores para monitoramento dos níveis lógicos (LEG2000)
- 1 osciloscópio
- 2 cabos para osciloscópio

2 PROCEDIMENTOS EXPERIMENTAIS

2.1 Portas de múltiplas entradas

O primeiro passo do experimento foi a construção de algumas portas lógicas com mais de duas entradas. Construímos então, a partir de portas lógicas fundamentais, uma porta do tipo AND com 3 entradas e uma porta do tipo OR com 4 entradas. Essas montagens podem ser vistas respectivamente nas figuras 1 e 2. Além disso, suas tabelas verdades estão montadas respectivamente nas tabelas 1 e 2.

Figura 1 – Porta AND de 3 entradas



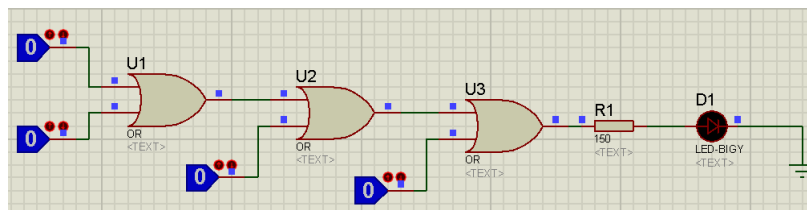
Fonte: Elaborado pelos autores

Tabela 1 – Tabela verdade AND de 3 entradas

A	B	C	X
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

Fonte: Elaborada pelos autores

Figura 2 – Porta OR de 4 entradas



Fonte: Elaborado pelos autores

Tabela 2 – Tabela verdade OR de 4 entradas

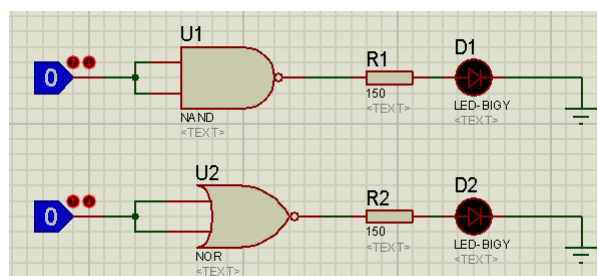
A	B	C	D	X
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

Fonte: Elaborada pelos autores

2.2 Inversores

Em seguida, os próximos dois circuitos que foram montados foram circuitos inversores utilizando as portas lógicas globais (NOR e NAND). Os circuitos podem ser vistos na figura 3, sendo o de cima o circuito 3-a e o de baixo o circuito 3-b e suas tabelas verdades na tabela 3.

Figura 3 – Inversores



Fonte: Elaborado pelos autores

Tabela 3 – Tabela verdade dos inversores

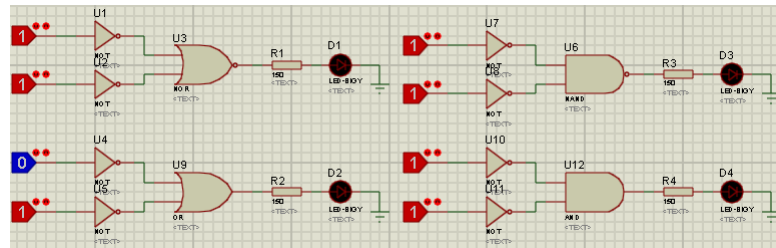
A	S _a	S _b
0	1	1
1	0	0

Fonte: Elaborada pelos autores

2.3 Inversão com teorema de DeMorgan

Em seguida, criamos mais 4 circuitos de inversão, porém, dessa vez, utilizando os teoremas de DeMorgan. A figura 4 mostra esses 4 circuitos, sendo o superior direito o 4-a (utilizando NOR), superior esquerdo 4-b (utilizando NAND), inferior esquerdo 4-c (utilizando OR) e inferior direito 4-d (utilizando AND). A tabela 4 representa a tabela verdade desses 4 circuitos, já a tabela 5 representa a função equivalente de cada um dos circuitos.

Figura 4 – Inversores de lógica



Fonte: Elaborado pelos autores

Tabela 4 – Tabela verdade dos inversores de lógica

A	B	S _a	S _b	S _c	S _d
0	0	0	0	1	1
0	1	0	1	1	0
1	0	0	1	1	0
1	1	1	1	0	0

Fonte: Elaborada pelos autores

Tabela 5 – Tabela verdade dos inversores de lógica

Saída	Função original	Função equivalente
S _a	$\overline{A + B}$	AB
S _b	\overline{AB}	$A + B$
S _c	$A + B$	\overline{AB}
S _d	AB	$\overline{A + B}$

Fonte: Elaborada pelos autores

2.4 Montagem

Por fim, realizamos a montagem de um circuito lógico, que consiste apenas de uma porta da qual uma entrada está conectada à um gerador de função com uma saída de onda quadrada de 1 kHz e a outra entrada podemos variar entre nível lógico 0 ou 1. Contruímos esse circuito utilizando as 6 portas lógicas já utilizadas: AND, OR, NOT, NOR, NAND,

XOR e XNOR. A tabela 6 indica o comportamento da saída da porta quando a entrada está em 0 ou 1.

Tabela 6 – Tabela verdade dos inversores de lógica

Porta AND		Porta OR		Porta XOR	
K=0 0	K=1 Onda quadrada da entrada	K=0 Onda quadrada da entrada	K=1 1	K=0 Onda quadrada da entrada	K=1 Onda quadrada da entrada
Porta NAND		Porta OR		Porta XOR	
K=0 0	K=1 Entrada quadrada invertida	K=0 Entrada quadrada invertida	K=1 1	K=0 Entrada quadrada invertida	K=1 Onda quadrada da entrada

Fonte: Elaborada pelos autores

Esse comportamento é previsível e esperado, já que está de acordo com as regras da álgebra de boole.

3 QUESTÕES

3.1 Teoremas da álgebra booleana

Além dos teoremas de DeMorgan, há vários outros teoremas na álgebra booleana, aqui enunciaremos os 8 teoremas que envolvem apenas 1 variável.

1. $x \cdot 0 = 0$
2. $x \cdot 1 = x$
3. $x \cdot x = x$
4. $x \cdot \bar{x} = 0$
5. $x + 0 = x$
6. $x + 1 = 1$
7. $x + x = x$
8. $x + \bar{x} = 1$

3.2 Demonstração

Utilizando os teoremas da álgebra booleana podemos fazer demonstrações e simplificações de expressões lógicas, por exemplo:

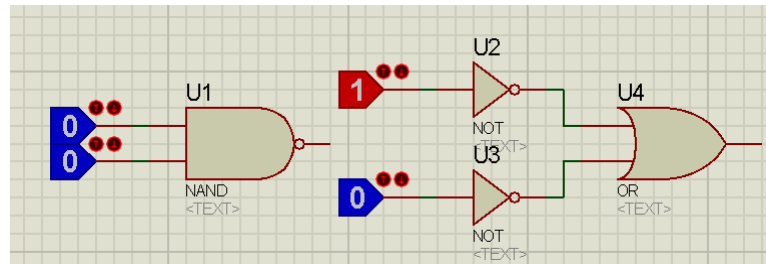
$$x + x \cdot y = x \cdot (1 + y) = x \cdot 1 = x$$

Assim, utilizamos os teoremas 2 e 6 para provar que $x + x \cdot y = x$.

3.3 Circuitos dos teoremas de DeMorgan

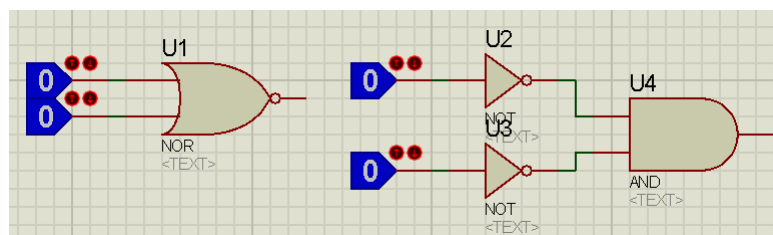
Como os teoremas de DeMorgan tratam de igualdades, eles dizem que dois circuitos diferentes reproduzem as mesmas saídas. A figura 5 representa o teorema de DeMorgan referente à operação NAND e a figura 6 representa os circuitos referentes à operação NOR.

Figura 5 – Teorema de DeMorgan NAND



Fonte: Elaborado pelos autores

Figura 6 – Teorema de DeMorgan NOR



Fonte: Elaborado pelos autores

3.4 Problema de montagem de sistema lógico

Foi fornecido pelos professores um problema para montarmos um sistema lógico que o resolva. Nesse problema há quatro entradas: A, B, C, D e a saída pode ser 1 ou 0 dependendo do valor dessas entradas.

- a) O primeiro a se fazer é encontrar a expressão lógica do circuito. No enunciado é dito que a saída é 1 quando A e B for 1 ou C e D for 1. Dessa forma, temos:

$$S = AB + CD$$

- b) Em seguida, montamos a tabela verdade do problema com base nessa expressão, a tabela 7 representa isso.

Tabela 7 – Tabela verdade OR de 4 entradas

A	B	C	D	X
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

Fonte: Elaborada pelos autores

4 CONCLUSÕES

Nesse experimento vimos muitos conceitos importantes de eletrônica digital. Trabalhamos inicialmente com as portas com mais de duas entradas. Construímos elas a partir das portas fundamentais de duas entradas, com isso vimos que é possível criar uma porta lógica com qualquer número de entradas desejado.

Em seguida trabalhamos com circuitos inversores, portas NOT, utilizando o caráter universal das portas NAND e NOR, assim construímos um inversor utilizando cada uma dessas portas. Esse caráter universal é muito interessante, já que com isso podemos reduzir o número de CI's em um projeto. Por exemplo, caso seja necessário inverter algum sinal que passou por algumas portas NAND, não é necessário utilizar um novo CI para invertê-lo, basta passar esse sinal, da forma correta, por uma outra porta NAND, já disponível no CI utilizado.

Após isso, construímos alguns circuitos para trabalhar com os teoremas de DeMorgan. Esses teoremas da álgebra de Boole são fundamentais na simplificação de expressões booleanas e na construção de circuitos digitais.

Por fim, analisamos o comportamento de um sinal enviado como entrada de todas as portas lógicas estudadas. Fizemos essa análise como uma forma de verificar se, no experimento, os resultados obtidos batiam com aqueles esperados e garantidos pela teoria da álgebra booleana.

É interessante notar que, todos os resultados obtidos experimentalmente, e colocados aqui como forma de tabelas, coincidem com aqueles obtidos por simples análise teórica, esse fato é muito importante, já que garante que esse tipo de estudo e de montagens podem ser sempre feitas, primeiramente na mão, como forma de diagramas e expressões lógicas, para só então serem montados na vida real, de forma que, caso a análise teórica tenha sido feita corretamente, o circuito lógico montado com certeza se comportará da forma prevista na teoria.

REFERÊNCIAS

GONÇALVES, B. **Álgebra Booleana**. 2020. Disponível em: <http://www.inf.ufes.br/~zegonc/material/Introducao_Eng_Comp/AULA7_Algebra_booleana.pdf>. Acesso em: 24 de dez. de 2020. Citado na página 5.

TOCCI, R. J. **Sistemas Digitais: Princípios e Aplicações**. 10. ed. [S.l.]: Pearson, 2007. 830 p. Citado na página 5.