Problemario II - Probabilidad y Estadística

3.3 - Una caja contiene 4 tubos malos y 6 buenos. Se sacan dos a la vez. Se prueba uno de ellos y se encuentran que es bueno. ¿Cuál es la probabilidad de que el otro también sea bueno?

Sacaremos 2 en 10

$_{10}C_2 = 45$

Por lo que

T_1 = Primer tubo bueno

T_2 = Segundo tubo bueno

$P = \frac{P[T_1 T_2]}{P[D_1]}$ $= \frac{6!}{2!\,4!} = 15$

$N(T_1 T_2) = {}_6C_2$

$P[B_1 B_2] = \frac{15}{45} = \frac{1}{3}$

Pero tomando en cuenta que para que T_1 sea bueno tuvo que suceder (BB) y (BD)

$P[T_1] = \frac{15}{45} \cdot 1 + \frac{24}{45} \cdot \frac{1}{2} = \frac{27}{45}$

$P\left[\frac{T_2}{T_1}\right] = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{27}{47}} = \frac{5}{9}$

3.4 - En el problema anterior los tubos se verifican sacando uno al azar, se prueba y se repite el proceso hasta que se encuentran los cuatro tubos malos. ¿Cuál es la probabilidad de encontrar el cuarto tubo malo?

a) En la quinta prueba

b) En la decima prueba.

a) $P[E]$ = Probabilidad de que en las 4 primeras veces que lo sacamos, 3 tubos son malos y el quinto igual

$= \frac{\binom{4}{3}\binom{6}{4-3}}{\binom{10}{4}} \cdot \frac{1}{10-5+1}$

Ramirez Coronato Luis Fernando
2020630417
2CM6

$$P[E] = \frac{4 \times 6}{\frac{10!}{6!4!}} \times \frac{1}{6} = \frac{2}{105}$$

b)

$$P[E] = \frac{\binom{4}{3}\binom{6}{9-3}}{\binom{10}{9}} \times \frac{1}{10-10+1} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

3.5 - Supóngase que A y B son dos sucesos independientes asociados con un experimento. Si la probabilidad de que A o B ocurra igual a 0.6, mientras que la probabilidad de que ocurra A es igual a 0.4, determinar la probabilidad de que B ocurra.

Tenemos que $P[A \cup B] = 0.6$ y $P[A] = 0.4$

$$0.6 = P[A \cup B] = P[A] + P[B] - P[A]P[B]$$
$$= P[A] + P[B][1 - P[A]]$$
$$= 0.4 + (0.6)P[B]$$
$$= \frac{0.6 - 0.4}{0.6} = \frac{0.2}{0.6}$$
$$= \frac{1}{3}$$

3.10 - Sean A y B dos eventos asociados con un experimento. Supóngase que $P(A) = 0.4$ mientras que $P(A \cup B) = 0.7$. Sea $P(B) = p$

a) ¿Para qué elección de p son A y B mutuamente excluyentes?

b) ¿Para qué elección de p son A y B independientes?

a) $P[A \cup B] = P[A] + P[B] - P[A \cap B]$

$0.7 = 0.4 + p - P[A \cap B]$

$P[A \cap B]$ = Son excluyentes = 0, sí y solo sí $p = 0.3$

b) $P[A \cup B] = P[A] + P[B] - P[A \cap B]$

$0.7 = 0.4 + p - P[A]P[B]$

$0.7 = 0.4 + p - (0.4)p$

donde $p = \frac{0.3}{0.6} = 0.5$

3.11.- Tres componentes de un mecanismo, digamos C_1, C_2 y C_3 están colocados en serie (en una línea recta). Supóngase que esos mecanismos están agrupados en orden aleatorio. Sea R el evento {C_2 está a la derecha de C_1}, y S el evento {C_3 está a derecha de C_1}. ¿Los eventos R y S son independientes? ¿Por qué?

R = [C_2 esta a la derecha de C_1]

S = [C_3 esta a la derecha de C_1]

Puesto que C_1, C_2 y C_3 estan en serie, el numero de formas es 3!.

$N(R) = N(S) = 3$

$P[R] = \frac{3}{3!} = \frac{1}{2}$

$P[S] = \frac{3}{3!} = \frac{1}{2}$

$P[R]P[S] = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ — — ①

$N(R \cap S) = 2$,

$P[R \cap S] = \frac{2}{3!} = \frac{1}{3}$ — ②

① y ② $P[R \cap S] \neq P[R]P[S]$

Ramírez Cotonieto Luis Fernando
2020630417
2CM6