"Examen 2do Par. Proba"

Ramírez Cotonieto Luis Fernando - - - - 2CM6

1- Se supone que el diámetro de un cable eléctrico, digamos X, es una v.a continua con una fdp $f(x) = 6x(1-x)$, $0 \le x \le 1$

a) Verifique que la anterior es una fdp

b) Obtenga una expresión para fda y dibujela

c) Calcule $P(x \le \frac{1}{2} \mid \frac{1}{3} \le x \le \frac{2}{3})$

a) Usamos $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\, dx = 1$

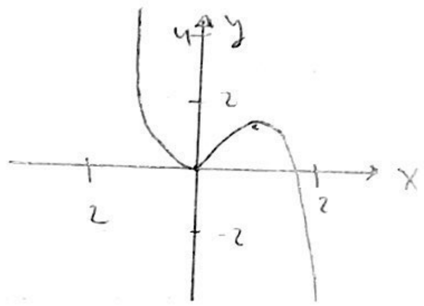
$$\int_0^1 6x(1-x)\, dx$$

$$= \int_0^1 (6x - 6x^2)\, dx$$

$$3x^2 - 2x^3 \Big|_0^1$$

$$= 1$$

b.1) Gráfica de $3x^2 - 2x^3$



b) $F(x) = P(X \le x)$

$$= \int_0^x 6t(1-t)\, dt$$

$$= \int_0^x (6t - 6t^2)\, dt$$

$$= 3t^2 - 2t^3 \Big|_0^x$$

$$= 3x^2 - 2x^3$$

c) Usando probabilidad condicional

$$P(x \le \tfrac{1}{2} \mid \tfrac{1}{3} \le x \le \tfrac{2}{3})$$

$$= \frac{P(\frac{1}{3} \le x \le \frac{1}{2})}{P(\frac{1}{3} \le x \le \frac{2}{3})}$$

$$= \frac{F(1/2) - F(1/3)}{F(2/3) - F(1/3)}$$

$$= \frac{\frac{13}{54}}{\frac{13}{27}} = \frac{13 \cdot 27}{54 \cdot 13} = \frac{1}{2}$$

1

2 - Se selecciona 5 alumnos al azar de un grupo donde 2% (Suponga este valor constante) de los alumno ha aprobado la materia de Probabilidad y estadística. ¿Cuál es la probabilidad de obtener cuando menos 3 alumnos reprobados de la selección?

Al menos 3 sucesos incluyen
$x = 3, 4, 5$

$P(x \geq 3) = P(3) + P(4) + P(5)$

dado $n = 5$, $p = 0.02$, $x = 3$

$$p(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$$

$$\binom{n}{x} = \frac{n!}{x!(n-x)!}$$

$$p(x) = \frac{n!}{x!(n-x)!} \cdot p^x \cdot (1-p)^{n-x}$$

$$P(3) = \frac{5!}{3!(5-3)!} \cdot 0.02^3 \cdot (1-0.02)^{5-3}$$

$P(3) = 7.6832E-5$

$$P(4) = \frac{5!}{4!(5-4!)} \cdot 0.02^4 (1-0.02)^{5-4}$$

$P(4) = 7.84E-7$

$$P(5) = \frac{5!}{5!(5-5)!} \cdot 0.02^5 \cdot (1-0.02)^{5-5}$$

Ramírez Cutoneto Luis Fernando

$p(5) = 3.2E-9$

$p(3) + p(4) + p(5) = p(x \geq 3)$

$= 7.6832E-5 + 7.84E-7 + 3.2E-9$

$= 7.76192E-5$

$P(x \geq 3) = 7.76192E-5$

Ramírez Cotonieto Luis Fernando

3. a) Suponga que la variable aleatoria discreta X toma los valores 1, 2 y 3 con igual probabilidad. Encuentre la distribución de probabilidades de $y = 2x + 3$

b) Suponga que $P(X \leq 0.29) = 0.75$, donde X es una v.a continua con alguna distribución definida en (0,1). Si $y = 1 - x$, determine k, de modo que $P(y \leq k) = 0.25$

Mo: p?
M1

X	P(X=x)
1	1/3
2	1/3
3	1/3

a) $y = 2x + 3 \quad \therefore \quad y = 5, 7, 9$

y	P(Y=y)
5	1/3
7	1/3
9	1/3

b) $P(x \leq 0.29) = 0.75$

$y x \sim U(0,1)$ $[a=0, b=1]$

$y = 1 - x$

$F(x) = P(X \leq x)$

$P(Y \leq y)$

$= \dfrac{x-a}{b-a} = x$

$P(1 - x < y)$

$P(1 - y < x)$

$\therefore P(x > x) = 1 - P(x \leq x)$

$P(x > 1 - y)$

$= 1 - x$

$= 1 - (1 - y)$

ie $= y P(Y \leq y) = y$

$\rightarrow P(Y = y) = f(y) = \frac{1}{1}$

$P(y \leq k) = k = 0.25$

(9)

Ramírez Cotonieto Luis Fernando

4. Se seleccionan dos cartas al azar de una baraja. Sea X el numero de ases obtenidos y Y el numero de reinas obtenidos

a) Obtenga la distribución conjunta de (x, y)

b) Obtenga la distribuciones marginales de X y Y

Contemplando que hay 4 A's, 4 Q's y 52 cartas podemos contemplar

$$= \binom{52}{2}$$

y $52 - 4 - 4$

$= 44$

As's = 0

Q's = 0

$$P\left[\binom{4}{0}\right] \times \left[\binom{4}{0}\right] \times \left[\binom{44}{2}\right] \Big/ \left[{}^{52}/_{2}\right]$$

Con lo mismo encontramos.

		X		
		0	1	2
	0	$4C2 / 52C2$	$4C1 \times 44C1 / 52C1$	$4C2 / 52C2$
y	1	$4C1 \times 44C1 / 52C2$	$4C1 \times 4C1 / 52C2$	0
	2	$4C2 / 52C2$	0	0

$\therefore$

$A's = x$

$Q's = y$

Pueden tomar valor de 0, 1, 2
y $x + y \leq 3$

$$P(x,y) = \binom{4}{x} \cdot \binom{4}{y} \cdot \binom{44}{2-x-y} \Big/ \binom{52}{2}$$

b)

x/y	0	1	2	f(x)
0	$\frac{946}{1326}$	$\frac{176}{1326}$	$\frac{6}{1326}$	$\frac{1128}{1326}$
1	$\frac{176}{1326}$	$\frac{16}{1326}$		$\frac{192}{1326}$
2	$\frac{6}{1326}$			$\frac{6}{1326}$
fy(y)	$\frac{1128}{1326}$	$\frac{192}{1326}$	$\frac{6}{1326}$	

$$P(y) = \frac{1128}{1326}, \frac{192}{1326}, \frac{6}{1326}$$

5. La intensidad de la luz en un punto determinado esta distribuida por la relación $I = C/D^2$, donde C es la potencia luminosa de la fuente y D es la distancia de la fuente al punto dado. Suponga que C esta distribuida uniformemente en (1, 2) mientras que D es una v.a.c. con fdp.

$f(d) = e^{-d}, d > 0$. Si C y D son independientes determine la fdp de I.

La fdp de "C" y "D" son respectivamente

$$f_C(c) = 1, 1 < c < 2$$

$$f_D(d) = e^{-d}, d > 0$$

Como "C" y "D" son independientes el conjunto fdp de C y D es:

$$f_{C,D}(c, d) = e^{-d} \times 1$$

$$= e^{-d}, d > 0, 1 < c < 2$$

Ahora $t = \frac{C}{D^2}$, Def. $k = D$

Primero

$$J = \begin{vmatrix} \frac{\partial C}{\partial t} & \frac{\partial C}{\partial k} \\ \frac{\partial D}{\partial t} & \frac{\partial D}{\partial k} \end{vmatrix}$$

$$J = \begin{vmatrix} D^2 & 0 \\ \frac{\partial D}{\partial t} & 1 \end{vmatrix}$$

$$J = D^2$$

I

Ramírez Cotonieto Luis Fernando

Por lo tanto

$$f_{IK}(i,k) = d^2 e^{-d}, \quad i>0,\ k>0$$

$$f_{IK}(i,k) = k^2 e^{-k}$$

$$f_I(i) = \int_0^\infty f_{IK}(i,k)\, \partial k$$

$$= \int_0^\infty k^2 e^{-k}\, dk$$

$$f_I(i) = \Gamma 3.$$

$$= 2, \quad i > 0$$

Ramirez Coronado Luis Fernando