

1.1 INTRODUCCION

Las matemáticas financieras son fundamentales para tomar la mejor decisión, cuando se invierte dinero en proyectos o en inversiones, por eso es conveniente que el lector defina y explique los conceptos básicos sobre proyectos y las diferentes inversiones que se pueden llevar a cabo en la vida cotidiana y empresarial. También, es importante, que se conozca la importancia del concepto del valor del dinero a través del tiempo, como elemento fundamental de las matemáticas financieras, así como del principio de equivalencia y el principio de visión económica, que se aplican en el diagrama económico, para efecto de trasladar los flujos de caja al presente o al futuro.

1.2 IMPORTANCIA DE LA MATEMATICAS FINANCIERAS.

Las organizaciones y la personas toman decisiones diariamente que afectan su futuro económico, por lo cual, deben analizar técnicamente los factores económicos y no económicos, así como también los factores tangibles e intangibles, inmersos en cada una de las decisiones que se toman para invertir el dinero en las diferentes opciones que se puedan presentar, de allí, la importancia de las técnicas y modelos de la matemáticas financieras en la toma de las decisiones, ya que cada una de ellas afectará lo que se realizará en un tiempo futuro, por eso, las cantidades usadas en la matemáticas financieras son las mejores predicciones de lo que se espera que suceda.

No hay que olvidar que en todo proceso de toma de decisión siempre aparece el interrogante de tipo económico, debido a lo que espera toda organización o persona es la optimización de los recursos con que se cuenta.

Cuando se busca la solución que optimice los recursos con que se cuentan generalmente hay que abordar las siguientes preguntas claves:

- ¿Se justifica la realización del proyecto o la inversión?
- ¿Se puede usar la actual infraestructura de producción para alcanzar el nuevo nivel de producción?
- ¿El tiempo estipulado para la realización del proyecto es el adecuado?
- ¿Es recomendable o favorable la inversión económica o socialmente?
- ¿Cuál de las alternativas planteadas es la mejor para la organización o inversionistas?

Las respuestas a las preguntas señaladas ayudan a la organización o inversionista a eliminar proyectos que no son factibles de realizar por no contar con los recursos necesarios o por no ser lo suficientemente redituables (obtener la ganancia esperada). De allí, la importancia de desarrollar todo el proceso de toma de decisiones para plantear soluciones o alternativas para el problema que se está enfrentando.

Lo expuesto anteriormente, muestra la dimensión e importancia de las MATEMATICAS FINANCIERAS como herramienta de análisis y evaluación en el proceso de toma de decisiones.

1.3 DEFINICIONES DE LAS MATEMATICAS FINANCIERAS

Las matemáticas financieras pueden tener varias definiciones, pero todas presentan el mismo objetivo final.

“Estudia el conjunto de conceptos y técnicas cuantitativas de análisis útiles para la evaluación y comparación económica de las diferentes alternativas que un inversionista, o una organización pueden llevar a cabo y que normalmente están relacionadas con proyectos o inversiones en: sistemas, productos, servicios, recursos, inversiones, equipos, etc., para tomar



decisiones que permitan seleccionar la mejor o las mejores posibilidades entre las que se tienen en consideración”.

“Es una herramienta de trabajo que permite el análisis de diferentes alternativas planteadas para la solución de un mismo problema”.

“Es el estudio de todas las formas posibles para desarrollar nuevos productos (o resolver un problema), que ejecutarán funciones necesarias y definidas a un costo mínimo”.

“Es un conjunto de conceptos y técnicas de análisis, útiles para la comparación y evaluación económica de alternativas”.

En general el objetivo básico de las matemáticas financieras es seleccionar la alternativa más conveniente desde el punto de vista económico.

1.4 DEFINICIONES DE PROYECTO

Existen varias definiciones del término proyecto, entre las cuales se pueden enumerar las siguientes:

Las Naciones Unidas, en su Manual de Proyectos de Desarrollo Económico, expresa: “*Un proyecto es el conjunto de antecedentes que permite estimar las ventajas y desventajas económicas que se derivan de asignar ciertos recursos de un país para la producción de determinados bienes o servicios*”

La definición indica que si los resultados económicos esperados son favorables el proyecto debe llevarse hasta finalizarlo, dando especial consideración a las diferentes etapas que lo conforman.

El Banco Mundial define proyecto de la siguiente manera:

“El proyecto es, en un caso ideal, una serie óptima de actividades orientadas hacia la inversión fundadas en una planificación sectorial completa y coherente, mediante la cual se espera que un conjunto específico de recursos humanos y materiales produzca un grado determinado de desarrollo económico y social”.

El Instituto Latinoamericano y del Caribe de Planificación Económica y Social,(ILPES), en su documento Guía para la presentación de proyectos proporciona la siguiente definición:

“En su significado básico, el proyecto es el plan prospectivo de una unidad de acción capaz de materializar algún aspecto del desarrollo económico o social.

Esto implica, desde el punto de vista económico. Proponer la producción de algún bien o la prestación de algún servicio, con el empleo de una cierta técnica y con miras a obtener u determinado resultado o ventaja, económico o social. Como plan de acción, el proyecto supone también la indicación de los medios necesarios para su realización y la adecuación de esos medios a los resultados que se persiguen. El análisis de estas cuestiones se hace en los proyectos no sólo del punto de vista económico sino también técnico y financiero, administrativo e institucional”.

En la forma más simple un proyecto se puede definir como la búsqueda de una solución inteligente al planteamiento de un problema para resolver, entre muchas, una necesidad humana.

Un proyecto de inversión es un plan, que si se le asigna determinado monto de capital y se le proporciona insumos de diferentes tipos, podrá producir un bien o un servicio, útil al ser humano o a la sociedad en general.

1.5 INVERSIONES

Las inversiones son la asignación de recursos en los diferentes departamentos de una organización, con las cuales se logran los objetivos trazados en cada uno de ellos. Las inversiones deben ser evaluadas cuidadosamente a fin de determinar su aceptación o rechazo y establecer su grado de prioridad dentro de los planes estratégicos de la empresa. Los errores cometidos en las decisiones de inversión no sólo tienen consecuencias negativas en los resultados de las operaciones, sino que también impactan las estrategias de la empresa.

1.6 ASPECTOS BASICOS DE UN ANALISIS DE INVERSIONES

Para la correcta realización de un estudio de las matemáticas financieras, se requieren básicamente analizar las siguientes etapas:

- a) Análisis técnico
- b) Análisis económico
- c) Análisis financiero
- e) Análisis del mercado
- f) Análisis Administrativo

Análisis técnico: Se refiere a la factibilidad operacional del proyecto o alternativa, es decir, se define la viabilidad técnica del proyecto. En este análisis, se definirá las especificaciones técnicas de los insumos necesarios para ejecutar el proyecto en relación con: tipo y cantidad de materia prima e insumos, nivel de calificación del recurso humano requerido, la maquinaria y los equipos necesarios para el proyecto y un programa de las inversiones iniciales y de reposición, así como también, los calendarios de mantenimiento.

Análisis económico: Se refiere a la factibilidad económica de la alternativa o proyecto (Si es rentable o no). Es importante, pues es la que al final permite decidir la implantación del proyecto.

Análisis financiero: Se refiere a la disponibilidad y origen de los fondos necesarios para realizar el proyecto. En otras palabras, se refiere a la identificación de las fuentes de financiación del proyecto internas y externas, permite adicionalmente establecer criterios para el manejo de excedentes e identificar las necesidades de liquidez, para construir y negociar el plan de financiamiento del proyecto.

Análisis del mercado: En el cual se determinan ventas y clientes potenciales para los bienes y servicios que van a producirse. Además, de estudiar la demanda, es necesario tener en cuenta la oferta y precios, tanto de los productos como de los insumos de un proyecto. En la demanda

de los productos, se analiza el volumen presente y futuro y las variables relevantes para su proyección como: población objetivo o segmento de mercado, niveles de ingresos esperados, productos complementarios y sustitutos que ya estén o que en el futuro entraran al mercado. Es importante tener en cuenta el mercado local, regional, nacional y el internacional.

Análisis Administrativo: Es un diseño que muestra la estructura organizacional y define la necesidades de personal del proyecto, además; genera la información sobre las necesidades de infraestructura para el normal desarrollo de las actividades de las diferentes áreas que conforman el proyecto como son: planeación, personal, finanzas, cobranzas, etc. En este análisis, también se señala los equipos y dotación de insumos requeridos para el adecuado funcionamiento administrativo.

1.7 VALOR DEL DINERO EN EL TIEMPO

Es el concepto más importante en las matemáticas financieras. El dinero, como cualquier otro bien, tiene un valor intrínseco, es decir, su uso no es gratuito, hay que pagar para usarlo. El dinero cambia de valor con el tiempo por el fenómeno de la inflación y por el proceso de devaluación. El concepto del valor del dinero dio origen al interés.

El concepto del valor del dinero en el tiempo, significa que sumas iguales de dinero no tendrán el mismo valor si se encuentran ubicadas en diferentes tiempos, siempre y cuando la tasa de interés que las afecta sea diferente a cero

La inflación es el fenómeno económico que hace que el dinero todos los días pierda poder adquisitivo o que se desvalorice. Por ejemplo, dentro de un año se recibirá los mismo \$ 1.000 pero con un poder de compra menor de bienes y servicios. Desde un punto de vista más sencillo, con los \$ 1.000 que se recibirá dentro de un año se adquirirá una cantidad menor de bienes y servicios que la que se puede comprar hoy, porque la inflación le ha quitado poder de compra al dinero.

1.8 INTERES

Cuando una persona utiliza un bien que no es de su propiedad; generalmente deba pagar un dinero por el uso de ese bien; por ejemplo se paga un alquiler al habitar un apartamento o vivienda que no es de nuestra propiedad. De la misma manera cuando se pide prestado dinero se paga una renta por la utilización de esos dinero, En este caso la renta recibe el nombre de interés o intereses.

En otras palabras se podría definir el interés, como la renta o los réditos que hay que pagar por el uso del dinero prestado. También se puede decir que el interés es el rendimiento que se tiene al invertir en forma productiva el dinero, el interés tiene como símbolo I . En concreto, el interés se puede mirar desde dos puntos de vista.

- i) Como costo de capital: cuando se refiere al interés que se paga por el uso del dinero prestado.
- ii) Como rentabilidad o tasa de retorno: cuando se refiere al interés obtenido en una inversión.

Usualmente el interés se mide por el incremento entre la suma original invertida o tomada en préstamo (P) y el monto o valor final acumulado o pagado.

De lo anterior se desprende que si hacemos un préstamo o una inversión de un capital de P , después de un tiempo n se tendría una cantidad acumulada de F , entonces se puede representar el interés pagado u obtenido, mediante la expresión siguiente:



$$I_{\text{pagado}} = F - P \quad (1.1)$$

Pero el interés (I_{pagado}) también puede ser expresado como:

$$I_{\text{pagado}} = P * i * n \quad (1.2)$$

Analizando la anterior fórmula, se establece que el interés es una función directa de tres variables: El capital inicial (P), la tasa de interés (i) y el tiempo (n). Entre mayor sea alguno de los tres, mayor serán los intereses.

1.9 TASA DE INTERES

La tasa de interés mide el valor de los intereses en porcentaje para un período de tiempo determinado. Es el valor que se fija en la unidad de tiempo a cada cien unidades monetarias (\$100) que se invierten o se toman en calidad de préstamo, por ejemplo, se dice.: 25% anual, 15% semestral, 9 % trimestral, 3% mensual.

Cuando se fija el 25% anual, significa que por cada cien pesos que se inviertan o se prestan se generaran de intereses \$ 25 cada año, si tasa de interés es 15% semestral, entonces por cada cien pesos se recibirán o se pagaran \$ 15 cada seis meses, etc.

La tasa de interés puede subir o bajar, dependiendo de la oferta y demanda monetaria, la inflación, las políticas del gobierno, etc. Es un indicador muy importante en la economía de un país, porque le coloca valor al dinero en el tiempo.

Matemáticamente la tasa de interés, se puede expresar como la relación que se da entre lo que se recibe de interés (I) y la cantidad invertida o prestada, de la ecuación (1.1), se obtiene:

$$\text{Tasa interés (i)} = (I / P) * 100 \rightarrow \text{Expresado en porciento}$$

Ejemplo 1.1

Se depositan en una institución financiera la suma de \$ 1,200,000 al cabo de 8 meses se tiene un monto acumulado de \$ 1,400,000.

Calcula el valor de los intereses:

$$I = F - P = 1.400.000 - 1.200.000 = \$ 200.000$$

b) Calcula la tasa de interés (i) a la que se hizo el depósito

$$i = (200,000 / 1,200,00) * 100 = 16.66 \%$$

La variación del dinero en \$ 200.000 en los 8 meses, se llama valor del dinero en el tiempo y su medida, son los intereses producidos.

Las razones a la existencia del interés se deben a:

- i. El dueño del dinero (prestamista) al cederlo se descapitaliza perdiendo la oportunidad de realizar otras inversiones atractivas.

- ii. Cuando se presta el dinero se corre el riesgo de no recuperarlo o perderlo, por lo tanto, el riesgo se toma si existe una compensación atractiva.
- iii. El dinero está sujeto a procesos inflacionarios y devaluatorios en cualquier economía, implicando pérdida en el poder adquisitivo de compra.
- iv. Quien recibe el dinero en préstamo (prestatario) normalmente obtiene beneficios, por lo cual, es lógico que el propietario del dinero, participe de esas utilidades.

Existen dos tipos de interés, simple y compuesto, los cuales se estudiarán posteriormente.

La tasa de interés siempre se presenta en forma porcentual, así: 3% mensual, 15% semestral, 25% anual, pero cuando se usa en cualquier ecuación matemática se hace necesario convertirla en número decimal, por ejemplo: 0.03, 0.15 y 0.25

La unidad de tiempo generalmente usada para expresar las tasas de interés es el año. Sin embargo, las tasas de interés se expresan también en unidades de tiempo menores de un año. Si a la tasa de interés, no se le especifica la unidad de tiempo, se supone que se trata de una tasa anual.

Ejemplo 1.2

Una entidad le presta a una persona la suma de \$ 2,000,000 y al cabo de un mes paga \$ 2,050,000. Calcular el valor de los intereses y la tasa de interés pagada.

$$I = F - P = 2.050.000 - 2.000.000 = \$50.000$$

$$i = \frac{I}{P} = \frac{50.000}{2.000.000} = 0.025 = 2,5\% \text{ mensual}$$

1.10 EQUIVALENCIA.

El concepto de equivalencia juega un papel importante en las matemáticas financieras, ya que en la totalidad de los problemas financieros, lo que se busca es la equivalencia financiera o equilibrio los ingresos y egresos, cuando éstos se dan en períodos diferentes de tiempo. El problema fundamental, se traduce en la realización de comparaciones significativas y valederas entre varias alternativas de inversión, con recursos económicos diferentes distribuidos en distintos períodos, y es necesario reducirlas a una misma ubicación en el tiempo, lo cual sólo se puede realizar correctamente con el buen uso del concepto de equivalencia, proveniente del valor del dinero en el tiempo.

El proceso de reducción a una misma ubicación en el tiempo, se denomina transformación del dinero en el tiempo. Además, la conjugación del valor de dinero en el tiempo y la tasa de interés permite desarrollar el concepto de equivalencia, el cual, significa que diferentes sumas de dinero en tiempos diferentes pueden tener igual valor económico, es decir, el mismo poder adquisitivo.

Ejemplo 1.3

Si la tasa de interés (i) es del 15%, \$ 1,000 hoy (P) es equivalente a \$1,150 dentro de un año (F)

$$F = P (1 + i)^n$$

Si la tasa de interés (i) es del 15 %, \$ 1,000 hoy (P) son equivalentes a \$ 869.56 un año antes (P_{t-1})



$$P_{t-1} = P / (1+i)^n = (1000/1.15).$$

El concepto de equivalencia, también se puede definir, como el proceso mediante el cual los dineros ubicados en diferentes periodos se trasladan a una fecha o periodo común para poder compararlos.

Partiendo de la base que el dinero tiene valor en el tiempo, por consiguiente, es indispensable analizar la modalidad de interés aplicable y la ubicación de los flujos de caja en el tiempo, por lo tanto, sin importar que existen múltiples desarrollos referente a la ubicación, en este libro se tendrá en cuenta la **ubicación puntual**, la cual considera el dinero ubicado en posiciones de tiempo específica; tiene dos modalidades:

Convención de fin periodo: valora los flujos de caja (ingresos y/o egresos) como ocurridos al final del periodo. Por ejemplo: Si durante el año 2007, se obtuvieron 500 millones de ingresos y el periodo analizado es enero 1 de 2007 a diciembre 31 de 2007, entonces, los ingresos se considerarían obtenidos el 31 de diciembre de 2007.

Convención de inicio de periodo: valora los flujos de caja (ingresos y/o egresos) como ocurridos al principio del periodo. En el ejemplo anterior los 500 millones de ingresos se considerarían obtenidos el 1 de enero de 2007.

En este documento mientras no se indique lo contrario, siempre se trabajará con convención de fin de periodo.

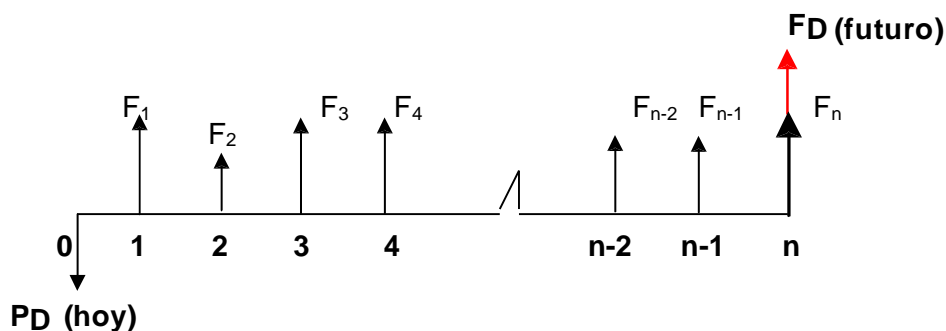
1.11 DIAGRAMA DE TIEMPO O FLUJO DE CAJA

El diagrama de tiempo, también es conocido con los nombres de diagrama económico o diagrama de flujo de caja. Es una de las herramientas más útiles para la definición, interpretación y análisis de los problemas financieros. Un diagrama de tiempo, es un eje horizontal que permite visualizar el comportamiento del dinero a medida que transcurren los periodos de tiempo, perpendicular al eje horizontal se colocan flechas que representan las cantidades monetarias, que se han recibido o desembolsado (FLUJO DE FONDOS O DE EFECTIVO). Por convención los ingresos se representan con flechas hacia arriba (↑) y los egresos con flechas hacia abajo (↓).

Al diagrama económico o de tiempo, hay que indicarle la tasa de interés (**efectiva o periódica**) que afecta los flujos de caja, la cual; debe ser concordante u homogénea con los periodos de tiempo que se están manejando, es decir; si los periodos de tiempos son mensuales, la tasa de interés debe ser mensual, si los periodos de tiempos son trimestrales, la tasa de interés que se maneja debe ser trimestral; etc.

Un diagrama de tiempo tiene un principio y un fin, el principio es conocido como el hoy (ubicado en el cero del diagrama), y allí se encontrará el presente del diagrama (**PD**), mientras que en el fin, se ubicará el futuro del diagrama económico (**FD**) y la terminación de la obligación financiera. Hay que tener en cuenta, que un diagrama económico, contempla presentes y futuros intermedios, es decir, un periodo de tiempo puede ser el presente de uno o varios flujos de caja, o un periodo de tiempo podrá ser un futuro de uno o varios flujos de caja, todo depende entonces de la ubicación del periodo de tiempo versus la ubicación de los flujos de caja.

Es importante anotar que en las matemáticas financieras: **Sólo se permiten sumar, restar y comparar flujos de caja (ingresos y/o egresos) ubicados en los mismos periodos del diagrama económico; hacerlo en diferentes momentos en el tiempo sería incorrecto.**

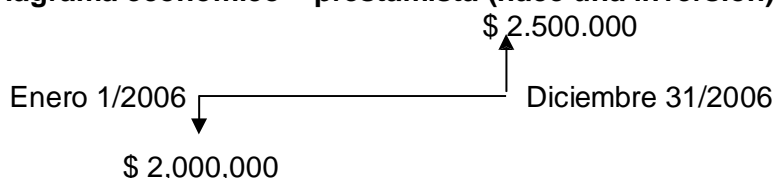


El diagrama de tiempo que se construya para un prestamista será inverso al que se construya para el prestatario.

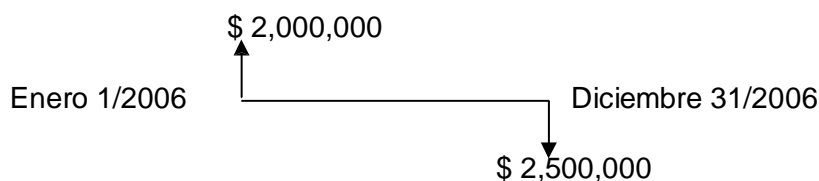
Ejemplo 1.4

Una persona recibe un préstamo el 1 de enero de 2006 de \$ 2,000,000 y cancela el 31 de diciembre del mismo año la suma de \$ 2,500,000. Construir el diagrama económico.

a) Diagrama económico – prestamista (hace una inversión)



c) Diagrama económico – prestatario (recibe un préstamo)



Consideraciones

- 1) El momento en que el prestamista entrega el dinero, y el prestatario lo recibe se conoce con el nombre de presente o momento cero
- 2) El valor entregado inicialmente se denomina valor presente o simplemente P.
- 3) El segmento de recta representa el tiempo de la operación financiera (n)
- 4) La suma entregada al final recibe el nombre de valor futuro o simplemente F.

Cuando una persona ahorra o deposita dinero en una institución financiera que reconoce una tasa de interés, la relación entre las partes se asimila al escenario prestamista – prestatario. Para este caso, el ahorrador o depositante asume el papel de prestamista y la institución financiera será el prestatario.

EJERCICIOS PROPUESTOS

- 1) Una inversión realizada hoy por \$ 1 200 000 genera al final de un año la suma de \$ 1.536.000. Se pide:
- a) La suma ganada por intereses. **R/. \$ 336.000**
 - b) La tasa de interés de la operación financiera. **R/. 28% anual**
- 2) Cuánto se debe invertir hoy para tener después de un semestre la suma de \$ 8 500 000 y se ganen intereses de \$ 480 000. Cuál es la tasa de interés semestral. **R/. \$ 8.020.000, 5,985% semestral**
- 3) Si invierto hoy 100 000 durante un periodo de tiempo a las tasas de interés indicadas abajo; cual será el valor de los intereses generado por dicha inversión.
- a) 1.2% quincenal. **R/. \$ 120.000 quincenales**
 - b) 2,5% mensual. **R/. \$ 250.000 mensuales**
 - c) 7% trimestral. **R/. \$ 700.000 trimestrales**
- 4) Si usted invirtió \$ 1 500 000 durante un año, al final del cual le entregaron \$ 2,000,000. Cuál fue su rentabilidad?. **R/. 33,33% anual**

5) A usted le concedieron un préstamo por 500,000 durante un trimestre, al final del cual debe pagar \$ 560,000. Cuál fue la tasa de interés trimestral que le aplicaron por el crédito?. **R/ 12% trimestral**

7) Un apartamento por valor de \$ 1,250,000 se adquiere a crédito, y se desea cancelar en un año con cuotas iguales de 250,000 al final de cada bimestre (incluye capital e intereses).

a) Construya el diagrama económico desde el punto de vista del comprador

b) Construya el diagrama económico desde el punto de vista del vendedor.

9) Un préstamo por \$ 16 000 se paga con 4 cuotas iguales al final del trimestrales más los intereses sobre saldos insolutos. Si la tasa de interés es del 7% trimestral. Construya el diagrama económico, indicando toda la información pertinente para entender la forma en que se paga el préstamo.

NOTA: Los intereses sobre saldos insolutos se calculan sobre la parte del crédito que todavía no ha sido pagado, por ejemplo:

Si pido 4000 a pagar en 4 trimestres con tasa de interés trimestral de 5%

Periodo trimestre	Capital solicitado en préstamo	Capital Pagado en el trimestre	Capital sobre el que se cobran los intereses	Intereses sobre saldo insoluto	total pagado
0	4000				
1	-----	1000	4000	200	1200
2	-----	1000	3000	150	1150
3	-----	1000	2000	100	1100
4	-----	1000	1000	50	1050
					4500