



CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS AVANZADOS
DEL INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

Cinvestav Unidad Tamaulipas

Estrategias para la exploración coordinada multi-VANT

Tesis que presenta:

Luis Alberto Ballado Aradias

Para obtener el grado de:

**Maestro en Ciencias
en Ingeniería y Tecnologías
Computacionales**

Dr. Eduardo Arturo Rodríguez-Tello, Co-Director

Dr. José Gabriel Ramírez-Torres, Co-Director

Cd. Victoria, Tamaulipas, México.

Septiembre, 2024

La tesis presentada por Luis Alberto Ballado Aradias fue aprobada por:

Dr. Ricardo Landa-Becerra

Dr. Mario Garza-Fabre

Dr. Eduardo Arturo Rodriguez-Tello, Co-Director

Dr. José Gabriel Ramirez-Torres, Co-Director

Cd. Victoria, Tamaulipas, México., 8 de Septiembre de 2024

A mi familia

Agradecimientos

-
-
-

Índice General

Índice General	I
Índice de Figuras	III
Índice de Tablas	V
Índice de Algoritmos	VII
Resumen	IX
Abstract	XI
Nomenclatura	XIII
1. Introducción	1
1.1. Antecedentes y motivación	2
1.2. Planteamiento del problema	3
1.3. Hipótesis y preguntas de investigación	4
1.4. Objetivos	4
1.5. Solución propuesta	5
1.6. Resumen	6
2. Estado del Arte	7
2.1. Introducción	8
2.2. Conceptos básicos	9
2.3. Trabajos relacionados	9
2.3.1. Exploración	9
2.3.2. Representación medio ambiente 3D	10
2.3.3. Planificación de trayectorias	11
2.3.4. Generación de trayectoria	14
2.3.5. Coordinación multi-robot	16
2.4. Conclusiones	18
3. Marco Teórico	19
3.1. Conceptos fundamentales	21
3.1.1. Sistema de ejes coordenados	21
3.1.2. Coordenadas homogéneas	22
3.1.3. Transformaciones geométricas	23
3.2. Funcionamiento de un VANT	24
3.3. Control de un VANT	25

3.4. Estimación de posición	26
4. Enfoque propuesto	27

Índice de Figuras

Índice de Tablas

2.1. Trabajos relacionados	17
--------------------------------------	----

Índice de Algoritmos

Estrategias para la exploración coordinada multi-VANT

por

Luis Alberto Ballado Aradias

Cinvestav Unidad Tamaulipas

Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, 2024

Dr. José Gabriel Ramirez-Torres, Co-Director

Dr. Eduardo Arturo Rodriguez-Tello, Co-Director

En la última década se ha tenido un aumento en la investigación y el desarrollo en el campo de los vehículos aéreos no tripulados (VANTS), lo que ha dado lugar a importantes avances e innovaciones en esta área. Los sistemas con múltiples vehículos aéreos no tripulados (multi-VANT) permiten la adquisición simultánea de datos desde múltiples puntos de vista privilegiados, en comparación con robots terrestres, lo que permite mejorar la generación de mapas de entornos desconocidos. El uso de algoritmos de coordinación inteligente y la toma descentralizada de decisiones proporciona una mayor confiabilidad a estos sistemas, ya que cualquier falla o mal funcionamiento de un VANT puede ser compensado por los VANTS restantes. Además, un buen protocolo de comunicación permite una colaboración fluida entre los robots, mejorando su capacidad para moverse de un lugar a otro evitando obstáculos a su paso (navegar), descubrir un entorno desconocido adquiriendo información a su paso (explorar). Asimismo, la integración de sensores de última generación los convierte en herramientas útiles en diversos dominios [13, 22, 29]. La mayor parte de las aplicaciones que hacen uso de VANTS suelen carecer de autonomía, requiriendo la asistencia y vigilancia constantes de un usuario humano. Para que un robot se considere autónomo deberá tomar decisiones y realizar tareas sin necesidad de que alguien le diga qué hacer o guiarlo paso a paso. Tener la capacidad de percibir su entorno y usar la información para decidir cómo moverse son considerados altos niveles de autonomía. Para llegar a ello, el robot debe resolver primero problemas como su localización, construir el mapa de su entorno y posteriormente usarlo para navegar dentro de él.

La exploración multi-robot ha surgido como un enfoque prometedor para la generación eficiente del mapa de un medio ambiente desconocido. Un enfoque colaborativo ofrece mejores resultados de exploración con una rápida obtención de información, logrando sus objetivos con un alto grado de consistencia y resiliencia a fallos en comparación con implementaciones donde se emplea un único robot. Sin embargo, la exploración multi-robot plantea diversos desafíos que deben abordarse para su correcta implementación, como la comunicación, la colaboración y la fusión de datos.

El enfoque de este trabajo es la propuesta de una estrategia descentralizada, capaz de coordinar múltiples vehículos aéreos no tripulados con habilidades para la exploración, generación de mapas y planificación de trayectorias para explorar eficientemente un área de interés.

Strategies for coordinated multi-UAV exploration

by

Luis Alberto Ballado Aradias

Cinvestav Unidad Tamaulipas

Research Center for Advanced Study from the National Polytechnic Institute, 2024

Dr. José Gabriel Ramirez-Torres, Co-advisor

Dr. Eduardo Arturo Rodriguez-Tello, Co-advisor

In the last decade, there has been an increase in research and development in the field of Unmanned Aerial Vehicles (UAVs), leading to significant advancements and innovations in this area. Systems with multiple Unmanned Aerial Vehicles (multi-UAV) allow for the simultaneous acquisition of data from multiple vantage points, compared to ground robots, thus enhancing the generation of maps of unknown environments. The use of intelligent coordination algorithms and decentralized decision-making provides greater reliability to these systems, as any failure or malfunction of one UAV can be compensated for by the remaining UAVs. Additionally, effective communication protocols enable seamless collaboration among the robots, enhancing their ability to navigate from one place to another while avoiding obstacles (navigation) and to discover an unknown environment by acquiring information along the way (exploration). Likewise, the integration of state-of-the-art sensors turns them into useful tools in various domains [13, 22, 29]. Most applications that use UAVs often lack autonomy, requiring constant assistance and supervision from a human user. For a robot to be considered autonomous, it must make decisions and perform tasks without needing someone to tell it what to do or guide it step by step. Having the ability to perceive its environment and use the information to decide how to move are considered high levels of autonomy. To achieve this, the robot must first solve problems such as its localization, build the map of its environment, and then use it to navigate within it.

Multi-robot exploration has emerged as a promising approach for efficiently generating a map

of an unknown environment. A collaborative approach yields better exploration results with rapid information gathering, achieving its objectives with a high degree of consistency and resilience to failures compared to single-robot implementations. However, multi-robot exploration poses various challenges that must be addressed for its proper implementation, such as communication, collaboration, and data fusion.

The focus of this work is on proposing a decentralized strategy capable of coordinating multiple unmanned aerial vehicles with exploration, mapping, and trajectory planning capabilities to efficiently explore an area of interest.

Nomenclatura

BBDE	Bare Bones Differential Evolution
BBPSO	Bare Bones Particle Swarm Optimization
DeMiDE	Delayed Micro Differential Evolution
DTLZ	Deb-Thiele-Leumann-Zitzler test suite
EA	Evolutionary Algorithm
EC	Evolutionary Computation
ES	Evolutionary Strategy
EP	Evolutionary Programming
DE	Differential Evolution
DEMO	An specific implementation of Multi-objective Differential Evolution
GA	Genetic Algorithm
GD	Generational Distance
IFF	If and only if
IGD	Inverted Generational Distance
MODE	Multi-objective Differential Evolution
MOEA	Multi-objective Evolutionary Algorithm
MOP	Multi-objective Optimization Problem
MOPEDS	Multi-objective Particle Swarm Optimization Enhanced with a Differential Evolution Scheme
MOPSO	Multi-objective Particle Swarm Optimizer
NSGA-II	Non-dominated Sorting Genetic Algorithm
PF	Pareto Optimal Front
PS	Pareto Optimal Set
PSO	Particle Swarm Optimization
SMPSO	Speed constrained Multi-objective Particle Swarm Optimization
WRT	With Respect To
ZDT	Zitzler-Deb-Thiele test suite

1

Introducción

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum

pellentesque felis eu massa.

Quisque ullamcorper placerat ipsum. Cras nibh. Morbi vel justo vitae lacus tincidunt ultrices. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. In hac habitasse platea dictumst. Integer tempus convallis augue. Etiam facilisis. Nunc elementum fermentum wisi. Aenean placerat. Ut imperdiet, enim sed gravida sollicitudin, felis odio placerat quam, ac pulvinar elit purus eget enim. Nunc vitae tortor. Proin tempus nibh sit amet nisl. Vivamus quis tortor vitae risus porta vehicula.

1.1 Antecedentes y motivación

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa.

Quisque ullamcorper placerat ipsum. Cras nibh. Morbi vel justo vitae lacus tincidunt ultrices. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. In hac habitasse platea dictumst. Integer tempus convallis augue. Etiam facilisis. Nunc elementum fermentum wisi. Aenean placerat. Ut

imperdiet, enim sed gravida sollicitudin, felis odio placerat quam, ac pulvinar elit purus eget enim. Nunc vitae tortor. Proin tempus nibh sit amet nisl. Vivamus quis tortor vitae risus porta vehicula.

1.2 Planteamiento del problema

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa.

Quisque ullamcorper placerat ipsum. Cras nibh. Morbi vel justo vitae lacus tincidunt ultrices. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. In hac habitasse platea dictumst. Integer tempus convallis augue. Etiam facilisis. Nunc elementum fermentum wisi. Aenean placerat. Ut imperdiet, enim sed gravida sollicitudin, felis odio placerat quam, ac pulvinar elit purus eget enim. Nunc vitae tortor. Proin tempus nibh sit amet nisl. Vivamus quis tortor vitae risus porta vehicula.

1.3 Hipótesis y preguntas de investigación

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

1.4 Objetivos

The main objective of this thesis work can be defined as follows: *“To contribute to the state of the art by identifying and understanding the mechanisms that promote good performance on multi-objective particle swarm optimization and multi-objective differential evolution and that allow a multi-objective evolutionary algorithm to reduce the number of objective function evaluations needed to solve an arbitrary MOP”*.

This main goal has been divided in the following specific objectives:

- To evaluate different strategies to generate solutions in DE and to move particles in PSO on multi-objective problems.
- To perform a series of experiments that allow to better understand the behavior of PSO and DE on multi-objective problems.
- To identify the mechanisms that impact (either enhance it or deter it) in the search of the

metaheuristics particle swarm optimization and differential evolution when attacking multi-objective optimization problems.

- To contribute to the state of the art with at least one multi-objective evolutionary algorithm that utilizes knowledge derived from this work to enhance the search process on diversity and convergence.
- To validate the performed experiments using performance measures and test problems taken from the specialized literature.

1.5 Solución propuesta

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa.

Quisque ullamcorper placerat ipsum. Cras nibh. Morbi vel justo vitae lacus tincidunt ultrices. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. In hac habitasse platea dictumst. Integer

tempus convallis augue. Etiam facilisis. Nunc elementum fermentum wisi. Aenean placerat. Ut imperdiet, enim sed gravida sollicitudin, felis odio placerat quam, ac pulvinar elit purus eget enim. Nunc vitae tortor. Proin tempus nibh sit amet nisl. Vivamus quis tortor vitae risus porta vehicula.

1.6 Resumen

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa.

Quisque ullamcorper placerat ipsum. Cras nibh. Morbi vel justo vitae lacus tincidunt ultrices. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. In hac habitasse platea dictumst. Integer tempus convallis augue. Etiam facilisis. Nunc elementum fermentum wisi. Aenean placerat. Ut imperdiet, enim sed gravida sollicitudin, felis odio placerat quam, ac pulvinar elit purus eget enim. Nunc vitae tortor. Proin tempus nibh sit amet nisl. Vivamus quis tortor vitae risus porta vehicula.

2

Estado del Arte

Este capítulo ofrece un panorama general de las principales propuestas en generación de mapas empleando múltiples robots, discutiendo sus fortalezas y sus debilidades. Me enfoco principalmente en las propuestas de exploración multi-robot, SLAM multi-robot y exploración multi-robot con incertidumbre en la posición.

La exploración multi-robot se enfoca principalmente en guiar a cada robot de forma eficiente con la finalidad de obtener una representación del medio ambiente asumiendo, que la localización es perfecta y conocida en todo momento. El problema de SLAM integra la localización y el aprendizaje de mapas como el problema de construir un mapa mientras se trata de localizar al robot dentro del mismo. Finalmente, el problema de exploración multi-robot con incertidumbre en la posición representa el problema de generar un mapa mientras se estima la localización y se guía al robot hacia objetivos definidos con la finalidad de generar el mapa de forma eficiente.

A continuación se analizan las principales propuestas para la generación de mapas con múltiples robots, que comparten rasgos comunes con el enfoque desarrollado en este trabajo de tesis.

2.1 Introducción

Las aplicaciones de la robótica industrial se han centrado en realizar tareas simples y repetitivas. La necesidad de robots con capacidad de identificar cambios en su entorno y reaccionar sin la intervención humana, da origen a los robots inteligentes. Aunado a ello, si deseamos que el robot se mueva libremente, los cambios en su entorno pueden aumentar rápidamente y complicar el problema de desarrollar un robot que muestre un comportamiento inteligente.

El despliegue rápido de robots en situaciones de riesgo, búsqueda y rescate ha sido un área ampliamente estudiada en la robótica móvil. Recientemente, concursos como el DARPA Subterranean (SubT) Challenge, buscan acelerar la investigación y desarrollo de tecnología en escenarios complejos subterráneos, donde factores como exploración, planeación y coordinación son clave para lograr los objetivos del Reto [27], la creación de una estrategia de exploración es pieza clave para el cumplimiento del reto.

La exploración de un ambiente desconocido empleando multi-VANT es un área relativamente nueva y con mucho crecimiento en los últimos años. Se han abordado una variedad de temas para lograr la exploración autónoma, desde la planificación de rutas para múltiples robots terrestres en tareas de exploración [30], estrategias para la coordinación y protocolos de comunicación [11]. Diversos estudios de aplicaciones multi-VANT se han realizado para resolver tareas como el monitoreo ambiental [1], la agricultura de precisión [24] y operaciones de búsqueda y rescate [29]. A pesar de que los VANTS comerciales modernos cuentan con avanzadas integraciones en los problemas de navegación. Siguen sin incorporar una solución completa de autonomía.

La dirección en que apunta el estado del arte actualmente se puede atribuir a los avances en tecnología en la última década que nos han permitido dotar de autonomía a VANTS de menor tamaño. Investigadores de diversas áreas, que incluyen las ciencias computacionales y la ingeniería, han contribuido al progreso de este campo.

Sin embargo, la necesidad de una arquitectura de software descentralizada que englobe los retos

de exploración, junto con un mecanismo de coordinación para múltiples VANTS, surge como una área de investigación prometedora que garantice el funcionamiento correcto de los componentes necesarios para realizar tareas de exploración coordinada multi-VANT.

En esta revisión del estado del arte se citan trabajos relacionados a la coordinación multi-VANT para tareas de exploración, que sirven de guía para la realización de este trabajo.

2.2 Conceptos básicos

La exploración es una tarea fundamental en robótica, el objetivo es construir un mapa de un espacio desconocido con ayuda de un algoritmo de planificación de trayectoria que guiará al robot donde moverse. Una representación del ambiente (mapa) es necesaria para tomar la decisión de la mejor ruta hacia un mayor conocimiento del espacio que lo rodea.

Para poder construir una buena representación del ambiente, debemos comprender como realizar una exploración. En una planificación para una exploración, después de una observación, el robot debe decidir donde moverse.

Buscando acelerar la exploración, el robot debe percibir el ambiente desconocido lo más rápido posible. En la literatura existen dos principales técnicas:

2.3 Trabajos relacionados

2.3.1 Exploración

Para poder construir una buena representación del ambiente, debemos comprender como realizar una exploración. En una planificación para una exploración, después de una observación, el robot debe decidir donde moverse.

Buscando acelerar la exploración, el robot debe percibir el ambiente desconocido lo más rápido posible. En la literatura existen dos principales técnicas:

- Next Best View (NBV) planning - El planificador elige la siguiente posición en base a la percepción y una función de utilidad que maximice la ganancia de información.
- Basado en fronteras - La estrategia es simple y eficiente al asignar rutas al robot en base a la frontera más cercana.

Los trabajos de Cieslewski et al.[6], Bartolomei et al.[2] se enfocan en la exploración haciendo uso de estrategias basadas en fronteras.

Mientras que los trabajos de Papachristos et al.[26], Selin et al.[28], Zhou et al.[34], que también trabajan en el problema de exploración autónoma. Utilizan la estrategia de Next Best View Planner guiando al robot donde puedan aportar más información en la construcción del medio ambiente (mapa). Por el contrario McGuire et al.[19], al tener un comportamiento tipo bug hace uso de su propuesta con Swarm Gradient Bug Algorithm.

2.3.2 Representación medio ambiente 3D

Con la llegada de las primeras cámaras capaces de obtener valores de profundidad (RGB-D), y con mayores capacidades de almacenamiento en menos espacio, nos permiten tratar el medio ambiente a través de representaciones tridimensionales. Podemos citar por ejemplo la propuesta de estructura de datos basada en grafos octrees por Meagher[20] con una baja complejidad en el orden logarítmico, por consiguiente en el año 2013 se introdujo un nuevo concepto para la representación de mapas 3D basados en esos principios, haciendo que la representación de entornos 3D se realice de manera eficiente para aplicaciones en robótica donde se necesitan algoritmos rápidos. Los trabajos de Hornung et al.[14] introducen los Octomaps, que se utilizan para representar mapas tridimensionales como subdivisiones marcadas como ocupadas, desocupadas y desconocidas, para aplicaciones de navegación.

En recientes trabajos Min et al.[21] proponen dar solución a los cuellos de botella que se presentan en el Octomap buscando acelerar los tiempos de cómputo en la construcción de mapas a partir de

la implementación de Aceleradores Gráficos GPU.

Los trabajos de Cieslewski et al.[6] hacen uso de la representación del entorno por medio de una rejilla tridimensional (voxel grids), la versión tridimensional de la rejilla de ocupación empleada en robótica móvil terrestre, para planificar trayectorias de exploración. Usenko et al.[32] proponen el uso del mapa centrando al robot en un círculo tridimensional de tamaño fijo, por su parte Mohta et al.[23] hacen uso de un mapa híbrido formado con la combinación de un mapa local 3D con un mapa global en 2D. Florence et al.[9] propone un framework para el manejo de datos para mapas 3D a partir de la información de una cámara de profundidad (RGB-D). La propuesta hace uso de una estructura con cuadrículas de ocupación y datos de profundidad.

Diversos trabajos en los que se incluyen a Gao et al.[10], Lin et al.[17], [25][25], añaden una estructura adicional a su representación del medio ambiente, usando distancias que permiten la evasión de obstáculos de forma segura. Sin embargo estas soluciones pueden ser costosas requiriendo un mayor procesamiento de computo.

Collins and Michael[7] usan una representación local del mapa con ayuda de una estructura de datos KD-Tree. Usa un mapa representado en voxels, mientras que un grafo topológico representa todo el entorno explorado. Por otra parte el trabajo de McGuire et al.[19] no hace uso de un mapa. Al generar movimientos reactivos tipo bug, logra generar una navegación autónoma con odometría visual.

Los trabajos de Papachristos et al.[26], Selin et al.[28], Campos-Macías et al.[3], Zhou et al.[34], Bartolomei et al.[2], optan por el uso de OctoMaps. Haciendo de la representación de ambientes en 3D con octomaps un estandar en la robótica moderna.

2.3.3 Planificación de trayectorias

Uno de los desafíos clave en la colaboración de múltiples VANTS es la planificación de rutas. Se han desarrollado diversos algoritmos para optimizar la planificación de rutas dentro de la robótica móvil, minimizando los riesgos de colisión y mejorando la eficiencia en sus misiones. Estos algoritmos

tienen en cuenta varios factores como las restricciones del robot y la ubicación del objetivo, para generar trayectorias seguras.

El objetivo principal de los algoritmos de planificación de trayectorias, es el de guiar al robot desde el punto de inicio al punto destino. Los trabajos por Lumelsky and Stepanov[18], dieron respuesta a problemáticas de navegación eficiente, que no requieren de una representación del medio ambiente y emplean, por lo tanto, pocos recursos computacionales y de memoria (algoritmos tipo bug).

Matemáticamente, el problema de planificación de trayectorias es resuelto a través del modelado del medio ambiente utilizando grafos, siendo un grafo una representación matemática de vértices y aristas. Hart et al.[12], al mejorar el algoritmo de Dijkstra para el robot Shakey, logró navegar en una habitación que contenía obstáculos fijos. El objetivo principal del algoritmo A* es la eficiencia en la planificación de rutas al incorporar una heurística. A su vez, el algoritmo D*, propuesto por Stentz[31], ha demostrado operar de manera eficiente ante obstáculos dinámicos; en comparación con el algoritmo A* que vuelve a ejecutarse al encontrarse con un obstáculo no previsto inicialmente, el algoritmo D* usa la información previa para buscar una nueva ruta hacia el objetivo.

Por otra parte, el algoritmo RRT (Rapidly Exploring Random Trees), propuesto por LaValle[16], es ampliamente usado para la planificación de rutas en robots modernos. El algoritmo construye de forma incremental una estructura de árbol mediante un muestreo aleatorio en el espacio de configuraciones, uniendo aleatoriamente nuevas posiciones al árbol existente hasta alcanzar la posición final. Las modificaciones realizadas al algoritmo RRT por Karaman and Frazzoli[15], incorporando una heurística de costo por recorrer, permite encontrar rutas casi óptimas de manera eficiente.

En recientes trabajos de Yang et al.[33], muestran la capacidad de implementación de algoritmos clásicos de planificación de trayectorias, como los grafos de visibilidad, para tareas en entornos conocidos y no conocidos, utilizando una representación del ambiente a base de polígonos, logrando un rápido planificador que también resuelve obstáculos nuevos en el ambiente, logrando resultados comparables a las estrategias más recientes como D* e inclusive RRT*.

Un enfoque muy recurrente para abordar el problema de planificación de trayectorias, es el uso de las metaheurísticas bio-inspiradas (Algoritmos Genéticos (GA), Particle Swarm Optimization (PSO), Ant Colony Optimization (ACO), Firefly Algorithm (FA)). Estas estrategias se inspiran en sistemas y procesos biológicos para resolver problemas complejos de optimización.

Las metaheurísticas han demostrado ser efectivas para resolver una amplia gama de problemas de optimización; sin embargo, su adopción en el campo de la robótica móvil se ve limitada por las restricciones de ejecución en tiempo real. La robótica a menudo implica la toma de decisiones en tiempo real, donde los robots deben responder rápidamente a entornos cambiantes. Las metaheurísticas suelen requerir extensos recursos computacionales y temporales para converger en una solución óptima, lo que puede no ser factible en aplicaciones de robótica en tiempo real, particularmente en vehículos aéreos con limitado poder de cómputo. El control y la planificación en tiempo real en robótica a menudo requieren algoritmos de baja complejidad computacional, como la planificación clásica o los enfoques de control reactivo.

Sin embargo, es importante tener en cuenta que ciertamente hay áreas dentro de la robótica donde las metaheurísticas se han aplicado con éxito, como la planificación de rutas de robots en entornos complejos, la robótica de enjambres o la asignación de tareas en sistemas de múltiples robots. Los enfoques híbridos que combinan metaheurísticas con optimización basada en modelos o algoritmos específicos de tareas pueden aprovechar las fortalezas de ambos y proporcionar soluciones efectivas para aplicaciones en la robótica.

En lugar de planificar trayectorias, los autores en Cieslewski et al.[6], emplean un enfoque reactivo que genera comandos de velocidad instantáneos hacia las fronteras descubiertas. Papachristos et al.[26], Campos-Macías et al.[3] construye un árbol de exploración rápido y aleatorio (RRT) con un costo relacionado al número de nuevos voxels para identificar el próximo objetivo, y un segundo RRT para trazar una ruta hacia el punto de vista seleccionado minimizando la incertidumbre en la posición y puntos de referencia del robot. Por su parte, Selin et al.[28] introduce nodos con un alto potencial de ganancia de información en un RRT para utilizarlos como objetivos de planificación

después de que el agente ha explorado su entorno cercano.

Oleynikova et al.[25] que también se ocupa del problema de exploración, incorpora un objetivo adicional de alcanzar una meta para abordar de manera explícita el problema de quedarse atrapado en mínimos locales. Eligen la próxima meta al seleccionarla con cierta probabilidad desde el objetivo global.

Mohta et al.[23], Gao et al.[10] y Lin et al.[17] emplean la información generada en la etapa de planificación para establecer un problema de optimización que produzca trayectorias seguras y dinámicamente viables. Todos buscan generar un corredor seguro para restringir la optimización. Mohta et al.[23], Lin et al.[17], y Florence et al.[9] emplean un algoritmo A* para planificar una trayectoria para buscar una distancia mínima hacia la siguiente frontera.

[19][19] presenta una solución de navegación para enjambres de pequeños multi-VANTS que exploran entornos desconocidos sin señal de GPS de forma centralizada. Éste trabajo propone el algoritmo Swarm Gradient Bug (SGBA), que maximiza la cobertura al hacer que los robots se muevan en diferentes direcciones lejos del punto de partida. Los robots navegan por el entorno y enfrentan obstáculos estáticos sobre la marcha mediante la odometría visual y algoritmos tipo BUG para el seguimiento de paredes. Además, se comunican entre sí para evitar colisiones y maximizar la eficiencia de la búsqueda. Para regresar al punto de partida, los robots realizan una búsqueda de gradiente hacia una señal Bluetooth de baja potencia.

Independientemente del enfoque utilizado para generar la ruta, un aspecto crítico para la navegación libre de colisiones en entornos desconocidos es imponer restricciones en el plan de movimiento para navegar dentro del campo de visión actual hacia el siguiente punto de referencia, utilizada por los métodos en Zhou et al.[34] y Bartolomei et al.[2]

2.3.4 Generación de trayectoria

La propuesta de Gao et al.[10] busca confinar toda la trayectoria dentro del espacio libre. Plantean un programa cuadrático (QP, por sus siglas en inglés) con restricciones, representando la trayectoria

en forma de curvas de Bezier por tramos. Mohta et al.[23] formulan un QP para la generación de trayectorias donde, además de las restricciones habituales de velocidad, aceleración y jerk, agregan un término en la función de costo proporcional al cuadrado de la distancia entre la trayectoria y los segmentos de línea de la trayectoria modificada. Para asignar tiempo a cada segmento de spline, lo cual es crucial para la viabilidad del QP y la calidad de la trayectoria resultante, utilizan los tiempos obtenidos ajustando un perfil de velocidad trapezoidal a través de los segmentos.

Usenko et al.[32] plantean un problema de replanificación local como la optimización de una función de costo compuesta por un término que penaliza las desviaciones de posición y velocidad al final de la trayectoria, así como un costo por colisión. La trayectoria local se representa a través de un B-spline cúbico uniforme, lo cual simplifica el cálculo de los términos de costo. Por otro lado, Lin et al.[17] formulan un problema de optimización no lineal utilizando polinomios de octavo orden para representar la trayectoria.

Cieslewski et al.[6] emplea un modo reactivo para generar comandos de velocidad instantáneos basados en las fronteras que se observan en el momento. Para aquellas fronteras dentro del alcance del sensor de profundidad, la velocidad deseada será la máxima y estará orientada hacia el volumen desconocido. En contraste, para las fronteras más cercanas al robot, la velocidad deseada será menor. Por otro lado, el algoritmo presentado por Florence et al.[9], busca un movimiento primitivo 3D que maximice el progreso euclidiano hacia el objetivo global, teniendo en cuenta las probabilidades de colisión para trayectorias completas en entornos con obstáculos.

Adicionalmente, es crucial abordar de manera explícita las restricciones dinámicas del movimiento lineal del robot para garantizar su permanencia en áreas seguras. En específico, los trabajos de Cieslewski et al.[6], Usenko et al.[32], Selin et al.[28], Lin et al.[17], Collins and Michael[7] y McGuire et al.[19] no gestionan las restricciones dinámicas de forma explícita. En contraste, los algoritmos propuestos en Florence et al.[9], Gao et al.[10], Oleynikova et al.[25], Papachristos et al.[26], Mohta et al.[23], Campos-Macías et al.[3], Zhou et al.[34] y Bartolomei et al.[2] que abordan de manera explícita las restricciones dinámicas del robot.

2.3.5 Coordinación multi-robot

Además de la planificación de rutas, la coordinación de múltiples robots para la exploración requiere de una estrategia de comunicación efectiva, que garantice la coherencia del mapa que se va generando. Se han investigado diferentes protocolos de comunicación y estrategias de intercambio de información para permitir la colaboración. Algunos enfoques utilizan comunicación directa entre los robots, mientras que otros emplean una arquitectura de red donde los múltiples robots se comunican a través de una infraestructura descentralizada Chen and Hung[4], Bartolomei et al.[2], Zhou et al.[34], Bartolomei et al.[2], mostrando la tolerancia a fallas en equipos para tareas de búsqueda y rescate.

En recientes trabajos [5][5] ha demostrado descentralizar la tarea de SLAM para la creación de mapas en tareas de exploración multi-VANT eliminando el bloque de optimización, haciendo uso de técnicas de machine learning (teach and repeat).

La dirección que apunta el estado del arte, es en la repartición inteligente de tareas para un problema multi-agente en tareas de exploración.

En el Centro de Investigación y Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional Unidad Tamaulipas se han realizado investigaciones en el área de exploración multi-robot y diseño de prototipos de VANTS, lo cual sirve como antecedente para este trabajo. Este relevante desarrollo, propuesto por Elizondo-Leal[8], tiene como objetivo principal el despliegue de una estrategia de coordinación para múltiples robots móviles basado en un enfoque de auto-ofertas (método húngaro).

Tabla 2.1: Trabajos relacionados

REFERENCIA	APLICACIÓN	GENERACIÓN MAPA	PLANIFICACIÓN DE TRAYECTORIA	GENERACIÓN TRAYECTORIA	SENSOR RGB-D	DINÁMICA VANT	multi-VANT
Cieslewski et al.[6]	Exploración	3D Grid	Basado en fronteras	Control directo de velocidad	✓	✗	✗
Usenko et al.[32]	Punto Objetivo	Cuadrícula egocéntrica Voxel 3D	Offline RRT*	Curvas de Bezier	✓	✗	✗
Mohta et al.[23]	Punto Objetivo	3D-Local y 2D-Global	A*	Programación cuadrática	✗	✓	✗
Lin et al.[17]	Punto Objetivo	3D voxel array TSDF	A*	Optimización cuadrática	✗	✗	✗
Papachristos et al.[26]	Exploración	Octomap	Next Best View Planner (NBVP)	Control directo de velocidad	✗	✓	✗
Oleynikova et al.[25]	Punto Objetivo	Voxel Hashing TSDF	Next Best View Planner (NBVP)	Optimización cuadrática	✓	✓	✗
Gao et al.[10]	Punto Objetivo	Mapa de cuadrícula	Método de marcha rápida	Optimización cuadrática	✗	✓	✗
Florence et al.[9]	Punto Objetivo	Busqueda basada en visibilidad	2D A*	Control predictivo por modelo (MPC)	✓	✓	✗
Selin et al.[28]	Exploración	Octomap	Next Best View Planner (NBVP)	Control directo de velocidad	✗	✗	✗
McGuire et al.[19]	Exploración	NA	Swarm Gradient Bug Algorithm (SGBA)	Control directo de velocidad	✗	✗	✓
Collins and Michael[7]	Punto Objetivo	KD Tree + Mapa en Voxel	Búsqueda en Grafo	Movimientos suaves	✓	✗	✗
Campos-Macías et al.[3]	Punto Objetivo	Octree	Rapidly Exploring Random Trees (RRT)	Basado en contornos	✓	✓	✗
Cieslewski[5]	Exploración	Octomap	Basado en fronteras	Control directo de velocidad	✓	✓	✓
Zhou et al.[34]	Exploración	Octomap HGrid	Next Best View Planner (NBVP)	Control directo de velocidad	✓	✓	✓
Bartolomei et al.[2]	Exploración	Octomap	Basado en fronteras	Control directo de velocidad	✓	✓	✓

2.4 Conclusiones

The motivation for this work relies on the lack of detailed knowledge about the search behavior of particle swarm optimization and differential evolution on multi-objective optimization. The ability to identify the mechanisms that impact on the search of these two MOEAs will allow for the design of new evolutionary approaches that use a reduced number of objective function evaluations to solve a selection of MOPs.

3

Marco Teórico

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum

pellentesque felis eu massa.

Quisque ullamcorper placerat ipsum. Cras nibh. Morbi vel justo vitae lacus tincidunt ultrices. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. In hac habitasse platea dictumst. Integer tempus convallis augue. Etiam facilisis. Nunc elementum fermentum wisi. Aenean placerat. Ut imperdiet, enim sed gravida sollicitudin, felis odio placerat quam, ac pulvinar elit purus eget enim. Nunc vitae tortor. Proin tempus nibh sit amet nisl. Vivamus quis tortor vitae risus porta vehicula.

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa.

Quisque ullamcorper placerat ipsum. Cras nibh. Morbi vel justo vitae lacus tincidunt ultrices. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. In hac habitasse platea dictumst. Integer tempus convallis augue. Etiam facilisis. Nunc elementum fermentum wisi. Aenean placerat. Ut imperdiet, enim sed gravida sollicitudin, felis odio placerat quam, ac pulvinar elit purus eget enim. Nunc vitae tortor. Proin tempus nibh sit amet nisl. Vivamus quis tortor vitae risus porta vehicula.

3.1 Conceptos fundamentales

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa.

Quisque ullamcorper placerat ipsum. Cras nibh. Morbi vel justo vitae lacus tincidunt ultrices. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. In hac habitasse platea dictumst. Integer tempus convallis augue. Etiam facilisis. Nunc elementum fermentum wisi. Aenean placerat. Ut imperdiet, enim sed gravida sollicitudin, felis odio placerat quam, ac pulvinar elit purus eget enim. Nunc vitae tortor. Proin tempus nibh sit amet nisl. Vivamus quis tortor vitae risus porta vehicula.

3.1.1 Sistema de ejes coordenados

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit

mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa.

Quisque ullamcorper placerat ipsum. Cras nibh. Morbi vel justo vitae lacus tincidunt ultrices. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. In hac habitasse platea dictumst. Integer tempus convallis augue. Etiam facilisis. Nunc elementum fermentum wisi. Aenean placerat. Ut imperdiet, enim sed gravida sollicitudin, felis odio placerat quam, ac pulvinar elit purus eget enim. Nunc vitae tortor. Proin tempus nibh sit amet nisl. Vivamus quis tortor vitae risus porta vehicula.

3.1.2 Coordenadas homogéneas

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing

semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa.

Quisque ullamcorper placerat ipsum. Cras nibh. Morbi vel justo vitae lacus tincidunt ultrices. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. In hac habitasse platea dictumst. Integer tempus convallis augue. Etiam facilisis. Nunc elementum fermentum wisi. Aenean placerat. Ut imperdiet, enim sed gravida sollicitudin, felis odio placerat quam, ac pulvinar elit purus eget enim. Nunc vitae tortor. Proin tempus nibh sit amet nisl. Vivamus quis tortor vitae risus porta vehicula.

3.1.3 Transformaciones geométricas

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum

pellentesque felis eu massa.

Quisque ullamcorper placerat ipsum. Cras nibh. Morbi vel justo vitae lacus tincidunt ultrices. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. In hac habitasse platea dictumst. Integer tempus convallis augue. Etiam facilisis. Nunc elementum fermentum wisi. Aenean placerat. Ut imperdiet, enim sed gravida sollicitudin, felis odio placerat quam, ac pulvinar elit purus eget enim. Nunc vitae tortor. Proin tempus nibh sit amet nisl. Vivamus quis tortor vitae risus porta vehicula.

3.2 Funcionamiento de un VANT

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa.

Quisque ullamcorper placerat ipsum. Cras nibh. Morbi vel justo vitae lacus tincidunt ultrices. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. In hac habitasse platea dictumst. Integer tempus convallis augue. Etiam facilisis. Nunc elementum fermentum wisi. Aenean placerat. Ut

imperdiet, enim sed gravida sollicitudin, felis odio placerat quam, ac pulvinar elit purus eget enim. Nunc vitae tortor. Proin tempus nibh sit amet nisl. Vivamus quis tortor vitae risus porta vehicula.

3.3 Control de un VANT

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa.

Quisque ullamcorper placerat ipsum. Cras nibh. Morbi vel justo vitae lacus tincidunt ultrices. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. In hac habitasse platea dictumst. Integer tempus convallis augue. Etiam facilisis. Nunc elementum fermentum wisi. Aenean placerat. Ut imperdiet, enim sed gravida sollicitudin, felis odio placerat quam, ac pulvinar elit purus eget enim. Nunc vitae tortor. Proin tempus nibh sit amet nisl. Vivamus quis tortor vitae risus porta vehicula.

3.4 Estimación de posición

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa.

Quisque ullamcorper placerat ipsum. Cras nibh. Morbi vel justo vitae lacus tincidunt ultrices. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. In hac habitasse platea dictumst. Integer tempus convallis augue. Etiam facilisis. Nunc elementum fermentum wisi. Aenean placerat. Ut imperdiet, enim sed gravida sollicitudin, felis odio placerat quam, ac pulvinar elit purus eget enim. Nunc vitae tortor. Proin tempus nibh sit amet nisl. Vivamus quis tortor vitae risus porta vehicula.

4

Enfoque propuesto

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum

pellentesque felis eu massa.

Quisque ullamcorper placerat ipsum. Cras nibh. Morbi vel justo vitae lacus tincidunt ultrices. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. In hac habitasse platea dictumst. Integer tempus convallis augue. Etiam facilisis. Nunc elementum fermentum wisi. Aenean placerat. Ut imperdiet, enim sed gravida sollicitudin, felis odio placerat quam, ac pulvinar elit purus eget enim. Nunc vitae tortor. Proin tempus nibh sit amet nisl. Vivamus quis tortor vitae risus porta vehicula.

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa.

Quisque ullamcorper placerat ipsum. Cras nibh. Morbi vel justo vitae lacus tincidunt ultrices. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. In hac habitasse platea dictumst. Integer tempus convallis augue. Etiam facilisis. Nunc elementum fermentum wisi. Aenean placerat. Ut imperdiet, enim sed gravida sollicitudin, felis odio placerat quam, ac pulvinar elit purus eget enim. Nunc vitae tortor. Proin tempus nibh sit amet nisl. Vivamus quis tortor vitae risus porta vehicula.

Bibliografía

- [1] Alsamhi, S. H., Ma, O., Ansari, M. S., and Almalki, F. A. (2019). Survey on collaborative smart drones and internet of things for improving smartness of smart cities. *IEEE Access*, 7:128125–128152.
- [2] Bartolomei, L., Teixeira, L., and Chli, M. (2023). Fast multi-uav decentralized exploration of forests. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 8(9):5576–5583.
- [3] Campos-Macías, L., Aldana-López, R., Guardia, R., Parra-Vilchis, J. I., and Gómez-Gutiérrez, D. (2020). Autonomous navigation of MAVs in unknown cluttered environments. *Journal of Field Robotics*, 38(2):307–326.
- [4] Chen, B.-S. and Hung, T.-W. (2023). Integrating local motion planning and robust decentralized fault-tolerant tracking control for search and rescue task of hybrid uavs and biped robots team system. *IEEE Access*, 11:45888–45909.
- [5] Cieslewski, T. (2021). *Decentralized Multi-Agent Visual SLAM*. PhD thesis, University of Zurich.
- [6] Cieslewski, T., Kaufmann, E., and Scaramuzza, D. (2017). Rapid exploration with multi-rotors: A frontier selection method for high speed flight. In *2017 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, pages 2135–2142.
- [7] Collins, M. and Michael, N. (2020). Efficient planning for high-speed mav flight in unknown environments using online sparse topological graphs. In *2020 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pages 11450–11456.
- [8] Elizondo-Leal, J. C. (2013). *Estrategia Descentralizada para la Exploración Multi-Robot, incluyendo Restricciones en Rango de Comunicación*. PhD thesis, CINVESTAV Unidad Tamaulipas.

- [9] Florence, P. R., Carter, J., Ware, J., and Tedrake, R. (2018). Nanomap: Fast, uncertainty-aware proximity queries with lazy search over local 3d data.
- [10] Gao, F., Wu, W., Lin, Y., and Shen, S. (2018). Online safe trajectory generation for quadrotors using fast marching method and bernstein basis polynomial. In *2018 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pages 344–351.
- [11] Gielis, J., Shankar, A., and Prorok, A. (2022). A critical review of communications in multi-robot systems. *Current Robotics Reports*, 3(4):213–225.
- [12] Hart, P. E., Nilsson, N. J., and Raphael, B. (1968). A formal basis for the heuristic determination of minimum cost paths. *IEEE Transactions on Systems Science and Cybernetics*, 4(2):100–107.
- [13] Hirsch, L. and Merced, M. J. D. L. (2023). Fireworks have a new competitor: Drones.
- [14] Hornung, A., Wurm, K. M., Bennewitz, M., Stachniss, C., and Burgard, W. (2013). OctoMap: An efficient probabilistic 3D mapping framework based on octrees. *Autonomous Robots*. Software available at <https://octomap.github.io>.
- [15] Karaman, S. and Frazzoli, E. (2011). Sampling-based algorithms for optimal motion planning. *The International Journal of Robotics Research*, 30(7):846–894.
- [16] LaValle, S. M. (1998). Rapidly-exploring random trees : a new tool for path planning. *The annual research report*.
- [17] Lin, Y., Gao, F., Qin, T., Gao, W., Liu, T., Wu, W., Yang, Z., and Shen, S. (2017). Autonomous aerial navigation using monocular visual-inertial fusion. *Journal of Field Robotics*, 35(1):23–51.
- [18] Lumelsky, V. J. and Stepanov, A. A. (1987). Path-planning strategies for a point mobile automaton moving amidst unknown obstacles of arbitrary shape. *Algorithmica*, 2(1-4):403–430.

- [19] McGuire, K. N., Wagter, C. D., Tuyls, K., Kappen, H. J., and de Croon, G. C. H. E. (2019). Minimal navigation solution for a swarm of tiny flying robots to explore an unknown environment. *Science Robotics*, 4(35):eaaw9710.
- [20] Meagher, D. (1982). Geometric modeling using octree encoding. *Computer Graphics and Image Processing*, 19(2):129–147.
- [21] Min, H., Han, K. M., and Kim, Y. J. (2020). Accelerating probabilistic volumetric mapping using ray-tracing graphics hardware.
- [22] Mohsan, S. A. H., Othman, N. Q. H., Li, Yanlong, A., H., M., and Khan, M. A. (2023). Unmanned aerial vehicles (uavs): practical aspects, applications, open challenges, security issues, and future trends. *Intelligent Service Robotics*, 16(1).
- [23] Mohta, K., Watterson, M., Mulgaonkar, Y., Liu, S., Qu, C., Makineni, A., Saulnier, K., Sun, K., Zhu, A., Delmerico, J., Karydis, K., Atanasov, N., Loianno, G., Scaramuzza, D., Daniilidis, K., Taylor, C. J., and Kumar, V. (2017). Fast, autonomous flight in GPS-denied and cluttered environments. *Journal of Field Robotics*, 35(1):101–120.
- [24] Mukhamediev, R. I., Yakunin, K., Aubakirov, M., Assanov, I., Kuchin, Y., Symagulov, A., Levashenko, V., Zaitseva, E., Sokolov, D., and Amirgaliyev, Y. (2023). Coverage path planning optimization of heterogeneous uavs group for precision agriculture. *IEEE Access*, 11:5789–5803.
- [25] Oleynikova, H., Taylor, Z., Siegwart, R., and Nieto, J. (2018). Safe local exploration for replanning in cluttered unknown environments for microaerial vehicles. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 3(3):1474–1481.
- [26] Papachristos, C., Khattak, S., and Alexis, K. (2017). Uncertainty-aware receding horizon exploration and mapping using aerial robots. In *2017 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pages 4568–4575.

- [27] Rouček, T., Pecka, M., Čížek, P., Petříček, T., Bayer, J., Šalanský, V., Azayev, T., Heřt, D., Petrлік, M., Báča, T., Spurný, V., Krátký, V., Petráček, P., Baril, D., Vaidis, M., Kubelka, V., Pomerleau, F., Faigl, J., Zimmermann, K., Saska, M., Svoboda, T., and Krajník, T. (2022). System for multi-robotic exploration of underground environments CTU-CRAS-NORLAB in the DARPA subterranean challenge. *Field Robotics*, 2(1):1779–1818.
- [28] Selin, M., Tiger, M., Duberg, D., Heintz, F., and Jensfelt, P. (2019). Efficient autonomous exploration planning of large-scale 3-d environments. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 4(2):1699–1706.
- [29] Shakhathreh, H., Sawalmeh, A. H., Al-Fuqaha, A., Dou, Z., Almaita, E., Khalil, I., Othman, N. S., Khreishah, A., and Guizani, M. (2019). Unmanned aerial vehicles (UAVs): A survey on civil applications and key research challenges. *IEEE Access*, 7:48572–48634.
- [30] Sharma, S. and Tiwari, R. (2016). A survey on multi robots area exploration techniques and algorithms. In *2016 International Conference on Computational Techniques in Information and Communication Technologies (ICCTICT)*. IEEE.
- [31] Stentz, A. (1994). Optimal and efficient path planning for partially-known environments. In *Proceedings of the 1994 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 3310–3317 vol.4.
- [32] Usenko, V., von Stumberg, L., Pangercic, A., and Cremers, D. (2017). Real-time trajectory replanning for MAVs using uniform b-splines and a 3d circular buffer. In *2017 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*. IEEE.
- [33] Yang, F., Cao, C., Zhu, H., Oh, J., and Zhang, J. (2022). Far planner: Fast, attemptable route planner using dynamic visibility update.

-
- [34] Zhou, B., Xu, H., and Shen, S. (2023). Racer: Rapid collaborative exploration with a decentralized multi-uav system. *IEEE Transactions on Robotics*, 39(3):1816–1835.