



# Análisis de Algoritmos

## Ejercicio 07: "Recurrencias lineales"

**Nombre:** Luis Fernando Ramírez Cotonieto

**Fecha de entrega:** 07 de Mayo del 2021

**Grupo:** 3CM13



# Ejercicio 07: Recurrencias lineales''

## Análisis de Algoritmos

### 1. Ejercicio 01:

$$T(n)=4T(n-2)-T(n-1)+T(n-3)-3T(n-4)$$

$$\text{Con } T(n) = 1 \text{ para toda } n \leq 4$$

**Sol:**

$$T(n) + T(n-1) - 4T(n-2) - T(n-3) + 3T(n-4) = 0$$

$$k=4$$

Sustituimons por  $x^k$

$$x^4 + x^3 - 4x^2 - x + 3x^0 = 0$$

$$x^4 + x^3 - 4x^2 - x + 3 = 0$$

**Raices:**

$$r1 = -1$$

$$r2 = 1$$

$$r3 = 1.3028$$

$$r4 = -2.3028$$

$$T(n) = C1(-1)^n + C2(1)^n + C3(1,3028) + C4(-2,3028)$$

**Sistema de ecuaciones:**

$$T(0) = C1 + C2 + C3 + C4 = 1$$

$$T(1) = -C1 + C2 + C3(1,3028) + C4(-2,3028) = 1$$

$$T(2) = C1 + C2 + C3(1,6972) + C4(5,3028) = 1$$

$$T(3) = -C1 + C2 + C3(2,2112) + C4(-12,2114) = 1$$

**Soluciones del sistema de ecuaciones:**

$$C1 = 0$$

$$C2 = 1$$

$$C3 = 0$$

$$C4 = 0$$

$$T(n) = 1$$

### 2. Ejercicio 02:

$$T(n) = T(n-1) = 3$$

$$\text{Con } T(0) = 4 \text{ } n \leq 4$$

**Sol:**

$$T(n) - T(n-1) = 3$$

$$b^n = 1^n$$

$$p(n) = 3$$

$$d = 0$$

$$k = 1$$

**Sustituyendo:**

$$(x-1)(x-1)^{0+1} = 0$$

$$(x-1)(x-1) = 0$$

**Raices:**

$$r1 = 1$$

$$r2 = 1$$

**Sustituyendo:**

$$T(n) = C1n^0 1^n + C2n^1 1^n$$

$$T(n) = C_1 + C_2 n$$

$$\text{Si } C_2 = 0$$

$$T(0) = C_1 + C_2(0) = C_1 = 4$$

$$T(1) = T(0) + 3 = C_1 + C_2 = 7$$

**Solución al sistema de ecuaciones:**

$$C_1 = 4$$

$$C_2 = 3$$

$$T(n) = 4 + 3n$$

### 3. Ejercicio 03:

$$T(n) = -5T(n-1) - 6T(n-2) + (42)(4^n)$$

$$\text{Con } T(0) = 18 \text{ y } T(1) = 61$$

**Sol:**

$$T(n) + 5T(n-1) + 6T(n-2) = (42)(4^n)$$

$$b^n p(n)$$

$$b = 4$$

$$p(n) = 42$$

$$d = 0$$

$$k = 2$$

**Sustituyendo por  $x^k$ :**

$$(x^2 + 5x + 6)(x - 4)^{0+1} = 0$$

$$(x^2 + 5x + 6)(x - 4) = 0$$

$$(x+2)(x+3)$$

**Raíces:**

$$r_1 = -2$$

$$r_2 = -3$$

$$r_3 = 4$$

**Sustituyendo:**

$$T(n) = C_1(-2)^n + C_2(-3)^n + C_3(4)^n$$

$$T(0) = C_1 + C_2 + C_3 = 18$$

$$T(1) = -2C_1 - 3C_2 + 4C_3 = 61$$

$$4C_1 + 9C_2 + 16C_3 = 259$$

**Solución del sistema de ecuaciones:**

$$C_1 = 3$$

$$C_2 = -1$$

$$C_3 = 16$$

$$T(n) = 3(-2)^n - (-3)^n + 16(4)^n$$

### 4. Ejercicio 04:

$$T(n) = 5T(n-2) + 3T(n-1)$$

$$\text{Con } T(1) = 2 \text{ y } T(2) = -3$$

**Sol:**

$$T(n) - 3T(n-1) - 5T(n-2) = 0$$

$$k = 2$$

**Sustituyendo por  $x^k$**

$$x^2 - 3x - 5 = 0$$

**Raíces:**

$$r_1 = 4.1925$$

$$r_2 = -1.1925$$

**Sustituyendo:**

$$T(n) = C_1(4.1925)^n + C_2(-1.1925)^n$$

$$T(1) = C_1(4.1925) + C_2(-1.1925)$$

$$T(2) = C_1(17.5770) + C_2(1.4220)$$

**Solución del sistema de ecuaciones:**

C1=-0.02724

C2=-1.77293

$$T(n) = (-0,02724)(4,1925)^n + (-1,77293)(1,9220)^n$$