Factor de fondo de amortización y factor de cantidad compuesta para una serie uniforme (A/F y F/A)

La forma más simple de derivar el factor A/F consiste en sustituirlo en aquellos ya desarrollados. Por tanto, si P de la ecuación (2.3) se sustituye en la ecuación (2.7), resulta la siguiente fórmula:

$$A = F\left[\frac{1}{(1+i)^n}\right]\left[\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}\right]$$

$$\boldsymbol{A = F\left[\frac{i}{(1+i)^n - 1}\right]} \qquad \textbf{(2.12)}$$

La expresión entre corchetes de la ecuación (2.12) es el **factor de fondo de amortización** o ***A*/*F***, el cual determina la serie de valor anual uniforme equivalente a un valor futuro determinado F, lo cual se muestra gráficamente en la figura 2-6*a*).

Colocación de F

La serie uniforme A se inicia al **final del año (periodo) 1** y continúa **a lo largo del periodo de la *F* dada**. El último valor de A y F ocurre al mismo tiempo.

La ecuación (2.12) puede reordenarse para encontrar F para una serie A dada en los periodos 1 a n [(figura 2-6*b*)].

$$\boldsymbol{F = A\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]} \qquad \textbf{(2.13)}$$

El término entre corchetes se denomina *factor de cantidad compuesta de una serie uniforme* (FCCSU), o **factor *F*/*A***. Cuando se multiplica por la cantidad anual uniforme A dada, produce el **valor futuro de la serie uniforme**. Es importante recordar que la cantidad futura F ocurre durante el mismo periodo que la última A.

La notación estándar sigue la misma forma que la de los otros factores. Éstas son $(F/A,i,n)$ y $(A/F,i,n)$. La tabla 2-3 resume las notaciones y las ecuaciones, que también se encuentran en las guardas de este libro.

Cabe observar que los factores de series uniformes se determinan simbólicamente mediante una forma de factor abreviada. Por ejemplo, $F/A = (F/P)(P/A)$, donde la cancelación de la P es correcta. Con las fórmulas de factor se obtiene

$$(F/A,i,n) = [(1+i)^n]\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}\right] = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

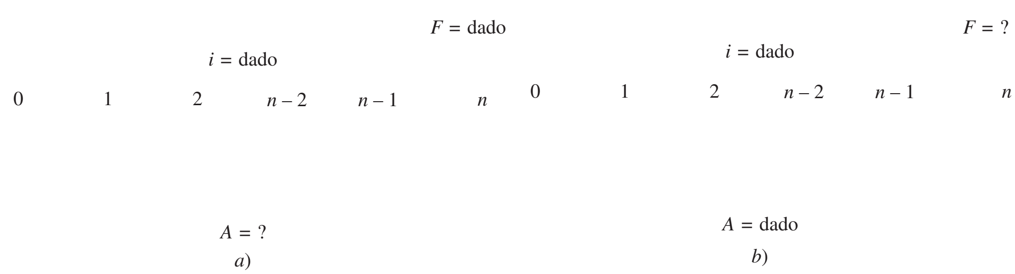

Figura 2-6
Diagramas de flujo de efectivo para encontrar *a*) A, dado F, y *b*) F, dado A.

Notación	Factor Nombre	Encontrar/ Dado	Fórmula del factor	Ecuación con notación estándar	Funciones de Excel
$(F/A,i,n)$	Cantidad compuesta, serie uniforme	F/A	$\frac{(1+i)^n - 1}{i}$	$F = A(F/A,i,n)$	$=$ VF(i%,n,A)
$(A/F,i,n)$	Fondo de amortización	A/F	$\frac{i}{(1+i)^n - 1}$	$A = F(A/F,i,n)$	$=$ PAGO(i%,n,F)

EJERCICIO

El presidente de Ford Motor Company quiere saber el valor futuro equivalente de una inversión de capital de \$1 millón cada año durante ocho años, empezando un año a partir de ahora. El capital de Ford gana a una tasa de 14% anual.

Solución

El diagrama de flujo de efectivo (figura 2-7) muestra los pagos anuales que inician al final del año 1 y terminan en el año en que se desea calcular el valor futuro. Los flujos de efectivo se indican en unidades de \$1 000•• •••. El valor F en ocho años se obtiene con el factor F/A.

$$F = 1\,000(F/A,14\%,8) = 1\,000(13.2328) = \$13\,232.80$$ •• •••

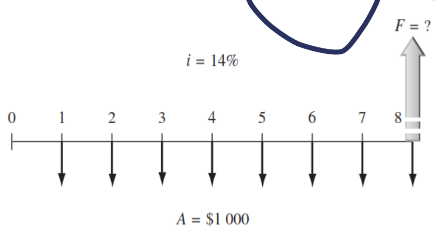

Figura 2-7

Diagrama para encontrar F en una serie uniforme•

Tablas de factores de interés compuesto

14% TABLA 18 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto 14%

	Pagos únicos		Serie de pagos uniformes				Gradientes aritméticos	
n	Cantidad compuesta F/P	Valor presente P/F	Fondo hundido A/F	Cantidad compuesta F/A	Recuperación de capital A/P	Valor presente P/A	Valor presente del gradiente P/G	Serie uniforme del gradiente A/G
1	1.1400	0.8772	1.00000	1.0000	1.14000	0.8772		
2	1.2996	0.7695	0.46729	2.1400	0.60729	1.6467	0.7695	0.4673
3	1.4815	0.6750	0.29073	3.4396	0.43073	2.3216	2.1194	0.9129
4	1.6890	0.5921	0.20320	4.9211	0.34320	2.9137	3.8957	1.3370
5	1.9254	0.5194	0.15128	6.6101	0.29128	3.4331	5.9731	1.7399
6	2.1950	0.4556	0.11716	8.5355	0.25716	3.8887	8.2511	2.1218
7	2.5023	0.3996	0.09319	10.7305	0.23319	4.2883	10.6489	2.4832
8	2.8526	0.3506	0.07557	13.2328	0.21557	4.6389	13.1028	2.8246
9	3.2519	0.3075	0.06217	16.0853	0.20217	4.9464	15.5629	3.1463
10	3.7072	0.2697	0.05171	19.3373	0.19171	5.2161	17.9906	3.4490
11	4.2262	0.2366	0.04339	23.0445	0.18339	5.4527	20.3567	3.7333

2.4 Calculo del valor del numero de periodos "n"

Con frecuencia es necesario determinar el valor de un factor *i* o *n* que no se encuentra en las tablas de interés compuesto.

- Usar la fórmula

Una persona desea adquirir una automóvil al contado, para lo cual requiere reunir $120 mil depositando $5 mil mensualmente en un fondo de inversión que paga el 1.5% de interés mensual. ¿Cuántos depósitos necesita efectuar para reunir esa cantidad?

$$F = A\frac{[(1+i)^n - 1]}{i}$$

Sustituyendo los valores en la fórmula:

$$120 = 5\frac{[(1+0.015)^n - 1]}{0.015}$$

Realizando las operaciones algebraicas para despejar "n"

$$\frac{120}{5} X 0.015 = (1.015)^n - 1$$

$$24 X 0.015 = (1.015)^n - 1$$

$$1 + 0.36 = (1.015)^n$$

$$1.36 = 1.015^n$$

tomando logaritmos naturales (ln) o logaritmos base 10 (log)

$$ln\ (1.36) = ln\ (1.015)^n$$

$$ln\ (1.36) = n\ ln\ (1.015)$$

$$0.307484 = n\ (0.014888)$$

$$\frac{0.307484}{0.014888} = n$$

$$n = 20.65\ meses$$

Calculo del Número de periodos utilizando los factores de equivalencias indicados en las tablas

$F = A\,(F/A,1.5\%,n)$

120 = 5•(F/

1.5%	TABLA 6 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto							1.5%
	Pagos únicos		Serie de pagos uniformes				Gradientes aritméticos	
n	Cantidad compuesta F/P	Valor presente P/F	Fondo hundido A/F	Cantidad compuesta F/A	Recuperación de capital A/P	Valor presente P/A	Valor presente del gradiente P/G	Serie uniforme del gradiente A/G
1	1.0150	0.9852	1.00000	1.0000	1.01500	0.9852		
2	1.0302	0.9707	0.49628	2.0150	0.51128	1.9559	0.9707	0.4963
3	1.0457	0.9563	0.32838	3.0452	0.34338	2.9122	2.8833	0.9901
4	1.0614	0.9422	0.24444	4.0909	0.25944	3.8544	5.7098	1.4814
5	1.0773	0.9283	0.19409	5.1523	0.20909	4.7826	9.4229	1.9702
6	1.0934	0.9145	0.16053	6.2296	0.17553	5.6972	13.9956	2.4566
7	1.1098	0.9010	0.13656	7.3230	0.15156	6.5982	19.4018	2.9405
8	1.1265	0.8877	0.11858	8.4328	0.13358	7.4859	25.6157	3.4219
9	1.1434	0.8746	0.10461	9.5593	0.11961	8.3605	32.6125	3.9008
10	1.1605	0.8617	0.09343	10.7027	0.10843	9.2222	40.3675	4.3772
11	1.1779	0.8489	0.08429	11.8633	0.09929	10.0711	48.8568	4.8512
12	1.1956	0.8364	0.07668	13.0412	0.09168	10.9075	58.0571	5.3227
13	1.2136	0.8240	0.07024	14.2368	0.08524	11.7315	67.9454	5.7917
14	1.2318	0.8118	0.06472	15.4504	0.07972	12.5434	78.4994	6.2582
15	1.2502	0.7999	0.05994	16.6821	0.07494	13.3432	89.6974	6.7223
16	1.2690	0.7880	0.05577	17.9324	0.07077	14.1313	101.5178	7.1839
17	1.2880	0.7764	0.05208	19.2014	0.06708	14.9076	113.9400	7.6431
18	1.3073	0.7649	0.04881	20.4894	0.06381	15.6726	126.9435	8.0997
19	1.3270	0.7536	0.04588	21.7967	0.06088	16.4262	140.5084	8.5539
20	1.3469	0.7425	0.04325	23.1237	0.05825	17.1686	154.6154	9.0057
21	1.3671	0.7315	0.04087	24.4705	0.05587	17.9001	169.2453	9.4550
22	1.3876	0.7207	0.03870	25.8376	0.05370	18.6208	184.3798	9.9018

calculo de valores a traves del método de interpolación lineal

Para una descripción gráfica de la explicación que sigue, consulte la figura
2-10. En primer lugar, seleccione dos valores tabulados (x_1 y x_2) del parámetro para el cual se requiera el factor, es decir, i o n, asegurándose de que entre ambos valores se localice el valor desconocido, x, y que no estén demasiado lejos de él. En segundo lugar, encuentre los valores tabulados correspondientes (f_1 y f_2). En tercer lugar, despeje el valor f desconocido, interpolado linealmente con la fórmula siguiente, donde las diferencias entre paréntesis se denotan en la figura 2-10 como a a c.

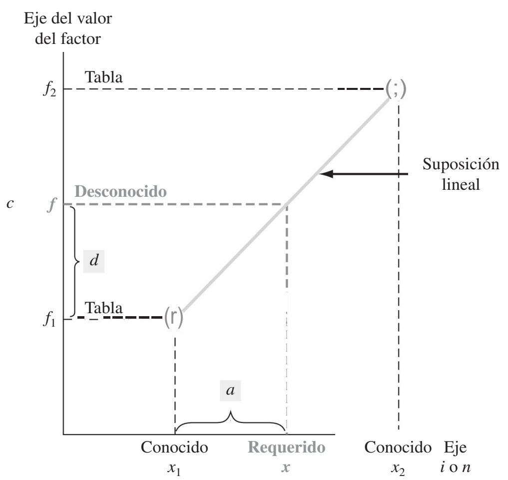

Figura 2-10
Interpolación lineal con las tablas de valores de los factores.

$$f = f_1 + \frac{(x - x_1)}{(x_2 - x_1)}(f_2 - f_1) \quad (2.16)$$

El valor de d será positivo o negativo si el factor aumenta o disminuye de valor entre x_1 y x_2, respectivamente

Determine el valor del••• •••
•••
••• quedaria representda

•••

••• $(F/A, 1.5\%, 21) = 24.4705$

$$n_x = n_1 + \frac{f - f_1}{f_2 - f_1}(n_2 - n_1)$$

n_x = *valor del periodo a determinar*
n_1 = *valor del periodo inicial*
n_2 = *valor del periodo final*
f = *valor del factor (previamente calculado)*
$f1$ = *valor del factor en en el peridodo* n_1
$f2$ = *valor del factor en en el peridodo* n_2

sustituyendo los valores en la ecuacion anterior

$$n_x = 20 + \frac{24 - 23.1237}{24.4705 - 23.1237}(21 - 20)$$

$$n_x = 20 + \frac{0.8763}{1.3468}(1)$$

$$n_x = 20 + 0.65$$

$$n_x = 20.65 \ \textit{meses}$$

Observe que, como el valor del factor • /A ••• •••a medida que el de • se incrementa, el ajuste lineal es •••0.8763. Como es evidente, la interpolación lineal proporciona una aproximación al valor correcto del factor (F/A) para ••5% •••
••• •••e requieren más cálculos que el uso de la fórmula•