# Probabilidad: Lista 5

5.4 - Supongase que la variable aleatoria discreta x toma los valores 1, 2, y 3 con igual probabilidad. Encontrar la distribución de probabilidades de $y = 2x+3$

Distribución

| $x$ | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| $p(x)$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{3}$ |

Desde que $y = 2x+3$

$R_y = (5, 7, 9]$

$P_y(5) = P_x(1) = \frac{1}{3}, P_y(7) = P_x(2) = \frac{1}{3}$

$P_y(9) = P_x(3) = \frac{1}{3}$

| $y$ | 5 | 7 | 9 |
|---|---|---|---|
| $P(y)$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{3}$ |

5.5 - Supongase que X está distribuida uniformemente en el intervalo (0,1). Encontrar la fdp de las siguientes variables aleatorias

a) $y = x^2+1$ b) $z = 1/(x+1)$

a) $y = x^2+1$, implica $x = \sqrt{y-1}$ y $\frac{dx}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{y-1}}$

$g(y) = f(x)\left|\frac{dx}{dy}\right| = 1 \times \frac{1}{2\sqrt{y-1}} = \frac{1}{2\sqrt{y-1}}$

$= 1 < y < 2$

$0 < x < 1 \longrightarrow 0 < \sqrt{y-1} < 1 \longrightarrow 1 < y < 2$

Ramirez Cotonieto Luis Fernando 2CM6

b) $z = \frac{1}{x+1}$

$0 < x < 1$

$z = \frac{1}{x+1}$, entonces $x = \frac{1}{z} - 1$, $\frac{dx}{dx} = -\frac{1}{z^2}$

además

$0 < x < 1 \longrightarrow 0 < \frac{1}{z} - 1 < 1 \longrightarrow \frac{1}{2} < z < 1$

$g(z) = \frac{1}{z^2}$ , $\frac{1}{2} < z < 1$

$= 0$

5.8- Una corriente eléctrica I que fluctúa se puede considerar como una variable aleatoria distribuida uniformemente en el intervalo (9,11). Si esta corriente pasa por una resistencia de 2 Ω. Encuentra la fdp de la potencia $P = 2I^2$

La variable a. I está uniformemente distribuida en el intervalo $\langle 9,11 \rangle$

$h(i) = \frac{1}{2}$ , $9 < i < 11$

$P = 2I^2$ f. creciente $\langle 9,11 \rangle$

$p = 2i^2 \longrightarrow i = \left(\frac{p}{2}\right)^{1/2}$ y $\frac{di}{dp} = \frac{1}{4}\left(\frac{p}{2}\right)^{-1/2}$

además $9 < i < 11 \longrightarrow 9 < \left(\frac{p}{2}\right)^{1/2} < 11$

$g(p) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4}\left(\frac{p}{2}\right)^{-1/2}$

5.12 - Para medir las velocidades del aire, se usa un tubo (conocido como el tubo estático de Pitot) que nos permite medir la diferencia de presión. Esta diferencia de presión esta dada por $P=(1/2)dv^2$, donde $d$ es la densidad del aire y $v$ la velocidad del viento (in pulg. hg). Si $v$ es una variable aleatoria distribuida uniformemente en $(10,20)$ encontrar la fdp de $P$.

La variable aleatoria $V$ esta distribuida uniformemente en $\langle 10,20\rangle$

$$f(v)=\frac{1}{10}\quad,\quad 10<v<20$$

$$=0\quad, \text{para otros valores}$$

$P=\frac{1}{2}dv^2$ es una f. creciente en $\langle 10;20\rangle$ diferenciable.

$$p=\frac{1}{2}dv^2 \longrightarrow v=\left(\frac{2p}{d}\right)^{1/2}$$

$$\frac{dv}{dp}=\frac{1}{2}\left(\frac{2p}{d}\right)^{-1/2}\left(\frac{2}{d}\right)=\frac{1}{d}\left(\frac{2p}{d}\right)^{-1/2}$$

$$10<v<20 \longrightarrow 10<\left(\frac{2p}{d}\right)^{1/2}<20$$

$$50d<p<200d$$

$$g(p)=f(v)\left|\frac{dv}{dp}\right|=\frac{1}{10}\cdot\frac{1}{d}\left(\frac{2p}{d}\right)^{-1/2}$$

$$=\frac{p^{1/2}}{10\sqrt{2d}}\quad,\quad 50d<p<200d$$

Scanned with CamScanner