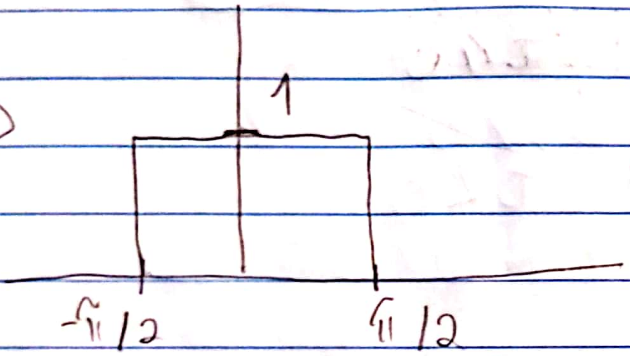
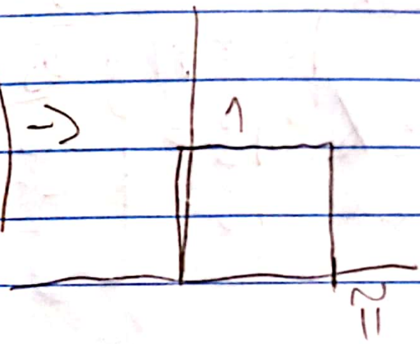
Luís Otávio Lopes Amorim
SP3034178 SINAI - P1

1) $x(t) = \pi \, \Pi_{\pi}\left(t - \frac{\pi}{2}\right) \cos(\pi t)$

$\Pi(\pi t) \rightarrow$



$\pi \, \Pi\left(t - \frac{\pi}{2}\right) \rightarrow$



$$E_x = \int_{-\infty}^{\infty} |x(\tau)|^2 \, d\tau = \int_0^{\pi} \cos^2(\pi \tau) \, d\tau = \int_0^{\pi} \frac{1 + \cos(2\pi\tau)}{2} \, d\tau$$

$$= \frac{\tau}{2} + \frac{\operatorname{sen}(2\pi\tau)}{4\pi} \Big|_0^{\pi} = \frac{\pi}{2} + \frac{\operatorname{sen}(2\pi^2)}{4\pi}$$

Como $0 < E_x < \infty$, $P_x = 0$

$$\boxed{E_x = \frac{\pi}{2} + \frac{\operatorname{sen}(2\pi^2)}{4\pi} \qquad P_x = 0}$$

DOM LUN MAR MIÉ JUE VIE SÁB

2) $x(t) = sen(\pi t)\, u(t)$

$$Od\{x(t)\} = \frac{x(t) - x(-t)}{2}$$

$$Od\{x(t)\} = \frac{sen(\pi t) u(t) - sen(-\pi t) u(-t)}{2}$$

$$Od\{x(t)\} = \begin{cases} \dfrac{sen(\pi t)}{2}, & t \geq 0 \\ \dfrac{-sen(-\pi t)}{2}, & t < 0 \end{cases}$$

$sen(x) = -sen(-x)$

$$Od\{x(t)\} = \frac{sen(\pi t)}{2}$$

$$\frac{sen(\pi t)}{2} = \frac{sen(\pi(t+T))}{2} = \frac{sen(\pi t + \pi T)}{2}$$

$\pi T = k 2\pi \Rightarrow T = 2k,\ k \in \mathbb{Z}$

$$\boxed{T_0 = 2}$$

Como o sinal sen(x) é periódico a parte impar de x(t) é periódica com período 2.

③ $y(t) = [1 + \pi \operatorname{sen}(t)]\, x(t)$

Memória: não há, y(t) não depende de valores anteriores de x(t)

Causalidade: é causal, y(t) depende de x apenas no instante t.

Realimentação: não há, entrada ≠ saída

Linearidade: linear pois possui a propriedade da superposição

Invariância temporal: variante no tempo,
$y(t+T) = [1 + \pi \operatorname{sen}(t+T)]\, x(t+T) \neq [1 + \pi \operatorname{sen}(t)]\, x(t+T)$

Estabilidade BIBO: estável, entrada limitada gera saída limitada

4) $h(t) = \dfrac{u(t)\,\text{sen}(\pi/2)}{(5t+10)^2}$

$\text{sen}(\pi/2) = 1 \Rightarrow h(t) = \dfrac{u(t)}{(5t+10)^2}$

$$\int_{-\infty}^{\infty} |h(\tau)|\,d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{u(\tau)}{(5\tau+10)^2}\,d\tau = \int_0^{\infty} (5\tau+10)^{-2}\,d\tau$$

$$u = 5\tau+10 \Rightarrow du = 5\,d\tau \Rightarrow d\tau = \frac{du}{5}$$

$$\int_{10}^{\infty} \frac{u^{-2}}{5}\,du = -\frac{1}{5}\,u^{-1}\Big|_{10}^{\infty} = -\frac{1}{5}\left[\cancel{\frac{1}{\infty}}^{\,0} - \frac{1}{10}\right] = \frac{1}{50}$$

Como $\int_{-\infty}^{\infty} |h(\tau)|\,d\tau$ é limitado

o sistema é BIBO estável

Digitalizado com CamScanner

5 $\frac{d^2 x(t)}{dt^2} + x(t) = \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 5\frac{dy(t)}{dt} + 4y(t)$

$y(0)=3, \; y'(0)=3$

$(D^2+1)x(t) = (D^2+5D+4)y(t)$

$P(D) = D^2+1$

$Q(D) = D^2+5D+4$

$Q(\lambda)=0 \Rightarrow \lambda^2+5\lambda+4=0 \qquad \lambda = \frac{-5\pm 3}{2} \begin{cases} \to -1 \\ \to -4 \end{cases}$

$\Delta = 25-16=9$

Modos característicos: $e^{-t}, \; e^{-4t}$

$y_{NI}(t) = C_1 e^{-t} + C_2 e^{-4t}$

$y'_{NI}(t) = -C_1 e^{-t} - 4C_2 e^{-4t}$

$$y_{NI}(t) = C_1 e \quad + C_2 e$$

$$y'_{NI}(t) = -C_1 e^{-t} - 4C_2 e^{-4t}$$

$$\begin{cases} y(0) = 3 \\ y'(0) = 3 \end{cases} \qquad \begin{cases} C_1 + C_2 = 3 \\ -C_1 - 4C_2 = 3 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} C_1 + C_2 = 3 \\ + \quad -C_1 - 4C_2 = 3 \\ \hline 0 \; -3C_2 = 6 \end{array}$$

$$\boxed{C_2 = -2}$$

$$C_1 - 2 = 3 \Rightarrow \boxed{C_1 = 5}$$

$$\boxed{y_{NI}(t) = 5e^{-t} - 2e^{-4t}}$$

$$y_h(t) = k_1 e^{-t} + k_2 e^{-4t}$$

$$\begin{cases} k_1 + k_2 = 0 \\ -k_1 - 4k_2 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} + \; k_1 + k_2 = 0 \\ -k_1 - 4k_2 = 1 \\ \hline 0 - 3k_2 = 1 \end{array} \Rightarrow \boxed{k_2 = -\frac{1}{3}}$$

$$k_1 = -k_2 = \frac{1}{3}$$

$$\boxed{y_h = \frac{e^{-t}}{3} - \frac{e^{-4t}}{3}}$$

Digitalizado com CamScanner

$$P(D)\,y_{ns}(t) = (D^2+1)\,y_{ns}(t) = \frac{e^{-t}}{3} - \frac{16e^{-4t}}{3} + \frac{e^{-t}}{3} - \frac{e^{-4t}}{3}$$

$$P(D)\,y_{ns}(t) = \frac{2e^{-t}}{3} - \frac{17e^{-4t}}{3}$$

$$h(t) = \delta(t) + \frac{u(t)}{3}\left[2e^{-t} - 17e^{-4t}\right]$$

$$y(t) = 5e^{-t} - 2e^{-4t} + \left[\delta(t) + \frac{u(t)}{3}\left[2e^{-t} + 17e^{-4t}\right]\right] * x(t)$$

Digitalizado com CamScanner