Series de Tiempo 2018

Maestría en Estadística Aplicada, UNR
Unidad 6

Luis Damiano
damiano.luis@gmail.com

2018-05-04

Contenido

- Identificación
  - Transformaciones
  - Selección de orden
  - Desplazamiento
- Ejercicio: Ventas en supermercados
- Ejercicio: Producción de automóviles

Identificación

ARIMA

Típicamente, la identificación de una serie de tiempo incluye los siguientes pasos:[1]

1. Análisis exploratorio.
   - ¿Qué dice la teoría subyacente a los datos?
   - ¿Es estacionario en la media? ¿Tiene tendencia? ¿De qué tipo?
   - ¿Es estacionario en la varianza? ¿De qué forma se relaciona la varianza con la media?
   - ¿Tiene estacionalidad? ¿Es estacionaria? ¿Es constante a lo largo del tiempo? ¿Es aditiva o multiplicativa?
   - ¿Tiene valores atípicos?
   - ¿Presenta cambios (quiebres) en los patrones?
2. Identificar las transformaciones necesarias.
   - Eliminar tendencia.
   - Estabilizar varianza.
3. Seleccionar los órdenes p y q.
4. Identificar la existencia de tendencia determinística (desplazamiento o drift) en series diferenciadas.

[1] **Típicamente** es la palabra clave de esta oración. Esta receta es una mera guía indicativa para hacer los primeros análisis. En la práctica, los datos reales desafían todos los protocolos.

1 Análisis exploratorio

Análisis exploratorio

Recordar el análisis exploratorio visto en la Unidad 5.

2 Identificación de la raíz unitaria

Primeros lineamientos

- Patrón: ACF decae muy lentamente y la PACF se corta abruptamente luego del primer rezago.
- Pruebas de raíz unitarias: Dickey-Fuller, Dickey-Fuller Aumentado, Phillips–Perron.
- Otras reglas prácticas:
  - Si la suma de los parámetros AR es cercana a la unidad, probar de incrementar el orden de la diferenciación d y reducir el orden del componente autorregresivo p.
  - Si la suma de los parámetros MA es cercana a la unidad, probar de reducir el orden de la diferenciación d y reducir el orden del componente de media móvil q.
- ¿Caso muy dudoso? Probar diferenciando.

Identificación de $ARIMA(0,1,0)$

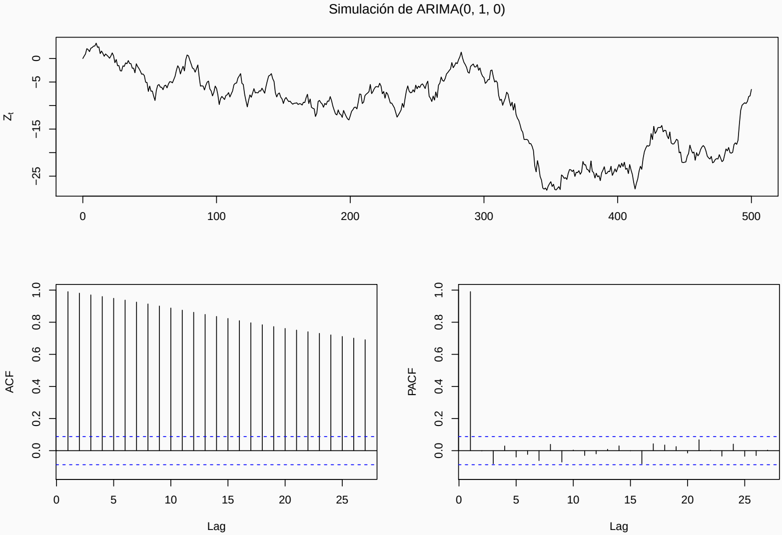
```r
set.seed(9000)
z <- arima.sim(
  model = list(order = c(0, 1, 0), sd = 1),
  n     = 500
  )

library(tseries)
adf.test(z, alternative = "stationary")
```

```
##
##  Augmented Dickey-Fuller Test
##
## data:  z
## Dickey-Fuller = -1.4611, Lag order = 7, p-value = 0.8064
## alternative hypothesis: stationary
```

```r
pp.test(z, alternative = "stationary")
```

```
##
##  Phillips-Perron Unit Root Test
##
## data:  z
## Dickey-Fuller Z(alpha) = -5.7519, Truncation lag parameter = 5,
## p-value = 0.7889
## alternative hypothesis: stationary
```

Identificación de $ARIMA(0, 1, 0)$



Identificación de $ARIMA(2,0,0)$ con raíz (casi) unitaria

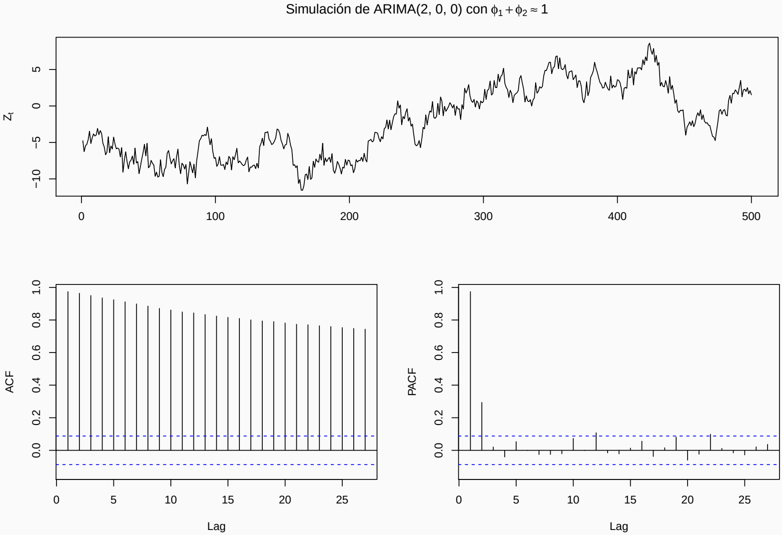
```r
set.seed(9000)
z <- arima.sim(
  model = list(order = c(2, 0, 0), ar = c(0.7, 0.29), sd = 1),
  n     = 500
  )

library(tseries)
adf.test(z, alternative = "stationary")
```

```
##
##  Augmented Dickey-Fuller Test
##
## data:  z
## Dickey-Fuller = -3.036, Lag order = 7, p-value = 0.1398
## alternative hypothesis: stationary
```

```r
pp.test(z, alternative = "stationary")
```

```
##
##  Phillips-Perron Unit Root Test
##
## data:  z
## Dickey-Fuller Z(alpha) = -22.216, Truncation lag parameter = 5,
## p-value = 0.04457
## alternative hypothesis: stationary
```

Identificación de $ARIMA(2,0,0) con raíz (casi) unitaria$



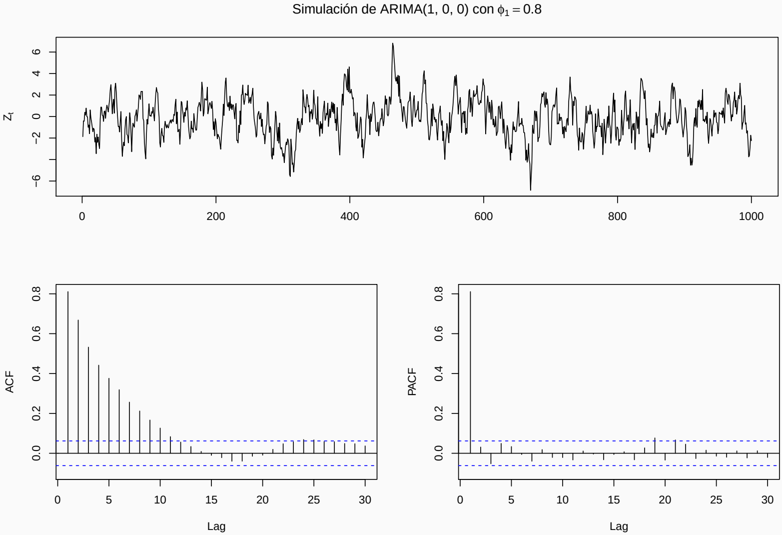
3 Seleccionar los órdenes p y q

Selección de los órdenes p y q

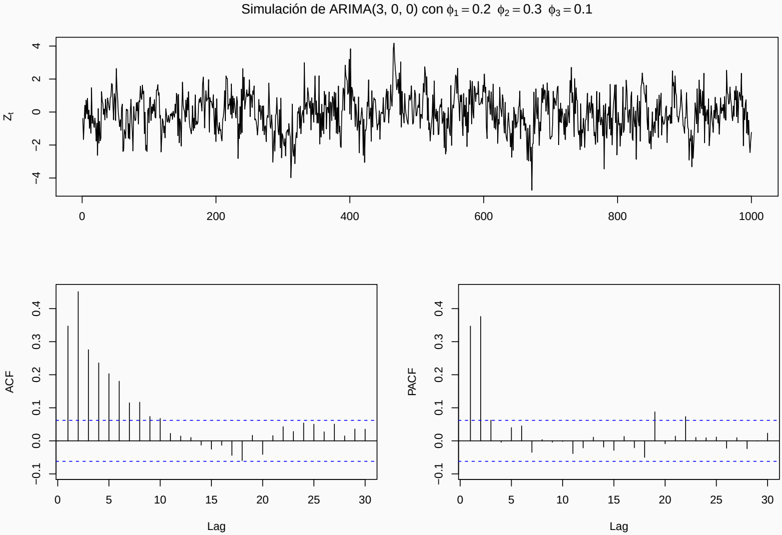
Proceso	ACF	PACF
$AR(p)$	Decae exponencialmente (raíz real) Sinusoidal (raíz compleja)	Se corta en el rezago p
$MA(q)$	Se corta en el rezago q	Decae exponencialmente (raíz real) Sinusoidal (raíz compleja)
$ARMA(p,q)$	Decae luego de $q-p$	Decae luego de $p-q$

En ciertas oportunidades, los términos AR y MA se cancelan. Cuando se identifica un modelo con ambos componentes, probar de disminuir ambos órdenes en una unidad. Por ejemplo, partiendo de $ARIMA(1,1,2)$, probar $ARIMA(0,1,1)$.

Identificación de $ARIMA(1, 0, 0)$



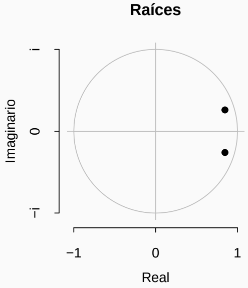
Identificación de $ARIMA(3,0,0)$



Identificación de $ARIMA(2,0,0)$ con raíces complejas

El siguiente es un proceso $AR(2)$:

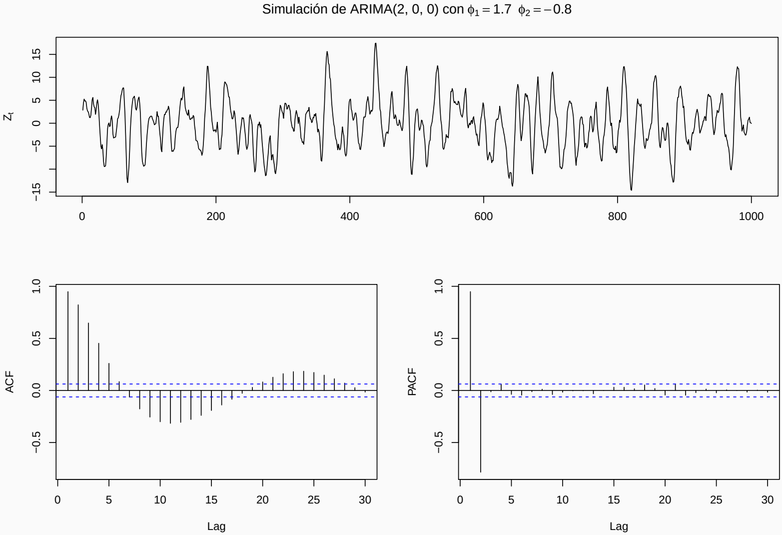
$$Z_t - 1.7Z_{t-1} + 0.8Z_{t-2} = a_t,\ \ t = 0, \pm 1, \ldots,\ \ a_t \sim \mathcal{N}(0,1).$$



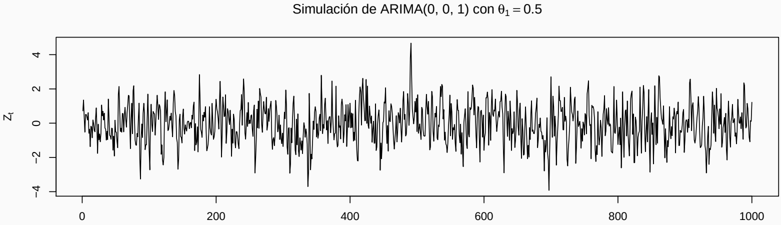
Ejercicio en clases

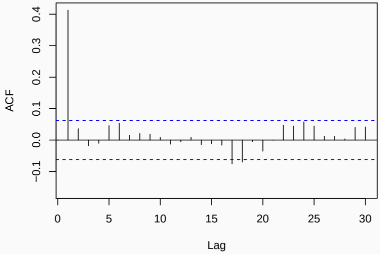
Calcular analíticamente las raíces del polinomio característico

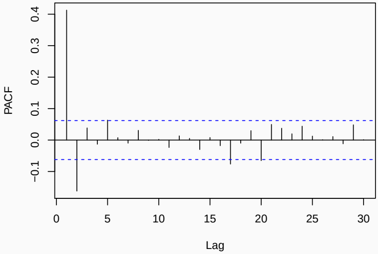
Identificación de $ARIMA(2,0,0)$ con raíces complejas



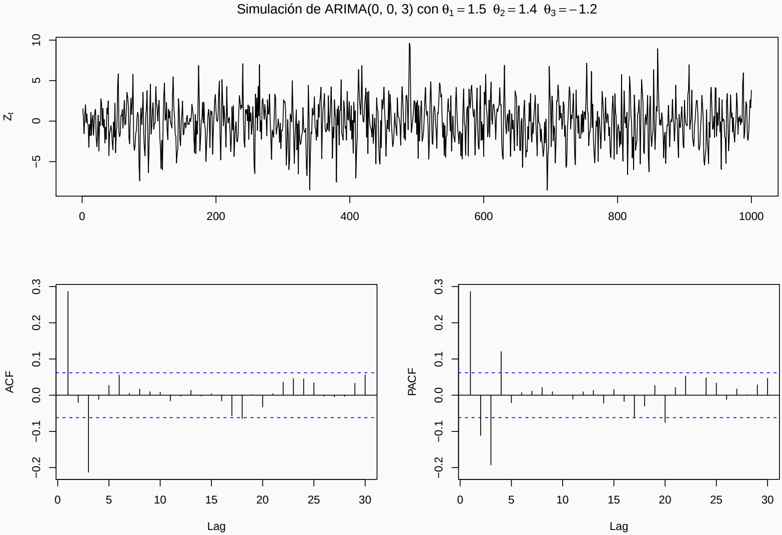
Identificación de $ARIMA(0, 0, 1)$



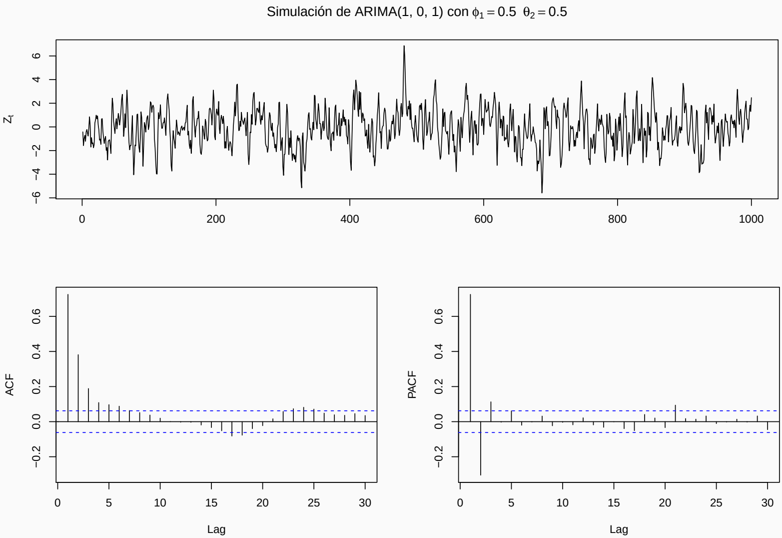




Identificación de $ARIMA(0,0,3)$



Identificación de $ARIMA(1,0,1)$



4 Identificación de tendencia determinística

¿Qué representa el desplazamiento?[3]

Supongamos un $ARMA(p, q)$ diferenciado d veces (donde Z'_t representa la d-ésima diferencia)

$$Z'_t = c + \phi_1 Z'_{t-1} + \cdots + \phi_p Z'_{t-p} + \theta_1 a_{t-1} + \cdots + \theta_q a_{t-q} + a_t,\ t = 0, \pm 1, \ldots$$

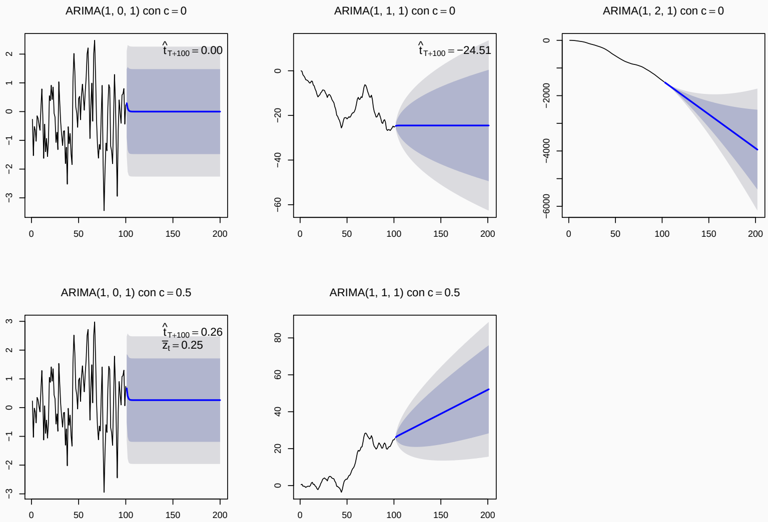
La constante c se llama desplazamiento o drift, y tiene un efecto muy importante en los pronósticos de largo plazo[2].

c	d	Pronóstico de largo plazo
0	0	Cero
0	1	Constante distinta de cero
0	2	Línea recta
$\neq 0$	0	Promedio muestral
$\neq 0$	1	Línea recta
$\neq 0$	2	Tendencia cuádratica

[2] Los pronósticos se desarrollan formalmente en la Unidad 9.

[3] Hyndman and Athanasopoulos (2018), sec. 8.5. Ver online.

Ejemplos simulados



Ejercicio: Ventas en supermercados

Ejercicio en clases

Identificar la serie de tiempo de ejemplo.

Este ejercicio invita a discutir temas como significancia estadística, parsimonia, y otras cuestiones subjetivas que hacen al análisis de series de tiempo. No esperen una respuesta clara y contundente cuando trabajen con datos reales. Asimismo, no consideren que el modelo elegido por `auto.arima` es la respuesta definitiva al proceso de identificación. El Anexo incluye algunos gráficos útiles.

Algunos pasos:

- Descargar los datos desde `https://bit.ly/2GXzXoa`.
- De la Sección A 1.11, leer los datos mensuales para la columna *Ventas totales*.[4]
- Graficar y describir la serie original. ¿Es estacionaria en la media y en la varianza? ¿Observan tendencia y estacionalidad? ¿De qué tipo?
- Graficar y describir las ACF y PACF muestrales. ¿Observan algunos de los patrones estudiados?

[4] Hay una copia local en `data/INDECSuper.txt` en caso de que el sitio esté fuera de línea.

Ejercicio: Producción de automóviles

Ejercicio en clases

Identificar la serie de tiempo de ejemplo.

El Anexo incluye algunos gráficos útiles.

Algunos pasos:

- Descargar los datos desde `https://bit.ly/2GXzXoa`.
- De la Sección A 1.22, leer los datos mensuales para la columna *Automóviles*.[5]
- Graficar y describir la serie original. ¿Es estacionaria en la media y en la varianza? ¿Observan tendencia y estacionalidad? ¿De qué tipo?
- Graficar y describir las ACF y PACF muestrales. ¿Observan algunos de los patrones estudiados?

---

[5] Hay una copia local en `data/haciendasAutos.txt` en caso de que el sitio esté fuera de línea.

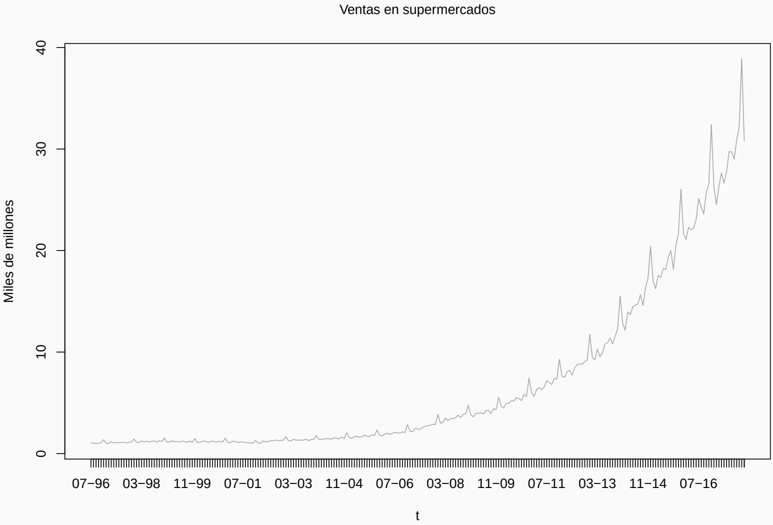
Anexo: Ventas en supermercados

Lectura & procesamiento

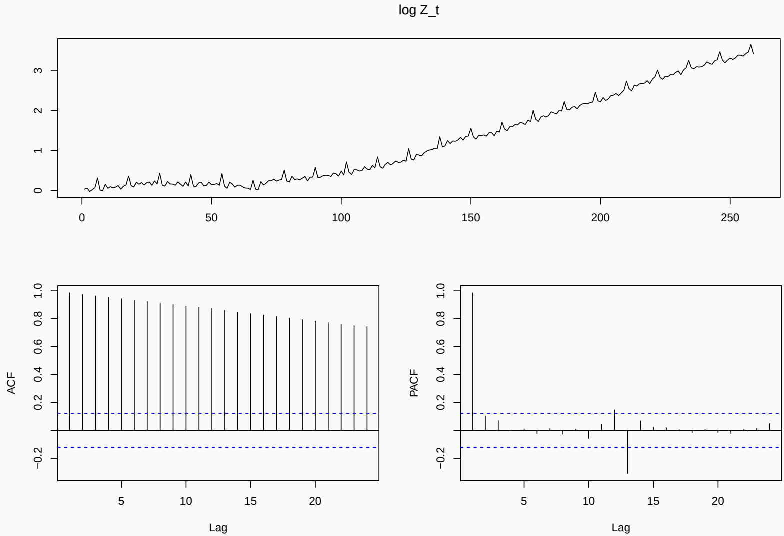
```r
# https://bit.ly/2GXzXoa
df <- read.table(
  file = "data//INDECSuper.txt",
  header = TRUE,
  sep = "\t"
)

df[, 1] <- as.Date(df[, 1], format = "%Y-%m-%d")

z <- xts(x = df[, 2] / 1000, order.by = df[, 1])
z_ts <- ts(z, frequency = 12) # stl requiere un objeto del tipo ts

t(head(z, 9))
```

```
##   1996-07-01 1996-08-01 1996-09-01 1996-10-01 1996-11-01 1996-12-01
## x      1.036      1.064      0.975      1.025      1.073      1.371
##   1997-01-01 1997-02-01 1997-03-01
## x      1.013          1      1.172
```

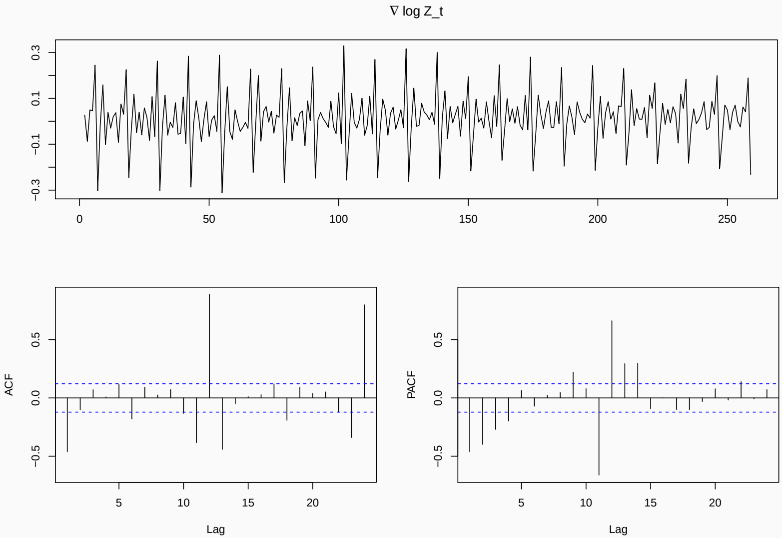
Visualización



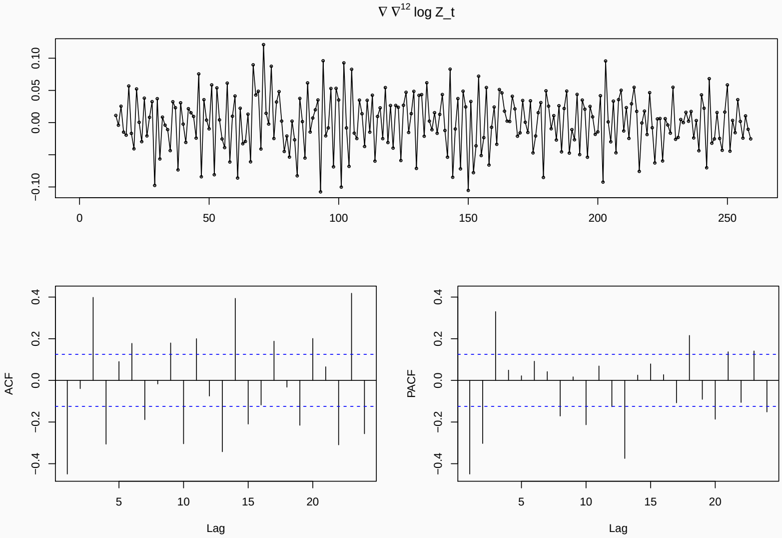
Serie transformada (ln)



Primera diferencia de la serie transformada (ln)



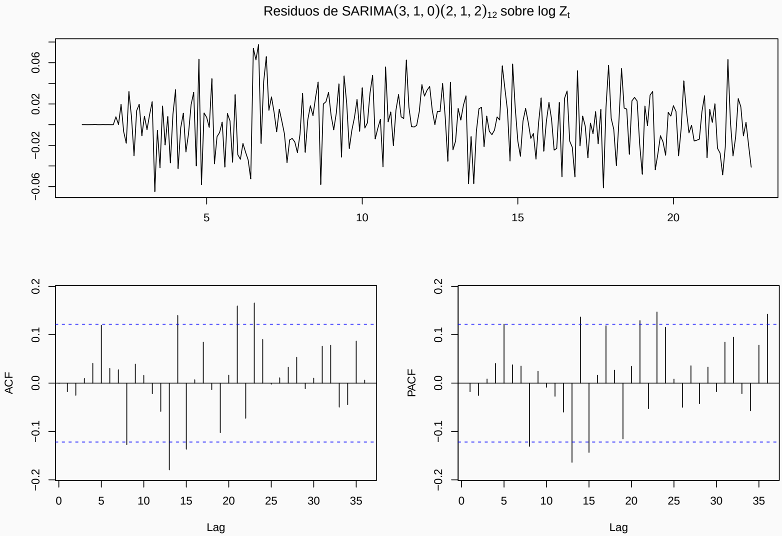
Primera diferencia principal y estacional de la serie transformada (ln)



Ajuste

```
## Series: log(z_ts)
## ARIMA(3,1,0)(2,1,2)[12]
##
## Coefficients:
##           ar1      ar2     ar3   sar1     sar2     sma1    sma2
##       -0.3977  -0.0677  0.3190  0.813  -0.5900  -1.3668  0.6808
## s.e.   0.0697   0.0662  0.0618  0.100   0.0872   0.1265  0.0892
##
## sigma^2 estimated as 0.0007995:  log likelihood=522.97
## AIC=-1029.93   AICc=-1029.32   BIC=-1001.89
```

Residuos de un modelo ajustado



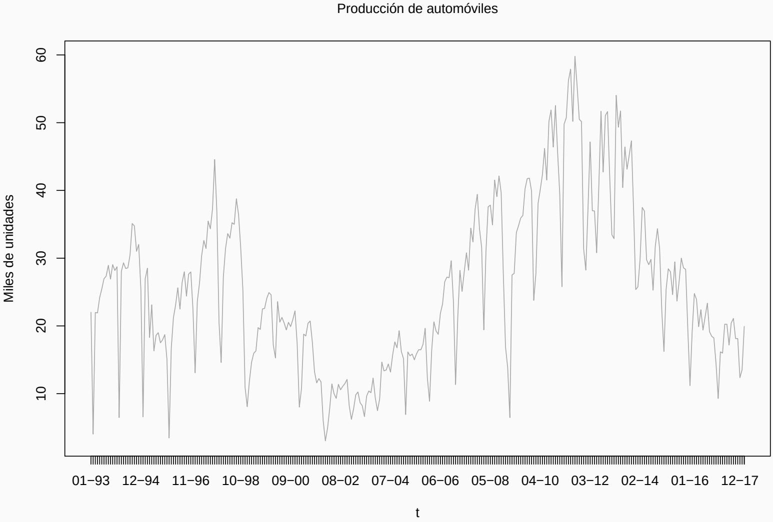
Anexo: Producción de automóviles

Lectura & procesamiento

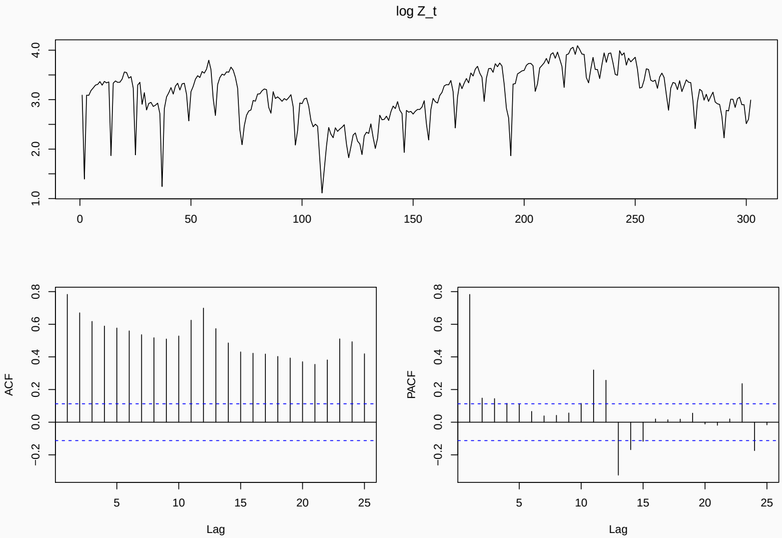
```r
# https://bit.ly/2GXzXoa
df <- read.table(
  file = "data//haciendaAutos.txt",
  header = TRUE,
  sep = "\t"
)

df[, 1] <- as.Date(df[, 1], format = "%Y-%m-%d")

z <- xts(x = df[, 2] / 1000, order.by = df[, 1])
z_ts <- ts(z, frequency = 12) # stl requiere un objeto del tipo ts

t(head(z, 9))
```

```
##   1993-01-01 1993-02-01 1993-03-01 1993-04-01 1993-05-01 1993-06-01
## x      22.01      4.033     21.971     21.919     24.172     25.468
##   1993-07-01 1993-08-01 1993-09-01
## x     26.967     27.342     28.936
```

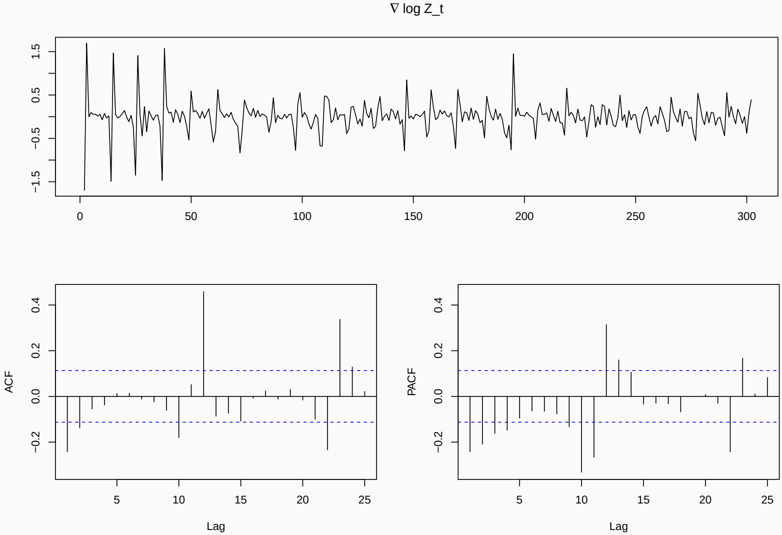
Visualización



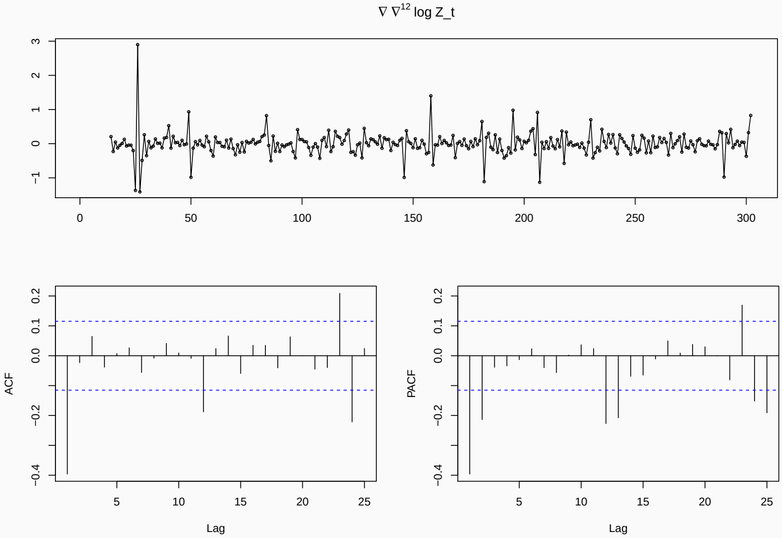
Serie transformada (ln)



Primera diferencia de la serie transformada (ln)



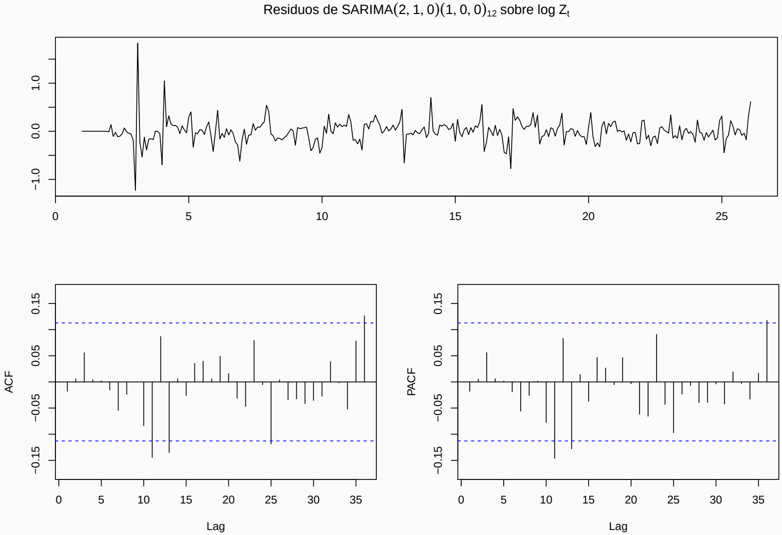
Primera diferencia principal y estacional de la serie transformada (ln)



Ajuste

```
## Series: z_ts
## ARIMA(0,1,1)(1,1,1)[12]
## Box Cox transformation: lambda= 0
##
## Coefficients:
##          ma1    sar1     sma1
##      -0.5766  0.2350  -1.0000
## s.e.   0.0486  0.0666   0.0604
##
## sigma^2 estimated as 0.06379:  log likelihood=-27.68
## AIC=63.36   AICc=63.5   BIC=78.02
```

Residuos de un modelo ajustado



Referencias

Hyndman, Rob J, and George Athanasopoulos. 2018. *Forecasting: Principles and Practice*. https://otexts.org/fpp2/.