Aussagenlogische Analyse und Repräsentierung

2-3

2-3.1 Vorbereitung

Einfache vs. komplexe (nicht einfache) Aussagesätze

Definition: Einfacher Aussagesatz

Enthält keinerlei logische Begriffe, weder aussagenlogische- (z.B. Konjunktion, Disjunktion, Verneinung, usw.) noch prädikatlogische- noch Modalbegriffe (z. B. Notwendigkeit, Möglichkeit) oder andere logische Begriffe wie Kausalität, Wissen oder Glauben (siehe Seiten 66–73 des Kursskripts).

Beispiel

- Peter ist müde.

  Logische und Aussagenlogische Repräsentation. p

  (Enthält überhaupt keinen logischen Begriff.)

Definition: Komplexer (oder nicht einfacher) Aussagesatz

Enthält mindestens einen logischen Begriff, sei es ein aussagenlogische- (z. B. Konjunktion, Disjunktion, Verneinung, usw.) oder andere logische Begriffe.

Beispiele

- Peter ist nicht müde.

  Aus. Repr.: $\neg p$

- Peter ist müde oder Peter ist nicht müde.

  Aus. Repr.: $p \vee \neg p$

- Jemand ist müde.

  Prädikatenlogische Repr.: $\exists x\, M(x)$

- Möglicherweise ist Peter müde.

  Modallogische Repr.: $\Diamond p$

Aussagenlogisch unzerlegbare vs. zerlegbare Aussagesätze

Definition: Aussagenlogisch unzerlegbarer Aussagesatz

Kann *nicht* mit den Operatoren der klassischen Aussagenlogik (Konjunktion, Disjunktion, Verneinung, usw.) in kleinere Teilaussagen analysiert werden.

Beispiele

- Peter ist müde.

  Logische Repr.: p

  (Enthält überhaupt keinen logischen Begriff.)

- Möglicherweise ist Peter müde.

  Mod. Repr.: $\Diamond p$

  Aus. Repr.: p

  (‚Möglicherweise' ist kein aussagenlogischer Begriff.)

- Möglicherweise: Peter ist müde oder Peter ist nicht müde.

  Mod. Repr.: $\Diamond(p \vee \neg p)$

  Aus. Repr.: p

  ($\vee$ und $\neg$ liegen im Skopus von $\Diamond$.)

Definition: Aussagenlogisch zerlegbarer Aussagesatz

Kann mit Hilfe seiner aussagenlogischen Operationen weiter in kleinere Teilaussagen analysiert werden.

Beispiele

- Peter ist müde <u>oder</u> Peter ist <u>nicht</u> müde.

  Aus. Repr.: $p \vee \neg p$

- Es ist <u>nicht</u> möglich, dass Peter müde ist.

  Mod. Repr.: $\neg\Diamond p$

  Aus. Repr.: $\neg p$

- Möglicherweise ist Peter müde oder möglicherweise ist Peter nicht müde.

  Mod. Repr.: $\Diamond p \vee \Diamond\neg p$

  Aus. Repr.: $p \vee q$

  ($\vee$ liegt außerhalb, aber $\neg$ liegt im Skopus von $\Diamond$.)

Beispiele für alle möglichen Kombinationen

Beispiel: Einfach und aussagenlogisch unzerlegbar

- Otto ist ein Musiker.

  Logische. Repr.: p

Erklärung

Tatsächlich ist jeder einfache Aussagesatz auch aussagenlogisch unzerlegbar.

Einfach und aussagenlogisch zerlegbar?

Unmöglich, da einfache Aussagesätze keine logischen Konnektoren enthalten, einschließlich aussagenlogischer Konnektoren.

Beispiele: Komplex und aussagenlogisch unzerlegbar.

- Möglicherweise ist Otto ein Musiker.

  Mod. Repr.: $\Diamond p$

  Aus. Repr.: p

- Möglicherweise: ist Otto ein Musiker oder auch nicht.

  Mod. Repr.: $\Diamond(p \vee \neg p)$

  Aus. Repr.: p

Beispiele: Komplex und aussagenlogisch zerlegbar

- Es ist nicht möglich, dass Otto ein Musiker ist.

  Mod. Repr.: $\neg\Diamond p$

  Aus. Repr.: $\neg p$

- Möglicherweise ist Otto ein Musiker oder möglicherweise ist er es nicht.

  Mod. Repr.: $\Diamond p \vee \Diamond\neg p$

  Aus. Repr.: $p \vee q$

Erklärung

Tatsächlich ist jede aussagenlogisch zerlegbare Aussagesätze auch komplex.

2-3.2 Übungen

2-3.2.1 Übungen zu Kapitel 2

Übung 2.1. Welche Aussagesätze in Übung 1.4 sind einfach?

Übung 2.2. Beantworten Sie die folgenden Fragen:

1. Ist in Übung 1.4 der Satz 6 die Negation des Satzes 3?

2. Ist in Übung 1.4 der Satz 3 die Negation des Satzes ‚Herbert ist nicht glücklich und Heidi ist nicht glücklich.'?

3. Welcher der Sätze 1–6 in Übung 1.4 ist ein Konjunktionssatz?

4. Was ist die Disjunktion der Aussagesätze ‚Heute schneit es nicht.' und ‚Die Straßen sind glatt.'?

5. Was ist die Implikation der Aussagesatze ‚Herbert ist glücklich.' und ‚Heidi ist glücklich'?

6. Geben Sie die Negation dieses Satzes an!

7. Ist der Satz ‚Wenn Dieter Bohlen österreichischer Bundeskanzler ist, dann ist der Papst österreichischer Bundeskanzler' wahr oder falsch?

Übung 2.3. Welche Aussagesätze in Übung 1.4 sind unzerlegbar aber nicht einfach?

Übung 2.4. Welche der folgenden Aussagesätze sind aussagenlogisch unzerlegbar? Welche der aussagenlogisch unzerlegbaren Aussagesätze sind einfach?

Übung 2.5. Bringen Sie die folgenden Argumente in Standardform.

1. Wenn Fips eine Katze ist, dann jagt Fips gerne Mause. Fips jagt aber nicht gerne Mause. Somit ist Fips keine Katze.

2. Wenn Fips eine Katze ist, dann trinkt Fips gerne Milch. Fips ist eine Katze. Folglich trinkt Fips gerne Milch.

3. Wenn Fips eine Katze ist, dann trinkt Fips gerne Milch. Fips trinkt gerne Milch. Folglich ist Fips eine Katze.

4. Fips ist eine Katze. Denn: Wenn Fips eine Katze ist, dann trinkt Fips gerne Milch. Fips trinkt gerne Milch.

5. Also ist Fips eine Katze oder er ist keine Katze.

6. Sokrates ist Philosoph und Grieche. Platon ist Philosoph und Grieche. Aristoteles ist Philosoph und Grieche. Daher sind alle Philosophen Griechen.

2-3.2.2 Übungen zu Kapitel 3

Übung 3.1. Repräsentieren Sie die folgenden Aussagesatze:

1. Wenn Dieter Bohlen 2013 Bundeskanzler wird, dann werden die Konservativen, aber nicht die Grünen in die Regierung gehen.

2. Wenn der Täter mit dem gestohlenen Auto flüchtete, so kann er, sofern die Zollbeamten nicht wachsam waren, schon über die Grenze sein, doch wenn er nicht mit dem gestohlenen Auto flüchtete, sondern zu Fuß ging, so kann er nicht weit gekommen sein.

Übung 3.2.1. Repräsentieren die Aussagesätze aus Übung 1.4.

Übung 3.2.2. Repräsentieren die Aussagesätze aus Übung 2.4.

Übung 3.3. Repräsentieren Sie die Argumente aus Übung 2.5.

Übung 3.4. Repräsentieren Sie die folgenden Argumente:

1. Der Papst ist Deutscher. Daher tritt Osterreich 2011 genau dann aus der EU aus, wenn Osterreich dies tut.

2. Bad Goisern ist die Hauptstadt von Oberosterreich und Bad Goisern ist nicht die Hauptstadt von Oberosterreich. Daher existiert Gott.

2-3.2.3 Lösungen

Bem.: Bedenken Sie, dass Formalisierung keine exakte Wissenschaft ist. Aus diesem Grund sind einige der folgenden Lösungen nur eine von vielen denkbaren Möglichkeiten

Lösung zu Übungen 2.1, 2.3 und 3.2.1. **(2.1)** Welche Aussagesätze in Übung 1.4 sind einfach? **(2.3)** Welche Aussagesätze in Übung 1.4 sind unzerlegbar aber nicht einfach? **(3.2.1)** Repräsentieren die Aussagesätze aus Übung 1.4.

1. Herbert und Heidi sind befreundet.

Antwort 1: aussagenlogisch unzerlegbar, einfach **Repr.:** p

Zwischenformalisation: Befreundet(Herbert, Heidi)

Antwort 2: aus. zerlegbar, komplex **Repr.:** $p \wedge q$

Zwisch.: Freund(Herbert, Heidi) ∧ Freund(Heidi, Herbert)

2. Herbert und Heidi sind beliebt.

Antwort: aus. zerlegbar, komplex **Repr.:** $p \wedge q$

Zwisch.: Beliebt(Herbert) ∧ Beliebt(Heidi)

3. Herbert und Heidi sind beide nicht glücklich.

Antwort 1: aus. zerlegbar, komplex **Repr.:** $\neg p$

Falls ‚beide' als ‚zusammen' verstanden wird.

Zwisch.: ¬Glücklich(Herbert, Heidi)

Bem.: Die ‚¬' macht diese Formalisierung aus. zerlegbar.

Antwort 2: aus. zerlegbar, komplex **Repr.:** $\neg(p \wedge q)$

Falls ‚beide' nicht als ‚zusammen' verstanden wird.

Zwisch.: ¬Glücklich(Herbert) ∧¬Glücklich(Heidi)

4. Herbert und Heidi lieben sich.

Antwort 1: aus. zerlegbar, komplex **Repr.:** $p \wedge q$

Falls ‚sich' eine reflexive Bedeutung hat.

Zwisch.: Liebt(Herbert, Herbert) ∧ Liebt(Heidi, Heidi)

Antwort 2

Falls ‚sich' eine nicht-reflexive Bedeutung hat, ist die Antwort wie im Satz 5.

5. Herbert und Heidi lieben einander.

Antwort 1: aus. zerlegbar, komplex **Repr.:** $p \wedge q$

Falls wir das Prädikat ‚Liebt' benutzen möchten.

Zwisch.: Liebt(Herbert, Heidi) ∧ Liebt(Heidi, Herbert)

Antwort 2: aus. unzerlegbar, einfach **Repr.:** p

Falls wir das Prädikat ‚Einander_Lieben' einführen möchten.

Zwisch.: Einander_Lieben(Herbert,Heidi)

6. Es ist nicht der Fall, dass Herbert und Heidi beide nicht glücklich sind.

Antwort 1: aus. zerlegbar, komplex **Repr.:** $\neg\neg p$

Falls ‚beide' als ‚zusammen' verstanden wird.

Zwisch.: ¬¬Glücklich(Herbert, Heidi)

Bem.: ‚$\neg\neg p$' ist logisch äquivalent zu der Formel ‚p', die einfach ist. ‚$\neg\neg p$' selbst ist jedoch komplex.

Antwort 2: aus. zerlegbar, komplex **Repr.:** $\neg\neg(p \wedge q)$

Falls ‚beide' nicht als ‚zusammen' verstanden wird.

Zwisch.: ¬(¬Glücklich(Herbert) ∧¬Glücklich(Heidi))

8. Wenn Herbert in die Stadt gefahren ist, so sitzt er sicherlich bereits in seinem Büro.

Antwort: aus. zerlegbar, komplex **Repr.:** $p \rightarrow q$

Zwisch.: Gefahren(Herbert, die Stadt) → Sitzt(Herbert, Büro)

12. Ich weiß, dass 7 + 5 = 11.

Bem.: ‚K_x' bezeichnet den epistemisch-logischen Operator ‚x weiß'.

Antwort: aus. unzerlegbar, komplex **Repr.:** p

Zwisch.: $\mathsf{K}_{ich}(7 + 5 = 11)$

13. Thales von Milet, ein ionischer Naturphilosoph, sagte die Sonnenfinsternis vom 28. März 585 v. Chr. voraus.

Antwort: aus. zerlegbar, komplex

Zwisch.: Ionischer(Thales) ∧ Naturphilosoph(Thales) ∧ Voraussagte(Thales, die Sonnenfinsternis vom 28. März 585 v. Chr.)

Repr. 1: $(p \wedge q) \wedge r$ **Repr. 2:** $p \wedge (q \wedge r)$

14. Der Räuber sagte: ‚Geld oder Leben!', und er nahm beides.

Antwort: aus. zerlegbar, komplex

Zwisch.: Sagte(Rauber, ‚Geld oder Leben!') ∧ Nahm(Räuber, Geld) ∧ Nahm(Räuber, Leben)

Repr. 1: $(p \wedge q) \wedge r$ **Repr. 2:** $p \wedge (q \wedge r)$

18. Du sollst nicht töten.

Antwort: aus. unzerlegbar, komplex **Repr.:** p

Zwisch.: O¬(Du tötest)

Bem. 1: ‚O' bezeichnet den Modaloperator ‚sollte'.
Bem. 2: Beachten Sie, dass beide Antworten zwei möglichen Interpretationen dieses Satzes entsprechen. Welche wäre die beste Interpretation in der Alltagssprache?

Antwort: aus. zerlegbar, komplex **Repr.:** $\neg p$

Zwisch.: ¬O(Du tötest)

21. Kleine Lügen und auch kleine
Kinder haben kurze Beine.
(Ringelnatz)

Antwort: aus. zerlegbar, komplex **Repr.:** $p \wedge q$

Falls der Satz wörtlich interpretiert wird.

Zwisch.: Für alle x (Klein_Kind(x) ⟶ Kleine_Beine(x)) ∧ Für alle x (Kleine_Lüge(x) ⟶ Kleine_Beine(x))

23. Wer in Wasser badet, kann nass werden.

Antwort: aus. unzerlegbar, komplex **Repr.:** p

Zwisch.: Für alle x (Badet(x, Wasser) ⟶ ◇Nass_Werden(x))

24. Der April macht, was er will.

Antwort: aus. unzerlegbar, komplex **Repr.:** p

Falls der Satz in dem Sinne interpretiert wird, dass sich das Klima im April unvorhersehbar verhält.

Zwisch.: Für alle x (Klima_von(x, April) $\rightarrow$ Unvorhersehbar(x))

Bem.: ,Klima_von(x, y)' bedeutet x ist das Klima von y.

25. Dornröschen wurde von einem wunderschönen Prinzen durch einen zärtlichen Kuss aus einem tiefen Schlaf erweckt.

Antwort: aus. unzerlegbar, komplex **Repr.:** p

Zwisch.: Erweckt_aus(Dornröschen, tiefer Schlaf), weil Geküsst_von(Dornröschen, Prinz)

26. Österreich hat sich nach dem Staatsvertrag im Jahre 1955 durch ein Verfassungsgesetz zur Neutralität verpflichtet.

Antwort: aus. unzerlegbar, einfach **Repr.:** p

Zwisch.: Verpflichtet_zu_durch_nacht(Östereich, Neutralität, Verfassungsgesetz, Staatsvertrag im Jahre 1955)

27. Dieses Verfassungsgesetz muss abgeschafft werden.

Bem.: ,O' bezeichnet den Modaloperator ,sollen'.

Antwort: aus. unzerlegbar, komplex **Repr.:** p

Zwisch. 1: $\Box$Abschaffen(dieses Verfassungsgesetz)

Zwisch. 2: OAbschaffen(dieses Verfassungsgesetz)

28. Dieses Lied gefällt mir besonders gut.

Antwort: aus. unzerlegbar, einfach **Repr.:** p

Zwisch.: Gefällt(mir, dieses Lied)

29. 's echt cool, eh?

Antwort: aus. unzerlegbar, einfach **Repr.:** p

Zwisch.: Echt_Cool(es)

Bem.: Falls es im Kontext klar ist, was ,es' ist.

30. Der Satz mit der Nummer 30 auf dieser Seite ist falsch.

Antwort: aus. unzerlegbar?, komplex?

Zwisch.: Falsch(Falsch(Falsch(...Falsch(...)...)))

Repr.: Gibt es nicht.

Erklärung

Unmöglich in der Aussagenlogik zu formalisieren. Das Naheliegendste, was wir tun können, ist das Folgende:

$$p \leftrightarrow \neg p.$$

Da diese Formel aber keine hinreichende Formalisierung des Satzes 30 ist, können wir nicht sagen, dass Satz 30 aussagenlogisch zerlegbar ist. Man könnte argumentieren, dass er komplex ist, da das Falschheitsprädikat angeblich ein logischer Begriff ist. Diese Überlegung wäre zu beachten, wenn wir davon ausgehen, dass Satz 30 ein Aussagesatz ist.

Lösung zu Übung 2.2. Beantworten Sie die folgenden Fragen:

1. Ist in Übung 1.4 der Satz 6 die Negation des Satzes 3? ja

Bemerkung

Es ist jedoch zu beachten, dass die Sätze 3 und 6 zwei mögliche Formalisierungen haben. Die entsprechenden Formalisierungen dieser Sätze sind Negationen des jeweils anderen.

2. Ist in Übung 1.4 der Satz 3 die Negation des Satzes ‚Herbert ist nicht glücklich und Heidi ist nicht glücklich.'? nein

Bemerkung

Die Formalisierung von ‚Herbert ist nicht glücklich und Heidi ist nicht glücklich' ist ‚$\neg p \wedge \neg q$', was mit keiner der möglichen Formalisierungen von Satz 3 äquivalent ist.

3. Welcher der Sätze 1 bis 6 in Übung 1.4 ist ein Konjunktionssatz?

Antwort: 2, 3 und 5 (in einer Deutung).

Bemerkung

Eine Interpretation von 6, d.h. ‚$\neg\neg(p \wedge q)$' ist äquivalent zu einem Konjunktionssatz, aber selbst bei dieser Interpretation ist Satz 6 kein Konjunktionssatz.

4. Was ist die Disjunktion der Aussagesätze ‚Heute schneit es nicht.' und ‚Die Straßen sind glatt.'?

Antwort: Heute schneit es nicht oder die Straßen sind glatt.

5. Was ist die Implikation der Aussagesatze ‚Herbert ist glücklich.' und ‚Heidi ist glücklich'?

Antwort: Wenn Herber glücklich ist, ist Heidi glücklich.

6. Geben Sie die Negation dieses Satzes an!

Antwort: Geben Sie nicht die Negation dieses Satzes an!

7. Ist der Satz ‚Wenn Dieter Bohlen österreichischer Bundeskanzler ist, dann ist der Papst österreichischer Bundeskanzler' wahr oder falsch? falsch

Erklärung

Die Formalisierung dieses Satzes ist ‚$p \longrightarrow q$', was keine Tautologie ist.

Lösung zu Übungen 2.4 und 3.2.2. **(2.4)** Welche der folgenden Aussagesätze sind aussagenlogisch unzerlegbar? Welche der aussagenlogisch unzerlegbaren Aussagesätze sind einfach? **(3.2.2)** Repräsentieren Sei die Argumente aus Übung 2.4

1. Heute regnet es in Salzburg.

Antwort: aus. unzerlegbar, einfach — **Repr.:** p

Zwisch.: Regnet(Salzburg, heute)

2. In Salzburg regnet es fast immer.

Antwort: aus. unzerlegbar, komplex — **Repr.:** p

Zwisch.: Für fast alle x Regnet(Salzburg, x)

Erklärung

‚Regnet(x, y)' bedeutet es regnet am Ort x zur Zeit y.

3. Wenn es in Salzburg nicht regnet, dann hagelt's, stürmt's oder schneit's.

Antwort: aus. unzerlegbar, komplex — **Repr.:** p

Zwisch.: Für alle y (¬Regnet(Salzburg, y) → Hagelt(Salzburg, y) ∨ Stürmt(Salzburg, y) ∨ Schneit(Salzburg, y))

Erklärung

Die Prädikate ‚Hagelt(x, y)', ‚Stürmt(x, y)' und ‚Schneit(x, y)' haben analoge Bedeutungen wie ‚Regnet(x, y)'.

4. Dieter Bohlen soll Absichten haben, in absehbarer Zeit Bundeskanzler zu werden.

Antwort: aus. unzerlegbar, komplex — **Repr.:** p

Zwisch.: S(Absicht(Dieter Bohlen, Bundeskanzler, absehbar))

Erklärung

- ‚Absicht(x, y, z)' bedeutet x hat Absichten y zu werden zur Zeit z.
- ‚S' bezeichnet den Modaloperator ‚sollen'.

5. Das englische Wort ‚mind' kann nicht ins Deutsche übersetzt werden.

Antwort: aus. zerlegbar, komplex **Repr.:** $\neg p$

Zwisch. 1: ¬Übersetzbar_aus_ins(‚mind', Englisch, Deutsch)

Zwisch. 2: ¬(Es gibt ein x Übersetzung_aus_von_ins(x, ‚mind', Englisch, Deutsch))

Zwisch. 3: ¬◇Übersetzen_aus_ins(‚mind', Englisch, Deutsch)

6. Wenn ich mir morgen mein linkes Schuhband zuerst zubinde, dann wird Hermann Maier der nächste Bundespräsident von Österreich.

Antwort: aus. zerlegbar, komplex **Repr.:** $p \longrightarrow q$

Zwisch.: Zubinden(ich, linkes Schuband, zuerst, morgen) ⟶ Nächster_Bundespräsident(Hermann Maier, Österreich)

7. Mit dem Beitritt zur EU hat es in Österreich einen gewaltigen wirtschaftlichen Aufschwung gegeben.

Antwort 1: aus. unzerlegbar, komplex **Repr.:** p

Wenn als Kausalsatz interpretiert wird.

Zwisch.: Wirtschaftliche_Aufschwung(Österreich, t), weil Beitreten(Österreich, EU, t)

Antwort 2: aus. zerlegbar, komplex **Repr.:** $p \wedge q$

Wenn nicht als Kausalsatz interpretiert wird.

Zwisch.: Beitreten(Österreich, EU, t) ∧ Wirtschaftliche_Aufschwung(Österreich, t)

Erklärung

‚t' ist eine Konstante, die ein bestimmter Zeitpunkt bezeichnet.

8. Wäre Österreich nicht der EU beigetreten, hätten wir wohl weniger Sorgen mit dem Euro.

Antwort: aus. unzerlegbar, komplex **Repr.:** p

Zwisch.: ¬Beitreten(Österreich, EU) $>$ Sorgen_haben_-mit(weniger, Euro)

Erklärung

- ‚>' bezeichnet die kontrafaktische Implikation.
- Die Negation ‚¬' betrifft nur ‚Beitreten(Österreich, EU)' und nicht den gesamten kontrafaktischen Satz.

9. Der Österreicher ist eigentlich ein Freund fremder Kulturen, auch wenn er nicht zu viele Ausländer in seiner Heimat sehen möchte.

Antwort: aus. unzerlegbar, einfach **Repr.:** p

Zwisch.: Für alle x (Österreicher(x) $\rightarrow$ für alle y (Kultur(y) $\wedge$ Fremd (y) $\rightarrow$ Freund_von(x, y)) $\wedge$ es gibt ein y (Ausländer(y) $\wedge$ ¬Möchte_in(x, y, Heimat)))

Erklärung: Siehe Abschnitt 3.1, Beispiel 3 im Kursskript.

10. Sir Karl Popper und Theodor W. Adorno sind beide Philosophen, aber sie können einander nicht besonders gut leiden.

Antwort: aus. zerlegbar, komplex

Zwisch.: Philosoph(Popper) $\wedge$ Philosoph(Adorno) $\wedge$¬Leiden_-besonders_gut(Popper, Adorno)

Repr.: $p \wedge q \wedge \neg r$ – d.h., $(p \wedge q \wedge) \neg r$ oder $p \wedge (q \wedge \neg r)$

11. Zum Mittagessen gibt es Wiener Schnitzel mit Salat, Schweinsbraten mit Knödel oder Kasnocken.

Antwort: aus. zerlegbar, komplex

Zwisch.: Zum_Mittagessen(Wiener Schnitzel mit Salat) $\vee$ Zum_Mittagessen(Schweinsbraten mit Knödel) $\vee$ Zum_-Mittagessen(Kasnocken)

Repr.: $p \vee q \vee r$ – d.h., $(p \vee q) \vee r$ oder $p \vee (q \vee r)$

12. Einige bedeutende Österreicher stammen aus Böhmen oder Mähren.

Antwort: aus. unzerlegbar, komplex **Repr.:** p

Zwisch.: Es gibt zumindest ein x, sodass (Österreicher(x) $\wedge$ Bedeutender(x) $\wedge$ (Stammt_aus(x, Böhmen) $\vee$ Stammt_aus(x, Mähren)))

13. Nächstes Jahr kommt der Präsident der USA nach Österreich.

Antwort: aus. unzerlegbar, einfach **Repr.:** p

Zwisch.: Kommt_nach(Präsident der USA, Österreich, nächstes Jahr)

14. Silber glänzt, Gold erst recht.

Antwort: aus. zerlegbar, komplex **Repr.:** $p \wedge q$

Zwisch.: glänzen(Silber) $>$ 0 $\wedge$ (glänzen(Gold) $>$ glänzen(Silber))

Erklärung

- ‚>' bezeichnet ‚größer als', und ‚glanz(x)' ist eine Funktion, die den Glanzwert eines Metalls angibt, z. B. als Zahlenwert. Beachten Sie, dass ‚glänzen(Gold) > glänzen(Silber)' nicht ausreichen würde, um diesen Satz auszudrücken, da es möglich ist, dass glänzen(Silber) = 0.
- Nach Gottlob Frege waren Funktionen und Ordnung (d.h. $>, <, \geq, \leq$) logische Begriffe.

15. Tirol ist in einen nördlichen, einen südlichen und einen östlichen Teil aufgeteilt.

Antwort: aus. unzerlegbar, einfach **Repr.:** p

Zwisch.: Aufgeteilt_in(Tirol, nördlichen Teil, südlichen Teil, östlichen Teil)

16. Jeder Junggeselle ist männlich und unverheiratet, ohne dabei gleich ein Priester zu sein.

Antwort: aus. unzerlegbar, komplex **Repr.:** p

Zwisch.: Für alle x (Junggeselle(x) $\rightarrow$ Männlich(x) $\wedge\neg$Verheiratet(x) $\wedge$ $\neg$Priester(x))

17. Alle Studenten lernen Logik, obgleich nicht alle Studenten dies mit Begeisterung tun.

Antwort: aus. zerlegbar, komplex **Repr.:** $p \wedge \neg q$

Zwisch.: Für alle x (Student(x) $\rightarrow$ Lernt(x, Logik)) $\wedge$ $\neg$(Für alle x (Student(x) $\rightarrow$ Lernt_mit(x, Logik, Begeisterung)))

18. Wenn das mit der Politik so weiter geht, dann werden sich Situationen wiederholen, die wir uns alle nicht wünschen.

Antwort: aus. zerlegbar, komplex **Repr.:** $p \rightarrow q$

Zwisch.: Weiter_gehen(Politik) $\rightarrow$ Es gibt zumindest ein x, sodass (Situation(x) $\wedge$ Wiederholt(x) $\wedge$ $\neg$Für alle y Wünscht(y, x))

Lösung zu Übung 3.1 Repräsentieren Sie die folgenden Aussagesatze:

1. Wenn Dieter Bohlen 2013 Bundeskanzler wird, dann werden die Konservativen, aber nicht die Grünen in die Regierung gehen.

Antwort: $p \rightarrow (q \wedge \neg r)$

- ‚p' bezeichnet ‚Dieter Bohlen wird 2013 Bundeskanzler.'
- ‚q' bezeichnet ‚Die Konservativen werden in die Regierung gehen.'
- ‚r' bezeichnet ‚Die Grünen werden in die Regierung gehen.'

2. Wenn der Täter mit dem gestohlenen Auto flüchtete, so kann er, sofern die Zollbeamten nicht wachsam waren, schon über die Grenze sein, doch wenn er nicht mit dem gestohlenen Auto flüchtete, sondern zu Fuß ging, so kann er nicht weit gekommen sein.

Antwort 1: $(p \rightarrow (\neg q \rightarrow r)) \wedge ((\neg p \wedge s) \rightarrow \neg t)$

- ‚p' bezeichnet ‚Der Täter mit dem gestohlenen Auto flüchtete.'
- ‚q' bezeichnet ‚Die Zollbeamten waren wachsam.'
- ‚r' bezeichnet ‚Der Täter kann schon über die Grenze sein.'
- ‚s' bezeichnet ‚Der Täter ging zu Fuß.'
- ‚t' bezeichnet ‚Der Täter kann weit gekommen sein.'

Antwort 2: $(p \rightarrow q) \wedge ((\neg p \wedge s) \rightarrow \neg t)$

- ‚p' bezeichnet ‚Der Täter mit dem gestohlenen Auto flüchtete.'
- ‚q' bezeichnet ‚Es ist möglich, dass: wenn die Zollbeamten nicht wachsam waren, dann ist der Täter schon über der Grenze.'
- ‚s' bezeichnet ‚Der Täter ging zu Fuß.'
- ‚t' bezeichnet ‚Der Täter kann weit gekommen sein.'

Lösung zu Übungen 2.5 und 3.3 **(2.5)** Bringen Sie die folgenden Argumente in Standardform. **(3.3)** Repräsentieren Sie die Argumente aus Übung 2.5.

1. Wenn Fips eine Katze ist, dann jagt Fips gerne Mause. Fips jagt aber nicht gerne Mause. Somit ist Fips keine Katze.

Antwort

Standardform.

Wenn Fips eine Katze ist, dann jagt Fips gerne Mause.

Fips jagt aber nicht gerne Mause.

Daher: Fips ist keine Katze.

Repr. $p \to q, \neg q \therefore \neg p$

Bemerkung

Dies entspricht der Regel des Modus Tollens.

2. Wenn Fips eine Katze ist, dann trinkt Fips gerne Milch. Fips ist eine Katze. Folglich trinkt Fips gerne Milch.

Antwort

Stand.

Wenn Fips eine Katze ist, dann trinkt Fips gerne Milch.

Fips ist eine Katze.

Daher: Fips trinkt gerne Milch.

Repr. $p \to q, p \therefore q$

Bemerkung

Dies entspricht der Regel des Modus Ponens.

3. Wenn Fips eine Katze ist, dann trinkt Fips gerne Milch. Fips trinkt gerne Milch. Folglich ist Fips eine Katze.

Antwort

Stand.

Wenn Fips eine Katze ist, dann trinkt Fips gerne Milch.

Fips trinkt gerne Milch.

Daher: Fips ist eine Katze.

Repr. $p \rightarrow q, q \therefore p$

Bemerkung

Dies ist die (ungültige) Argumentform des Modus Morons.

4. Fips ist eine Katze. Denn: Wenn Fips eine Katze ist, dann trinkt Fips gerne Milch. Fips trinkt gerne Milch.

Antwort: Wie im Argument 3.

Bemerkung

Die Konklusion des Arguments wird gleich zu Beginn genannt.

5. Also ist Fips eine Katze oder er ist keine Katze.

Antwort

Stand.

Daher: Fips ist eine Katze oder er ist keine Katze.

Repr. $\therefore p \vee \neg p$

Bemerkung

Dies ist ein Argument ohne Prämissen.

6. Sokrates ist Philosoph und Grieche. Platon ist Philosoph und Grieche. Aristoteles ist Philosoph und Grieche. Daher sind alle Philosophen Griechen.

Antwort

Stand.

Sokrates ist Philosoph und Grieche.

Platon ist Philosoph und Grieche.

Aristoteles ist Philosoph und Grieche.

Daher: Alle Philosophen sind Griechen.

Repr. $p_1 \wedge p_2, q_1 \wedge q_2, r_1 \wedge r_2 \therefore s$

Lösung zu Übung 3.4 Repräsentieren Sie die folgenden Argumente:

1. Der Papst ist Deutscher. Daher tritt Osterreich 2011 genau dann aus der EU aus, wenn Osterreich dies tut.

Antwort: $p \therefore q \leftrightarrow q$

2. Bad Goisern ist die Hauptstadt von Oberosterreich und Bad Goisern ist nicht die Hauptstadt von Oberosterreich. Daher existiert Gott.

Antwort 1: $p \wedge \neg p \therefore q$

Antwort 2: $p, \neg p \therefore q$

Erklärung

Da die Prämisse als Konjunktion und nicht als zwei separate Prämissen erscheint, ist die alternative Antwort nicht so gut wie die erste.