Señales y Sistemas
Examen

CINVESTAV - UNIDAD TAMAULIPAS

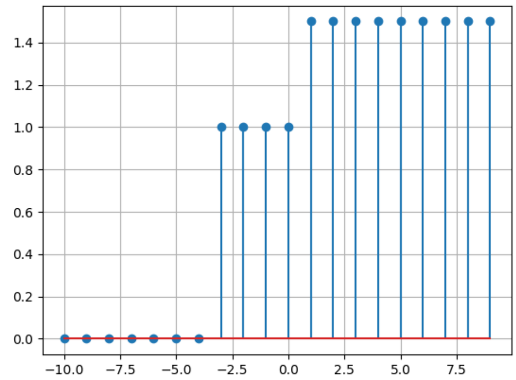
Dr. José Juan García Hernández

Luis Alberto Ballado Aradias

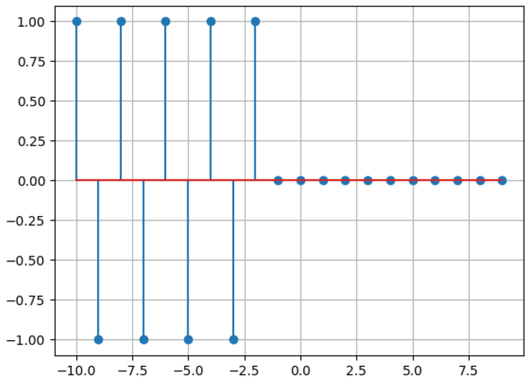
Pregunta 1

Dibuja las siguientes señales

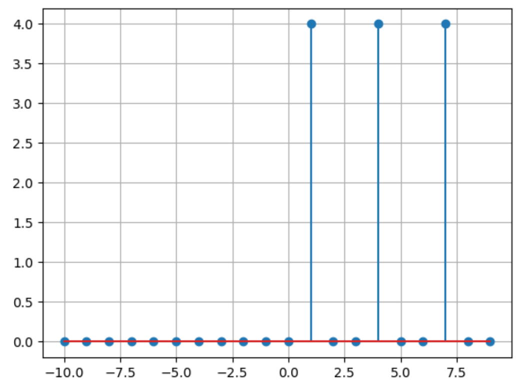
1. $x[n] = u[n+3] + 0,5u[n-1]$



2. $x[n] = -1^n u[-n-2]$



3. $x[n] = \sum_{i=0}^{\infty} 4\delta[n-3k-1]$



Pregunta 2

Describa todas las características que sean evidentes de los siguientes sistemas

1. $y[n] = 3x[n-1] + 2x[n-2] + 0,75x[n+4] - 3y[n-1]$

   - Es un Sistema Lineal
   - El valor de la salida depende de valores futuros de la entrada, el sistema **tiene memoria**
   - Debido a que la salida depende de valores futuros de la entrada el sistema **no es causal**
   - **Sistema Inestable** por la retroalimentación
   - Variante en el tiempo
   - Ecuación en diferencia
   - Respuesta al impulso **Infinita** por la dependencia a los valores futuros
   - Cuarto orden (4 bloques de memoria)

2. $y[n] = x[n]cos\left[\frac{n}{2\pi}\right]$

   - Sistema No lineal, tiene una función periódica
   - Invariante en el tiempo
   - Los valores de salida n dependen solo de valores de entrada en el momento n, **sistema sin memoria**
   - La salida no depende de valores futuros, el sistema **es causal**
   - Respuesta al impulso **Infinita**
   - Primer orden

3. $y[n] = 2n^2x[n] + n \times x[n+1]$

   - **No** es un Sistema Lineal por el termino cuadratico
   - El valor de la salida depende de valores futuros de la entrada, el sistema **tiene memoria**
   - Debido a que la salida depende de valores futuros de la entrada el sistema **no es causal**
   - **Sistema Inestable**
   - Variante en el tiempo
   - Respuesta al impulso **Infinita**

Pregunta 3

Calcular la transformada Z de las 3 señales y los 3 sistemas previamente descritos.

$$x[n] = u[n+3] + 0,5u[n-1] \tag{1}$$

$$X[z] = x[n] \cdot z^{-n}$$

$$X[z] = \sum_{k=-3}^{-\infty} 1 \cdot z^{-k} + 0,5 \sum_{k=1}^{\infty} 1 \cdot z^{-k}$$

$$X[z] = \sum_{n=-3}^{-\infty} \left(\frac{1}{z}\right)^{n} + 0,5 \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{z}^{n}\right)$$

A partir de la serie geométrica:

$$\sum_{n=0}^{N} r^n = \frac{1 - r^{N+1}}{1 - r} \implies \frac{\left(\frac{1}{z}\right)^{-3} - 0}{1 - \frac{1}{z}} + \frac{0,5\left(\frac{1}{z}\right)^{1} - 0}{1 - \frac{1}{z}}$$

$$X[z] = \frac{z^3}{1 - z^{-1}} + \frac{0.5 \cdot z^{-1}}{1 - z^{-1}}$$

$$= \frac{z^3 + 0,5 \cdot z^{-1}}{1 - z^{-1}}$$

expresando en positivos

$$= \frac{z^3 + 0,5 \cdot z^{-1}}{1 - z^{-1}} \cdot \frac{z}{z} = \frac{z^4 + 0,5}{z - 1}$$

$$x[n] = -1^n u[-n-2] \tag{2}$$

$$X[z] = -1^n u[-n-2] \cdot z^{-n}$$

$$X[z] = \sum_{n=-2}^{-\infty} -1^n \cdot z^{-n} = \sum_{n=-2}^{-\infty} -\left(\frac{1}{z}\right)^{n}$$

A partir de la serie geométrica:

$$X[z] = \frac{\left(-\frac{1}{z}\right)^{-2} - 0}{1 - \left(-\frac{1}{z}\right)} = \frac{\frac{1}{z^{-2}}}{1 + z^{-1}} = \frac{z^2}{1 + z^{-1}} \cdot \frac{z}{z}$$

expresando en positivos

$$X[z] = \frac{z^3}{z+1}$$

$$x[n] = \sum_{k=0}^{\infty} 4\delta[n - 3k - 1] \tag{3}$$

$$X[z] = 4\sum_{k=0}^{\infty} z^{-3k-1} = 4\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{1}{z}\right)^{-3k-1}$$

A partir de la serie geométrica:

$$X[z] = 4\left(\frac{\left(\frac{1}{z}\right)^{-(3\cdot 0)-1}}{1-\frac{1}{z}}\right) = \frac{4z}{1 - z^{-1}\cdot\frac{z}{z}} = \frac{4z^2}{z-1}$$

$$y[n] = 3x[n-1] + 2x[n-2] + 0.75x[n+4] - 3y[n-1] \tag{4}$$

$$y[n] + 3y[n-1] = 3x[n-1] + 2x[n-2] + 0.75x[n+4]$$

$$Y[z] + 3Y[z]\cdot z^{-1} = 3X[z]\cdot z^{-1} + 2X[z]\cdot z^{-2} + 0.75X[z]\cdot z^{4}$$

$$Y[z]\left(1+\frac{3}{z}\right) = X[z]\left(\frac{3}{z} + \frac{2}{z^{-2}} + 0.75z^4\right)$$

$$\frac{Y[z]}{X[z]} = \frac{3z^{-1} + 2z^{-2} + 0.75z^4}{1+3z^{-1}}\cdot\frac{z}{z} = \frac{3+2z+0.75z^5}{z+3}$$

$$y[n] = x[n]cos\left[\frac{n}{2\pi}\right] \tag{5}$$

$$Y[z] = X[z]z^0\cdot\frac{z^2 - z\cdot cos\left[\frac{n}{2\pi}\right]}{z^2 - 2z(cos\left[\frac{n}{2\pi}\right]) + 1}$$

$$\frac{Y[z]}{X[z]} = \frac{z^2 - z\cdot cos\left[\frac{n}{2\pi}\right]}{z^2 - 2z(cos\left[\frac{n}{2\pi}\right]) + 1}$$

$$y[n] = 2n^2\cdot x[n] + n\cdot x[n+1] \tag{6}$$

$$Y[z] = 2n^2X[z]z^{-0} + nX[z]z^1 = X[z](2n^2 + zn)$$

$$\frac{Y[z]}{X[z]} = 2n^2 + zn$$

Pregunta 4

Describa que es una eigenfunción en términos de señales y sistemas.

Cuando la salida de un sistema es una versión de la entrada pero escalada, la entrada es llamada **eigenfunción**, que proviene de la palabra del alemán **propia** ó **misma**.
La salida es la misma que la entrada, pero escalado por una constante de ganancia. Los exponentes complejos e^{jwt} son eigenfunciones de un sistema LTI. Esta es la razón por la que en ingenieria electrónica es muy importante.
Como propiedad de una eigenfunción, la frecuencia de la magnitud de la salida coincide con la frecuencia de entrada, aunque la magnitud y la fase de la señal de entrada es cambiada por la respuesta del sistema a la frecuencia de entrada.

Pregunta 5

Describa las características particulares de la transformada de Laplace.

Varias técnicas usadas para resolver problemas de ingeniería se basan en reemplazar funciones de una variable real, por ciertas representeaciones que dependen de la frecuencia, o por funciones de una variable compleja que dependen de la frecuencia.
La **transformada de laplace** es una técnica de transformación que relaciona funciones de tiempo a funciones dependientes de frecuencia de una variable compleja.
La **transformada de laplace** es una variable compleja definida por $s = \alpha + jw$, donde α y w son variables reales y $j = \sqrt{-1}$
Alguna de las propiedades de la transformada de Laplace:

- Es una transformación lineal entre funciones definidas en el dominio t y funciones definidas en el dominio s.
- La **transformada de laplace** de una señal el rango de valores que puede tomar s en el cual puede converger es conocido como **región de convergencia (ROC)**, el cual consiste en valores de $s = \alpha + jw$ en donde la transformada de fourier de $x(t)e^{-\alpha t}$ converge
- La **transformada de laplace** es racional con polinomios complejos de variable s donde tanto en el numerado como denominador son polinomios.
- Los polinomios en el numerador y denominador en una transformación racional de Laplace pueden especificar las raices y la localización de las raices del numerador y denominador en el plano complejo s e indicar su **región de convergencia**
- Para **transformadas de laplace** racionales, la región de convergencia no contiene ningun polo.

Pregunta 6

Realice un programa, en cualquier lenguaje que prefiera, que ejecute las siguientes tareas.

- Recibe como entrada en texto plano la descripción de una señal y de un sistema, discretos ambos.
- Dibuja la señal y la respuesta al impulso del sistema.
- Ejecuta la convolución entre ambas entradas y dibujar la señal resultante.

Correr el script:

- Tener python >= 3.10 instalado
- instalar numpy, matplotlib, dependiendo del manejador de paquetes puede que sea con la instrucción pip3.10 install nombredelpaquete

```
    $pip install numpy
    $pip install matplotlib

```

Código 1: instalar dependencias

```
$python3.10 ss_script.py datos.txt

```

Código 2: Correr el programa

- donde el archivo datos esta conformado por las descripciones de entrada:

```
x[n]=u[n+3]+0.5*u[n-1]
x[n]=-1^n*u[-n-2]
x[n]=sigma(0,10,4*delta[n-3*k-1])
y[n]=3x[n-1]+2x[n-2]+0.75*x[n+4]-3y[n-1]
y[n]=x[n]*cos[n/2*pi]
y[n]=2*n**2*x[n]+n*x[n+1]

```

Código 3: Archivo con datos

NOTA

El programa nadamas grafica las señales descritas en el archivo datos.txt y **no efectua la respuesta al impulso ni realiza la convolución**

```python
import sys
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import re

def u(t):
    """Unit step function"""
    return 1 * (t >= 0)

#definicion delta function
def imp(t):
    return ((t)==0)*1.0

n = np.arange(-10,10,1)

regex = r'x\[n\]='
i = 0
with open(sys.argv[1],'r',encoding='utf-8') as file:
    for line in file:
        #print("calcular")
        if re.search(regex,line):
            eq = line.split("=",1)[1]
            #reemplazar el -1^n por cos(n*pi)
            if re.search(r'-1\^n',eq):

                new_string = eq.replace("-1^n","np.cos(n*np.pi)").replace("[","(
    ").replace("]",")")

                x = new_string.replace("\n", "")
                plt.figure(i)
                plt.stem(n, eval(x))
                plt.grid()
                plt.savefig('graph'+str(i)+'.png')

            elif re.search(r'sigma',eq):
                txt = re.search(r'\((.*?)\)',eq).group(1)
                x = txt.split(",")
                g = np.array([0])

                for k in range(int(x[1])):

                    data = -3*k-1
                    g = g + 4*imp(n+data)

                plt.figure(2)
                plt.stem(n,g)
                plt.grid()
                plt.savefig('graph.png')

            else:
                new_string = eq.replace("[","(").replace("]",")")
                x = new_string.replace("\n", "")
                plt.figure(i)
                plt.stem(n, eval(x))
                plt.grid()
                plt.savefig('graph'+str(i)+'.png')

            i = i + 1
```

Código 4: Script