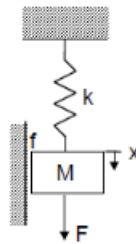


Tarea #1

Estudiante: *Luis Alberto Ballado Aradias*
Curso: *CONTROL AUTOMÁTICO (Sep - Dec 2022)*
Profesor: *Dr. José Gabriel Ramírez Torres*
29 de diciembre de 2022

Modelado 1



Recordando

- $\sum F = m * a$
- $f_{friccin} = F * v$ (fuerza*velocidad)
- $resistencia = F * x$ (fuerza*posición)

Al ser un sistema mecánico $\sum F = m * a$ donde:

- m es la masa
- f es la fricción $f * v$ (fuerza * velocidad)
- F es la fuerza de entrada
- k es la fuerza de la resistencia $k * x$ (resistencia*posición)
- a es la segunda derivada de la posición

De esta forma, podemos representar el sistema como: $\sum F = \text{Fuerza entrada} - \text{fricción} - \text{resistencia}$

$$m * a = M\ddot{x}$$

$$F - kx - f * \dot{x} = M\ddot{x}$$

$$F_{entrada} - F_k * x - F_{friccin} * \frac{dx(t)}{dt} = M * \frac{d^2x(t)}{dt^2}$$

$$\text{teniendo asi: } F_{entrada} = M * \frac{d^2x(t)}{dt^2} + F_{friccion} * \frac{dx(t)}{dt} + k * x$$

Aplicando la Transformada de Laplace:

$$F = f * \frac{dx(t)}{dt} + M * \frac{d^2x(t)}{dt^2} + k * x$$

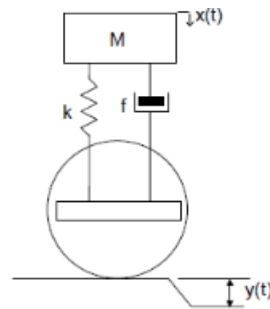
$$F(s) = fsX(s) + Ms^2X(s) + kX(s)$$

$$F(s) = (fs + Ms^2 + k)X(s)$$

$$X(s) = \frac{F(s)}{Ms^2 + fs + k}$$

$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{F(s)}{(Ms^2 + fs + k)F(s)} = \frac{1}{Ms^2 + fs + k}$
--

Modelado 2



Sistema mecánico $\sum F = m * a$

datos del sistema:

- k - resistencia = $F * v$
- f - amortiguador = $F * posicin$
- m - masa
- entrada del sistema - bache $y(t)$
- salida del sistema - $x(t)$

$$-F * \frac{dx(t)}{dt} - F_{posicin} = m * \frac{d^2x(t)}{dt^2}$$

$$-k * \frac{d(x-y)}{dt} - f(x-y) = m * \frac{d^2(x-y)}{dt^2}$$

$$-k(\dot{x} - \dot{y}) - f(x - y) = m * (\ddot{x} - \ddot{y})$$

Aplicando la transformada de Laplace

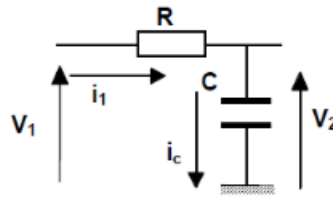
$$-ksX(s) + ksY(s) - fX(s) + fY(s) = s^2mX(s) - s^2mY(s)$$

reacomodando terminos

$$ksY(s) + fY(s) + s^2mY(s) = ksX(s) + fX(s) + s^2mX(s)$$

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{ks+f+s^2m}{ks+f+s^2m} = 1$$

Modelado 3



Filtro pasa bajas

La corriente de la malla $i_R = i_C$; El voltaje de salida V_2 coincide con el voltaje en el capacitor

$$V_C = V_2 = \frac{1}{C} \int i(t) dt \text{ ó para la corriente:}$$

$$i(t) = C \frac{dV_2(t)}{dt}$$

El voltaje en una malla cerrada es igual a la suma de sus caídas $V_1 = V_R + V_C$ considerando que el voltaje de salida es el mismo que el capacitor $V_1 = V_R + V_2$

Expresando V_R en función del voltaje de salida: $V_R = R * i$, pero la corriente es la derivada del voltaje por la capacitancia presente

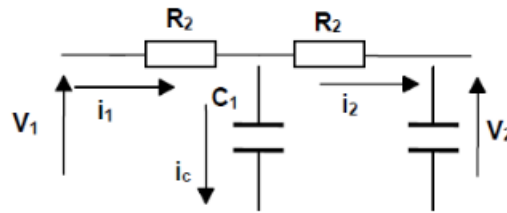
$$V_R = R * C \frac{dV_2(t)}{dt} \text{ teniendo así:}$$

$$V_1 = R * C \frac{dV_2(t)}{dt} + V_2 \text{ Obteniendo la transformada de Laplace}$$

$$V_1(s) = sRCV_2(s) + V_2(s) = (sRC + 1)V_2(s)$$

$$\boxed{\frac{V_2(s)}{V_1(s)} = H(s) = \frac{1}{sRC+1}}$$

Modelado 4



La variable de interés es el voltaje en el capacitor C_2 que es la salida del sistema V_2

$$V_1 = V_{R1} + V_{C1} \quad (1)$$

$$\text{a su vez } V_{C1} = V_{R2} + V_{C2} \quad (2)$$

Reemplazano V_{C1} en (1)

$$V_1 = V_{R1} + V_{R2} + V_{C2} \quad (3) \text{ encontrar } V_{R1} \text{ y } V_{R2} \text{ en función de su salida.}$$

$$V_{R1} = R_1 * i_1 \quad (4) \text{ y } V_{R2} = R_2 * i_2 \quad (5)$$

Para el capacitor 2, dado que la corriente i_2 pasa por el Capacitor 2 la corriente que pasa por un capacitor esta dada por:

$$i_2 = C_2 * \frac{dV_{C2}(t)}{dt} \quad (6) \text{ sustituyendo en (5)}$$

$$V_{R2} = R_2 * C_2 \frac{dV_{C2}(t)}{dt} \quad (7)$$

$$\text{Para el Capacitor 1, la corriente que pasa en ese nodo es } i_1 - i_2 = C_1 \frac{dV_{C1}(t)}{dt} \quad (8)$$

despejando i_1

$$i_1 = i_2 + C_1 \frac{dV_{C1}(t)}{dt} \quad (9)$$

sustituyendo i_2 (6) en (9)

$$i_1 = C_2 * \frac{dV_{C2}(t)}{dt} + C_1 * \frac{dV_{C1}(t)}{dt} \quad (10)$$

reemplazando V_{C1}

$$i_1 = C_2 * \frac{dV_{C2}(t)}{dt} + C_1 * \left(\frac{dV_{R2}(t)}{dt} + \frac{dV_{C2}(t)}{dt} \right) \quad (11)$$

$$i_1 = C_2 * \frac{dV_{C2}(t)}{dt} + C_1 * \left(R_2 C_2 \frac{d^2 V_{C2}}{dt^2} + \frac{dV_{C2}(t)}{dt} \right) \quad (12)$$

reemplazando en (4)

$$V_{R1} = R_1 * \left(C_2 * \frac{dV_{C2}(t)}{dt} + C_1 * \left(R_2 C_2 \frac{d^2 V_{C2}(t)}{dt^2} + \frac{dV_{C2}}{dt} \right) \right) \quad (13)$$

sustituyendo en la ecuación (3)

$$V_1 = R_1 C_1 R_2 C_2 * \frac{d^2 V_{C2}(t)}{dt^2} + (R_1 C_1 + R_1 C_2 + R_2 C_2) \frac{dV_{C2}}{dt} + V_{C2}$$

Agrupamos las constantes en terminos:

$$a_2 = R_1 C_1 R_2 C_2$$

$$a_1 = R_1 C_2 + R_1 C_1 + R_2 C_2$$

teniendo así:

$$V_1 = a_2 \frac{d^2 V_{C2}}{dt^2} + a_1 * \frac{dV_{C1}}{dt} + V_2$$

Aplicando la transformada de Laplace

$$V_1(s) = a_2 s^2 V_2 + a_1 s V_2(s) + V_2(s)$$

factorizando

$$V_1(s) = (a_2 s^2 + a_1 s + 1) V_2(s)$$

Función de transferencia

$$\frac{V_2(s)}{V_1(s)} = \frac{1}{a_2 s^2 + a_1 s + 1} \text{ reemplazando las constantes tenemos:}$$

$\frac{V_2(s)}{V_1(s)} = H(s) = \frac{1}{(R_1 C_1 R_2 C_2) s^2 + (R_1 C_1 + R_1 C_2 + R_2 C_2) s + 1}$
--