Series de Tiempo 2018

Maestría en Estadística Aplicada, UNR
Unidad 9

Luis Damiano
damiano.luis@gmail.com

2018-05-10

Contenido

- Modelos de suavizados exponenciales
- Cálculo de pronósticos
- Selección de modelos
- Ejercicio: Pasajeros en el subterráneo

Modelos de suavizados exponenciales (en diez minutos)

Descomposición de series[1]

- Elementos:
  - $\mathcal{T}$ Tendencia: Dirección de largo plazo.
  - $\mathcal{S}$ Estacionalidad: Patrón que se repite con una periodicidad conocida.
  - $\mathcal{C}$ Ciclo: Patrón que se repite con una periodicidad desconocida y cambiante.
  - $\mathcal{E}$ Irregular: Parte no predecible (también conocido como residuo, o error).
- Combinación:
  - $\mathcal{N}$ Ninguno: El componente no existe o no es tenido en cuenta.
  - $\mathcal{A}$ Aditiva: Suma de componentes.
  - $\mathcal{M}$ Multiplicativa: Producto de componentes.
  - Pueden aplicarse diferentes operadores para diferentes elementos.

[1] Hyndman et al. (2008)

Tendencia

La tendencia T_h es una combinación de nivel ℓ y crecimiento b. $0 < \phi < 1$ es el parámetro de *damping*.

- **Sin tendencia**: $T_h = \ell$.
- **Tendencia aditiva**: $T_h = \ell + bh$.
- **Tendencia aditiva con *damping*** : $T_h = \ell + (\phi + \phi^2 + \cdots + \phi^h)b$.
- **Tendencia multiplicativa**: $T_h = \ell b^h$.
- **Tendencia multiplicativa con *damping*** : $T_h = \ell b^{(\phi + \phi^2 + \cdots + \phi^h)}$.

Damping: se cree improbable que la tasa de crecimiento observada hacia el final de la muestra se sostenga en el tiempo.

Suavizados exponenciales[2]

Trend component	Seasonal component		
	N (None)	A (Additive)	M (Multiplicative)
N (None)	N,N	N,A	N,M
A (Additive)	A,N	A,A	A,M
A_d (Additive damped)	A_d,N	A_d,A	A_d,M
M (Multiplicative)	M,N	M,A	M,M
M_d (Multiplicative damped)	M_d,N	M_d,A	M_d,M

- N, N: suavizado exponencial simple.
- A, N: modelo lineal de Holt.
- A, A: modelo aditivo de Holt-Winters.
- A, M: modelo multiplicativo de Holt-Winters.
- Que el error sea aditivo o multiplicativo no afecta los pronósticos puntuales.

[2] Hyndman et al. (2008)

Suavizados exponenciales[3]

Table 2.1. Formulae for recursive calculations and point forecasts.

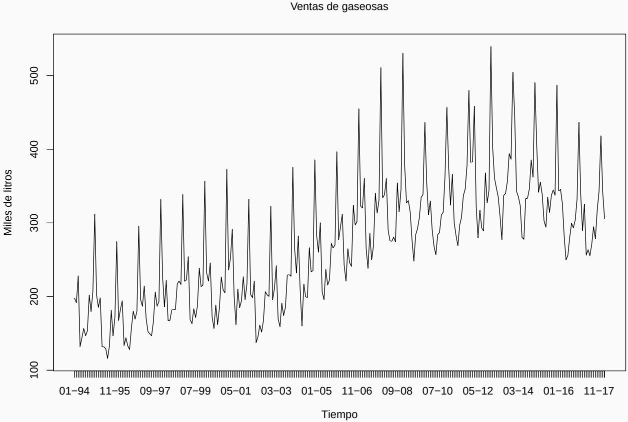
Trend	Seasonal: N	Seasonal: A	Seasonal: M
N	$\ell_t = \alpha y_t + (1-\alpha)\ell_{t-1}$ $\hat{y}_{t+h\|t} = \ell_t$	$\ell_t = \alpha(y_t - s_{t-m}) + (1-\alpha)\ell_{t-1}$ $s_t = \gamma(y_t - \ell_{t-1}) + (1-\gamma)s_{t-m}$ $\hat{y}_{t+h\|t} = \ell_t + s_{t-m+h_m^+}$	$\ell_t = \alpha(y_t/s_{t-m}) + (1-\alpha)\ell_{t-1}$ $s_t = \gamma(y_t/\ell_{t-1}) + (1-\gamma)s_{t-m}$ $\hat{y}_{t+h\|t} = \ell_t s_{t-m+h_m^+}$
A	$\ell_t = \alpha y_t + (1-\alpha)(\ell_{t-1} + b_{t-1})$ $b_t = \beta^*(\ell_t - \ell_{t-1}) + (1-\beta^*)b_{t-1}$ $\hat{y}_{t+h\|t} = \ell_t + hb_t$	$\ell_t = \alpha(y_t - s_{t-m}) + (1-\alpha)(\ell_{t-1} + b_{t-1})$ $b_t = \beta^*(\ell_t - \ell_{t-1}) + (1-\beta^*)b_{t-1}$ $s_t = \gamma(y_t - \ell_{t-1} - b_{t-1}) + (1-\gamma)s_{t-m}$ $\hat{y}_{t+h\|t} = \ell_t + hb_t + s_{t-m+h_m^+}$	$\ell_t = \alpha(y_t/s_{t-m}) + (1-\alpha)(\ell_{t-1} + b_{t-1})$ $b_t = \beta^*(\ell_t - \ell_{t-1}) + (1-\beta^*)b_{t-1}$ $s_t = \gamma(y_t/(\ell_{t-1} + b_{t-1})) + (1-\gamma)s_{t-m}$ $\hat{y}_{t+h\|t} = (\ell_t + hb_t)s_{t-m+h_m^+}$
A_d	$\ell_t = \alpha y_t + (1-\alpha)(\ell_{t-1} + \phi b_{t-1})$ $b_t = \beta^*(\ell_t - \ell_{t-1}) + (1-\beta^*)\phi b_{t-1}$ $\hat{y}_{t+h\|t} = \ell_t + \phi_h b_t$	$\ell_t = \alpha(y_t - s_{t-m}) + (1-\alpha)(\ell_{t-1} + \phi b_{t-1})$ $b_t = \beta^*(\ell_t - \ell_{t-1}) + (1-\beta^*)\phi b_{t-1}$ $s_t = \gamma(y_t - \ell_{t-1} - \phi b_{t-1}) + (1-\gamma)s_{t-m}$ $\hat{y}_{t+h\|t} = \ell_t + \phi_h b_t + s_{t-m+h_m^+}$	$\ell_t = \alpha(y_t/s_{t-m}) + (1-\alpha)(\ell_{t-1} + \phi b_{t-1})$ $b_t = \beta^*(\ell_t - \ell_{t-1}) + (1-\beta^*)\phi b_{t-1}$ $s_t = \gamma(y_t/(\ell_{t-1} + \phi b_{t-1})) + (1-\gamma)s_{t-m}$ $\hat{y}_{t+h\|t} = (\ell_t + \phi_h b_t)s_{t-m+h_m^+}$
M	$\ell_t = \alpha y_t + (1-\alpha)\ell_{t-1}b_{t-1}$ $b_t = \beta^*(\ell_t/\ell_{t-1}) + (1-\beta^*)b_{t-1}$ $\hat{y}_{t+h\|t} = \ell_t b_t^h$	$\ell_t = \alpha(y_t - s_{t-m}) + (1-\alpha)\ell_{t-1}b_{t-1}$ $b_t = \beta^*(\ell_t/\ell_{t-1}) + (1-\beta^*)b_{t-1}$ $s_t = \gamma(y_t - \ell_{t-1}b_{t-1}) + (1-\gamma)s_{t-m}$ $\hat{y}_{t+h\|t} = \ell_t b_t^h + s_{t-m+h_m^+}$	$\ell_t = \alpha(y_t/s_{t-m}) + (1-\alpha)\ell_{t-1}b_{t-1}$ $b_t = \beta^*(\ell_t/\ell_{t-1}) + (1-\beta^*)b_{t-1}$ $s_t = \gamma(y_t/(\ell_{t-1}b_{t-1})) + (1-\gamma)s_{t-m}$ $\hat{y}_{t+h\|t} = \ell_t b_t^h s_{t-m+h_m^+}$
M_d	$\ell_t = \alpha y_t + (1-\alpha)\ell_{t-1}b_{t-1}^{\phi}$ $b_t = \beta^*(\ell_t/\ell_{t-1}) + (1-\beta^*)b_{t-1}^{\phi}$ $\hat{y}_{t+h\|t} = \ell_t b_t^{\phi_h}$	$\ell_t = \alpha(y_t - s_{t-m}) + (1-\alpha)\ell_{t-1}b_{t-1}^{\phi}$ $b_t = \beta^*(\ell_t/\ell_{t-1}) + (1-\beta^*)b_{t-1}^{\phi}$ $s_t = \gamma(y_t - \ell_{t-1}b_{t-1}^{\phi}) + (1-\gamma)s_{t-m}$ $\hat{y}_{t+h\|t} = \ell_t b_t^{\phi_h} + s_{t-m+h_m^+}$	$\ell_t = \alpha(y_t/s_{t-m}) + (1-\alpha)\ell_{t-1}b_{t-1}^{\phi}$ $b_t = \beta^*(\ell_t/\ell_{t-1}) + (1-\beta^*)b_{t-1}^{\phi}$ $s_t = \gamma(y_t/(\ell_{t-1}b_{t-1}^{\phi})) + (1-\gamma)s_{t-m}$ $\hat{y}_{t+h\|t} = \ell_t b_t^{\phi_h} s_{t-m+h_m^+}$

In each case, ℓ_t denotes the series level at time t, b_t denotes the slope at time t, s_t denotes the seasonal component of the series at time t, and m denotes the number of seasons in a year; α, β^*, γ and ϕ are constants, $\phi_h = \phi + \phi^2 + \cdots + \phi^h$ and $h_m^+ = \lfloor (h-1) \bmod m \rfloor + 1$.

[3] Hyndman et al. (2008)

Pronósticos

Ejemplo



Discusión en clases

¿Qué familia de modelos ajustarían? ¿Qué características creen importante modelar a los fines del pronóstico?

Ajuste

```
fit  <- ets(z_ts, lambda = 0)
fit
```

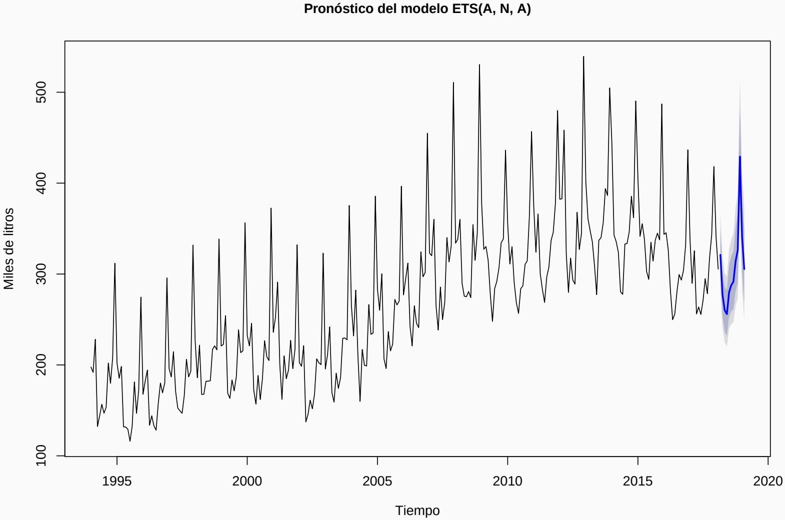
```
## ETS(A,N,A)
##
## Call:
##  ets(y = z_ts, lambda = 0)
##
##   Box-Cox transformation: lambda= 0
##
##   Smoothing parameters:
##     alpha = 0.3129
##     gamma = 0.2898
##
##   Initial states:
##     l = 5.1893
##     s=0.5302 0.0586 -0.0399 0.0803 -0.169 -0.2345
##            -0.1682 -0.2037 -0.2181 0.1915 0.0791 0.0937
##
##   sigma:  0.0673
##
##      AIC     AICc      BIC
## 108.9043 110.6562 163.9525
```

Pronóstico

```r
fore <- forecast(fit, h = 12)
fore
```

```
##          Point Forecast    Lo 80    Hi 80    Lo 95    Hi 95
## Mar 2018       321.1967 294.6628 350.1200 281.5157 366.4710
## Apr 2018       276.9278 253.0060 303.1114 241.1908 317.9600
## May 2018       260.1531 236.7454 285.8752 225.2191 300.5057
## Jun 2018       255.8459 231.9466 282.2078 220.2125 297.2453
## Jul 2018       279.7718 252.7153 309.7250 239.4683 326.8585
## Aug 2018       287.6792 258.9458 319.6009 244.9159 337.9091
## Sep 2018       291.4730 261.4695 324.9195 246.8578 344.1517
## Oct 2018       313.8912 280.6525 351.0664 264.5064 372.4963
## Nov 2018       326.2855 290.8009 366.1001 273.6064 389.1073
## Dec 2018       429.2116 381.3426 483.0896 358.2028 514.2970
## Jan 2019       341.0774 302.1185 385.0600 283.3300 410.5945
## Feb 2019       305.3752 267.6260 348.4490 249.5701 373.6586
```

Pronóstico



Pronóstico del modelo ETS(A, N, A)
Miles de litros
100
200
300
400
500
1995
2000
2005
2010
2015
2020
Tiempo

Evaluación de pronósticos

Evaluación de pronósticos

Comparar la precisión de diferentes modelos conforma una de las etapas más importantes del proceso de pronóstico.

- Elección de la variable a pronosticar.
- Métrica del error de pronóstico que resulta más relevante para el proceso de selección. Forma de penalizar de pronósticos sub y sobre estimados.
- Criterio de selección de un modelo superior en términos de pronósticos, en especial dado que el error de pronóstico es una variable aleatoria en sí misma.
- Tratamiento de la correlación en el error de pronóstico cuando los parámetros son estimados a partir de conjuntos de datos solapados.

Función de pérdida

- Idealmente, el proceso de evaluación de pronósticos debe reflejar la utilidad que éstos tienen para el analista.
- Sin embargo, ello requiere un conocimiento preciso del proceso de decisión, incluyendo las funciones de costo y beneficio.
- En consecuencia, casi la totalidad de los trabajos científicos se limitan a aplicar métricas estadísticas.

Error Medio

$$\text{ME} = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}(\hat{Z}_t - Z_t)$$

- Mide el desvío promedio.
- Conserva la dirección de los errores, por lo cual también se lo considera una medida del sesgo.
- Dado que las diferencias positivas y negativas pueden cancelarse, cero no indica pronósticos perfectos sino la inexistencia de sesgos.
- Dependiente de la escala de medición y la transformación aplicada.
- Todos los errores son penalizados equitativamente.
- Los valores deseables son cercanos a cero.

Error Cuadrático Medio

$$\text{MSE} = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\left(\hat{Z}_t - Z_t\right)^2$$

- Los errores con signo contrario no se cancelan, de forma que el estadístico presenta una medida global del error de pronóstico pero no indica su dirección.
- Al ser una función cuadrática, penaliza los errores más extremos y enfatiza que el error total de pronóstico está afectado ampliablemente por las grandes diferencias individuales.
- Depende de la escala de medición y la transformación aplicada.
- Su relación con el núcleo de la densidad gaussiana la convierte en una medida útil a pesar de ser poco intuitiva y difícil de interpretar.
- Esta función de pérdida depende del error de pronóstico, el cual está aproximadamente centrado en cero y tiene una variancia proporcional al cuadrado de la variancia de la variable original.
- Estimador sensible a observaciones extremas.

Variantes del Error Cuadrático Medio

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\left(\hat{Z}_t - Z_t\right)^2}$$

- La medición se realiza en la misma unidad que la variable de interés, facilitando su interpretación.

$$\text{LMSE} = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\left(\ln \hat{Z}_t - \ln Z_t\right)^2.$$

- Uso de la función logarítmica para disminuir el efecto de valores extremos.

Error Absoluto Medio

$$\mathrm{MAE} = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\left|\hat{Z}_t - Z_t\right|$$

- También conocido como desvío absoluto medio.
- Medida de la magnitud global del error de pronóstico.
- No provee información de la dirección del error pues las diferencias de signo contrario no se cancelan.
- Penaliza todos los errores en proporción a su magnitud.
- Depende de la escala de medición y la transformación aplicada.
- Los valores deseables son cercanos a cero.

Error Porcentual Absoluto Medio

$$\text{MAPE} = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\frac{\left|\hat{Z}_t - Z_t\right|}{Z_t}$$

- Medida relativa.
- Independiente de la escala de medición.
- Afectada por la transformación de los datos.
- No revela información sobre el signo del error.
- Penaliza las diferencias de forma proporcional.

Razón de aciertos

Las razones de acierto miden la habilidad del pronóstico para anticipar cambios direccionales.

Sean T^+ y T^- la cantidad total de incrementos y decrementos del período fuera de la muestra.

$$\text{Hit}^+ = \frac{1}{T^+} \sum_{t=1} T^+ \mathbb{I}_{\left((\hat{Z} - Z_t)(Z_{t+1} - Z_t) > 0\right)} \times \mathbb{I}_{(Z_{t+1} - Z_t > 0)}$$

$$\text{Hit}^- = \frac{1}{T^-} \sum_{t=1} T^- \mathbb{I}_{\left((\hat{Z} - Z_t)(Z_{t+1} - Z_t) > 0\right)} \times \mathbb{I}_{(Z_{t+1} - Z_t < 0)}.$$

$$\text{MCPDC} = \frac{1}{T} \left(T^+ \text{Hit}^+ + T^- \text{Hit}^- \right).$$

Rolling Window

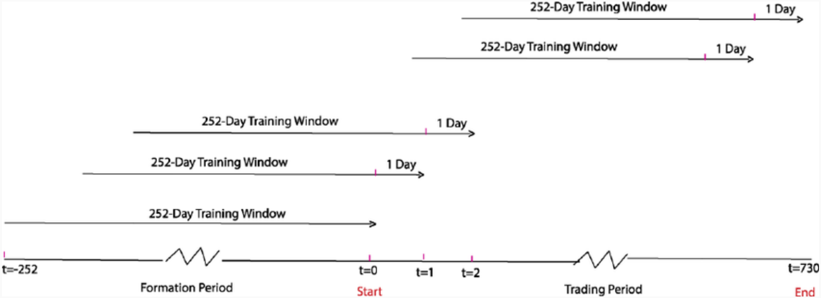


Figure 1: Ver online.

Rolling forecast: Paso 1/3

Crear una función para producir un pronóstico dado una muestra llamada `x`.

```r
fore1 <- function(x) {
  x_ts <- ts(as.numeric(x), frequency = 12)

  # 1. Ajustar
  fit <- ets(x_ts, lambda = 0)

  # 2. Pronosticar
  fore <- forecast(fit, h = 1)

  # 3. Devolver
  c(fore$lower[2], fore$mean, fore$upper[2])
}

fore1(z["1994/2010"])
```

```
## [1] 309.1739 352.1758 401.1587
```

Rolling forecast: Paso 2/3

Correr la función para submuestra de tamaño $w = 120$ (diez años).

```
w      <- 120 # w ancho de ventana
z_hat1 <- rollapplyr(z, width = w, FUN = fore1)

tail(z_hat1)
```

```
##                [,1]     [,2]     [,3]
## 2017-09-01 273.1190 306.8248 344.6902
## 2017-10-01 289.1750 324.7741 364.7555
## 2017-11-01 405.9536 455.7448 511.6431
## 2017-12-01 307.0735 344.6692 386.8679
## 2018-01-01 273.0866 305.7888 342.4070
## 2018-02-01 286.7721 321.4350 360.2877
```

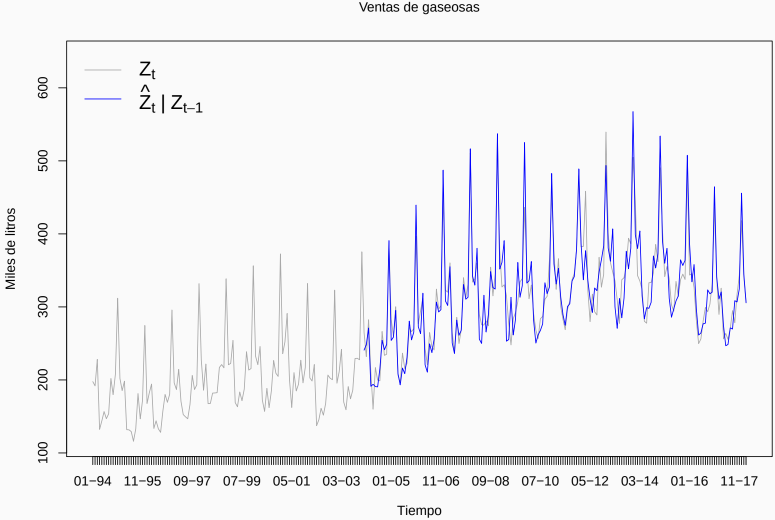
Rolling forecast: Paso 3/3

Alinear observación real y pronóstico (generado en el período inmediato anterior).

```r
z_all1 <- cbind(z, lag(z_hat1, 1))
colnames(z_all1) <- c("Real", "Inferior", "Medio", "Superior")

tail(z_all1)
```

```
##               Real Inferior    Medio Superior
## 2017-09-01 278.419 275.0545 308.4881 345.9857
## 2017-10-01 317.422 273.1190 306.8248 344.6902
## 2017-11-01 343.126 289.1750 324.7741 364.7555
## 2017-12-01 418.192 405.9536 455.7448 511.6431
## 2018-01-01 341.398 307.0735 344.6692 386.8679
## 2018-02-01 305.445 273.0866 305.7888 342.4070
```

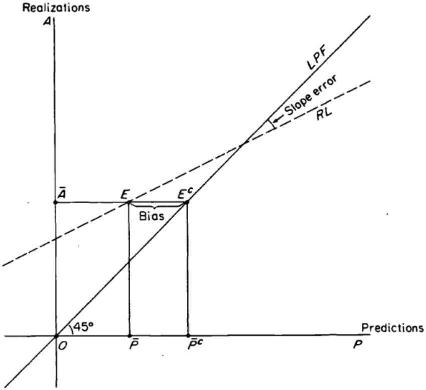
Ejemplo



Ventas de gaseosas
Z_t
$\hat{Z}_t \mid Z_{t-1}$
Miles de litros
100
200
300
400
500
600
01−94
11−95
09−97
07−99
05−01
03−03
01−05
11−06
09−08
07−10
05−12
03−14
01−16
11−17
Tiempo

Mincer-Zarnowitz[4]

FIGURE 1-1. The Prediction-Realization Diagram



Key:

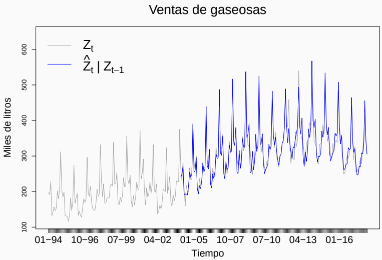
- LPF – Line of perfect forecasts
- RL – Regression line
- $\bar{A}$ – Mean realization
- $\bar{P}$ – Mean prediction
- $\bar{P}^c$ – Mean corrected prediction
- E – Mean point
- E^c – Corrected mean point

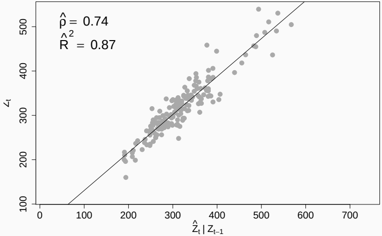
[4] Ver online.

Ejemplo

```
lmfit <- lm(
  Real ~ Medio,
  data = as.data.frame(z_all1)
  )
summary(lmfit)
```

```
##
## Call:
## lm(formula = Real ~ Medio, data = as.data.frame(z_all1))
##
## Residuals:
##     Min      1Q  Median      3Q     Max
## -65.083 -15.228   0.397  13.996  90.608
##
## Coefficients:
##             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept) 44.90373    8.38110   5.358 2.74e-07 ***
## Medio        0.85649    0.02558  33.486  < 2e-16 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 23.98 on 168 degrees of freedom
##   (120 observations deleted due to missingness)
## Multiple R-squared:  0.8697, Adjusted R-squared:  0.8689
## F-statistic:  1121 on 1 and 168 DF,  p-value: < 2.2e-16
```





Ejercicio: Pasajeros en el subterráneo

Ejercicio en clases

Calcular y analisis los pronósticos de la serie de tiempo de ejemplo.

Solución disponible en el anexo.

Algunos pasos:

- Descargar los datos desde `https://bit.ly/2GXzXoa`.
- De la Sección A 1.10, leer los datos mensuales para la columna *Pasaj. Serv. subterráneos Metrovías SA*.[5]
- Graficar y describir la serie original. ¿Qué características de la serie parece importante modelar a la hora de pronosticar?
- Proponer un modelo de la familia ARIMA y un modelo de suavizado exponencial.
- Evaluar los pronósticos fuera de la muestra.
- ¿Cómo evaluarían cuál es mejor? Antes que eso... ¿qué entienden por "mejor"?

[5] Hay una copia local en `data/METROPasajeros.txt` en caso de que el sitio esté fuera de línea.

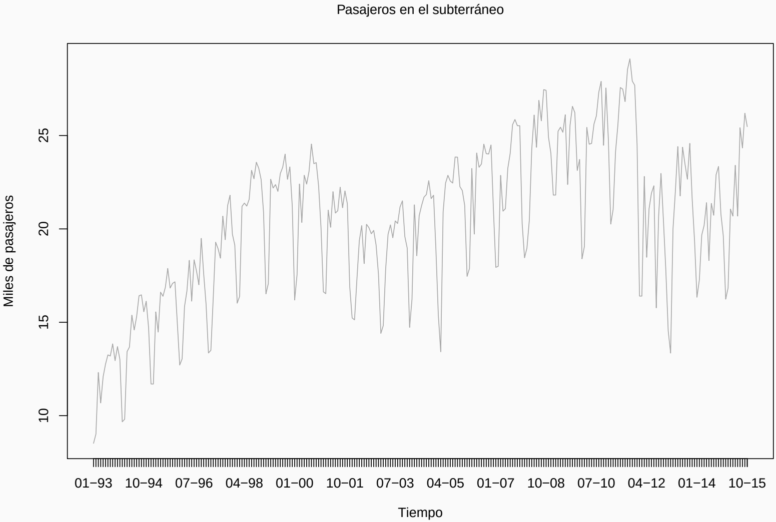
Anexo: Pasajeros en el subterráneo

Lectura & procesamiento

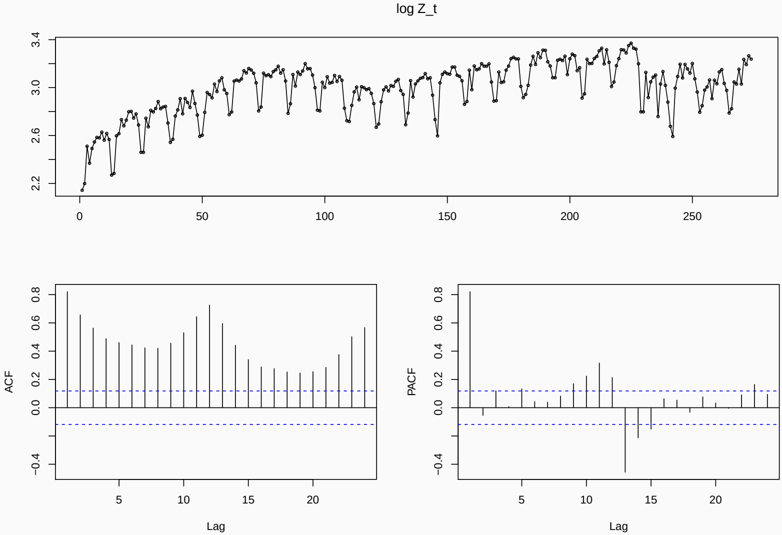
```r
# https://bit.ly/2GXzXoa
df <- read.table(
  file = "data//METROPasajeros.txt",
  header = TRUE,
  sep = "\t",
  dec = ","
)

df[, 1] <- as.Date(df[, 1], format = "%Y-%m-%d")

z <- xts(x = df[, 2] / 1000, order.by = df[, 1])
z_ts <- ts(z, frequency = 12) # stl requiere un objeto del tipo ts

t(head(z, 9))
```

```
##   1993-01-01 1993-02-01 1993-03-01 1993-04-01 1993-05-01 1993-06-01
## x      8.521      9.014     12.311     10.683     12.078     12.755
##   1993-07-01 1993-08-01 1993-09-01
## x     13.254     13.197     13.842
```

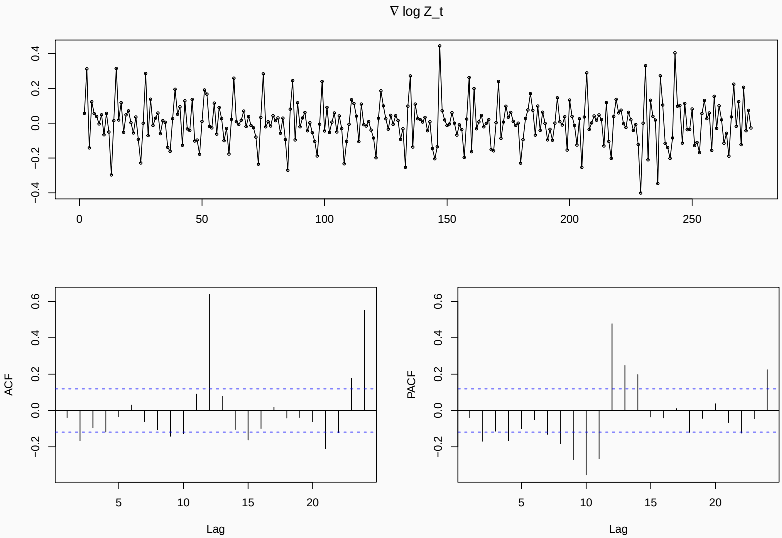
Visualización



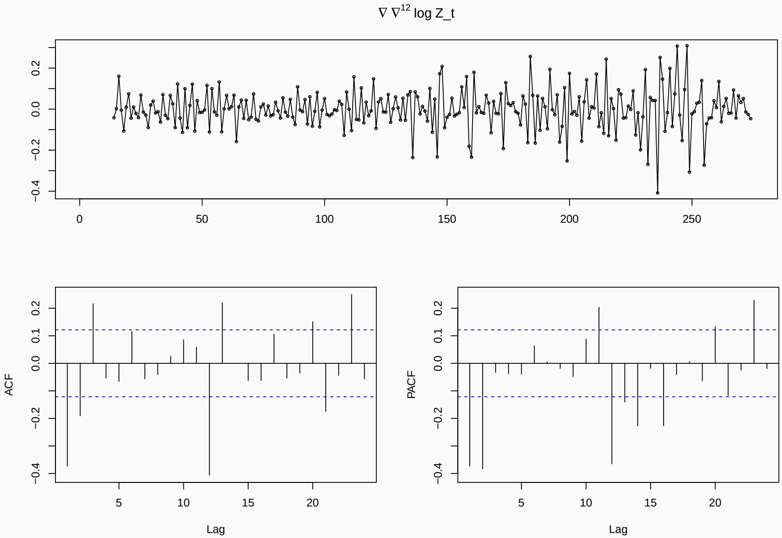
Serie transformada (ln)



Primera diferencia de la serie transformada (ln)



Primera dif. principal y estacional de la serie transformada (ln)



Ajuste (1)

```r
fore1 <- function(x) {
  # 1. Ajustar
  fit  <- Arima(
    x,
    order = c(1, 1, 0),
    seasonal = list(order = c(0, 1, 1), period = 12),
    include.mean = FALSE,
    include.drift = FALSE,
    lambda = 0
  )

  # 2. Pronosticar
  fore <- forecast(fit, h = 1)

  # 3. Devolver
  c(fore$lower[2], fore$mean, fore$upper[2])
}
```

Ajuste (2)

```
fore2 <- function(x) {
  # 1. Ajustar
  fit  <- Arima(
    x,
    order = c(1, 1, 0),
    seasonal = list(order = c(2, 1, 0), period = 12),
    include.mean = FALSE,
    include.drift = FALSE,
    lambda = 0
  )

  # 2. Pronosticar
  fore <- forecast(fit, h = 1)

  # 3. Devolver
  c(fore$lower[2], fore$mean, fore$upper[2])
}
```

Ajuste (3)

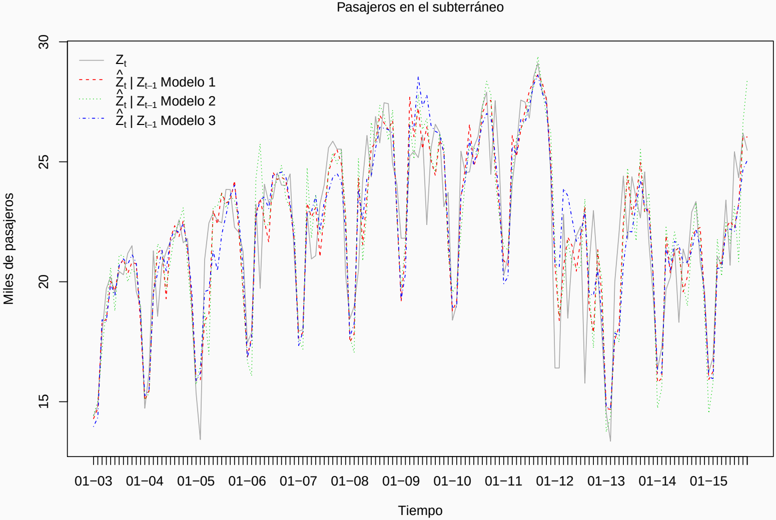
```r
fore3 <- function(x) {
  x_ts <- ts(as.numeric(x), frequency = 12)

  # 1. Ajustar
  fit  <- ets(x_ts, model = "MAM") # Holt-Winters Multiplicativo

  # 2. Pronosticar
  fore <- forecast(fit, h = 1)

  # 3. Devolver
  c(fore$lower[2], fore$mean, fore$upper[2])
}
```

Pronósticos

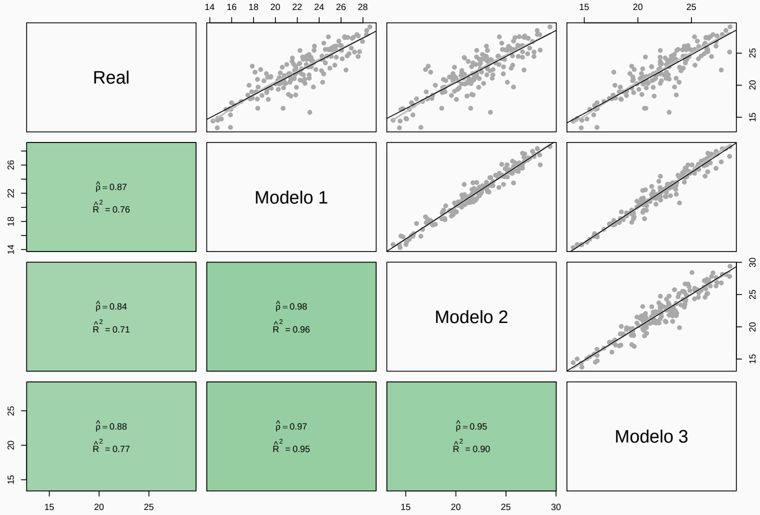
```r
w      <- 120 # w ancho de ventana
z_hat1 <- rollapplyr(z, width = w, FUN = fore1)
z_hat2 <- rollapplyr(z, width = w, FUN = fore2)
z_hat3 <- rollapplyr(z, width = w, FUN = fore3)

z_all1 <- cbind(z, lag(z_hat1[, 2], 1), lag(z_hat2[, 2], 1), lag(z_hat3[, 2], 1))
z_all1 <- na.omit(z_all1)
colnames(z_all1) <- c("Real", "Modelo 1", "Modelo 2", "Modelo 3")

tail(z_all1)
```

```
##              Real Modelo 1 Modelo 2 Modelo 3
## 2015-05-01 23.406 22.22269 22.46286 22.11499
## 2015-06-01 20.689 22.52518 21.59970 22.20012
## 2015-07-01 25.419 22.24907 23.15162 22.09608
## 2015-08-01 24.337 23.25208 20.83735 23.24763
## 2015-09-01 26.194 26.02481 26.63670 24.67929
## 2015-10-01 25.480 26.03304 28.41701 25.05414
```

Pronóstico versus observado (1)



Pronóstico versus observado (2)



Selección de modelo (dentro de la muestra)

```r
fit1 <- Arima(z,
  order = c(1, 1, 0),
  seasonal = list(order = c(0, 1, 1), period = 12),
  include.mean = FALSE, include.drift = FALSE,
  lambda = 0
)
fit2 <- Arima(z,
  order = c(1, 1, 0),
  seasonal = list(order = c(2, 0, 0), period = 12),
  include.mean = FALSE, include.drift = FALSE,
  lambda = 0
)
fit3  <- ets(z_ts, model = "MAM")
cbind(
  SD = sqrt(c(fit1$sigma2, fit2$sigma2, fit3$sigma2)),
  AIC(fit1, fit2, fit3),
  BIC(fit1, fit2, fit3),
  AICc = c(fit1$aicc, fit2$aicc, fit3$aicc)
)
```

```
##              SD df       AIC df       BIC      AICc
## fit1 0.06646780  3 -632.8192  3 -622.1256 -632.7258
## fit2 0.08087444  4 -580.3708  4 -565.9329 -580.2215
## fit3 0.05771749 18 1648.5355 18 1713.5719 1651.2179
```

Selección de modelo (fuera de la muestra)

```
MSE  <- function(fore, real) { mean((fore - real)^2) }
RMSE <- function(fore, real) { sqrt(MSE(fore, real)) }
MAE  <- function(fore, real) { mean(abs(fore - real))}
MAPE <- function(fore, real) { mean(abs(fore - real) / real) }
MZR2 <- function(fore, real) { summary(lm(real ~ fore))$r.squared }
MSE(z_all1[, 2], z_all1[, 1]) # Modelo 1 (columna 2) vs. real (columna 1)
```

```
## [1] 2.912193
```

```
RMSE(z_all1[, 2], z_all1[, 1])
```

```
## [1] 1.706515
```

```
MAE(z_all1[, 2], z_all1[, 1])
```

```
## [1] 1.264192
```

```
MAPE(z_all1[, 2], z_all1[, 1])
```

```
## [1] 0.05929207
```

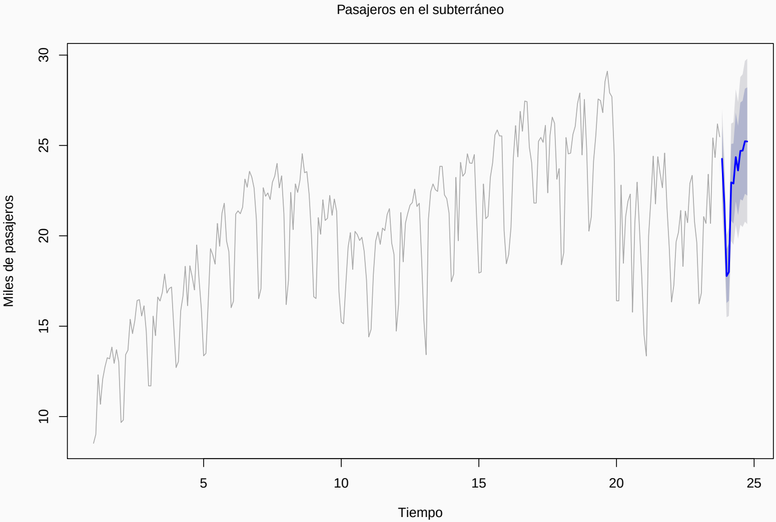
```
MZR2(z_all1[, 2], z_all1[, 1])
```

```
## [1] 0.7621423
```

Selección de modelo

	SD	AIC	BIC	AICc	MSE	RMSE	MAE	MAPE	MZR2
Modelo 1	0.07	-632.82	-622.13	-632.73	2.91	1.71	1.26	5.93	0.76
Modelo 2	0.08	-580.37	-565.93	-580.22	3.86	1.96	1.47	6.95	0.71
Modelo 3	0.06	1648.54	1713.57	1651.22	2.74	1.65	1.18	5.60	0.77

Modelo seleccionado



Referencias

Hyndman, Rob, Anne Koehler, Keith Ord, and Ralph Snyder. 2008. *Forecasting with Exponential Smoothing*. Springer Berlin Heidelberg. doi:10.1007/978-3-540-71918-2.