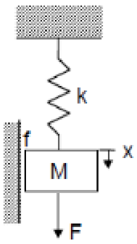
CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS AVANZADOS DEL IPN
UNIDAD TAMAULIPAS

Tarea #1

Estudiante: *Luis Alberto Ballado Aradias*
Curso: *CONTROL AUTOMÁTICO (Sep - Dec 2022)*
Profesor: *Dr. José Gabriel Ramírez Torres*
29 de diciembre de 2022

Modelado 1



Recordando

- $\sum F = m * a$
- fricción= $F * v$ (fuerza*velocidad)
- $resistencia = F * x$ (fuerza*posición)

Al ser un sistema mecánico $\sum F = m * a$ donde:

- m es la masa
- f es la fricción $f * v(fuerza * velocidad)$
- F es la fuerza de entrada
- k es la fuerza de la resistencia $k * x$ (resistencia*posición)
- a es la segunda derivada de la posición

De esta forma, podemos representar el sistema como: $\sum F$ = Fuerza entrada - fricción - resistencia

$m * a = M\ddot{x}$

$F - kx - f * \dot{x} = M\ddot{x}$

$F_{entrada} - F_k * x - F_{friccin} * \frac{dx(t)}{dt} = M * \frac{d^2x(t)}{dt}$

teniendo asi: $F_{entrada} = M * \frac{d^2x(t)}{dt} + F_{friccion} * \frac{dx(t)}{dt} + k * x$

Aplicando la Transformada de Laplace:

$F = f * \frac{dx(t)}{dt} + M * \frac{d^2x(t)}{dt} + k * x$

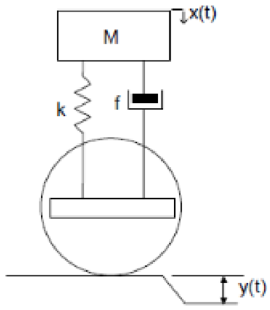
$F(s) = fsX(s) + Ms^2X(s) + kX(s)$

$F(s) = (fs + Ms^2 + k)X(s)$

$X(s) = \frac{F(s)}{Ms^2+fs+k}$

$\boxed{\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{F(s)}{(Ms^2+fs+k)F(s)} = \frac{1}{Ms^2+fs+k}}$

Modelado 2



Sistema mecánico $\sum F = m * a$

datos del sistema:

- k - $resistencia = F * v$
- f - $amortiguador = F * posicin$
- m - $masa$
- entrada del sistema - bache $y(t)$
- salida del sistema - $x(t)$

$-F * \frac{dx(t)}{dt} - F_{posicin} = m * \frac{d^2x(t)}{dt}$

$-k * \frac{d(x-y)}{dt} - f(x-y) = m * \frac{d^2(x-y)}{dt}$

$-k(\dot{x} - \dot{y}) - f(x-y) = m * (\ddot{x} - \ddot{y})$

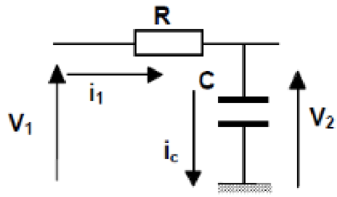
Aplicando la transformada de Laplace

$-ksX(s) + ksY(s) - fX(s) + fY(s) = s^2mX(s) - s^2mY(s)$

reacomodando terminos
$ksY(s) + fY(s) + s^2mY(s) = ksX(s) + fX(s) + s^2mX(s)$

$$\boxed{\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{ks+f+s^2m}{ks+f+s^2m} = 1}$$

Modelado 3



Filtro pasa bajas

La corriente de la malla $i_R = i_C$; El voltaje de salida V_2 coincide con el voltaje en el capacitor

$V_C = V_2 = \frac{1}{C}\int i(t)dt$ ó para la corriente:

$i(t) = C\frac{dV_2(t)}{dt}$

El voltaje en una malla cerrada es igual a la suma de sus caidas $V_1 = V_R + V_C$ considerando que el voltaje de salida es el mismo que el capacitor $V_1 = V_R + V_2$

Expresando V_R en función del voltaje de salida: $V_R = R * i$, pero la corriente es la derivada del voltaje por la capacitancia presente

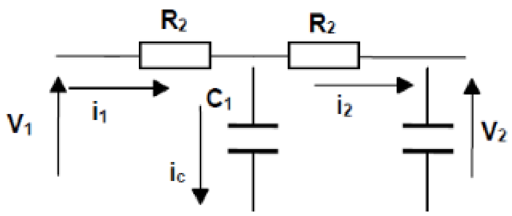
$V_R = R * C\frac{dV_2(t)}{dt}$ teniendo asi:

$V_1 = R * C\frac{dV_2(t)}{dt} + V_2$ Obteniendo la transformada de Laplace

$V_1(s) = sRCV_2(s) + V_2(s) = (sRC + 1)V_2(s)$

$$\boxed{\frac{V_2(s)}{V_1(s)} = H(s) = \frac{1}{sRC+1}}$$

Modelado 4



La variable de interes es el voltaje en el capacitor C_2 que es la salida del sistema V_2

$V_1 = V_{R1} + V_{C1}$ (1)

a su vez $V_{C1} = V_{R2} + V_{C2}$ (2)

Reemplazano V_{C1} en (1)

$V_1 = V_{R1} + V_{R2} + V_{C2}$ (3) encontrar V_{R1} y V_{R2} en función de su salida.

$V_{R1} = R_1 * i_1$ (4) y $V_{R2} = R_2 * i_2$ (5)

Para el capacitor 2, dado que la corriente i_2 pasa por el Capacitor 2 la corriente que pasa por un capacitor esta dada por:

$i_2 = C_2 * \frac{dV_{C2}(t)}{dt}$ (6) sustituyendo en (5)

$V_{R2} = R2 * C_2 \frac{dV_{C2}(t)}{dt}$ (7)

Para el Capacitor 1, la corriente que pasa en ese nodo es $i_1 - i_2 = C_1 \frac{dV_{C1}(t)}{dt}$ (8)

despejando i_1

$i_1 = i_2 + C_1 \frac{dV_{C1}(t)}{dt}$ (9)

sustituyendo i_2 (6) en (9)

$i_1 = C_2 * \frac{dV_{C2}(t)}{dt} + C_1 * \frac{dV_{C1}(t)}{dt}$ (10)

reemplazando V_{C1}

$i_1 = C_2 * \frac{dV_{C2}(t)}{dt} + C_1 * \left(\frac{dV_{R2}(t)}{dt} + \frac{dV_{C2}(t)}{dt}\right)$ (11)

$i_1 = C_2 * \frac{dV_{C2}(t)}{dt} + C_1 * \left(R_2 C_2 \frac{d^2 V_{C2}}{dt^2} + \frac{dV_{C2}(t)}{dt}\right)$ (12)

reemplazando en (4)

$$V_{R1} = R_1 * \left(C_2 * \frac{dV_{C2}(t)}{dt} + C_1 * \left(R_2 C_2 \frac{d^2 V_{C2}(t)}{dt} + \frac{dV_{C2}}{dt}\right)\right) \quad (13)$$

sustituyendo en la ecuación (3)

$$V_1 = R_1 C_1 R_2 C_2 * \frac{d^2 V_{C2}(t)}{dt} + (R_1 C_1 + R_1 C_2 + R_2 C_2)\frac{dV_{C2}}{dt} + V_{C2}$$

Agrupamos las constantes en terminos:

$$x_1 = R_1 C_1 R_2 C_2$$
$$x_2 = R_1 C_2 + R_1 C_2 + R_2 C_2$$

teniendo así:

$$V_1 = x_1 \frac{d^2 V_{C2}}{dt^2} + x_2 * \frac{dV_{C1}}{dt} + V_2$$

Aplicando la transformada de Laplace

$$V_1(s) = x_1 s^2 V_2 + x_2 s V_2(s) + V_2(s)$$

factorizando

$$V_1(s) = (x_1 s^2 + x_2 s + 1) V_2(s)$$

Función de transferencia

$\frac{V_2(s)}{V_1(s)} = \frac{1}{x_1 s^2 + x_2 s + 1}$ reemplazando las constantes tenemos:

$$\boxed{\frac{V_2(s)}{V_1(s)} = H(s) = \frac{1}{(R_1 C_1 R_2 C_2)s^2 + (R_1 C_1 + R_1 C_2 + R_2 C_2)s + 1}}$$