



# Análisis de Algoritmos

## Ejercicio 04: "Dominio asintotico"

**Nombre:** Luis Fernando Ramírez Cotonieto

**Fecha de entrega:** 19 de Abril del 2021

**Grupo:** 3CM13



# Ejercicio 04: "Dominio asintotico"

## Análisis de Algoritmos

### 1. Ejercicio 01:

$$f(x) = x^2$$

$$g(x) = 2x^2 + 300x + 1000$$

$$|2x^2 + 300x - 1000| \leq c|x^2|$$

Si  $x \geq 3$ , entonces se puede escribir como:

$$2x^2 + 300x - 1000 \leq Cx^2$$

Despejando C:

$$C \geq \frac{2x^2 + 300x - 1000}{x^2}$$

$$C \geq 2 + \frac{300}{x} - \frac{1000}{x^2}$$

Si  $x=300$ :

$$c \geq 3 - \frac{1}{90}$$

Si  $c=3$  y  $k=3$

$$3x^2 \geq 2x^2 + 300x - 1000$$

Si  $x=k$

$$270000 \geq 270000 - \frac{1000}{300}$$

Ambas son crecientes en  $x \geq 300$

$$|\Theta(x)| \leq 3|f(x)|, \forall x \geq 300$$

### 2. Ejercicio 02:

$$f(x) = x^3$$

$$g(x) = 2x^3 - 30x + 500$$

$f(x)$  es asintoticamente mayor en  $g(x)$ ,  $g(x)$  es  $O(j(x))$ , si existe constante positiva  $c$  y  $x_0$  como en:

$$g(x) \leq c \cdot j(x) \text{ para todo } x \geq x_0$$

$$g(x) = 2x^3 - 30x + 500$$

$$j(x) = x^3$$

Tomamos  $C=2$  y  $X_0=17$

$$c \cdot j(17) = 2 \cdot 17^3 = 9826$$

$$g(17) = 2 \cdot 17^3 = 9816$$

Tomamos  $c=2$  y  $x_0=18$

$$c \cdot j(18) = 11664$$

$$g(18) = 11624$$

$$11624 \leq 11664$$

$$g(x) \leq c \cdot j(x)$$

$$g(x) \in O(j(x))$$

### 3. Ejercicio 03:

$$f_t(n) = 3n^2 + 9n + 12\epsilon_0(2n^2)$$

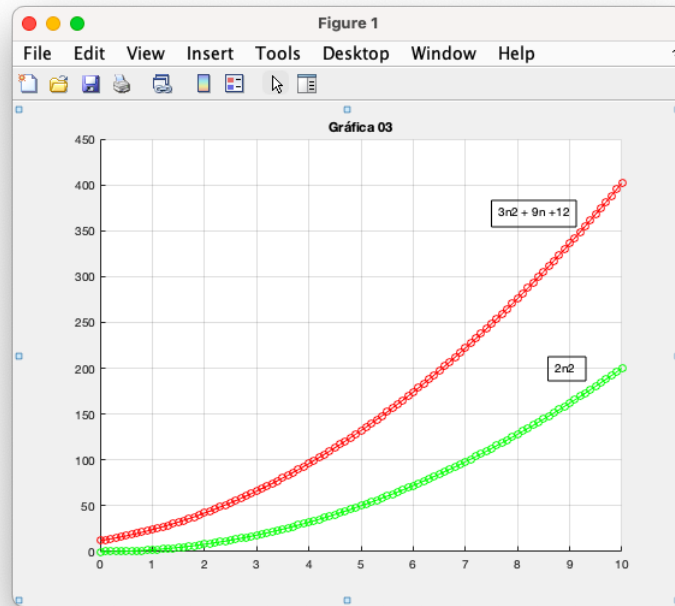


Figura 1: Gráfica de la función original ejercicio 03 MATLAB

#### Demostración:

$$|3n^2 + 9n + 12| \leq C |2n^2|$$

$$3n^2 + 9n + 12 \leq 2Cn^2$$

$$9n \leq 2Cn^2 - 3n^2 - 12$$

$$9n \leq (2C - 3)n^2 - 12$$

Si  $C=3$  y  $X_0 = 4, \forall n > X_0$

C	n	f(9n)	f((2c-3)n^2-12)
3	0	0	-12
	1	9	-9
	2	18	0
	3	27	15
	4	36	36
	5	45	63
	6	54	96
	7	63	135
	8	72	180
	9	81	231
	10	90	288
	11	99	351
	12	108	420
	13	117	495
	14	126	576
	15	135	663

Cuadro 1: Tabla del ejercicio 03

4. Ejercicio 04:

$$f_t(n) = 3n + 8\epsilon_0(n)$$

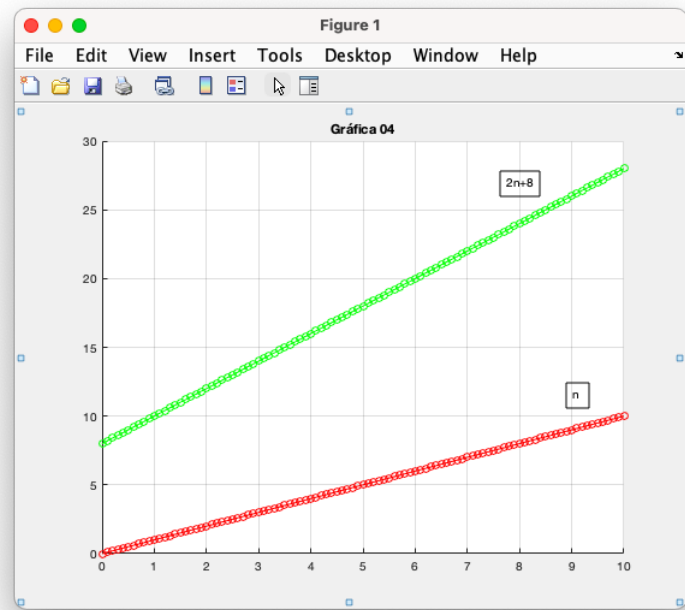


Figura 2: Gráfica de la función original ejercicio 04 MATLAB

**Demostración:**

$|2n + 8| < C |n|$   
 $2n + 8 < Cn$   
 $0 \leq Cn - 2n - 8$   
 $0 \leq (C - 2)n - 8$   
Si  $C=5$  y  $X_0 = 5, \forall n > X_0$

C	n	f(0)	f((c-2)n-8)
5	0	0	-8
	1	0	-5
	2	0	-2
	3	0	1
	4	0	4
	5	0	7
	6	0	10
	7	0	13
	8	0	16
	9	0	19
	10	0	22
	11	0	25
	12	0	28
	13	0	31
	14	0	34
	15	0	37

Cuadro 2: Tabla del ejercicio 04

## 5. Ejercicio 05:

$$f_t(n) = 2n^3 - 3n^2 + 9n + 120\epsilon_0(n^3)$$

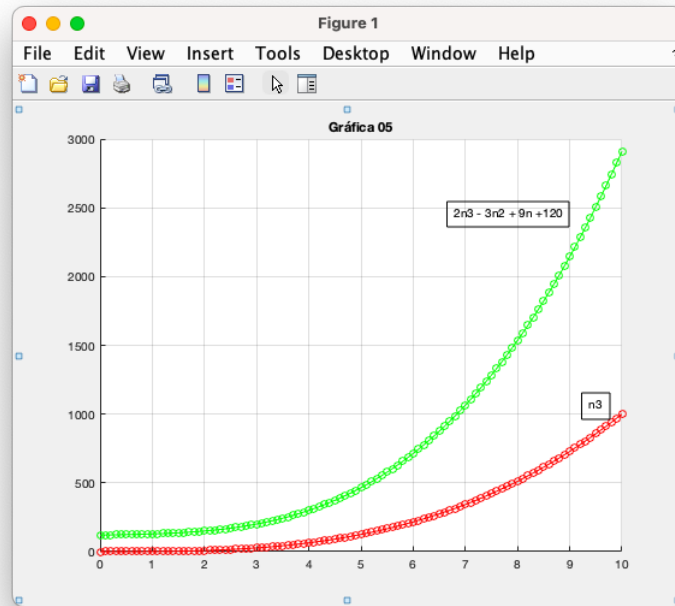


Figura 3: Gráfica de la función original ejercicio 05 MATLAB

### Demostración:

$$|2n^3 - 3n^2 + 9n + 120| \leq C |n^3|$$

$$2n^3 - 3n^2 + 9n + 120 \leq Cn^3$$

$$-3n^2 + 9n \leq Cn^3 - 2n^3 - 120$$

$$-3n^2 + 9n \leq (C - 2)n^3 - 120$$

Si  $C=7$  y  $X_0 = 3, \forall n > X_0$

C	n	f(- 3n <sup>2</sup> +9n)	f((C-2)n <sup>3</sup> - 120)
7	0	0	-120
	1	6	-115
	2	6	-80
	3	0	15
	4	-12	200
	5	-30	505
	6	-54	960
	7	-84	1595
	8	-120	2440
	9	-162	3525
	10	-210	4880
	11	-264	6535
	12	-324	8520
	13	-390	10865
	14	-462	13600
	15	-540	16755

Cuadro 3: Tabla del ejercicio 05

## 6. Ejercicio 06:

$$f_t(n) = 2n^3 + 3n^2 + 9n + 120\epsilon\Theta(n^3 + n^2)$$

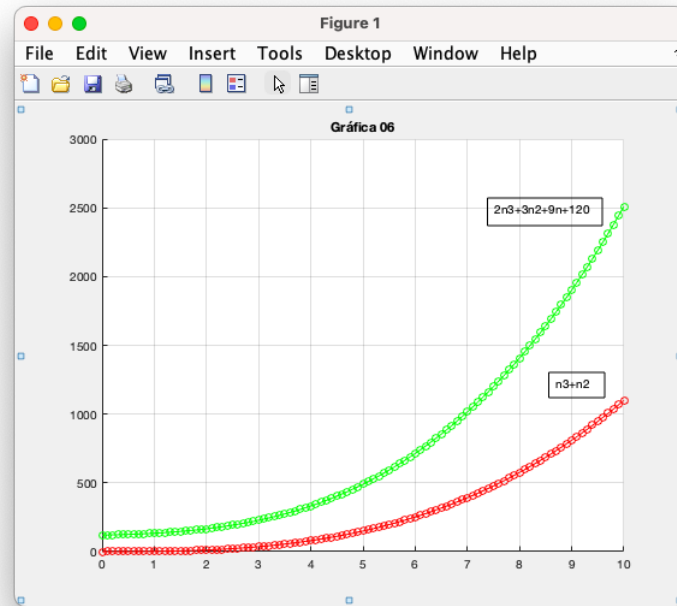


Figura 4: Gráfica de la función original ejercicio 06 MATLAB

### Demostración:

$$C1 |n^3 + n^2| \leq |2n^3 + 3n^2 + 9n + 120| \leq C2 |n^3 + n^2|$$

$$C1 |n^3 + n^2| \leq |2n^3 + 3n^2 + 9n + 120|$$

$$C1n^3 + C1n^2 \leq 2n^3 + 3n^2 + 9n + 120$$

$$2n^3 + C1n^2 - 3n^2 - 120 \leq 9n$$

$$(C1 - 2)n^3 + (C1 - 3)n^2 - 120 \leq 9n$$

Si  $C1=2$ ,  $C2=5$  y  $X_0 = 4, \forall n > X_0$

C1	n	f(9n)	f((C1-2)n^3+(C1-3)n^2-120)
2	0	0	-120
C2	n	f(9n)	f((C2-2)n^3+(C2-3)n^2-120)
5	4	36	104

Cuadro 4: Tabla UNICAMENTE RESULTADOS ejercicio 6

## 7. Ejercicio 07:

$$f_t(n) = 2n^2 + 9n\epsilon\Theta(n^2)$$

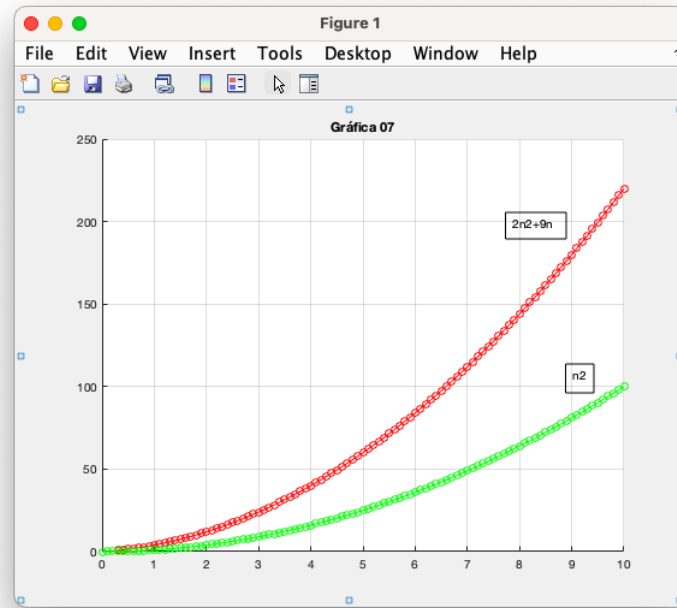


Figura 5: Gráfica de la función original ejercicio 07 MATLAB

### Demostración:

$$C1 |n| \leq |2n + 9n| \leq C2 |n|$$

$$C1 |n^2| \leq |2n^2 + 9n|$$

$$C1n^2 \leq 2n^2 + 9n$$

$$C1n^2 - 2n^2 \leq 9n$$

$$(C1 - 2)n^2 \leq 9n$$

Si  $C1=1, C2=5$  y  $X_0 = 3, \forall n > X_0$

C1	n	f(9n)	f((C1-2)n^2)
1	0	0	0
C2	n	f(9n)	f((C2-2)n^2)
5	3	27	27

Cuadro 5: Tabla UNICAMENTE RESULTADOS ejercicio 7