

4.1 Übungen

4.1 Übungen 51

4.2 Lösungen 53

Übung 4.1. Welche der folgenden Zeichenfolgen sind aussagenlogische Formeln? Beachten Sie dabei, daß wir in dieser Übung keine Klammerersparnisregeln gelten lassen wollen. Genaue Klammersetzung ist also wichtig.

1. $p \wedge q \vee r$
2. $((p \wedge q) \vee r))$
3. $((p \wedge q) \vee r)$
4. $(\neg(p \vee q) \rightarrow r)$
5. $\neg((p \vee q) \rightarrow r)$
6. $((p \vee q) \Rightarrow p)$
7. $((\neg p \vee q) \rightarrow r)$
8. $\neg((P \vee Q) \rightarrow R)$
9. $((p \rightarrow \neg p) \rightarrow \neg p)$
10. $(\neg\neg\neg\neg\neg r \rightarrow (p \vee q))$
11. $p \leftrightarrow q$
12. $((p \rightarrow q) \wedge \neg(\neg q \rightarrow \neg p))$
13. $((p \rightarrow (q \rightarrow r) \rightarrow p))$
14. $(p \rightarrow (q \rightarrow (r \rightarrow (s \rightarrow t))))$
15. $((p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r)))$
16. $\neg(\neg\neg((\neg((p_{12} \vee \neg p_9) \wedge p_8) \vee p_7) \rightarrow p_6) \leftrightarrow (p_5 \vee \neg\neg p_{13}))$
17. $((p \wedge q) \rightarrow \neg(s))$

Übung 4.2. Welche der folgenden Zeichenfolgen sind aussagenlogische Argumentformen?

1. $p, (p \rightarrow q) \therefore p, q$
2. $\therefore (p \vee \neg p)$
3. $(q \wedge r \vee s), (r) \therefore \neg(\neg(q))$
4. $(q \rightarrow r), \neg r \therefore (\neg q \vee s)$
5. $p, p, p, p, p \therefore p$
6. $(q \wedge \neg q) \therefore$
7. $p \neg q \therefore r$

Übung 4.3. Wenden Sie die beiden Klammerersparnisregeln auf die Formeln aus der Übung 4.1 an.

Übung 4.4. Setzen Sie in den folgenden Zeichenfolgen die Klammern, die den beiden Klammerersparnisregeln zum Opfer gefallen sind (kehren Sie also die Anwendung der Klammerersparnisregeln um).

1. $p \vee q$
2. $p \wedge q \rightarrow r$
3. $p \rightarrow q \vee r$
4. $p \vee q \rightarrow (p \wedge r) \vee \neg s$
5. $\neg p \vee (q \wedge \neg r) \rightarrow \neg(p \vee \neg s) \vee \neg(q \rightarrow s)$

Übung 4.5. In welchen der folgenden Zeichenreihen wurden die beiden Klammerersparnisregeln korrekt angewendet?

1. $p \rightarrow q \rightarrow r$
2. $p \vee q \rightarrow r \wedge s$
3. $p \wedge q \wedge r \rightarrow s$
4. $p \vee q \rightarrow r \vee q \wedge p$
5. $p \rightarrow (q \rightarrow r) \vee s \rightarrow q$

4.2 Lösungen

Lösung zu Übungen 4.1 und 4.3. (4.1) Welche der folgenden Zeichenfolgen sind aussagenlogische Formeln? Beachten Sie dabei, daß wir in dieser Übung keine Klammerersparnisregeln gelten lassen wollen. Genaue Klammersetzung ist also wichtig. (4.3) Wenden Sie die beiden Klammerersparnisregeln auf die Formeln aus der Übung 4.1 an.

1. $p \wedge q \vee r$

keine aussagenlogische Formel

Erklärung

Nicht klar, ob $(p \wedge q) \vee r$ oder $p \wedge (q \vee r)$ gemeint wird.

2. $((p \wedge q) \vee r)$

keine aus. Formel

3. $((p \wedge q) \vee r)$

aus. Formel

Entklammerte Formel: $(p \wedge q) \vee r$

4. $(\neg(p \vee q) \rightarrow r)$

aus. Formel

Entklammerte Formel: $\neg(p \vee q) \rightarrow r$

5. $\neg((p \vee q) \rightarrow r)$

aus. Formel

Entklammerte Formel: Wie das Original.

6. $((p \vee q) \Rightarrow p)$

keine aus. Formel

7. $((\neg p \vee q) \rightarrow r)$

aus. Formel

Entklammerte Formel: $\neg p \vee q \rightarrow r$

8. $\neg((P \vee Q) \rightarrow R)$

keine aus. Formel

Erklärung

Großbuchstaben sind Metavariablen, aber keine Aussagenvariablen unserer Objektsprache.

9. $((p \rightarrow \neg p) \rightarrow \neg p)$

aus. Formel

Entklammerte Formel: $(p \rightarrow \neg p) \rightarrow \neg p$

10. $(\neg\neg\neg\neg\neg r \rightarrow (p \vee q))$

aus. Formel

Entklammerte Formel: $\neg\neg\neg\neg\neg r \rightarrow p \vee q$

11. $p \leftrightarrow q$

keine aus. Formel

Erklärung

In dieser Formel fehlen die äußeren Klammern. Die korrekte Formel wäre $(p \leftrightarrow q)$, deren entklammerte Version die fragliche Formel wäre.

12. $((p \rightarrow q) \wedge \neg(\neg q \rightarrow \neg p))$

aus. Formel

Entklammerte Formel: $(p \rightarrow q) \wedge \neg(\neg q \rightarrow \neg p)$

13. $((p \rightarrow (q \rightarrow r) \rightarrow p))$

keine aus. Formel

14. $(p \rightarrow (q \rightarrow (r \rightarrow (s \rightarrow t))))$

aus. Formel

Entklammerte Formel: $p \rightarrow (q \rightarrow (r \rightarrow (s \rightarrow t)))$

15. $((p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r)))$

aus. Formel

Entklammerte Formel:

 $((p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r)))$

16. $\neg(\neg\neg(\neg((p_{12} \vee \neg p_9) \wedge p_8) \vee p_7) \rightarrow p_6) \leftrightarrow (p_5 \vee \neg\neg p_{13})$

aus. Formel

Entklammerte Formel:

 $\neg(\neg\neg(\neg((p_{12} \vee \neg p_9) \wedge p_8) \vee p_7 \rightarrow p_6) \leftrightarrow p_5 \vee \neg\neg p_{13})$

17. $((p \wedge q) \rightarrow \neg(s))$

keine aus. Formel

Erklärung

Aussagenvariablen stehen nie zwischen Klammern.

Lösung zu Übung 4.2. Welche der folgenden Zeichenfolgen sind aussagenlogische Argumentformen?

1. $p, (p \rightarrow q) \therefore p, q$ keine aus. Argumentform

Erklärung

Argumente haben mindestens und höchstens eine Konklusion.

2. $\therefore (p \vee \neg p)$ aus. Argumentform

3. $(q \wedge r \vee s), (r) \therefore \neg(\neg(q))$ keine aus. Argumentform

4. $(q \rightarrow r), \neg r \therefore (\neg q \vee s)$ aus. Argumentform

5. $p, p, p, p, p \therefore p$ aus. Argumentform

Erklärung

Ein Argument, selbst ein gültiges, kann überflüssige Prämissen haben.

6. $(q \wedge \neg q) \therefore$ keine aus. Argumentform

Erklärung: Wie in 1.

7. $p \neg q \therefore r$ keine aus. Argumentform

Erklärung

$p \neg q$ ist keine aussagenlogische Formel. Was wurde gemeint? $p, \neg q \therefore r', p \wedge \neg q \therefore r', p \vee \neg q \therefore r', \dots$?

Lösung zu Übung 4.4 Setzen Sie in den folgenden Zeichenfolgen die Klammern, die den beiden Klammerersparnisregeln zum Opfer gefallen sind (kehren Sie also die Anwendung der Klammerersparnisregeln um).

1. $p \vee q$

Antwort: $(p \vee q)$

2. $p \wedge q \rightarrow r$

Antwort: $((p \wedge q) \rightarrow r)$

3. $p \rightarrow q \vee r$

Antwort: $(p \rightarrow (q \vee r))$

4. $p \vee q \rightarrow (p \wedge r) \vee \neg s$

Antwort: $((p \vee q) \rightarrow ((p \wedge r) \vee \neg s))$

5. $\neg p \vee (q \wedge \neg r) \rightarrow \neg(p \vee \neg s) \vee \neg(q \rightarrow s)$

Antwort: $((\neg p \vee (q \wedge \neg r)) \rightarrow (\neg(p \vee \neg s) \vee \neg(q \rightarrow s)))$

Lösung zu Übung 4.5 In welchen der folgenden Zeichenreihen wurden die beiden Klammerersparnisregeln korrekt angewendet?

1. $p \rightarrow q \rightarrow r$

nicht korrekt

2. $p \vee q \rightarrow r \wedge s$

korrekt

Ursprüngliche Formel: $((p \vee q) \rightarrow (r \wedge s))$

3. $p \wedge q \wedge r \rightarrow s$

nicht korrekt¹

4. $p \vee q \rightarrow r \vee q \wedge p$

nicht korrekt

5. $p \rightarrow (q \rightarrow r) \vee s \rightarrow q$

nicht korrekt

1: Es wäre jedoch kein Problem, eine Regel für das Weglassen von Klammern zwischen Konjunktions- und Disjunktions- und Äquivalenzsätzen einzufügen. Dasselbe gilt für Disjunktions- und Äquivalenzsätzen.