

机器人自主探索算法综述

王 乐, 齐 尧, 何滨兵*, 章永进, 徐友春

(陆军军事交通学院, 天津 300161)

(*通信作者电子邮箱 275748576@qq.com)

摘 要:随着机器人自主能力的提升和应用场景的多样化,机器人应用于未知复杂场景的需求不断增加,它在未知区域内自主完成环境全遍历并构建区域地图的探索算法成为研究热点。为了使更多研究者对机器人自主探索的研究现状有进一步的了解,首先对机器人自主探索的问题定义和运行框架进行介绍,其次根据相关文献研究,按照基于边界理论的自主探索算法、基于下一最优视角(NBV)思想的自主探索算法和其他自主探索算法三个方面展开综述,较为详细地介绍了基于边界理论和基于NBV思想这两种主流的自主探索算法,并对各类探索算法的优势以及局限性进行了分析,最后对未来自主探索的发展方向提出展望。

关键词:移动机器人;自主探索;未知环境建图;运动规划;边界理论;下一最优视角

中图分类号:TP242 **文献标志码:**A

Survey of autonomous exploration algorithms for robots

WANG Le, QI Yao, HE Binbing*, ZHANG Yongjin, XU Youchun

(Army Military Transportation University, Tianjin 300161, China)

Abstract: With the improvement of robotic autonomy and diversification of application scenarios, the demand for robots to be applied to unknown and complex scenarios is increasing, and the exploration algorithms for robots autonomously to complete full traversal of environment and construct regional maps in unknown regions have become hot research topics. In order to enable more researchers to have a further understanding of the research status of autonomous robot exploration, first of all, the definition and framework of autonomous exploration for robots were introduced. Secondly, according to the relevant literature research, three aspects were surveyed, autonomous exploration algorithms based on frontier theory, NBV (Next Best View)-based autonomous exploration algorithms and other exploration algorithms. The two mainstream autonomous exploration algorithms based on frontier theory and NBV thought were introduced in detail, and the basic principles, advantages and limitations of various exploration algorithms were analyzed. Finally, the future development directions of autonomous exploration were prospected.

Key words: mobile robot; autonomous exploration; unknown environment mapping; motion planning; frontier theory; Next Best View (NBV)

0 引言

近年来,随着机器人技术智能化程度的不断加深,机器人在人们生产生活中扮演着越来越多的角色,智能机器人的研究受到了广泛关注。目前多数移动机器人都需要预先对应用场景的环境地图进行构建,然而环境地图的绘制需要人工对环境信息进行采集,流程复杂且工作量较大,另外在实际应用中还存在人员无法进入或人为遍历困难的特殊环境,为人工构建地图带来了许多困难。为解决此类问题,机器人在没有先验信息的未知环境中通过自主导航遍历整个环境并实现建图的自主探索技术成为国内外学者的研究重点。机器人在未知环境中的自主探索技术具有广泛的应用前景,特别是对于事故现场救援、地下矿井勘测以及战场环境侦察等工作环境

较为恶劣的应用场景,使用机器人对环境进行探索可以有效避免人员的伤亡,提高救援侦察工作的效率^[1]。自主探索技术近年来被用于外星探测^[2]、水下监测^[3]、事故搜救^[4]以及地下矿洞^[5-6]等人员不便进入的场景和室内场景^[7-8]的地图构建,利用机器人预先对未知环境进行自主探索并初步建立环境模型,可以为后续的救援、侦察等工作提供方便,而且构建出来的地图相比人工构建的地图效率更高、适用性更强。此外,自主探索也逐渐成为国内外无人系统竞赛的比赛项目,如美国DARPA举办的地下挑战赛(Subterranean Challenge, SubT)包含机器人对地下未知环境的探索项目^[9];国内2021年陆军举办的“跨越险阻”地面无人系统挑战赛中,增加了地下无人系统侦察搜索项目,重点考察机器人在复杂区域的机动、通信、测绘、侦察等能力^[10]。机器人自主探索技术研究的主要目的

收稿日期:2022-11-22;修回日期:2023-03-30;录用日期:2023-03-31。 基金项目:军队重点研发项目(ZW040204)。

作者简介:王乐(1999—),男,安徽蚌埠人,硕士研究生,主要研究方向:智能车运动规划、机器人自主探索;齐尧(1994—),男,四川仪陇人,工程师,博士,主要研究方向:智能车运动规划、机器人运动规划;何滨兵(1994—),男,四川宜宾人,助理工程师,硕士,主要研究方向:智能车运动规划、机器人运动规划;章永进(1982—),男,安徽枞阳人,工程师,博士,主要研究方向:智能车运动规划;徐友春(1972—),男,四川夹江人,教授,博士,主要研究方向:自动驾驶环境感知、目标跟踪。

是使机器人在自主探索过程中能够更高效、更完全地对整个未知环境进行感知覆盖,并构建出比较完整的环境地图。主要研究机器人如何在环境信息未知的情况下,仅根据自身传感器获取的数据对探索目标以及前往该目标的路径进行自主规划,进而实现整个区域的遍历,即主要解决机器人自主决定“该去哪,怎么走”的问题。

目前国内外学者关于自主探索算法的研究可以分为基于边界理论的自主探索算法、基于下一最优视角(Next Best View, NBV)的自主探索算法以及其他自主探索算法。本文首先描述了自主探索的问题定义和运行框架;其次对各类探索算法的原理进行分析,总结优势以及局限性;最后提出探索领域的发展建议,为今后机器人自主探索的深入研究提供参考。

1 自主探索问题描述

1.1 自主探索相关定义

目前国内外对机器人自主探索问题的主要研究方向在于探索策略的研究,即如何让机器人根据观测范围有限的传感器对下一步的探索目标进行确定,在最短的时间内尽可能完整地遍历整个未知环境以建立整个环境的地图模型。由于传感器只能在局部范围内进行观测,故机器人无法分析全局环境的探索情况,每次只能根据历史观测数据和新观测到的数据来决定下一步的探索目标以及前往该目标的探索路径,逐步建立起全局环境模型。

在机器人的探索过程中,通常将环境空间 V 划分为已探索空间和未探索空间,其中已探索空间分为自由空间 V_{free} 和已占用空间 V_{occupied} ,机器人的自主探索是对未探索空间 V_{unknown} 属于 V_{free} 或 V_{occupied} 的判断过程。探索过程中机器人受自身形状和传感器限制而导致的无法探索的空间用 V_{res} 表示,当 $V_{\text{free}} \cup V_{\text{occupied}} \cup V_{\text{res}} = V$ 时,认为未知区域探索完成^[11]。假设机器人在环境中的所处位置为 $p_{\text{start}} \in V_{\text{free}}$,其通过感知周围环境自主确定的下一步探索目标为 $p_{\text{target}} \in V_{\text{free}}$,利用已构建模型规划出前往 p_{target} 的探索路径为 τ , τ 应当满足机器人的运动学和动力学约束并避免与周围的障碍物发生碰撞。可以将机器人的探索过程理解为机器人根据实时环境信息不断更新目标点 p_{target} 和探索路径 τ ,并在执行路径 τ^* (τ 的集合)的同时利用传感器实现对未知环境完整覆盖的过程。

1.2 自主探索运行流程

根据目前自主探索技术的发展情况将自主探索过程分为确定探索目标、探索运动规划和未知环境建图三部分^[12],这三部分构成的自主探索运行框架如图1所示。机器人根据当前环境信息确定探索目标,然后规划出合理的探索路径,在执行路径的过程中感知新的环境信息,整个流程迭代运行直到探索结束。

1)确定探索目标。探索目标的确定是机器人在自主探索过程中以无人工参与的方式,自主对探索行进目标点的确定过程,是自主探索技术的主要研究内容。一般将探索目标的确定分为候选目标生成和探索目标选择两个过程^[13],通过既定策略生成探索目标点的候选集合,再通过评估函数对候选集合进行优选,确定下一步的探索目标点。

2)探索运动规划。探索运动规划结合已探索区域的地图模型,规划得到以探索目标点为终点的无碰撞路径。高效稳定地探索运动规划需要综合考虑机器人的环境感知能力和运

动力学约束。将现有的运动规划算法直接用于自主探索会导致机器人无法充分利用探索过程中收集到的地图信息,甚至出现探索陷入局部最优的情况^[12],因此探索运动规划需要结合自主探索实际进行。

3)未知环境建图。未知环境建图与其他两个部分的关系较为紧密,机器人在移动过程中不断更新全局地图,构建的全局地图又用于机器人确定探索目标和探索运动规划。目前自主探索的建图模块基本都是采用即时定位与地图构建(Simultaneous Localization and Mapping, SLAM)技术,该技术可以实时估计机器人移动的位姿,并构建机器人周围的环境地图,可以较好地解决未知环境中的建图问题。目前主流的SLAM技术是基于激光雷达的激光SLAM和基于单/双目相机的视觉SLAM,本质上都是关于机器人的状态估计。激光SLAM的发展较为成熟,受环境影响相对较小,但激光雷达的开发成本较高;而视觉SLAM在准确性和鲁棒性上仍有差距,但优点在于获取信息丰富和使用成本较低^[14]。常用激光SLAM有:2D建图中经典的基于粒子滤波框架的Gmapping^[15]算法;性能优于其他2D建图的基于图优化的Cartographer^[16]算法;3D激光SLAM中经典的LOAM(Lidar Odometry and Mapping)^[17]算法,还有在其框架上产生的LeGO-LOAM(Lightweight and Groud-Optimized Lidar Odometry and Mapping)^[18]以及LIO-SAM(tightly-coupled Lidar Inertial Odometry via Smoothing and Mapping)^[19],都在3D建图中表现出较好性能。视觉SLAM中性能较好的主要有ORB-SLAM3(Orinted FAST and BRIEF SLAM3)^[20]、VINS-Fusion^[21]和BundleFusion^[22]。

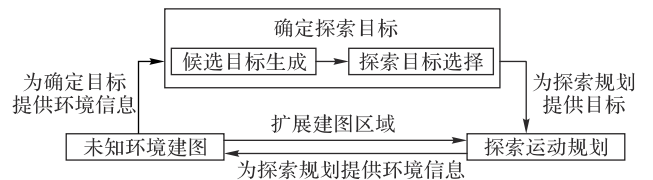


图1 自主探索运行框架

2 基于边界理论的自主探索算法

基于边界理论的自主探索算法是机器人探索领域中的经典方法,边界理论通过检测未知环境中已探索区域和未探索区域的界限确立探索目标,引导机器人朝着未知区域移动。本文根据边界的检测方式,将基于边界理论的自主探索算法分为显式检测和隐式检测两部分。

2.1 基于显式检测边界的方法

显式检测边界利用计算机视觉技术等方法对边界进行检测以显式构建边界,将边界栅格的聚类中心作为探索候选边界点,引导机器人向未知区域探索。

2.1.1 传统边界理论方法

Yamauchi^[23]提出Frontier-based自主探索算法将已知区域与未知区域的交界定义为边界(frontier),通过引导机器人连续移动到边界以不断增加环境的探索面积。该方法使用占据栅格地图作为环境感知结果,各栅格中存储区域被占用的概率,并在机器人移动过程中随传感器信息更新概率。在完成占据栅格地图的构建后,对当前各栅格中的占用概率与初始构建赋予的先验概率进行比较,将地图区域划分为未知(unknown)、自由(open)、已占用(occupied)三种状态。随后利

用类似于计算机视觉中的边缘检测和区域提取技术进行边界检测和提取,将与未知空间相邻的 open 单元标记为边界单元格,相邻的边界单元格组成边界区域。机器人将尺寸超过自身大小的边界区域视为寻找的边界,优先选择最近的可达边界作为运动规划的目标,并采用深度优先搜索(Depth First Search, DFS)规划出最短无障碍路径,通过不断移动到新的边界,扩展其构建的地图。该算法的流程如图2所示。

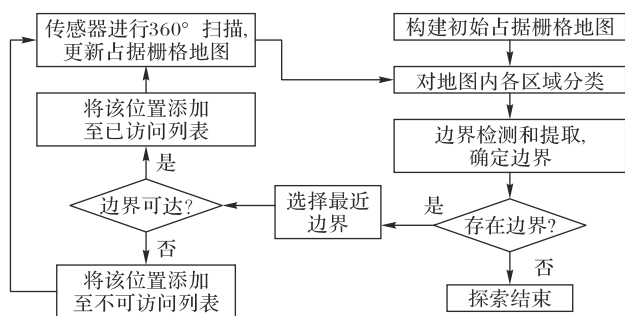


图2 Frontier-based 自主探索算法流程

这种探索算法主要存在两个方面的不足:1)随着占据栅格地图面积的增加,检测边界的效率会降低,导致机器人不能及时检测到边界的变化,造成重复探索^[24];2)机器人采用前往最近边界的贪心策略导致探索效率低下,陷入局部最优的可能性较大。

2.1.2 边界检测方法优化

传统的边界检测算法基本上都是采用计算机视觉技术中的边缘检测和区域提取技术,即每一次检测边界都需要对整个地图数据进行一次处理。这种边界检测方法的效率随着地图的扩大而快速降低,远不能满足探索过程中的实时检测要求。为了加快边界的检测速度,Keidar等^[24]提出了两种不处理所有地图数据的边界检测算法:首先提出基于图搜索算法的WFD(Wavefront Frontier Detector),该算法在已知区域中利用广度优先搜索(Breadth First Search, BFS)寻找边界点,并标记搜索过的点,相较于当时先进的边缘检测技术快了1~2个数量级,但该算法不适用于大面积的探索区域;然后提出只处理实时传感器数据的FFD(Fast Frontier Detector),该算法通过处理当前的传感器数据提取新的边界,比WFD也快了1~2个数量级,但是对历史边界的持续维护会消耗大量计算资源。尽管这两种算法仍有缺陷,但却使边界实时检测的实现成为可能。

后续的学者在这两种算法的基础上进行了更深入的研究。Li等^[25]在只处理实时激光数据的基础上,结合全局拓扑图考虑边界的可达性,得到全局最优边界点。Sun等^[26]结合Cartographer算法,在该SLAM算法执行子地图对齐时,只对图优化后姿态变化大于一定阈值的子地图进行边界检测,有效降低了计算成本。Quin等提出EWFD(Expanding-Wavefront Frontier Detection)^[27],引入前一个时间步长的边界点作为当前搜索的起点,并提出FTFD(Frontier-Tracing Frontier Detection)^[28],进一步结合感知的端点来确定当前的边界。Sun等^[29]使用占据栅格图和激光雷达数据共同检测固定范围内的边界并移除低效边界,减少了计算量,但只适用于二维环境。

近些年来,众多学者对边界检测方法不断优化,显著提高了显式检测边界方法在二维环境中的检测效率,但目前为止,

边界检测在三维空间中效率的提高比较有限,仍需要进一步的深入研究。

2.1.3 边界选取策略改善

传统的边界选取策略多采用贪婪探索策略,选取移动代价最小的边界作为探索目标点,而不考虑边界点对探索环境所能提供的增益,很可能会使得机器人陷入局部最优的困境。

为了改善边界的选取策略,王栋斐等^[30]提出了一种采用双层广度优先搜索的方法提取边界栅格,在确定探索目标时将边界的可通行性、边界处的探索增益以及前往该位置的移动代价综合作为评估因素,提高了探索的环境覆盖率。Cieslewski^[31]针对多旋翼无人机提出一种快速探索方法,为了最小化无人机的速度变化,使其优先探索视域内的边界,其他边界被添加到全局边界集,当视域内无边界时再切换回传统的边界探索方法,尽管会增加总探索距离,但是在时间上有了明显减少。Wang等^[32]将边界作为候选目标区域,提出新的效用函数评估候选区域内的探索增益及相应的移动路径代价对探索目标进行优选,同时针对目标区域可能在机器人到达之前就已经被探测到的情况提出目标重选机制,有效减少不必要的探索工作。

总体上看,研究者对边界选取的策略的改善基本上是通过效用函数对候选边界进行综合评估,进而得到相对较优的探索目标,区别在于探索增益和花费成本的计算方式不同。

2.1.4 三维环境探索研究

由于自主探索技术面向的应用场景较为复杂,二维环境下的边界探索算法无法满足机器人在复杂三维场景中的探索需求,因此学者们针对三维环境下的自主探索展开了研究。

Dornhege等^[33]结合空隙(void)和边界,将Yamauchi的算法扩展到三维环境,空隙是未知的三维单元格,通过连续记录三维传感器的观测数据,提取被障碍物遮挡的区域生成空隙单元格,边界被定义为空隙和已知空间的交界区域,通过空隙-边界组合计算效用函数,实验证明该算法能够在适度时间内完成探索,但是在探索的实时性上仍有待加强。Batinovic等^[34]使用经Cartographer算法处理后的点云数据构建OctoMap,通过改变其分辨率水平有效筛选边界点,降低计算量。Wang等^[35]采用无人机采集的环境图像进而构建三维环境模型,为了解决地形变化带来的图像变形和分辨率损失,为无人机的轨迹规划增加摄影测量约束,同时为避免探索过程中无人机可能出现折返和走走停停,提出一种两步层次优化轨迹规划方案,生成了较为平滑的轨迹。随着研究的不断深入,显式构建边界的方法在三维环境中的应用取得了较大的进展,但目前来看,制约其探索效率的主要因素是边界检测的效率。

基于边界理论的探索方法策略比较简单,在探索中应用较为广泛,但显式检测边界的计算会随着环境的扩大而变得更加复杂,降低边界检测的效率,尤其是三维环境中的探索效率相对较低。此外,显式检测边界方法的目标确定与运动规划完全解耦,导致探索重规划时对所有候选位置重新规划路径,消耗较多的计算资源^[13]。

2.2 基于隐式检测边界的方法

隐式检测边界的方法避免了对边界的显式计算,以一种被动检测的方式寻找边界。目前最常见的隐式检测方法是基于随机采样算法在探索环境中采样,对符合边界条件的样本点进行聚类,得到候选边界点^[36]。

2.2.1 基于采样的边界检测算法

在随机采样算法中,由于快速扩展随机树(Rapidly-exploring Random Tree, RRT)^[37]算法显示出向未知区域增长的趋势,在机器人自主探索领域得到了广泛的应用。Umari等^[38]利用RRT偏向于未探索区域的性质和概率完备性,用全局和局部两条RRT树对边界进行检测,综合考虑了节点的探索增益。针对RRT在复杂环境中检测效率低下的缺点,Qiao等^[39]更改了RRT树的生长规则和存储方式,通过对地图分块来移除冗余的树节点,减少探索占用的内存资源;在此基础上,又提出基于采样的多树融合(Sampling-based Multi-tree Fusion, SMF)边界检测算法^[40],提高了边界检测的效率。Lu等^[41]提出基于采样的边界块检测方法(Sample-based Frontier-Block Detection, SFB),减少了无用的采样操作。

2.2.2 探索效率改进

为了提高探索的效率,Zhou等^[42]引入增量式更新的FIS(Frontier Information Structure)对边界栅格进行检测和精细聚类,显著减少了每次候选边界的数量,采样边界覆盖率高的视点,利用A*计算各视点间代价作为求解非对称旅行商问题(Asymmetric Travelling Salesman Problem, ATSP)的成本矩阵,得到遍历当前所有聚类的次优全局探索路径。Xu等^[43]提出混合边界检测(Hybrid Frontier Detection, HFD)策略,结合可变步长全局随机树、多根节点随机树和栅格地图对边界进行检测,有效解决了窄入口环境的自主探索问题,提高了边界检测的实时性和探索效率。Fang等^[44]利用RRT在二维占据栅格地图中采样边界点提出最优边界点提取算法,基于萤火虫优化(Glowworm Swarm Optimization, GSO)思想提出随机边界点优化算法,克服采样随机性带来的边界点分布不均匀,减少了边界检测提取所需的计算资源。

2.2.3 三维环境探索

基于对三维环境探索的需要,Meng等^[45]提出一种两阶段优化的规划方法,利用随机采样视点检测边界,并利用探索增益修剪候选视点,再通过固定起点的开放旅行商问题(Fixed Start Open Traveling Salesman Problem, FSOTSP)求解最优探索序列,实现三维空间中的探索。针对传统三维边界探索构建地形能力较弱的问题,Senarathne等^[46]提出一种主动扩展物体表面的方法,该方法构建的边界与传统边界不同,它将与未知空间相邻的已探索物体表面定义为边界区域,通过对提取出的表面轮廓进行采样,得到候选目标点集,从而主动扩展物体表面以构建整个探索环境中的可见表面,实验证明了这种表面边界代替以往自由边界的可行性。

基于隐式检测边界的方法改善了显式检测中计算量大以及目标确定和路径规划结合不紧密的问题,但是由于随机采样算法的特性,复杂环境中仍然存在随机树生长缓慢、树节点存储资源较大和边界检测速度慢等问题。尽管学者们针对这些问题的研究已经取得了较为明显的进展,但是这种方法在三维环境中的应用仍需要进一步的研究。

3 基于下一最优视角的探索算法

下一最优视角思想早在1985年就被提出用于三维重建,由于构建完整的场景模型需要选择一系列可以覆盖场景的视点,而NBV思想就是指寻找可以提供场景信息最丰富的视点作为下一个观测位置,实际上也就是传感器放置问题的变体^[47]。此后NBV问题成为计算机视觉和图形学的研究

热点^[48]。

3.1 NBV自主探索算法

2002年,González-Baños等^[49]受到NBV的启发,提出一种不检测边界的NBV算法。该算法根据传感器历史数据,将能够保证机器人周围无障碍的最大区域定义为安全区域,通过在安全区域内采样候选视点位置集,选择预期收益最大化的视点位置,引导机器人在未知环境中移动并构建环境地图。具体过程如图3所示,相关符号说明见表1。

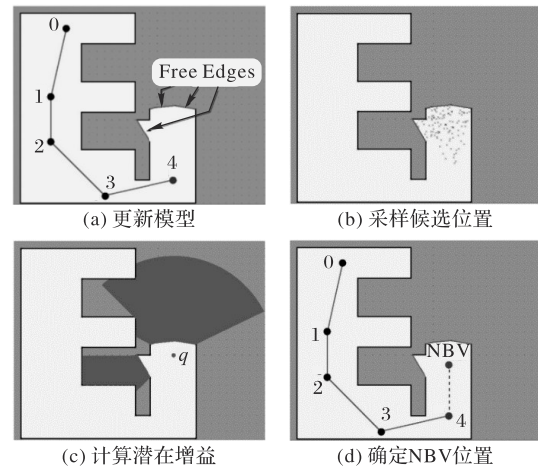


图3 NBV算法运行过程

该算法合并了历史构建的安全区域与新位置感知到的局部安全区域,并更新全局模型(图3(a)),在合并后的安全区域中对机器人的下一个感知位置进行选择。候选位置的生成分为3个步骤:首先在 $S_g(q_k)$ 边界自由曲线(free curves)上于机器人可见范围内随机采样一组NBV候选位置集 $N_{\text{sam}} \subset S_g(q_k)$;其次计算该集合中从各候选位置可见的 $\Pi_g(q_k)$ 实体曲线(solid curves)的长度 $\ell(q)$,移除 $\ell(q)$ 小于ALIGN所需阈值的位置;最后移除和当前位置 q_k 之间不存在无碰撞路径的位置,得到最终的候选位置集 N_{sam} (图3(b))。视点位置的选取由视点的评估函数 $g(q) = A(q)e^{-AL(q)}$ 决定(图3(c)、(d))。

该算法综合考虑机器人移动到下一个视点位置的路径成本与在该位置能获得的探索增益,使得机器人在探索的前期过程中,能够构建的地图面积更大,通过更改代价函数中的权重,可以使机器人根据任务要求采取不同的选择策略。此外,将确定候选位置和路径规划结合的方法,一定程度上减少了规划层的压力。但该算法总是在合并之后的地图模型中寻找探索目标,未考虑地图构建中出现较大的误差会导致机器人在一块区域内往返运动,增加机器人的路径成本,延长探索总时间。

3.2 基于NBV思想的自主探索

在NBV算法的基础上,后续学者基于NBV思想进行了深入研究,主要通过采取不同的方法对视点进行采样、提出不同的评估函数用于视点的选择等方法进行改进。RRT朝着未知区域生长的特性在基于NBV的探索算法中也被广泛应用。Bircher等^[11]的RH-NBV(Receding Horizon “Next-Best-View”)算法综合考虑RRT路径的代价和节点的增益值,选择综合收益最高的节点所在分支为最佳分支,仅让机器人执行该分支的第一条边,利用剩余部分对树进行初始化,但该方法可能会

陷入局部最优的情况,而且该算法未进行局部轨迹优化,无人机只能沿着树的直线边运动,探索效率较低。Bircher等^[50]在后续的工作中对其进行了扩展,提出一种新的基于采样的滚动优化路径规划算法,在完成探索任务的同时对环境表面进行检测。概率路图法(Probabilistic Roadmap, PRM)^[51]和RRT^[52]等随机采样算法也得到了应用, Schmid等^[53]提出基于RRT^{*}的在线信息增益路径规划(Informative Path Planning, IPP)算法,通过不断对单树进行扩展和维护,实现环境覆盖和规划细化,最大化其效用; Xu等^[54]基于增量式PRM算法,提出一种多查询动态探索规划器(Dynamic Exploration Planner, DEP),是目前首次考虑在具有动态障碍物的未知环境中进行探索的方法,虽然因为传感器限制不能检测到所有的动态障碍物,但为动态未知环境下的探索提供了新的思路。

为提高探索效率, Papachristos等^[55]扩展了RH-NBV,提出两层嵌套规划算法,在有限步长的随机树中选择探索增益最多的分支,并将该分支的第一个视点作为信念规划的目标点计算最优路径,减小了机器人定位和姿态的不确定性; Witting等^[56]从采样方向和轨迹生成方面改进了基于采样的NBV探索,并引入存储已探索空间分布信息的历史图(history graph)克服了维数灾难,增加了发现最优视点和逃离死胡同的概率,

减少了探索时间。Respall等^[57]也引入了类似的历史图,用于快速寻找潜在的探索区域。 Dharmadhikari等^[58]基于运动基元提出快速探索方法,利用运动基元搜索生成考虑无人机动力学特性的路径,综合评估无人机未来轨迹的安全性与预期探索增益减少无人机的悬停,保证无人机运动的快速性和连续性。

这种算法也被用来探索三维环境。 Vasquez-Gomez等^[59]针对三维地图重建,提出一种新的更为全面的评估视点质量的函数,并基于重建过程的所有约束处理传感器定位的不确定性,提出对象重构树(Object Reconstruction Tree, ORT)^[60]来指导NBV算法搜索,将覆盖增量、观测成本和重建效率作为衡量NBV算法性能的指标,提高了建图性能。这两种方法主要应用方向是三维重建,虽然无法直接用于未知环境的自主探索,但是其评估函数和搜索策略可以为探索所借鉴。 Dang等^[61]提出一种视觉显著性感知的滚动优化探索策略,首先利用随机树采样观测未知区域体积最大的视点作为参考,随后基于构建的视觉注意力模型规划前往该视点的路径,优化对环境突出部分的观察,整个过程以滚动优化的方式进行,但该方法仅在室内场景进行了实验,对特征不够显著的室外环境探索仍需深入研究。

表1 NBV算法相关符号说明

符号	含义
q_k	第 k 次选择的视点位置
$S_l(q_k)$	q_k 处感知到的局部安全区域
$S_g(q_k)$	到位置 q_k 为止所有局部安全区域的合并安全区域
$\Pi_g(q_k)$	$S_g(q_k)$ 边界的实体曲线列表
$\Pi_l(q_k)$	$S_l(q_k)$ 的边界实体曲线列表
ALIGN	通过匹配 $\Pi_l(q_k)$ 和 $\Pi_g(q_{k-1})$ 的线段来计算地图模型对齐变换的算法
$L(q)$	计算出的无碰撞路径的长度
λ	权衡运动成本和预期信息增益的一个常数, λ 越大,越看重成本
$A(q)$	每个候选位置的潜在可见增益,定义为当前通过 $S_g(q_k)$ 边界的自由曲线可见的、安全区域外的最大区域面积

基于NBV思想的探索算法迭代寻找感知信息最丰富的视点位置,但是这种策略会降低机器人对具有较少信息增益区域的关注,导致它在探索过程中忽略这些小区域,可能会使它陷入局部最小值。尽管学者们目前对此方法已经进行了较为深入的研究,但整体来看,其性能仍相对落后于基于边界的算法,因此此方法通常与其他方法结合使用。

4 其他自主探索算法

4.1 基于信息理论的探索

基于信息理论的探索方法以环境地图的不确定性和环境与机器人构型空间之间的互信息构造优化问题,求解最大化信息增益的轨迹^[62]。Bourgault等^[63]利用香农熵对环境的不确定性进行描述,综合评估占据栅格地图上的互信息(Mutual Information)和SLAM中车辆位姿以及地图特征的不确定性,构建机器人控制效用的优化模型,但该优化模型在多数情况下都无法求得最优解。Ila等^[64]在姿态图中定义了一个互信息增益,评估RRT搜索的路径熵,选择使地图熵最小的路径。Julian等^[65]基于互信息理论,证明了任何最大化互信息奖励的控制函数最终都会以类似边界理论的方法推动机器人探索,并在占据栅格地图中实现。Francis等^[66]提出约束贝叶斯探索(Constrained Bayesian Exploration, CBE)方法,寻找一条满足运动连续和安全约束的最优路径,通过学习目标函数的属

性和相关约束优化路径,最快减小地图信息熵,但需要更新计算量较大的GPC(Gaussian Processes least squares Classifier)模型。尽管学者们在基于信息理论的探索研究中做了大量工作,但该方法在自主探索领域中仍然是一个Open Problem^[67]。

4.2 基于深度强化学习的探索

深度强化学习(Deep Reinforcement Learning, DRL)的出现解决了传统强化学习(Reinforcement Learning, RL)的维数灾难^[68],基于DRL的自主探索算法开始成为研究热点。Zhu等^[69]结合DRL、NBV算法与一种结构完整性度量体系,对办公室环境的探索进行研究,首先利用训练后的DRL模型预测agent下一步探索区域的顺序,然后利用结构完整性度量体系对预测结果和基于贪婪策略的结果进行评估,最后使用NBV算法在较优的区域内选择探索目标,实验证明该方法在办公室环境中的探索效率高于传统探索方法。Chaplot等^[70]提出主动神经SLAM探索策略,分为神经SLAM、全局规划策略和局部规划策略三个模块,每个模块中保留学习方法的优点,避免了端到端相关的高样本数据复杂性,同时使用层次分解和模块化训练,减小训练期间的搜索空间; Niroui等^[71]提出基于DRL的边界探索算法,采取早期阶段最大信息增益的策略,用于城市搜救(Urban Search And Rescue, USAR)行动; Li等^[72]提出利用深度神经网络学习探索目标的选择策略,并重新设

计了深度强化学习的网格结构,解决了端到端方法学习效率低的问题,但该算法使用网格图生成离散动作,最终只能生成次优的决策序列。基于DRL的自主探索算法仍不成熟,有许多不足需要深入研究、逐渐克服。

表2 自主探索算法优缺点总结

算法		优点	缺点
基于边界理论的自主探索算法	显式检测边界	策略简单,对未知环境的指引性较强	在大规模、复杂三维环境中边界检测效率较低 在多障碍、窄入口环境中效果受限
	隐式检测边界	降低边界检测的计算量	
基于NBV思想的自主探索算法		可考虑多种优化目标,便于计算综合收益	不适用于窄入口环境,易陷入局部最小值
基于信息理论的自主探索算法		综合环境和机器人的约束,得到的路径相对较优	计算较为复杂,求解难度较高
基于深度强化学习的自主探索算法		通过训练可让机器人自主制定较好的行为决策	迁移性能较差,目前只适合特定场景的探索

4.3 多机器人协同探索

随着近年来多机器人协同研究的不断深入,多机器人协同探索未知环境也逐渐成为研究热点,通过综合每个机器人的感知结果,共同构建环境地图,以提高探索效率以及系统的鲁棒性和容错能力^[73],而多机器人探索的核心问题在于如何协同机器人的行为^[74]。Yamauchi^[75]将最近边界方法扩展至多机器人,在机器人之间共享获取的信息,并在每个机器人中构建全局地图,但没有考虑机器人之间的协同行为,机器人的独立导航会影响探索的整体效率。

考虑协同的多机器人探索,相当于增加了机器人团队的总指挥,为每个机器人分配探索目标,提高团队的探索效率。Corah等^[76]提出一种考虑机器人碰撞约束的分布式顺序贪婪分配(Distributed Sequential Greedy Assignment, DSGA)算法,一次性为机器人分配多个计划;宁宇铭等^[77]提出基于改进市场机制的任务分配方法,提高了探索的效率;Hu等^[78]构建动态Voronoi分区为单个机器人分配不同的目标,并结合基于深度强化学习的避障算法,提高协同探索的自主性。此外,基于深度强化学习的协同探索算法研究也在逐渐增加,如Sygkounas等^[79]用强化学习结合目标神经网络单独规划单个机器人的行为,并实现相互之间的协同,保证了二维环境下的安全探索;Tan等^[80]提出Macro Action Decentralized Exploration Network (MADE-Net),用于解决复杂环境探索时机器人间通信中断的问题。多机器人协同探索的不断发展,将有效提高机器人团队解决大规模探索任务的效率和质量。

机器人自主探索算法发展至今,已存在多种不同的分支,各算法存在各自特点,表2对文中所述的几种单机器人自主探索算法的优势和局限性进行了总结。总的来说,基于边界理论的方法对未知环境的指引性较强,在探索过程中可以获得更高的环境覆盖率,但是算法运行时间相对较长,特别是在三维未知环境中更为明显;基于NBV思想的自主探索算法可以在前期快速增加探索区域,相比基于边界的方法更适应大规模环境,但是在一些复杂区域中容易陷入局部最小值,且探索路径的长度相对来说也会增加;基于信息理论的方法在探索效率的提高上较为明显,可以快速探索环境,但是受其算法求解难度的限制,算法执行效率很低;基于深度强化学习的方法相比传统的自主探索算法能够提高探索覆盖率和探索效率,但是算法的实体迁移性能较差,而且目前只能在特定场景中发挥较好的性能。

5 展望

5.1 地面无人平台自主探索的发展

当前关于机器人自主探索的研究多集中于空中无人平台,主要是因为空中飞行具有灵活的机动能力,但是相比目前

研究较为成熟的地面无人平台,在搭载能力以及续航时间方面均存在短板。地面无人平台作为移动机器人中重要的组成部分,因其承载大、速度快、结构简单、效率高等特点,被广泛用于智能工厂^[81]、物流运输^[82]、农业工作^[83]、侦察巡逻^[84]等领域,研究其在自主探索方面的应用具有重要意义。

研究地面无人平台自主探索的主要问题在于它需要与环境直接接触,需要考虑探索环境的地形变化,尤其是具有非完整性约束的机器人,对规划路径的曲率以及连续性具有较高的要求。目前常用探索算法可能生成不满足地面机器人运动学约束的路径,执行这些并不平滑的路径可能会导致它频繁地停止以转向期望的目标方向,甚至无法跟随该路径,对探索的效率具有较大的影响。故对于具有非完整性约束的地面机器人,需要在规划探索路径时考虑其动力学和运动学约束^[85],生成符合其运动特征的路径,优化探索过程。

5.2 混合自主探索算法的发展

现阶段各类探索算法都存在自身的优势和局限性,难以采用单一算法实现完全、快速的自主探索,将各类算法的优点进行结合可以取长补短,提高自主探索的效率。例如Selin等^[86]结合RH-NBV和边界理论,提出AEP(Autonomous Exploration Planner)探索方法,利用边界理论进行全局路径规划,NBV算法用于局部路径规划,克服边界理论在三维环境中探索慢的缺点,也避免了NBV算法可能带来的局部最优的问题。

5.3 基于深度强化学习探索算法的发展

传统的机器人自主探索算法已经发展得较为成熟,但是仍不能保证机器人探索的完整性。目前在其他领域取得较好成果的深度强化学习算法可以在不同的未知环境中训练机器人使它学习更好的策略去探索其他环境,但关于深度强化学习的探索研究才刚刚开始,它在探索应用中的可行性还需要进一步研究。此外,基于深度强化学习的方法和其他学习算法一样,大量的计算资源和训练时间成为其实际应用的主要困难,需要进一步深入研究。

6 结语

机器人的自主探索问题是机器人真正实现智能化、无人化道路上不可避免的一个问题,只有较好地解决此类问题,机器人才能承担更多工作、做出更多贡献。目前,机器人在未知环境中的自主探索成为机器人领域的研究热点。本文从基于边界理论的探索算法、基于NBV的探索算法以及其他探索算法三个方面介绍了机器人探索领域的研究现状,并分析了各种方法的优势和局限性,提出未来自主探索方向的展望。希望本文内容能为读者了解机器人自主探索领域的现状提供一定的帮助。

参考文献 (References)

- [1] 鲁翔, 彭绪富. 基于 ROS 机器人的自主探索建图算法研究[J]. 湖北师范大学学报(自然科学版), 2022, 42(3): 37-41.
- [2] GARRIDO S, ÁLVAREZ D, MORENO L. Path planning for Mars rovers using the fast marching method [C]// Proceedings of the Second Iberian Robotics Conference: Advances in Robotics, Volume 1. Cham: Springer, 2015: 93-105.
- [3] HU S Y, FENG A, SHI J H, et al. Underwater gas leak detection using an autonomous underwater vehicle (robotic fish)[J]. Process Safety and Environmental Protection, 2022, 167: 89-96.
- [4] DELMERICO J, MINTCHEV S, GIUSTI A, et al. The current state and future outlook of rescue robotics [J]. Journal of Field Robotics, 2019, 36(7): 1171-1191.
- [5] DANG T, MASCARICH F, KHATTAK S, et al. Graph-based path planning for autonomous robotic exploration in subterranean environments [C]// Proceedings of the 2019 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Piscataway: IEEE, 2019: 3105-3112.
- [6] DANG T, KHATTAK S, MASCARICH F, et al. Explore locally, plan globally: a path planning framework for autonomous robotic exploration in subterranean environments [C]// Proceedings of the 2019 19th International Conference on Advanced Robotics. Piscataway: IEEE, 2019: 9-16.
- [7] GAO H, ZHANG X, WEN J, et al. Autonomous indoor exploration via polygon map construction and graph-based SLAM using directional endpoint features [J]. IEEE Transactions on Automation Science and Engineering, 2018, 16(4): 1531-1542.
- [8] 于宁波, 张磊, 徐昌. 一种基于 RGB-D 的移动机器人未知室内环境自主探索与地图构建方法 [J]. 机器人, 2017, 39(6): 860-871.
- [9] TRANZATTO M, MIKI T, DHARMADHIKARI M, et al. CERBERUS in the DARPA subterranean challenge [J]. Science Robotics, 2022, 7(66): eabp9742.
- [10] NETEASE. “跨越险阻 2021”第四届陆上无人系统挑战赛赛事通知 [EB/OL]. [2021-06-04]. [2022-10-25]. <https://www.163.com/dy/article/GBKVD3PF0511PT5V.html>.
- [11] BIRCHER A, KAMEL M, ALEXIS K, et al. Receding horizon "next-best-view" planner for 3D exploration [C]// Proceedings of the 2016 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Piscataway: IEEE, 2016: 1462-1468.
- [12] 魏居尚, 蔡秀利, 余晓晗, 等. 无人机地下环境自主探索关键技术研究 [C]// 第十届中国指挥控制大会论文集(上册). 北京: 中国指挥与控制学会, 2022: 808-814.
- [13] 张世勇, 张雪波, 苑晶, 等. 旋翼无人机环境覆盖与探索规划方法综述 [J]. 控制与决策, 2022, 37(3): 513-529.
- [14] CHENG J, ZHANG L, CHEN Q, et al. A review of visual SLAM methods for autonomous driving vehicles [J]. Engineering Applications of Artificial Intelligence, 2022, 114: 104992.
- [15] GRISETTI G, STACHNISS C, BURGARD W. Improved techniques for grid mapping with Rao-Blackwellized particle filters [J]. IEEE Transactions on Robotics, 2007, 23(1): 34-46.
- [16] HESS W, KOHLER D, RAPP H, et al. Real-time loop closure in 2D LIDAR SLAM [C]// Proceedings of the 2016 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Piscataway: IEEE, 2016: 1271-1278.
- [17] ZHANG J, SINGH S. LOAM: Lidar odometry and mapping in real-time [J]. Robotics: Science and Systems, 2014, 2(9): 1-9.
- [18] SHAN T, ENGLT B. LeGO-LOAM: lightweight and ground-optimized lidar odometry and mapping on variable terrain [C]// Proceedings of the 2018 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Piscataway: IEEE, 2018: 4758-4765.
- [19] SHAN T, ENGLT B, MEYERS D, et al. LIO-SAM: tightly-coupled lidar inertial odometry via smoothing and mapping [C]// Proceedings of the 2020 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Piscataway: IEEE, 2020: 5135-5142.
- [20] CAMPOS C, ELVIRA R, RODRÍGUEZ J J G, et al. ORB-SLAM3: an accurate open-source library for visual, visual-inertial, and multi-map SLAM [J]. IEEE Transactions on Robotics, 2021, 37(6): 1874-1890.
- [21] QIN T, PAN J, CAO S, et al. A general optimization-based framework for local odometry estimation with multiple sensors [EB/OL]. [2022-08-13]. <https://arxiv.org/pdf/1901.03638.pdf>.
- [22] DAI A, NIEBNER M, ZOLLHÖFER M, et al. BundleFusion: real-time globally consistent 3d reconstruction using on-the-fly surface reintegration [J]. ACM Transactions on Graphics, 2017, 36(4): 1.
- [23] YAMAUCHI B. A frontier-based approach for autonomous exploration [C]// Proceedings of the 1997 IEEE International Symposium on Computational Intelligence in Robotics and Automation. Washington, DC: IEEE Computer Society, 1997: 146-151.
- [24] KEIDAR M, KAMINKA G A. Robot exploration with fast frontier detection: theory and experiments [C]// Proceedings of the 11th International Conference on Autonomous Agents and Multiagent Systems — Volume 1. Richland, SC: International Foundation for Autonomous Agents and Multiagent Systems, 2012: 113-120.
- [25] LI X, QIU H, JIA S, et al. Dynamic algorithm for safe and reachable frontier point generation for robot exploration [C]// Proceedings of the 2016 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation. Piscataway: IEEE, 2016: 2088-2093.
- [26] SUN Z, WU B, XU C Z, et al. Frontier detection and reachability analysis for efficient 2D graph-SLAM based active exploration [C]// Proceedings of the 2020 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Piscataway: IEEE, 2020: 2051-2058.
- [27] QUIN P, ALEMPJEVIC A, PAUL G, et al. Expanding wavefront frontier detection: an approach for efficiently detecting frontier cells [C/OL]// Proceedings of the 2014 Australasian Conference on Robotics and Automation, 2014 [2022-08-16]. <https://www.araa.asn.au/acra/acra2014/papers/pap131.pdf>.
- [28] QUIN P, NGUYEN D D K, VU T L, et al. Approaches for efficiently detecting frontier cells in robotics exploration [J]. Frontiers in Robotics and AI, 2021, 8: 616470.
- [29] SUN Y, ZHANG C. Efficient and safe robotic autonomous environment exploration using integrated frontier detection and multiple path evaluation [J]. Remote Sensing, 2021, 13(23): 4881.
- [30] 王栋斐, 边防, 侯宝. 基于前沿评估的移动机器人自主环境探索 [J]. 控制工程, 2020, 27(S1): 25-31.
- [31] CIESLEWSKI T, KAUFMANN E, SCARAMUZZA D. Rapid exploration with multi-rotors: A frontier selection method for high speed flight [C]// Proceedings of the 2017 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Piscataway: IEEE, 2017: 2135-2142.
- [32] WANG C, CHI W, SUN Y, et al. Autonomous robotic exploration by incremental road map construction [J]. IEEE Transactions on

- Automation Science and Engineering, 2019, 16(4): 1720-1731.
- [33] DORNHEGE C, KLEINER A. A frontier-void-based approach for autonomous exploration in 3D[J]. *Advanced Robotics*, 2013, 27(6): 459-468.
- [34] BATINOVIC A, PETROVIC T, IVANOVIC A, et al. A multi-resolution frontier-based planner for autonomous 3D exploration[J]. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 2021, 6(3): 4528-4535.
- [35] WANG H, ZHANG S, ZHANG X, et al. Near-optimal 3-D visual coverage for quadrotor unmanned aerial vehicles under photogrammetric constraints[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2021, 69(2): 1694-1704.
- [36] LLUVIA I, LAZKNO E, ANSUATEGI A. Active mapping and robot exploration: A survey[J]. *Sensors*, 2021, 21(7): 2445.
- [37] LAVALLE S M, KUFFNER J J. Rapidly-exploring random trees: progress and prospects[J]. *Algorithmic and Computational Robotics*, 2001: 303-307.
- [38] UMARI H, MUKHOPADHYAY S. Autonomous robotic exploration based on multiple rapidly-exploring randomized trees [C]// *Proceedings of the 2017 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. Piscataway: IEEE, 2017: 1396-1402.
- [39] QIAO W, FANG Z, SI B. Sample-based frontier detection for autonomous robot exploration[C]// *Proceedings of the 2018 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics*. Piscataway: IEEE, 2018: 1165-1170.
- [40] QIAO W, FANG Z, SI B. A sampling-based multi-tree fusion algorithm for frontier detection[J]. *International Journal of Advanced Robotic Systems*, 2019, 16(4): 1729881419865427.
- [41] LU Y, LI C, LI B, et al. Sample-based frontier-block detection for autonomous robot exploration [C]// *Proceedings of the 2021 4th International Conference on Intelligent Robotics and Control Engineering*. Piscataway: IEEE, 2021: 73-78.
- [42] ZHOU B, ZHANG Y, CHEN X, et al. FUEL: fast UAV exploration using incremental frontier structure and hierarchical planning[J]. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 2021, 6(2): 779-786.
- [43] XU G, ZHANG L, CHEN M, et al. Hybrid frontier detection strategy for autonomous exploration in multi-obstacles environment [C]// *Proceedings of the 2021 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics*. Piscataway: IEEE, 2021: 1909-1915.
- [44] FANG B, DING J, WANG Z. Autonomous robotic exploration based on frontier point optimization and multistep path planning[J]. *IEEE Access*, 2019, 7: 46104-46113.
- [45] MENG Z, QIN H, CHEN Z, et al. A two-stage optimized next-view planning framework for 3-D unknown environment exploration, and structural reconstruction[J]. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 2017, 2(3): 1680-1687.
- [46] SENARATHNE P, WANG D. Towards autonomous 3D exploration using surface frontiers[C]// *Proceedings of the 2016 IEEE International Symposium on Safety, Security, and Rescue Robotics*. Piscataway: IEEE, 2016: 34-41.
- [47] CONNOLLY C. The determination of next best views [C]// *Proceedings of the 1985 IEEE international conference on robotics and automation*. Piscataway: IEEE, 1985, 2: 432-435.
- [48] PITO R. A sensor-based solution to the "next best view" problem [C]// *Proceedings of 13th International Conference on Pattern Recognition*. Piscataway: IEEE, 1996, 1: 941-945.
- [49] GONZÁLEZ-BAÑOS H H, LATOMBE J C. Navigation strategies for exploring indoor environments[J]. *The International Journal of Robotics Research*, 2002, 21(10/11): 829-848.
- [50] BIRCHER A, KAMEL M, ALEXIS K, et al. Receding horizon path planning for 3D exploration and surface inspection [J]. *Autonomous Robots*, 2018, 42(2): 291-306.
- [51] KAVRAKI L E, SVESTKA P, LATOMBE J C, et al. Probabilistic roadmaps for path planning in high-dimensional configuration spaces [J]. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 1996, 12(4): 566-580.
- [52] KARAMAN S, FRAZZOLI E. Sampling-based algorithms for optimal motion planning[J]. *The International Journal of Robotics Research*, 2011, 30(7): 846-894.
- [53] SCHMID L, PANTIC M, KHANNA R, et al. An efficient sampling-based method for online informative path planning in unknown environments [J]. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 2020, 5(2): 1500-1507.
- [54] XU Z, DENG D, SHIMADA K. Autonomous UAV exploration of dynamic environments via incremental sampling and probabilistic roadmap [J]. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 2021, 6(2): 2729-2736.
- [55] PAPACHRISTOS C, KHATTAK S, ALEXIS K. Uncertainty-aware receding horizon exploration and mapping using aerial robots [C]// *Proceedings of the 2017 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Piscataway: IEEE, 2017: 4568-4575.
- [56] WITTING C, FEHR M, BÄHNEMANN R, et al. History-aware autonomous exploration in confined environments using MAVs [C]// *Proceedings of the 2018 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. Piscataway: IEEE, 2018: 1-9.
- [57] RESPALL V M, DEVITT D, FEDORENKO R, et al. Fast sampling-based next-best-view exploration algorithm for a MAV [C]// *Proceedings of the 2021 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Piscataway: IEEE, 2021: 89-95.
- [58] DHARMADHIKARI M, DANG T, SOLANKA L, et al. Motion primitives-based path planning for fast and agile exploration using aerial robots [C]// *Proceedings of the 2020 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Piscataway: IEEE, 2020: 179-185.
- [59] VASQUEZ-GOMEZ J I, SUCAR L E, MURRIETA-CID R, et al. Volumetric next-best-view planning for 3D object reconstruction with positioning error [J]. *International Journal of Advanced Robotic Systems*, 2014, 11(10): 159.
- [60] VASQUEZ-GOMEZ J I, SUCAR L E, MURRIETA-CID R, et al. Tree-based search of the next best view/state for three-dimensional object reconstruction [J]. *International Journal of Advanced Robotic Systems*, 2018, 15(1): 1729881418754575.
- [61] DANG T, PAPACHRISTOS C, ALEXIS K. Visual saliency-aware receding horizon autonomous exploration with application to aerial robotics [C]// *Proceedings of the 2018 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Piscataway: IEEE, 2018: 2526-2533.
- [62] DENG D, XU Z, ZHAO W, et al. Frontier-based automatic-differentiable information gain measure for robotic exploration of unknown 3D environments [EB/OL]. [2022-08-10]. <https://arxiv.org/pdf/2011.05288.pdf>.
- [63] BOURGAULT F, MAKARENKO A A, WILLIAMS S B, et al. Information based adaptive robotic exploration[C]// *Proceedings of the 2002 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. Piscataway: IEEE, 2002, 1: 540-545.
- [64] ILA V, PORTA J M, ANDRADE-CETTO J. Information-based compact pose SLAM[J]. *IEEE Transactions on Robotics*, 2009, 26(1): 78-93.
- [65] JULIAN B J, KARAMAN S, RUS D. On mutual information-

- based control of range sensing robots for mapping applications[J]. The International Journal of Robotics Research, 2014, 33(10): 1375-1392.
- [66] FRANCIS G, OTT L, MARCHANT R, et al. Occupancy map building through bayesian exploration [J]. The International Journal of Robotics Research, 2019, 38(7): 769-792.
- [67] GAO W, BOOKER M, ADIWAHONO A, et al. An improved frontier-based approach for autonomous exploration [C]// Proceedings of the 2018 15th International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision. Piscataway: IEEE, 2018: 292-297.
- [68] ARULKUMARAN K, DEISENROTH M P, BRUNDAGE M, et al. Deep reinforcement learning: A brief survey[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2017, 34(6): 26-38.
- [69] ZHU D, LI T, HO D, et al. Deep reinforcement learning supervised autonomous exploration in office environments [C]// Proceedings of the 2018 IEEE international conference on robotics and automation. Piscataway: IEEE, 2018: 7548-7555.
- [70] CHAPLOT D S, GANDHI D, GUPTA S, et al. Learning to explore using active neural SLAM [EB/OL]. [2022-08-20]. <https://arxiv.org/pdf/2004.05155.pdf>.
- [71] NIROUI F, ZHANG K, KASHINO Z, et al. Deep reinforcement learning robot for search and rescue applications: Exploration in unknown cluttered environments [J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2019, 4(2): 610-617.
- [72] LI H, ZHANG Q, ZHAO D. Deep reinforcement learning-based automatic exploration for navigation in unknown environment [J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2019, 31(6): 2064-2076.
- [73] FOX D, BURGARD W, KRUPPA H, et al. A probabilistic approach to collaborative multi-robot localization[J]. Autonomous Robots, 2000, 8(3): 325-344.
- [74] JULIA M, GIL A, REINOSO O. A comparison of path planning strategies for autonomous exploration and mapping of unknown environments[J]. Autonomous Robots, 2012, 33(4): 427-444.
- [75] YAMAUCHI B. Frontier-based exploration using multiple robots [C]// Proceedings of the Second International Conference on Autonomous Agents. New York: ACM, 1998: 47-53.
- [76] CORAH M, MICHAEL N. Distributed matroid-constrained submodular maximization for multi-robot exploration: Theory and practice[J]. Autonomous Robots, 2019, 43(2): 485-501.
- [77] 宁宇铭,李团结,姚聪,等. 基于快速扩展随机树—贪婪边界搜索的多机器人协同空间探索方法[J]. 机器人, 2022, 44(6): 708-719.
- [78] HU J, NIU H, CARRASCO J, et al. Voronoi-based multi-robot autonomous exploration in unknown environments via deep reinforcement learning [J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2020, 69(12): 14413-14423.
- [79] SYGKOUNAS A, TSIPIANITIS D, NIKOLAKOPOULOS G, et al. Multi-agent exploration with reinforcement learning [C]// Proceedings of the 2022 30th Mediterranean Conference on Control and Automation. Piscataway: IEEE, 2022: 630-635.
- [80] TAN A H, BEJARANO F P, NEJAT G. Deep reinforcement learning for decentralized multi-robot exploration with macro actions [EB/OL]. [2022-08-20]. <https://arxiv.org/pdf/2110.02181.pdf>.
- [81] LIU C, TOMIZULA M. Real time trajectory optimization for nonlinear robotic systems: Relaxation and convexification [J]. Systems & Control Letters, 2017, 108: 56-63.
- [82] DAS P K, BEHERA H S, PANIGRAHI B K. A hybridization of an improved particle swarm optimization and gravitational search algorithm for multi-robot path planning [J]. Swarm and Evolutionary Computation, 2016, 28: 14-28.
- [83] MILIOTO A, LOTTES P, STACHNISS C. Real-time semantic segmentation of crop and weed for precision agriculture robots leveraging background knowledge in CNNs[C]// Proceedings of the 2018 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Piscataway: IEEE, 2018: 2229-2235.
- [84] SAPATY P. Military robotics: latest trends and spatial grasp solutions [J]. International Journal of Advanced Research in Artificial Intelligence, 2015, 4(4): 9-18.
- [85] KOUROS G, PETROU L. PANDORA monstertruck: a 4WS4WD car-like robot for autonomous exploration in unknown environments [C]// Proceedings of the 2017 12th IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications. Piscataway: IEEE, 2017: 974-979.
- [86] SELIN M, TIGER M, DUBERG D, et al. Efficient autonomous exploration planning of large-scale 3-D environments [J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2019, 4(2): 1699-1706.