Aluno: Luís Otávio Lopes Amorim Prontuário: SP3034178

(1) A gaussiana (S) pode ser dividida em duas circunferências de raio r e centro em (0,0,-l/2) e (0,0,l/2) que serão chamadas S_1 e S_2, e a lateral do cilindro (S_3).

Em qualquer ponto do espaço o vetor $\vec{E}$ não possui componente z devido à simetria. Por isso o fluxo elétrico em S_1 e S_2 é nulo, ou seja:

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{A} = \oint_{S_1} \vec{E}\cdot d\vec{A} + \oint_{S_2} \vec{E}\cdot d\vec{A} + \oint_{S_3} \vec{E}\cdot d\vec{A} = \boxed{\oint_{S_3} \vec{E}\cdot d\vec{A}}$$

Todos os pontos de S_3 estão à uma mesma distância r da linha, dessa forma, em S_3, E é constante, então:

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{A} = \oint_{S_3} \vec{E}\, d\vec{A} = E\oint_{S_3} d\vec{A} = E\, 2\pi r l$$

Aplicando a lei de Gauss:

$$\oint_S \vec{E}\cdot dA = \frac{Q_{env}}{\varepsilon_0} \Rightarrow E\, 2\pi r l = \frac{\lambda l}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\lambda l}{2\pi r l \varepsilon_0}$$

$$\boxed{E = \frac{2K\lambda}{r}}$$

② a) Considerando que o disco é a junção de varios aneis de raio dr podemos utilizar a formula do anel e integra-la em relação a dr

$$\sigma = \frac{Q}{\pi R^2} \Rightarrow Q = \sigma \pi R^2 \Rightarrow \boxed{dQ = 2\pi\sigma r\, dr}$$

$$V_{anel} = \frac{K q_{anel}}{\sqrt{r^2+z^2}} \Rightarrow dV = \frac{K\, dQ}{\sqrt{r^2+z^2}} = \boxed{\frac{K 2\pi \sigma r\, dr}{\sqrt{r^2+z^2}}}$$

$$V = \int dV = \int_0^R \frac{K 2\pi \sigma r\, dr}{\sqrt{r^2+z^2}} = K 2\pi \sigma \int_0^R \frac{r}{\sqrt{r^2+z^2}}\, dr$$

Resolvendo a integral:

$$\int_0^R \frac{r}{(r^2+z^2)^{1/2}}\, dr = \int_0^R \frac{r}{\sqrt{u}} \frac{du}{2r} = \int_{r=0}^R \frac{u^{-1/2}\, du}{2} = \frac{2 \cdot u^{1/2}}{2}$$

$r^2 + z^2 = u$

$2r\, dr = du$

$$u^{1/2} = \sqrt{r^2+z^2}\Big|_0^R = \sqrt{R^2+z^2} - z$$

$$\boxed{V(z) = K 2\pi \sigma \left(\sqrt{R^2+z^2} - z\right)}$$

b) Neste caso queremos $V(0)$

$$V(0) = 2K\pi\sigma\left(\sqrt{R^2+0}+0\right) = 2K\pi\sigma R$$

$$\boxed{V(0) = 2K\pi\sigma R}$$

3) a) Como a barra e o ponto estão ambos no eixo x temos $\vec{E} = (E_x, 0, 0)$, ou seja $\vec{E}$ não possui componente y nem z.

$$dE = \frac{k\,dq}{x^2} \qquad dq = \lambda\,dx \qquad \boxed{dE = \frac{k\lambda\,dx}{x^2}}$$

$$E_x = \int_a^{l+a} dE = \int_a^{l+a} \frac{k\lambda\,dx}{x^2} = k\lambda \int_a^{l+a} \frac{dx}{x^2} = \frac{k\lambda}{-x}\Big|_a^{l+a}$$

$$E_x = k\lambda\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{a+l}\right) = k\lambda\left(\frac{a+l-a}{a^2+al}\right) = \frac{k\lambda l}{a(a+l)}$$

$$E_x = k\frac{Q}{l} \cdot \frac{l}{a(a+l)} = \frac{kQ}{a(a+l)}$$

Como a carga é positiva $\vec{E}$ aponta para $-\hat{\imath}$, logo:

$$\vec{E} = \left(\frac{-kQ}{a(a+l)}, 0, 0\right) \qquad Q = 7 \quad a = 0{,}1 \quad l = 8$$

$$\boxed{\begin{gathered}\vec{E} = -7{,}69 \cdot 10^{10}\ \hat{\imath} \\ |\vec{E}| = 7{,}69 \cdot 10^{10}\end{gathered}}$$

Digitalizado com CamScanner

```
K = 8.9e9;
q = 7;
a = .1;
l = 8;
partes = 10000;


fprintf("Quantidade de partes = %d", partes);
disp("");

% Cálculos numéricos
x = [a : (l / partes) : a+l];
dQ = q / partes;
dE = K .* dQ ./ (x .^2);
SolNum = sum(dE)

% Cálculos analíticos
SolExata = K * q / (a * (a + l))

% Resultados finais
erro = abs(SolNum - SolExata) / SolExata * 100;
fprintf("Erro percentual = %d%%", erro);
disp("");
disp("");
```

```
octave:1> ex1
Quantidade de partes = 10000
SolNum = 7.7226e+10
SolExata = 7.6914e+10
Erro percentual = 0.406142%
```