

TELELABO

DISEÑO DE

CONTROLADORES

Luis de Pablo Beltrán

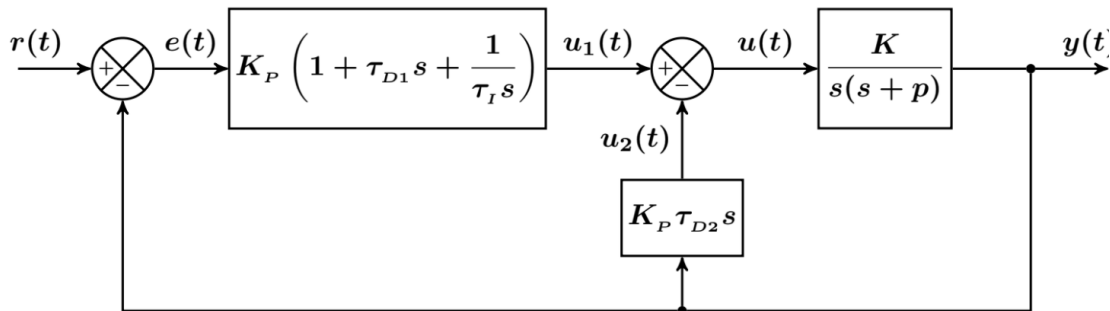
César Gutiérrez de la Cámara Jiménez

GRUPO 06

INTRODUCCIÓN	2
DIFERENCIAS ENTRE LOS CONTROLADORES	3
2.1 Cómo se realizará la comparación	3
2.1.1 La velocidad del sistema y la sobreelongación máxima	4
2.1.2 El error en régimen permanente	4
2.2 P	6
2.3 PD	7
2.4 P-D	9
2.5 PI	10
2.6 PID y PI-D	12
2.7 PID-D	18
2.8 DIPID	20
ANÁLISIS Y DISEÑO DE UN SISTEMA DE CONTROL DE LA POSICIÓN ANGULAR DE UN MOTOR DC UTILIZANDO UN PID-D	21
3.1 ANÁLISIS DE ESTABILIDAD	21
3.2 ANÁLISIS DEL PROBLEMA DE SEGUIMIENTO AL ESCALÓN, RAMPA Y PARÁBOLA	24
3.2.1 Problema de seguimiento al escalón	24
3.2.2 Problema de seguimiento a la rampa	24
3.2.3 Problema de seguimiento a la parábola	24
3.3 SINTONIZAR LOS PARÁMETROS DEL CONTROLADOR	25
3.3.1 Obtención de las curvas $M_p(\cdot)$	25
3.3.2 Obtención de las curvas $t_s(2)$	27
3.3.3 Selección de los parámetros $K_p, \tau_{D1}, \tau_{D2}$ y τ_I	30
IMPLEMENTACIÓN EN EL TELELABORATORIO DE UN SISTEMA DE CONTROL DE LA POSICIÓN ANGULAR DE UN MOTOR DC UTILIZANDO UN PID-D	33
CONCLUSIONES	34
BIBLIOGRAFÍA	35

1. INTRODUCCIÓN

Esta entrega tiene como objetivo final diseñar e implementar un controlador de la posición angular de un motor DC. Este controlador utilizará un sistema de control realimentado PID-D, el cual generaliza los sistemas de tercer orden con controladores PID y PI-D.



Primeramente tendremos que hacer un análisis de nuestro sistema y de los posibles valores de los parámetros de nuestro controlador que hagan cumplir unos determinados requisitos. Una vez realizado el estudio analítico demostraremos en el laboratorio la validez de los datos obtenidos.

Todo esto se implementará vía telemática en un motor DC al cual se tiene acceso mediante la aplicación [SecoStudentsApp](#), la cual ha sido proporcionada por los profesores. Dicha aplicación solo está disponible en Linux, por lo que si no se dispone de dicho sistema operativo será necesario instalar una máquina virtual (p.ej. Virtual Box) o hacer una partición en el ordenador. La aplicación nos permitirá controlar el motor DC y obtener diferentes gráficas para estudiar su comportamiento.

El motor a controlar se trata de:

- Motor DC A-max 32 12V
- Reductora planetaria GP 32A 23:1
- Encoder HEDS 5540 de 500 pulsos por vuelta

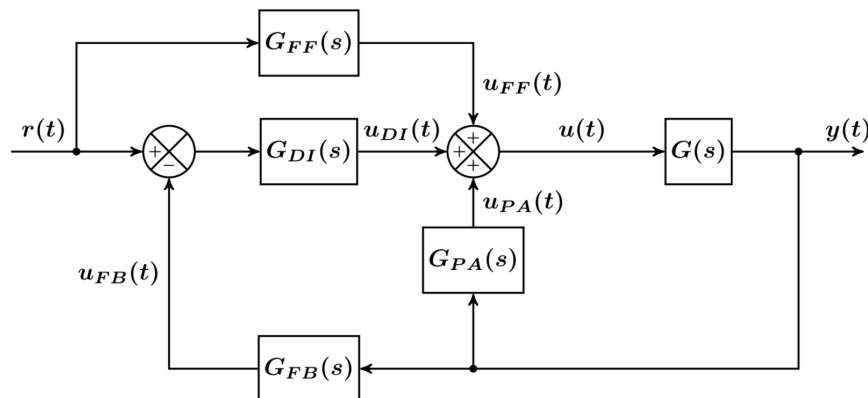
Se dispone del siguiente hardware de control:

- Una tarjeta con microcontrolador ARM
- Una tarjeta con un procesador ATMEL con Linux
- Una tarjeta que se encarga de extraer la periferia

En la bibliografía dejaremos el enlace del material utilizado a lo largo de toda la entrega.

2. DIFERENCIAS ENTRE LOS CONTROLADORES

En este apartado explicaremos las diferencias entre algunos de los controladores estudiados a lo largo del curso, desde la perspectiva del seguimiento de señales de referencia monómicas y el comportamiento de régimen transitorio, explicando cómo afectan los parámetros K_p , τ_d y τ_i a cada uno de ellos. Para ello primero vamos a proponer el siguiente esquema genérico para controladores:



$G(s)$ representa el motor que vamos a controlar, se trata de un sistema de segundo orden:

$$G(s) = \frac{k}{s(s+p)}$$

El resto de sistemas los utilizaremos para controlar el motor. En función de cuáles ramas implementemos y de qué forma obtendremos un controlador u otro:

- $G_{DI}(s)$ es un controlador en lazo directo.
- $G_{PA}(s)$ es un controlador en lazo paralelo.
- $G_{FF}(s)$ es un controlador en lazo prealimentado.
- $G_{FB}(s)$ es un controlador en lazo realimentado.

2.1 Cómo se realizará la comparación

Para realizar la comparativa entre los diferentes controladores se estudiarán principalmente tres aspectos: cómo afectan los parámetros K_p , τ_d y τ_i a:

- La velocidad del sistema, es decir t_s .
- La sobreelongación máxima, es decir M_p .

- El error en régimen permanente, es decir e_{ss} , según la referencia de entrada de nuestro sistema.

2.1.1 La velocidad del sistema y la sobreelongación máxima

Para analizar la velocidad del sistema primero se calculará la función de transferencia completa en lazo cerrado $H_p(s)$. Una vez obtenida dicha función:

- Si obtenemos un polinomio de orden dos, se comparará con las ecuaciones canónicas:

$$G_1(s) = \frac{w_n^2}{s^2 + 2\zeta w_n s + w_n^2}, \quad G_2(s) = \frac{w_n s}{s^2 + 2\zeta w_n s + w_n^2}$$

- Si obtenemos un polinomio de orden tres, se comparará con:

$$P(s) = (s + c)(s^2 + 2\zeta w_n s + w_n^2), \text{ 'c' es un polo real}$$

Donde w_n es la frecuencia natural y ζ es el coeficiente de amortiguamiento. Se obtendrá así la nueva función de transferencia y el valor de w_n y ζ en función de K_p , τ_p y τ_I .

Además, se realizará un cambio de variable $s = s_1 p$ para hacer a la nueva función de transferencia obtenida independiente del polo. Con todo esto podremos dibujar una gráfica del comportamiento del sistema en función del valor del coeficiente de amortiguamiento. Al estar el coeficiente de amortiguamiento en función de K_p , τ_p y τ_I , podremos entonces sacar conclusiones.

Hay que tener en cuenta que un sistema más lento ($t_s \downarrow$) siempre implica menos oscilaciones ($w_n \downarrow$).

Observando la gráfica también podremos ver como varía la sobreelongación máxima (M_p) en función de estas constantes.

2.1.2 El error en régimen permanente

La forma de analizar el error en régimen permanente en función de la señal de transferencia que tengamos es la siguiente. Primero deberemos de calcular $H_{e,p}(s)$, o lo que es lo mismo, la función de transferencia en función del error de nuestro sistema: $H_{e,p}(s) = \frac{E(s)}{R(s)}$.

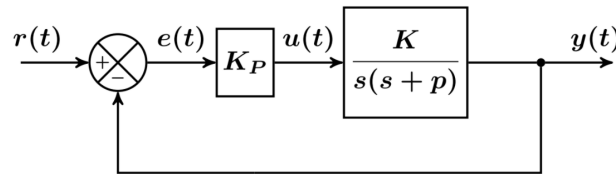
Será entonces cuando apliquemos el Teorema del Valor Final: $e_{ss}(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s * H_{e,p}(s) * R(s)$.

El valor de $R(s)$ dependerá de la señal de referencia, obteniéndose así tres posibles valores para e_{ss} :

- La señal de referencia es un escalón $\Rightarrow R(s) = \frac{1}{s} \Rightarrow e_0$
- La señal de referencia es una rampa $\Rightarrow R(s) = \frac{1}{s^2} \Rightarrow e_1$
- La señal de referencia es un parábola $\Rightarrow R(s) = \frac{1}{s^3} \Rightarrow e_2$

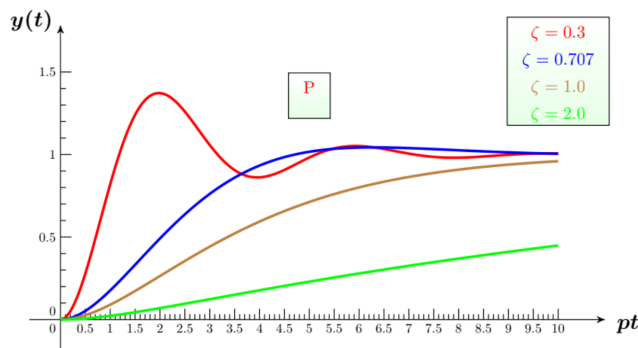
No obstante hay una segunda manera de calcular estos valores que es mucho más rápida y que será la que utilizemos principalmente. Analizando la función de transferencia $H_p(s)$, si el numerador contiene un sub-polinomio completo del denominador, el orden de ese sub-polinomio completo hará referencia a qué funciones polinómicas nuestro sistema puede seguir. Esto en cristiano significa que si, por ejemplo, nuestro sub-polinomio es de orden cero, podremos únicamente seguir a funciones referencia de orden cero (escalón). Por tanto $e_0(\infty) = 0$, $e_1(\infty) = cte.$ y $e_2(\infty) = \infty$. Si quisiéramos saber el valor exacto de e_1 deberíamos aplicar el primer método.

2.2 P



El controlador Proporcional es un controlador en lazo directo, cuyo parámetro principal es K_p . Por lo que el sistema variará en función del valor de dicha constante. La función de transferencia en lazo cerrado del sistema es:

$$H_p(s) = \frac{k_p k}{s^2 + sp + k_p k}, H_p(s1) = \frac{\frac{1}{4\zeta^2}}{s_1^2 + s_1 + \frac{1}{4\zeta^2}}, \zeta = \frac{p}{2k_p k}, w_n = \sqrt{k_p k}$$

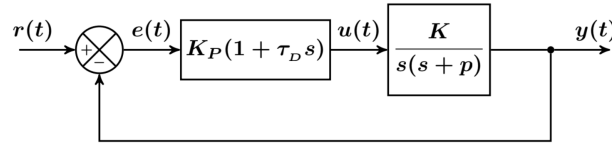


Podemos observar que si aumentamos el valor del coeficiente de amortiguamiento el sistema se hace más lento, es decir $t_s \uparrow$. O lo que es lo mismo: $\uparrow K_p \Rightarrow t_s \downarrow$ y $M_p \uparrow$.

Es decir si la K_p aumenta el sistema será más rápido (y tendrá más oscilaciones).

En cuanto al error en régimen permanente, observando $H_p(s)$ y aplicando el método previamente explicado podemos deducir: $e_0(\infty) = 0$, $e_1(\infty) = cte.$ y $e_2(\infty) = \infty$. Si queremos averiguar el valor de e_1 en función de K_p aplicamos el primero de los métodos, obteniendo como resultado: $e_1 = \frac{p}{k_p k}$.

2.3 PD



El PD consiste en un controlador proporcional y derivativo en el lazo directo. Por lo tanto, tenemos dos variables, las cuales influyen en el sistema: K_p y τ_D . La función de transferencia de lazo cerrado es:

$$H_{PD}(s) = \frac{k_p k(1 + \tau_D s)}{s^2 + s(p + k_p k \tau_D) + k_p k}, H_{PD}(s_1) = \frac{\frac{1}{\beta_2^2 \zeta^2} + \frac{2 - \beta_2}{\beta_2} s_1}{s_1 + \frac{2}{\beta_2} + \frac{1}{\beta_2^2 \zeta^2}}, \zeta = \frac{p + k_p k \tau_D}{2\sqrt{k_p k}}, \omega_n = \sqrt{k_p k}$$

La función de transferencia se puede poner en función de dos formas canónicas:

$$H(s) = G_1(s) + (2\zeta - \frac{p}{\omega_n})G_2(s)$$

Además, sacamos la relación $\tau_D = \frac{\zeta(2 - \beta_2)}{w_n}$.

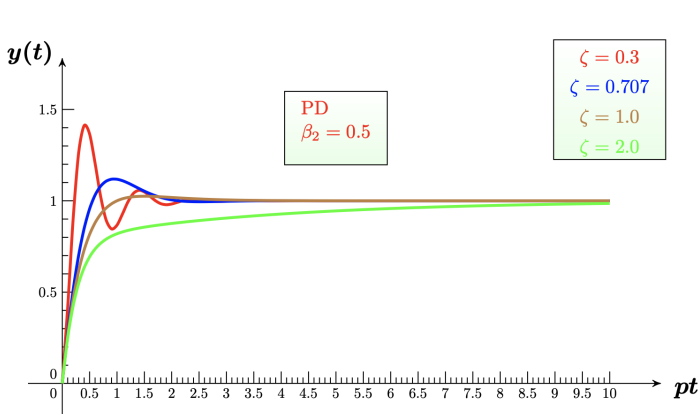


Figura 2.7: Salida con controlador PD

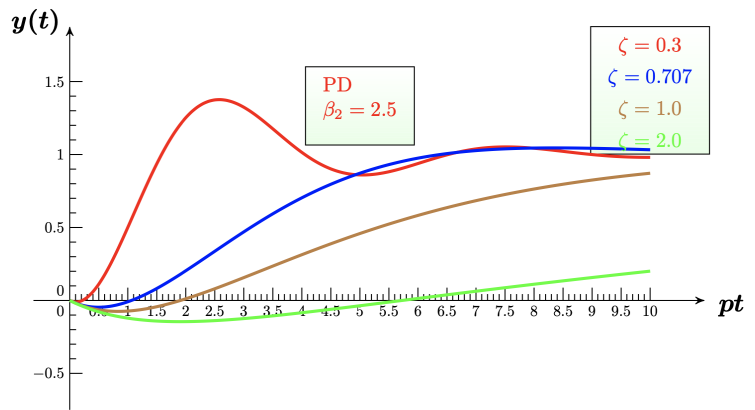


Figura 2.8: Salida con controlador PD

En las gráficas se pueden ver los sistemas PD para dos valores de β_2 , uno de Fase Mínima y el otro de Fase no Mínima.

Podemos observar que si aumentamos el valor del coeficiente de amortiguamiento, el sistema se hace más lento ($t_s \uparrow$) y hay menos oscilaciones.

Si aumentamos el valor de β_2 , se hará más lento el sistema ($t_s \uparrow$) sin modificar la elongación máxima, pero si es mayor que 2, entonces será de fase no mínima.

Dicho lo mismo desde el punto de vista de K_p y τ_D , se puede resumir en:

- Si $K_p \uparrow \Rightarrow M_p \uparrow, t_s \downarrow$
- Si $\tau_D \uparrow \Rightarrow M_p, t_s \downarrow$

La función de transferencia del error es la siguiente:

$$H_e(s) = \frac{s(s+p)}{s^2 + s(p + k_p k \tau_D) + k_p k}$$

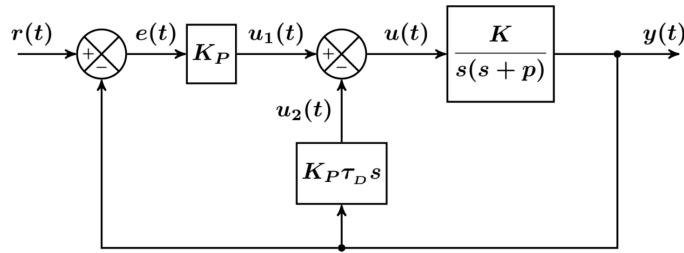
Para obtener el error en régimen permanente a los distintos estímulos de entrada, aplicamos el teorema de valor final:

$$e(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s H_e(s) R(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{s(s+p)}{s^2 + s(p + k_p k \tau_D) + k_p k} R(s)$$

$$\text{Obtenemos que } e_0(\infty) = 0, e_1(\infty) = cte = \frac{p}{k_p k} = \frac{\beta_2^2 \zeta^2}{p} \text{ y } e_2(\infty) = \infty$$

El controlador PD es mas rapido que el controlador P-D ya que la pendiente en el origen $y'(0) = -\omega_n \zeta (\beta_2 - 2)$, por lo tanto, si β_2 es mayor que 2, está pendiente es negativa como se puede ver en la segunda gráfica.

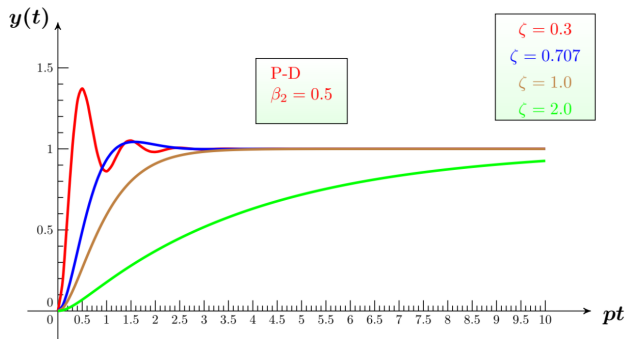
2.4 P-D



El P-D consiste en un controlador proporcional en el lazo directo y un controlador derivativo en el lazo paralelo. En este caso por tanto tenemos dos constantes que influyen en el comportamiento del sistema: K_p y τ_D . La función de transferencia de este sistema es:

$$H_{P-D}(s) = \frac{k_p k}{s^2 + s(p + k_p k \tau_D) + k_p k}, \quad H_p(s) = \frac{1}{s_1^2 + \frac{2}{\beta_2} s_1 + \frac{1}{\beta_2^2 \zeta^2}}, \quad \zeta = \frac{p + k_p k \tau_D}{2\sqrt{k_p k}}, \quad \omega_n = \sqrt{k_p k}$$

Además sacamos la relación $\tau_D = \frac{\zeta(2-\beta_2)}{\omega_n}$.



Podemos observar que si aumentamos el valor del coeficiente de amortiguamiento el sistema se hace más lento ($t_s \uparrow$).

Si aumentamos el valor de β_2 estaremos haciendo el sistema más lento ($t_s \uparrow$), pero no modificaremos la sobreelongación máxima..

Esto traducido a las constantes K_p y τ_D se

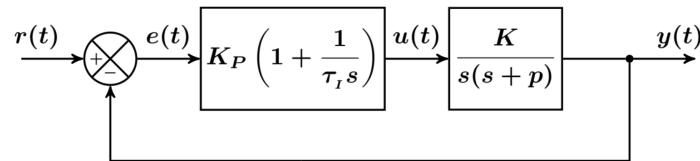
podría resumir diciendo:

- Si $K_p \uparrow \Rightarrow M_p \uparrow, t_s \downarrow$
- Si $\tau_D \uparrow \Rightarrow M_p \uparrow, t_s \downarrow$

En cuanto al error en régimen permanente, observando $H_p(s)$ y aplicando el método previamente explicado podemos deducir: $e_0(\infty) = 0$, $e_1(\infty) = cte.$ y $e_2(\infty) = \infty$. Si queremos

averiguar el valor de e_1 en función de K_p y τ_D aplicamos el primero de los métodos, obteniendo como resultado: $e_1 = \frac{p+k_p k \tau_D}{k_p k}$.

2.5 PI



El PID consiste en un controlador proporcional e integral en el lazo directo. Por lo tanto, tenemos dos variables, las cuales influyen en el sistema: K_p y τ_I . La función de transferencia de lazo cerrado es:

$$H_{PI}(s) = \frac{k_p k (s + \frac{1}{\tau_I})}{s^2 (s+p) + k_p k (s + \frac{1}{\tau_I})}, \omega_n = \sqrt{\frac{k_p k}{2(\beta_2 - 2)\zeta^2 + 1}}$$

$$\tau_I = \frac{\zeta(2 + \frac{1}{(\beta_2 - 2)\zeta^2})}{\omega_n}$$

Puede observarse que el controlador PI es un caso particular del PID y del PI-D cuando $\beta = \beta_2 - 2$.

Se puede observar que al aumentar el coeficiente de amortiguamiento el sistema se vuelve más lento.

En función de K_p y τ_I :

- Si $K_p \uparrow \Rightarrow M_p \uparrow, t_s \downarrow$
- Si $\tau_I \uparrow \Rightarrow M_p \downarrow, t_s \downarrow, e_3(\infty) \uparrow$

La función de transferencia del error es:

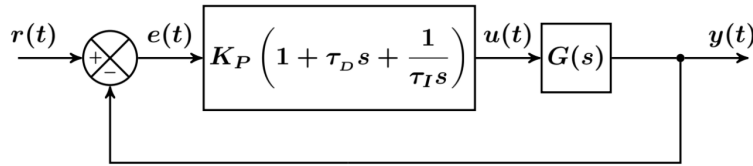
$$H_e(s) = \frac{s^2 (s+p)}{s^2 (s+p) + k_p k (s + \frac{1}{\tau_I})}$$

Para obtener el error en régimen permanente a los distintos estímulos de entrada, aplicamos el teorema de valor final:

$$e(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s H_e(s) R(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{s^2(s+p)}{s^2(s+p)+k_p k(s+\frac{1}{\tau_i})} R(s)$$

Obtenemos que $e_0(\infty) = 0$, $e_1(\infty) = 0$ y $e_2(\infty) = cte = \frac{\tau_i p}{k_p k} = \frac{\beta_2^3 \zeta^2}{p^2 (\beta_2 - 2)}$

2.6 PID y PI-D



El PID consiste en un controlador proporcional, integral y derivativo en lazo directo. Por lo que tenemos tres variables que influyen en el comportamiento del sistema: K_p , τ_D y τ_I . La función de transferencia de este sistema es:

$$H_{PID}(s) = \frac{k_p k \tau_D (s^2 + \frac{s}{\tau_D} + \frac{1}{\tau_D \tau_I})}{s^2 (s+p) + k_p k \tau_D (s^2 + \frac{s}{\tau_D} + \frac{1}{\tau_D \tau_I})},$$

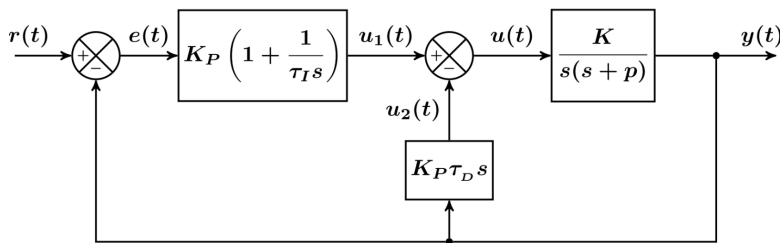
La función de transferencia del error es la siguiente:

$$H_e(s) = \frac{s^2 (s+p)}{s^2 (s+p) + k_p k \tau_D (s^2 + \frac{s}{\tau_D} + \frac{1}{\tau_D \tau_I})}$$

Para obtener el error en régimen permanente a los distintos estímulos de entrada, aplicamos el teorema de valor final:

$$e(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s H_e(s) R(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{s^2 (s+p)}{s^2 (s+p) + k_p k \tau_D (s^2 + \frac{s}{\tau_D} + \frac{1}{\tau_D \tau_I})} R(s)$$

Obtenemos que $e_0(\infty) = 0$, $e_1(\infty) = 0$ y $e_2(\infty) = cte = \frac{\tau_I p}{k_p k} = \frac{\beta_2^3 \zeta^2}{p^2 \beta}$



El PI-D consiste en un controlador proporcional e integral en el lazo directo y un controlador derivativo en el lazo paralelo. Por lo que tenemos tres variables que influyen en el comportamiento del sistema: K_p, τ_D y τ_I . La función de transferencia de este sistema es:

$$H_{PI-D}(s) = \frac{k_p k (s + \frac{1}{\tau_I})}{s^2(s+p) + k_p k \tau_D (s^2 + \frac{s}{\tau_D} + \frac{1}{\tau_D \tau_I})}$$

La función de transferencia del error es la siguiente:

$$H_e(s) = \frac{s^2(s+p+k_p k \tau_D)}{s^2(s+p) + k_p k \tau_D (s^2 + \frac{s}{\tau_D} + \frac{1}{\tau_D \tau_I})}$$

Para obtener el error en régimen permanente a los distintos estímulos de entrada, aplicamos el teorema de valor final:

$$e(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s H_e(s) R(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{s^2(s+p+k_p k \tau_D)}{s^2(s+p) + k_p k \tau_D (s^2 + \frac{s}{\tau_D} + \frac{1}{\tau_D \tau_I})} R(s)$$

$$\text{Obtenemos que } e_0(\infty) = 0, e_1(\infty) = 0 \text{ y } e_2(\infty) = cte = \frac{\tau_I(p+k_p k \tau_D)}{k_p k} = \frac{\beta_2^2 \zeta^2 (\beta+2)}{p^2 \beta}$$

Puede verse que en ambos controladores la función de transferencia a bajas frecuencias es la unidad, $H(0) = 1$.

Además, puede verse que el controlador proporcional integral es un caso particular de estos

$$\text{dos, sustituyendo } \beta = \beta_2 - 2 \text{ se obtiene: } e_2(\infty) = \frac{\beta_2^3 \zeta^2}{p(\beta_2 - 2)}$$

Ambos sistemas son de tercer orden, y el polinomio característico es:

$$P(s) = s^3 + (p + k_p k \tau_D) s^2 + (k_p k) s + \frac{k_p k}{\tau_I} = (s + c)(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)$$

$$\text{Siendo } p = \beta_2 \zeta \omega_n \text{ y } c = \beta \zeta \omega_n$$

Se obtiene la relación de K_p, τ_D y τ_I a partir de β, β_2 y ζ :

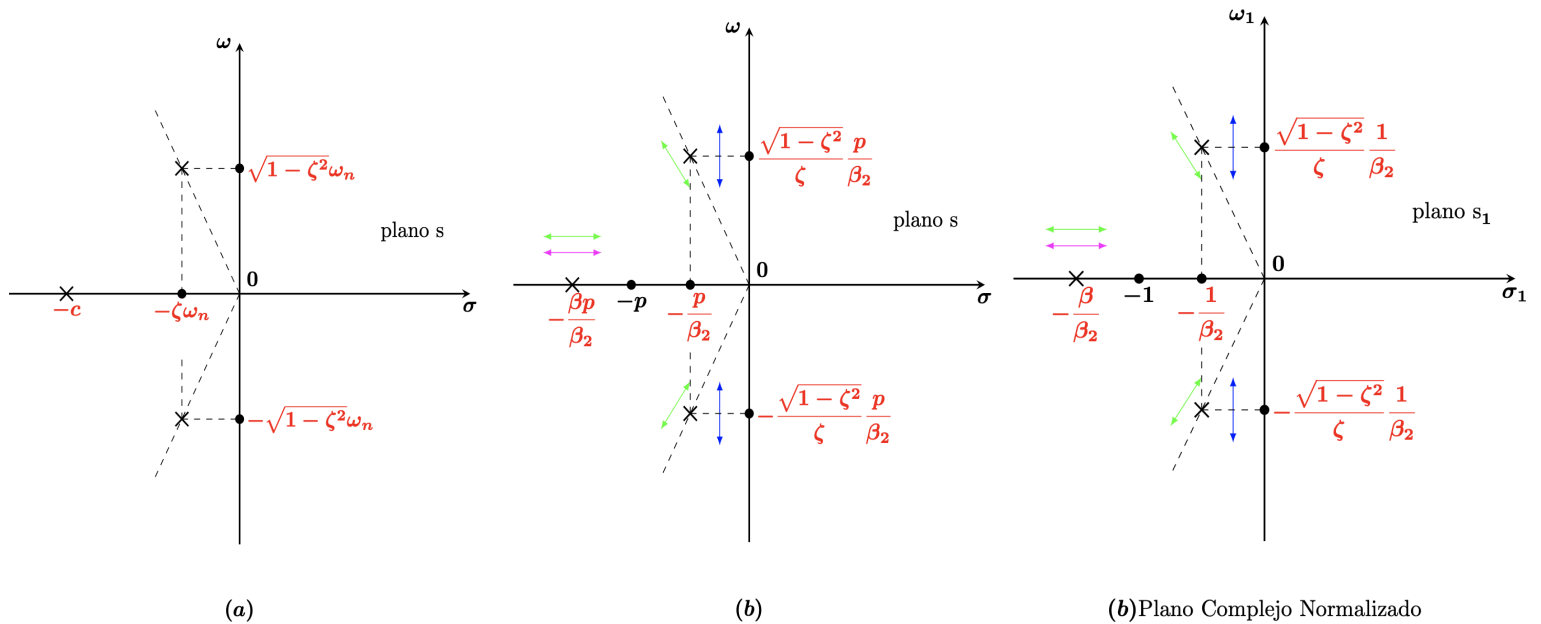
$$K_p = \frac{p^2(2\beta + \frac{1}{\zeta^2})}{\beta_2^2 K}, \tau_D = \frac{\beta_2(\beta - \beta_2 + 2)}{p(2\beta + \frac{1}{\zeta^2})}, \tau_I = \frac{\beta_2 \zeta^2(2\beta + \frac{1}{\zeta^2})}{\beta p}$$

Calculamos las ganancias de los factores Derivativo e Integral de ambos controladores,

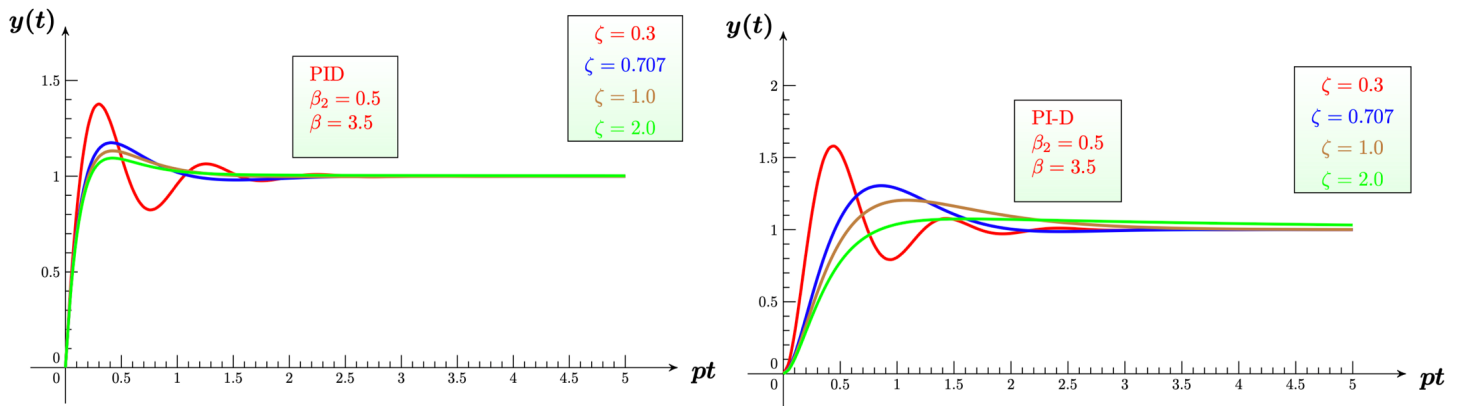
$$k_D = k_D \tau_D = \frac{p(\beta - \beta_2 + 2)}{k \beta_2^2}, k_I = \frac{k_D}{\tau_I} = \frac{p^3 \beta}{k \zeta^2 \beta_2^3}$$

En la siguiente figura podemos ver el diagrama polo-cero en lazo cerrado de ambos sistemas. Si normalizamos el polinomio característico: $P(p s_1) = p^3(s_1 + \frac{\beta}{\beta_2})(s_1^2 + \frac{2}{\beta_2} s_1 + \frac{1}{\beta_2^2 \zeta^2})$

Se puede observar que la variación de ζ solo afecta a la parte imaginaria de los polos complejos conjugados. La variación de β solo afecta al polo real y la variación de β_2 afecta a todos los polos del sistema.



Para ambos controladores se puede comprobar en las gráficas que aumentando el factor de amortiguamiento el sistema se hace más lento y disminuye las oscilaciones. También se puede comprobar, que el PID es más rápido que el PI-D.



Podemos comprobar que el valor inicial es nulo utilizando el teorema de valor inicial sobre la salida $y(t)$.

$$\text{Para el PID} \Rightarrow y(0) = \lim_{s \rightarrow \infty} sH(s)R(s) = \lim_{s \rightarrow \infty} S \frac{k_p k \tau_D (s^2 + \frac{s}{\tau_D} + \frac{1}{\tau_D \tau_I})}{s^2(s+p) + k_p k \tau_D (s^2 + \frac{s}{\tau_D} + \frac{1}{\tau_D \tau_I})} \frac{1}{s} = 0$$

$$\text{Para el PI-D} \Rightarrow y(0) = \lim_{s \rightarrow \infty} sH(s)R(s) = \lim_{s \rightarrow \infty} S \frac{k_p k (s + \frac{1}{\tau_I})}{s^2(s+p) + k_p k \tau_D (s^2 + \frac{s}{\tau_D} + \frac{1}{\tau_D \tau_I})} \frac{1}{s} = 0$$

Para comprobar como es la pendiente en el origen, aplicamos el teorema del valor inicial a la derivada de la salida $y(t)$.

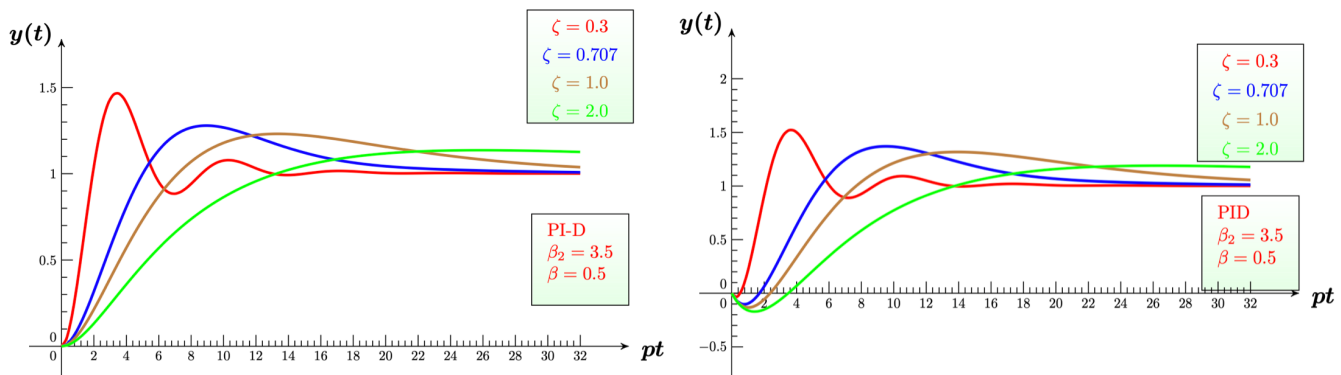
$$\text{Para el PID} \Rightarrow y'(0) = \lim_{s \rightarrow \infty} s^2 H(s) R(s) = \lim_{s \rightarrow \infty} S^2 \frac{k_p k \tau_D (s^2 + \frac{s}{\tau_D} + \frac{1}{\tau_D \tau_I})}{s^2 (s+p) + k_p k \tau_D (s^2 + \frac{s}{\tau_D} + \frac{1}{\tau_D \tau_I})} \frac{1}{s} =$$

$$\zeta \omega_n (\beta - \beta_2 + 2)$$

$$\text{Para el PI-D} \Rightarrow y'(0) = \lim_{s \rightarrow \infty} s^2 H(s) R(s) = \lim_{s \rightarrow \infty} S^2 \frac{k_p k (s + \frac{1}{\tau_I})}{s^2 (s+p) + k_p k \tau_D (s^2 + \frac{s}{\tau_D} + \frac{1}{\tau_D \tau_I})} \frac{1}{s} =$$

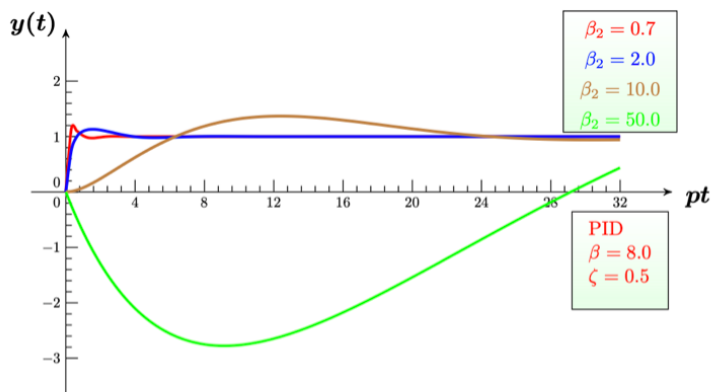
$$0$$

Por lo tanto, si $\beta_2 - \beta > 2$, la pendiente del PID en el origen es negativa. Eso se puede comprobar en las siguientes gráficas.

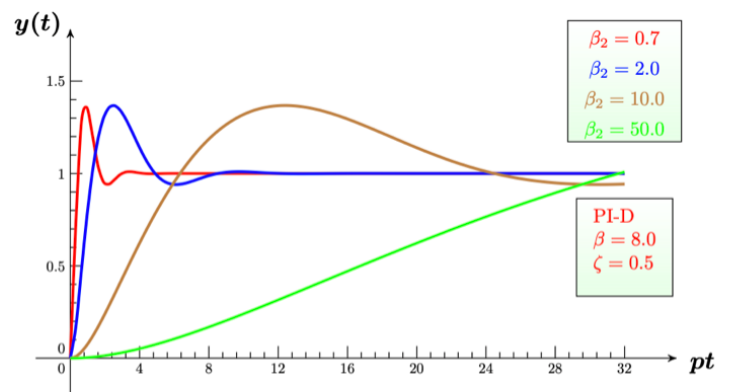


A continuación veremos lo que ocurre cuando se varia β y β_2 . Empezaremos con β_2 .

Puede observarse en la gráfica que al aumentar β_2 , el sistema se vuelve más lento ($t_s \uparrow$) pero la sobreelongación se queda constante. Como se puede ver en el PID, cuando $\beta_2 - \beta > 2$, la pendiente de la salida en el origen es negativa, produciendo una sobreelongación muy negativa. También puede observarse que cuando $\beta_2 - \beta = 2$, entonces, el sistema se comporta como un controlador proporcional e integral (PI).



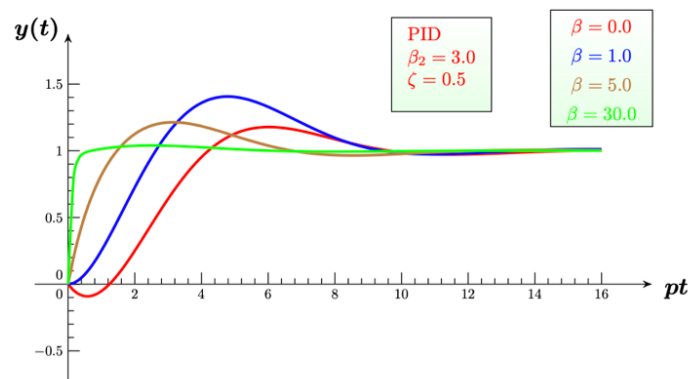
(a) Salida PID y PI



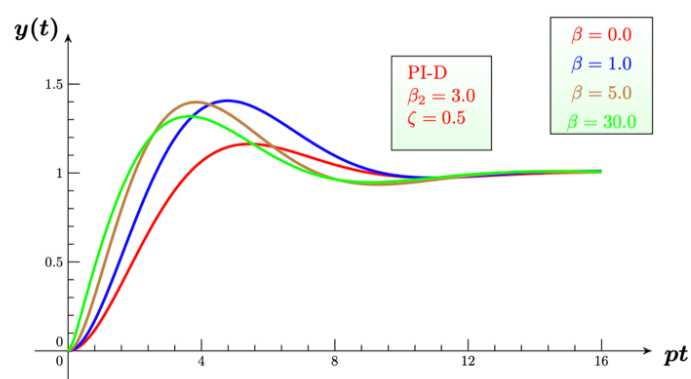
(b) Salida PI-D y PI

Ahora veremos los efectos de variar β .

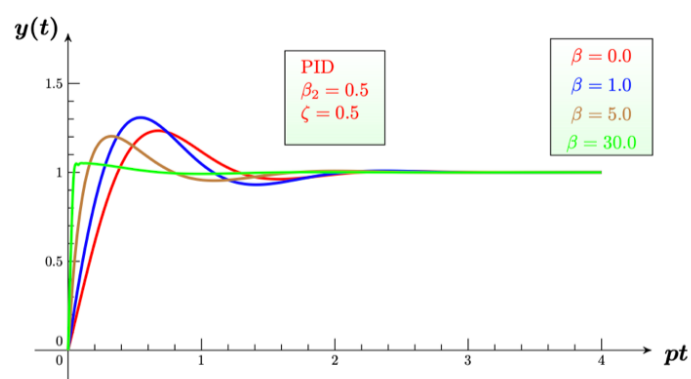
Se puede apreciar en las gráficas que el tiempo de establecimiento varía muy poco con β . Además, el tiempo de pico disminuye al aumentar β , siendo más rápido el PID que el PI-D.



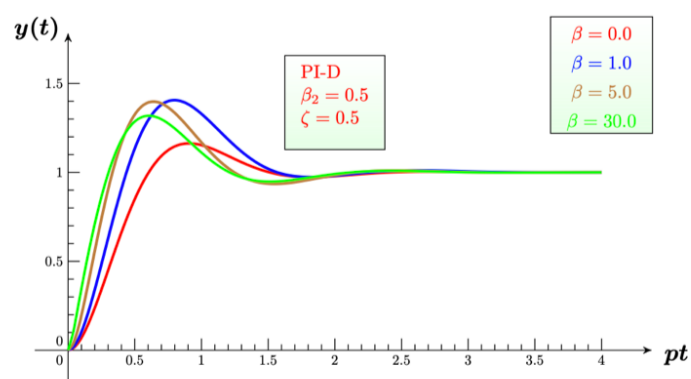
(a) Salida PID, PI y PD



(b) Salida PI-D, PI y P-D

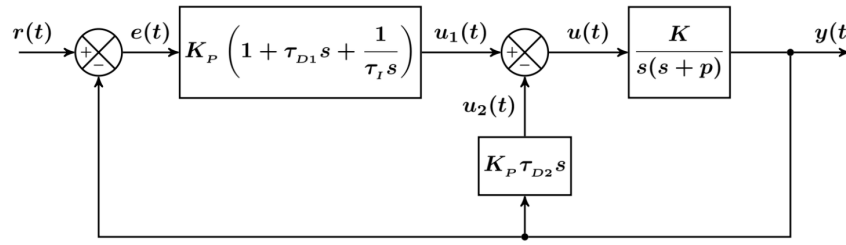


(c) Salida PID y PD



(d) Salida PI-D y P-D

2.7 PID-D



El PID-D consiste en un controlador proporcional-integral-derivativo en el lazo directo y un controlador derivativo en el lazo paralelo. En este caso por tanto tenemos cuatro constantes que influyen en el comportamiento del sistema: $K_p, \tau_{D1}, \tau_{D2}$ y τ_I . La función de transferencia de este sistema es:

$$H_{PID-D}(s) = \frac{k_p k \tau_{D1} (s^2 + \frac{s}{\tau_{D1}} + \frac{1}{\tau_{D1} \tau_I})}{s^2 (s+p) + k_p k \tau_D' (s^2 + \frac{s}{\tau_D'} + \frac{1}{\tau_D' \tau_I})}, \tau_D' = \tau_{D1} + \tau_{D2}$$

Si además se cumpliera que $\tau_{D2} = \frac{-p}{k_p k}$ entonces:

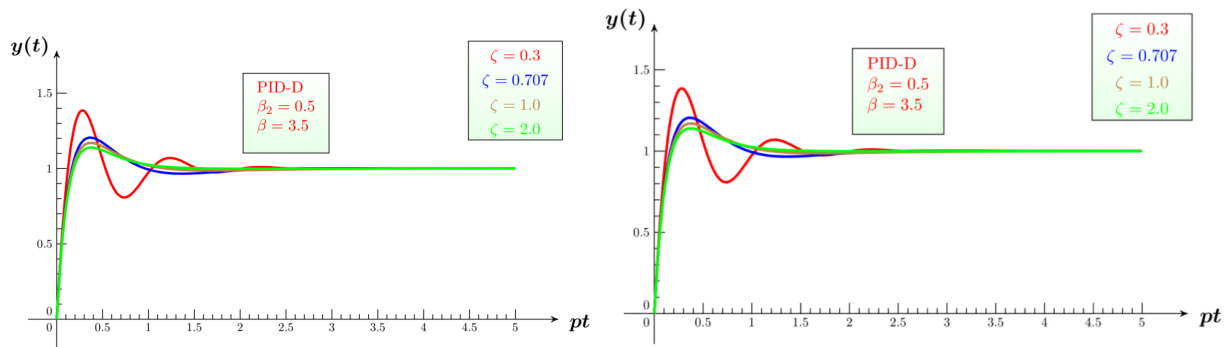
$$H_{PID-D}(s) = \frac{k_p k \tau_{D1} (s^2 + \frac{s}{\tau_{D1}} + \frac{1}{\tau_{D1} \tau_I})}{s^3 + k_p k \tau_D' (s^2 + \frac{s}{\tau_{D1}} + \frac{1}{\tau_{D1} \tau_I})}, \tau_D' = \tau_{D1} + \tau_{D2}$$

De esta manera si analizamos la función de transferencia podemos concluir que $e_0(\infty) = 0$, $e_1(\infty) = 0$ y $e_2(\infty) = 0$. Esto supone una gran ventaja ante los controladores PID.

Para ver la evolución del sistema en base a $K_p, \tau_{D1}, \tau_{D2}$ y τ_I debemos proceder al igual que con los otros sistemas de tercer orden. Además definiremos los siguientes parámetros:

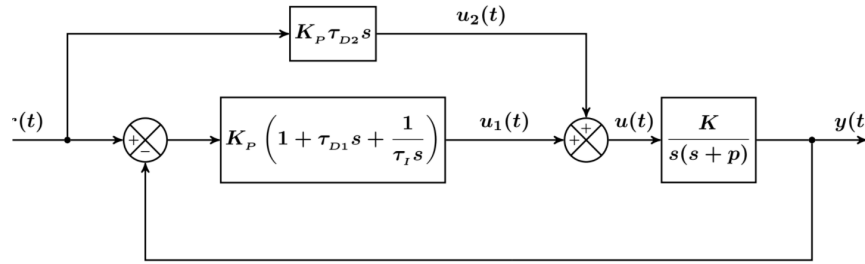
$p = \beta_2 \zeta \omega_n$, $c = \beta \zeta \omega_n$ obteniendo así:

$$K_p = \frac{p^2 (2\beta + \frac{1}{\zeta^2})}{\beta_2^2 K}, \tau_{D1} = \frac{\beta_2 (\beta + 2)}{p (2\beta + \frac{1}{\zeta^2})}, \tau_I = \frac{\beta_2 \zeta^2 (2\beta + \frac{1}{\zeta^2})}{\beta p}$$



Podemos observar cierta similitud con los controladores anteriores: si aumenta el coef. de amortiguamiento disminuye la sobreelongación máxima y aumenta el tiempo de establecimiento, la sobreelongación máxima es independiente de β_2 .

2.8 DIPID



Este sistema consiste en un controlador derivativo en el lazo prealimentado y un controlador proporcional-derivativo-integral en el lazo directo. En este caso por tanto tenemos cuatro constantes que influyen en el comportamiento del sistema: $K_p, \tau_{D1}, \tau_{D2}$ y τ_I . La función de transferencia de este sistema es:

$$H_{D|PID}(s) = \frac{k_p k \tau'_D (s^2 + \frac{s}{\tau_D} + \frac{1}{\tau'_D \tau_I})}{s^2(s+p) + k_p k \tau_{D1} (s^2 + \frac{s}{\tau_{D1}} + \frac{1}{\tau_{D1} \tau_I})}, \tau'_D = \tau_{D1} + \tau_{D2}$$

Al igual que para el PID-D, si además se cumpliera que $\tau_{D2} = \frac{p}{k_p k}$ el error a la parábola pasaría de ser cte. a valer cero ya que:

$$H_{D|PID}(s) = \frac{ps^2 + k_p k \tau_{D1} (s^2 + \frac{s}{\tau_{D1}} + \frac{1}{\tau_{D1} \tau_I})}{s^2(s+p) + k_p k \tau_{D1} (s^2 + \frac{s}{\tau_{D1}} + \frac{1}{\tau_{D1} \tau_I})}$$

De esta manera si analizamos la función de transferencia podemos concluir que $e_0(\infty) = 0$, $e_1(\infty) = 0$ y $e_2(\infty) = 0$.

Al igual que para PID-D, si queremos ver la evolución del sistema en base a $K_p, \tau_{D1}, \tau_{D2}$ y τ_I debemos proceder al igual que con los otros sistemas de tercer orden. Además definiremos los siguientes parámetros:

$$p = \beta_2 \zeta \omega_n, c = \beta \zeta \omega_n \text{ obteniendo así:}$$

$$K_p = \frac{p^2(2\beta + \frac{1}{\zeta^2})}{\beta_2^2 K}, \tau_{D1} = \frac{\beta_2(\beta - \beta_2 + 2)}{p(2\beta + \frac{1}{\zeta^2})}, \tau_I = \frac{\beta_2 \zeta^2(2\beta + \frac{1}{\zeta^2})}{\beta p}$$

3. ANÁLISIS Y DISEÑO DE UN SISTEMA DE CONTROL DE LA POSICIÓN ANGULAR DE UN MOTOR DC UTILIZANDO UN PID-D

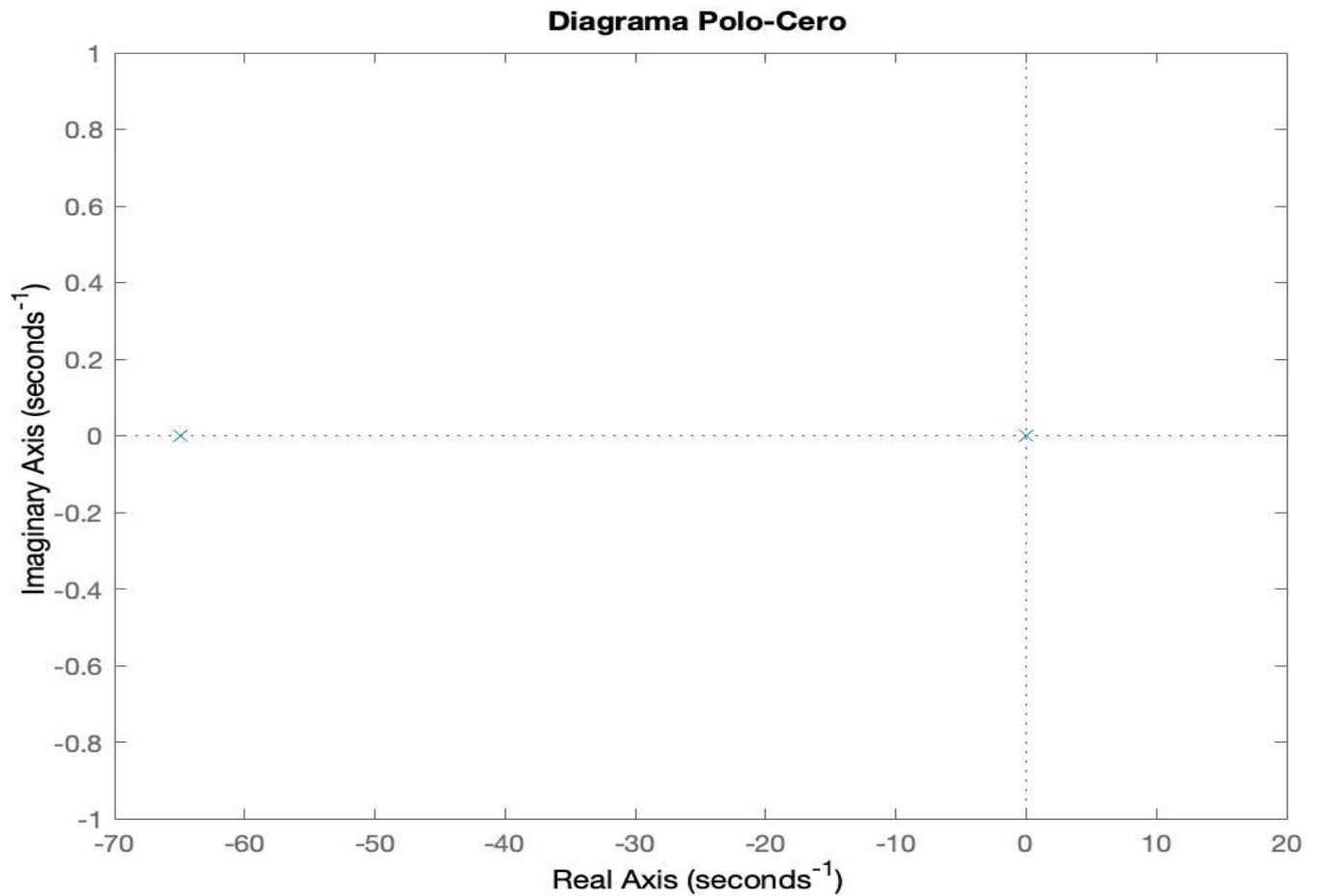
3.1 ANÁLISIS DE ESTABILIDAD

Para analizar la estabilidad del sistema se puede representar el diagrama de polo-cero, hacer el lugar de raíces o utilizar la tabla de Routh sobre la función de transferencia en lazo cerrado.

Empezaremos con el análisis de la estabilidad de la función de transferencia del motor simplificada.

Para ello, analizaremos la función de transferencia: $G(s) = \frac{2652,28}{s(s+64,986)}$. Para ello, obtenemos con Matlab el diagrama polo-cero. Como se puede observar, todos los polos están en el

semiplano izquierdo, lo que significa que el sistema es estable.



Además, realizaremos la tabla de Routh para la función de transferencia en lazo cerrado. $H(s) =$

$$\frac{G(s)}{1+G(s)} = \frac{\frac{k}{s(s+p)}}{1+\frac{k}{s(s+p)}} = \frac{k}{s^2+ps+k} = \frac{2652,28}{s^2+64,986s+2652,28}$$

s^2	1	2652,28
s^1	64,986	
s^0	2652,28	

Como podemos ver, todos los coeficientes de la primera columna son mayores que cero, por lo tanto, el sistema es estable. Cosa que ya sabíamos del diagrama polo-cero.

A continuación, estudiaremos la estabilidad de la función de transferencia de lazo cerrado del controlador PID-D.

La función de transferencia de lazo cerrado es: $H_{PID-D}(s) = \frac{k_p k \tau_{D1} (s^2 + \frac{s}{\tau_{D1}} + \frac{1}{\tau_{D1} \tau_I})}{s^2(s+p) + k_p k \tau'_D (s^2 + \frac{s}{\tau_D} + \frac{1}{\tau'_D \tau_I})}$,

donde el polinomio característico es: $P(s) = s^3 + s^2(kk_p \tau'_D + p) + s(kk_p) + \frac{kk_p}{\tau_I}$.

Para ello, realizamos la tabla de Routh:

S^3	1	kk_p
S^2	$kk_p \tau'_D + p$	$\frac{kk_p}{\tau_I}$
S^1	$\frac{(kk_p)^2 \tau'_D \tau_I + kk_p p \tau_I - kk_p}{kk_p \tau'_D \tau_I + p \tau_I}$	
S^0	$\frac{kk_p}{\tau_I}$	

De la tabla de Routh sabemos que todos los coeficientes de la primera columna deben ser mayor que cero. Por lo tanto, tenemos las siguientes condiciones:

- $a_1 = kk_p \tau'_D + p > 0 \Rightarrow k_p \tau'_D > -\frac{p}{k} = -0.024502$
- $b_1 = \frac{(kk_p)^2 \tau'_D \tau_I + kk_p p \tau_I - kk_p}{kk_p \tau'_D \tau_I + p \tau_I} > 0; (kk_p)^2 \tau'_D \tau_I + kk_p p \tau_I - kk_p > 0;$
 $(kk_p)^2 \tau'_D \tau_I + kk_p p \tau_I > kk_p \Rightarrow (kk_p \tau'_D + p) \tau_I > 1$

- $c_1 = \frac{k k_p}{\tau_l} > 0 \Rightarrow k_p > 0$

Tendremos que tener en cuenta estas condiciones cuando obtengamos los valores de β y β_2 para cumplir con la estabilidad del sistema.

3.2 ANÁLISIS DEL PROBLEMA DE SEGUIMIENTO AL ESCALÓN, RAMPA Y PARÁBOLA

Vamos a realizar un análisis del error en régimen permanente de nuestro sistema ante diferentes señales como referencia (escalón, rampa y parábola). Para ello debemos primero calcular la función de transferencia del error $H_{e,p}(s) = \frac{E(s)}{R(s)} = 1 - H(s)$ y sobre esta aplicar el Teorema del Valor Final para cada situación: $e_{ss}(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s^* H_{e,p}(s) * R(s)$.

$$H_{e, PID-D}(s) = \frac{s^2(s+p+k_p k \tau_{D2})}{s^2(s+p)+k_p k \tau'_D (s^2 + \frac{s}{\tau'_D} + \frac{1}{\tau'_D \tau_I})}, \tau'_D = \tau_{D1} + \tau_{D2}$$

3.2.1 Problema de seguimiento al escalón

En este caso $R(s) = \frac{1}{s}$:

$$\begin{aligned} e_1(\infty) &= e_{ss,esc.}(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s^* H_{e, PID-D}(s) * R(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s * \frac{s^2(s+p+k_p k \tau_{D2})}{s^2(s+p)+k_p k \tau'_D (s^2 + \frac{s}{\tau'_D} + \frac{1}{\tau'_D \tau_I})} * \frac{1}{s} = \\ &= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s^3 + sp + s^2 k_p k \tau_{D2}}{s^3 + s^2 p + k_p k \tau'_D (s^2 + \frac{s}{\tau'_D} + \frac{1}{\tau'_D \tau_I})} = 0 \end{aligned}$$

3.2.2 Problema de seguimiento a la rampa

En este caso $R(s) = \frac{1}{s^2}$:

$$\begin{aligned} e_2(\infty) &= e_{ss,ramp.}(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s^* H_{e, PID-D}(s) * R(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s * \frac{s^2(s+p+k_p k \tau_{D2})}{s^2(s+p)+k_p k \tau'_D (s^2 + \frac{s}{\tau'_D} + \frac{1}{\tau'_D \tau_I})} * \frac{1}{s^2} = \\ &= \\ \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s^3 + s^2(p+k_p k \tau_{D2})}{s^3(s+p)+s k_p k \tau'_D (s^2 + \frac{s}{\tau'_D} + \frac{1}{\tau'_D \tau_I})} &= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s^3 + s^2(p+k_p k \tau_{D2})}{s^4 + s^3(p+k_p k \tau'_D) + s^2 k_p k + s k_p k \frac{1}{\tau_I}} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s(s^2 + sp + s k_p k \tau_{D2})}{s(s^3 + s^2(p+k_p k \tau'_D) + s k_p k + k_p k \frac{1}{\tau_I})} = \\ &= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s^2 + sp + s k_p k \tau_{D2}}{s^3 + s^2(p+k_p k \tau'_D) + s k_p k + k_p k \frac{1}{\tau_I}} = 0 \end{aligned}$$

3.2.3 Problema de seguimiento a la parábola

En este caso $R(s) = \frac{1}{s^3}$:

$$\begin{aligned}
 e_3(\infty) &= e_{ss,parab.}(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s^* H_{e, PID-D}(s) * R(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s * \frac{s^2(s+p+k_p k \tau_{D2})}{s^2(s+p)+k_p k \tau_{D2}(s^2+\frac{s}{\tau'_D}+\frac{1}{\tau'_D \tau'_I})} * \frac{1}{s^3} = \\
 &= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s^3+s^2 p+s^2 k_p k \tau_{D2}}{s^4(s+p)+s^2 k_p k \tau_{D2}(s^2+\frac{s}{\tau'_D}+\frac{1}{\tau'_D \tau'_I})} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s^3+s^2 p+s^2 k_p k \tau_{D2}}{s^5+s^4(p+k_p k \tau'_{D2})+s^3 k_p k+s^2 k_p k \frac{1}{\tau'_I}} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s^2(s+p+k_p k \tau_{D2})}{s^2(s^3+s^2(p+k_p k \tau'_{D2})+s k_p k+k_p k \frac{1}{\tau'_I})} = \\
 &\lim_{s \rightarrow 0} \frac{s+p+k_p k \tau_{D2}}{s^3+s^2(p+k_p k \tau'_{D2})+s k_p k+k_p k \frac{1}{\tau'_I}} = \frac{p+k_p k \tau_{D2}}{k_p k \frac{1}{\tau'_I}}
 \end{aligned}$$

Como explicamos en el primer apartado de esta entrega, en el caso del PID-D, si queremos conseguir que el error en régimen permanente ante una parábola fuese nulo, se tendría que cumplir: $\tau_{D2} = \frac{-p}{k_p k}$. Observamos que si sustituimos dicho valor en el último caso, el error deja de ser constante y se anula.

3.3 SINTONIZAR LOS PARÁMETROS DEL CONTROLADOR

Una vez hemos estudiado teóricamente el comportamiento de nuestro sistema, en base a su estabilidad y el margen de error que tiene en diferentes situaciones, debemos definir el valor de los parámetros $K_p, \tau_{D1}, \tau_{D2}$ y τ_I . Estos valores no serán arbitrarios como en la anterior entrega, sino que deberán hacer que el sistema cumpla con las siguientes especificaciones:

- Sobreelongación máxima de la salida al escalón M_p entre un 8% y un 15%.
- Tiempo de establecimiento t_s menor o igual a 0,5 segundos con una tolerancia v del 2%.
- Tiempo de subida t_r menor o igual a 0,3 segundos.

Este proceso consiste realmente en hallar los valores de ζ , β y β_2 para luego mediante las fórmulas ya explicadas anteriormente en el punto 2.7 de esta entrega obtener $K_p, \tau_{D1}, \tau_{D2}$ y τ_I . Para este proceso hemos desarrollado un script en Matlab llamado *sintonizacion.m* el cual nos ayudará con el análisis que se llevará a cabo. Detallamos este proceso a continuación.

3.3.1 Obtención de las curvas $M_p(\zeta, \beta)$

Como se ha explicado anteriormente en esta entrega, el valor de M_p es independiente del valor de β_2 . Por lo que para este paso, ya que es necesario asignarle un valor a β_2 , lo haremos de forma arbitraria. En nuestro caso escogeremos un valor de 0,5.

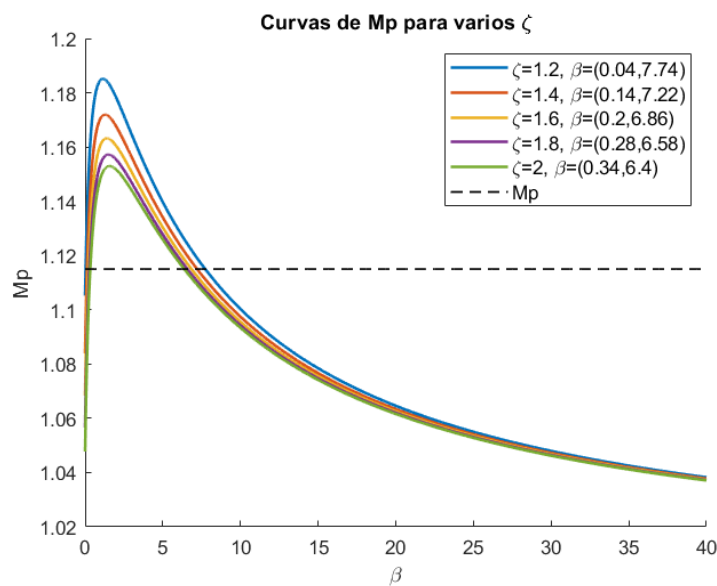
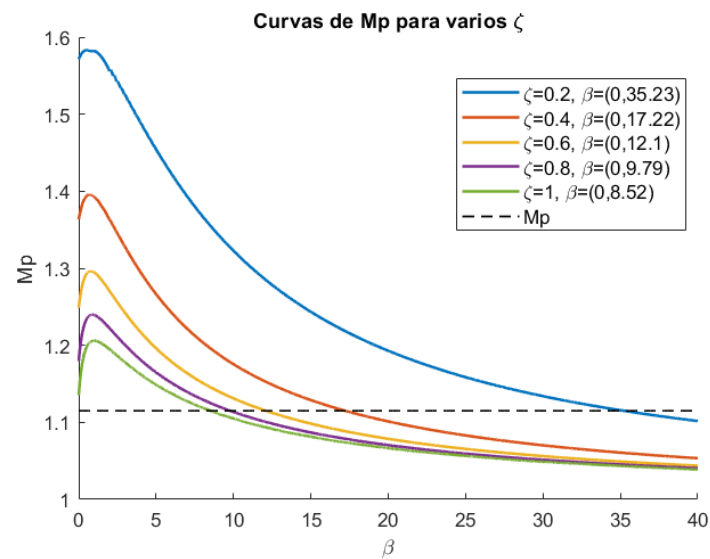
Este paso consiste en dibujar unas gráficas que representen el valor de M_p en función de β . El eje de abscisas corresponderá a β mientras que el de ordenadas a M_p . Esta gráfica nos permitirá conocer qué valores de β permiten una sobreelongación máxima dentro de los márgenes requeridos. En la práctica se requiere un M_p de entre un 8% y un 15%, por ello nosotros hemos escogido un M_p deseado de 1,115. Al ejecutar las primeras tres secciones del script desarrollado en Matlab, llamado *sintonizacion.m*, nos mostrará las gráficas y guardará en un fichero Excel los valores de β que permiten la sobreelongación deseada.

Cada función representada en la gráfica tendrá un valor de coeficiente de amortiguamiento determinado. En nuestro caso hemos escogido 10 posibles valores para ζ : desde 0,2 hasta 2,0 en saltos de 0,2. Estos los hemos dividido en dos gráficas diferentes para una mejor comprensión de las mismas.

El funcionamiento del algoritmo es el siguiente:

1. Por cada valor de β se construye la función de transferencia correspondiente, a la cual mediante la función *step* se calculará la salida para un escalón unitario. De estas salidas se obtendrá el valor máximo de cada una que se irán almacenando en un array.
2. Gracias a este array se podrá pintar la curva de M_p . Este proceso se repite para cada valor de ζ .
3. Finalmente de las gráficas dibujadas previamente se obtienen los valores de β en el que vale el M_p deseado y se guardan estos ficheros en un excel.

Las gráficas obtenidas son las siguientes:



Los valores de β obtenidos son los siguientes:

ζ_i	$\beta_{izquierda}$	$\beta_{derecha}$
0,2	-	35,23
0,4	-	17,22
0,6	-	12,1
0,8	-	9,79
1,0	-	8,52
1,2	0,04	7,74
1,4	0,14	7,22
1,6	0,2	6,86
1,8	0,28	6,58
2,0	0,34	6,4

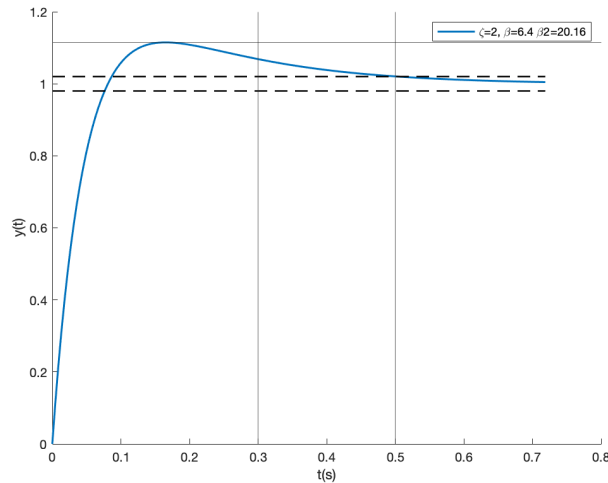
3.3.2 Obtención de las curvas $t_s(\beta_2)$

El segundo requisito para el diseño de nuestro controlador es que tenga un tiempo de establecimiento t_s menor o igual a 0,5 segundos con una tolerancia v del 2%. El objetivo de este paso es dibujar el valor de t_s en función de β_2 para así obtener que valores de β_2 permiten un t_s dentro del rango que nosotros queremos.

Cada función representada en las gráficas corresponderá a un sistema que tendrá como parámetros ζ y β los hallados en el paso anterior, de esta forma nos aseguramos de que se siga cumpliendo el primer requisito de nuestro controlador. El único parámetro que variará de cada sistema será β_2 , el cual estará representado por el eje de abscisas.

La tercera, cuarta y quinta sección del script *sintonizacion.m* nos mostrarán las gráficas y valores deseados. Explicamos a continuación el funcionamiento del algoritmo:

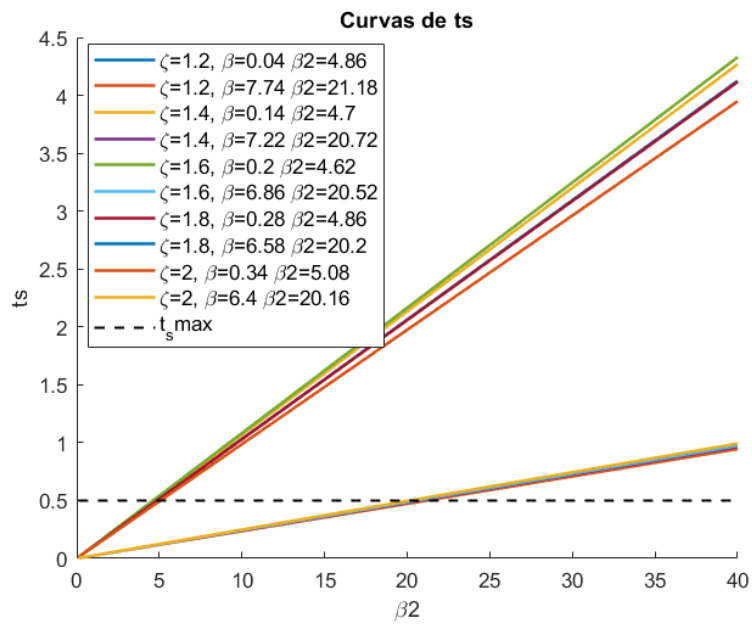
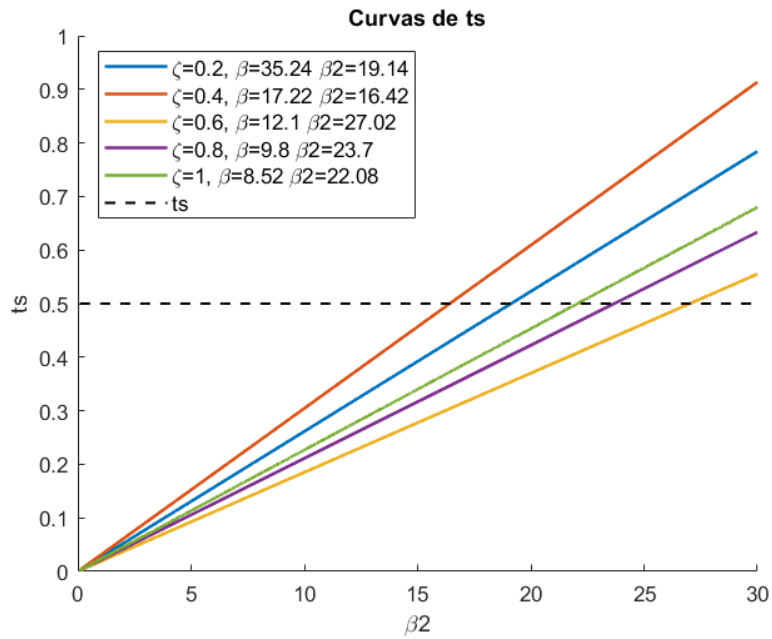
1. Para conseguir visualizar una gráfica que represente el valor de t_s en función de β_2 necesitaremos calcular previamente la respuesta al escalón de un sistema para cada valor posible de β_2 . La respuesta al escalón nos permitirá conocer el valor de t_s para la β_2 escogida. El tiempo de establecimiento es el tiempo que tarda la respuesta en estabilizarse dentro de unos márgenes (uno superior y otro inferior) marcados por la tolerancia escogida (en nuestro caso del 2%). Cada vez que la respuesta del sistema cruce uno de esos márgenes, el algoritmo almacenará el tiempo transcurrido hasta ese momento. Si la respuesta del sistema no vuelve a cruzar ninguno de estos dos márgenes, significa que se ha estabilizado dentro de la tolerancia deseada.



De esta forma el último valor de tiempo almacenado corresponderá a la última vez que cruzó uno de los márgenes y por lo tanto corresponderá con el tiempo de establecimiento. Este proceso se repite para cada posible valor de β_2 , los valores almacenados serán utilizados para pintar la función.

2. El punto 1 se repite para cada combinación de ζ y β hallada en el paso anterior (3.3.1).
3. Se obtienen los valores de β_2 donde cada función alcanza el t_s deseado.

Las gráficas obtenidas son las siguientes:



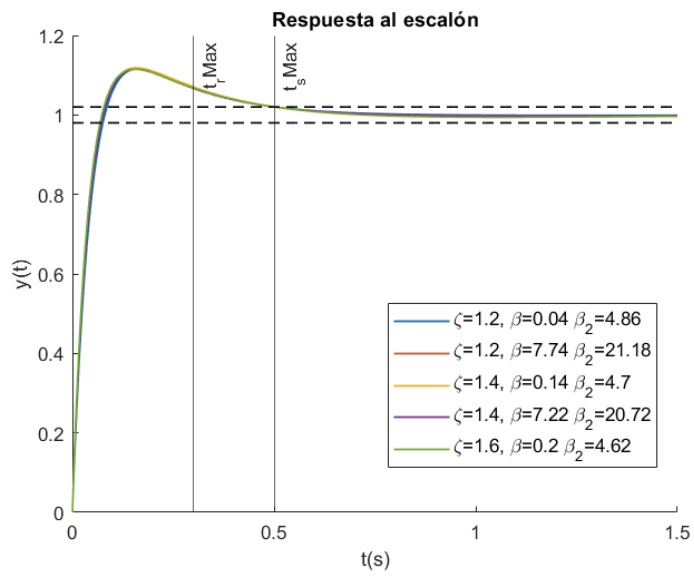
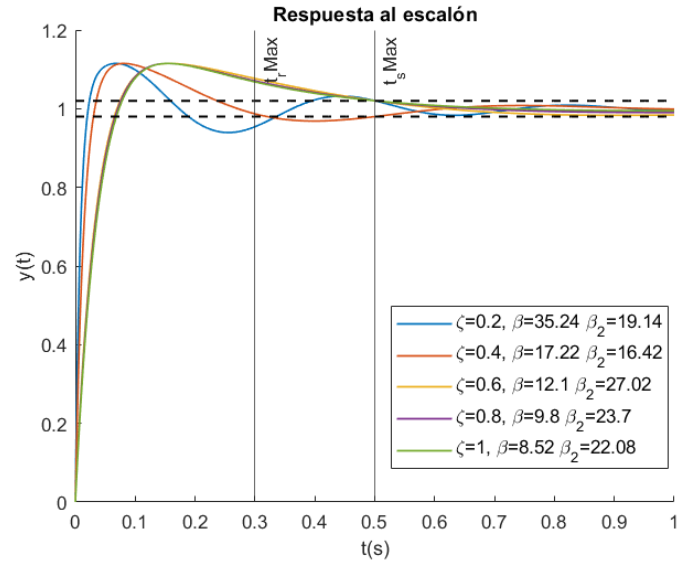
El punto donde cada función corte a 0,5 será el valor de β_2 deseado:

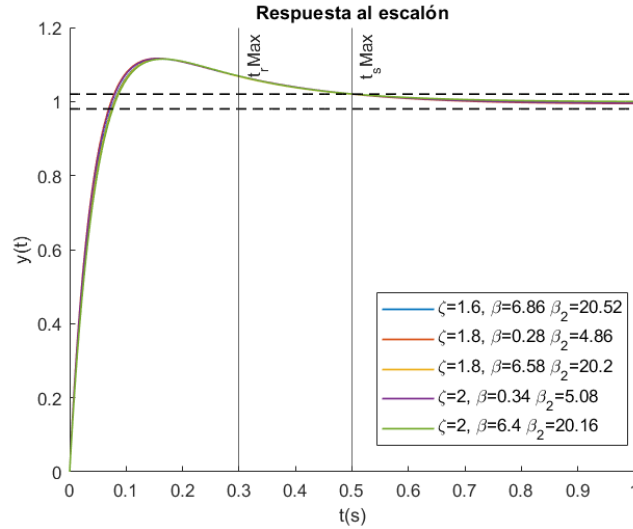
ζ	β	β_2
0,2	35,24	19,14
0,4	17,22	16,42
0,6	12,01	27,02
0,8	9,79	9,79
1,0	8,52	8,52
1,2	0,04	4,86
1,2	7,74	21,18
1,4	0,14	4,7
1,4	7,22	20,72
1,6	0,2	4,62
1,6	6,86	20,52
1,8	0,28	4,86
1,8	6,58	20,2
2,0	0,34	5,08
2,0	6,4	20,16

Cabe remarcar que el tercer requisito para nuestro controlador, que el t_r sea menor o igual a 0,3 segundos, es cumplido por todas las combinaciones obtenidas, nos hemos encargado de comprobarlo aunque lo demostraremos en el siguiente y último paso.

3.3.3 Selección de los parámetros $K_p, \tau_{D1}, \tau_{D2}$ y τ_I

Llegados a este punto, hemos conseguido hallar 15 combinaciones de los parámetros de nuestro controlador que hacen cumplir las especificaciones deseadas. En este tercer y último paso representaremos la respuesta de nuestro sistema para las 15 posibles combinaciones para así poder ver de una forma más visual que efectivamente todas cumplen las especificaciones de diseño iniciales. Además, elegiremos una combinación de las 15 posibles, la cual nos servirá para implementar nuestro controlador en el telelaboratorio. A continuación mostramos la respuesta al escalón de los 15 sistemas posibles.

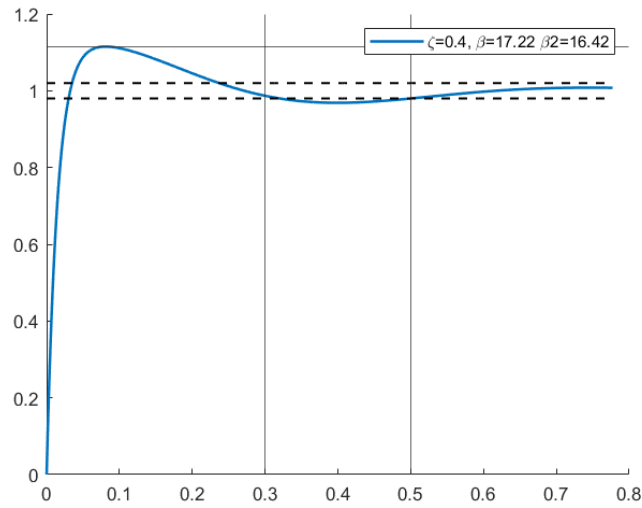




Observando las gráficas podemos ver como todos los sistemas cumplen con los tres requisitos de diseño:

- Todos tienen una sobreelongación máxima de la salida al escalón de 1,115.
- Todos se estabilizan a los 0,5 segundos con una tolerancia ν del 2%.
- Todos tienen un tiempo de subida t_r menor a 0,3 segundos.

Tenemos que escoger un sistema de los 15 posibles para implementarlo posteriormente en el telelaboratorio. Nos hemos decantado por el sistema que tiene como parámetros: $\zeta = 0,4$, $\beta = 17,22$ y $\beta_2 = 16,42$. Si bien es cierto que todos cumplen los requisitos del sistema, al tratarse de un motor DC queremos que responda lo más rápido posible. En este caso las dos combinaciones que más rápido responden son las dos primeras, la de $\zeta = 0,2$ y $\zeta = 0,4$. Mientras que la de $\zeta = 0,4$ oscila ligeramente, la de $\zeta = 0,2$ oscila bastante más.



Utilizando las fórmulas explicadas en el punto 2.7 de este documento obtendremos a partir de ζ , K , p , β y β_2 los parámetros K_p , τ_{D1} , τ_{D2} y τ_I :

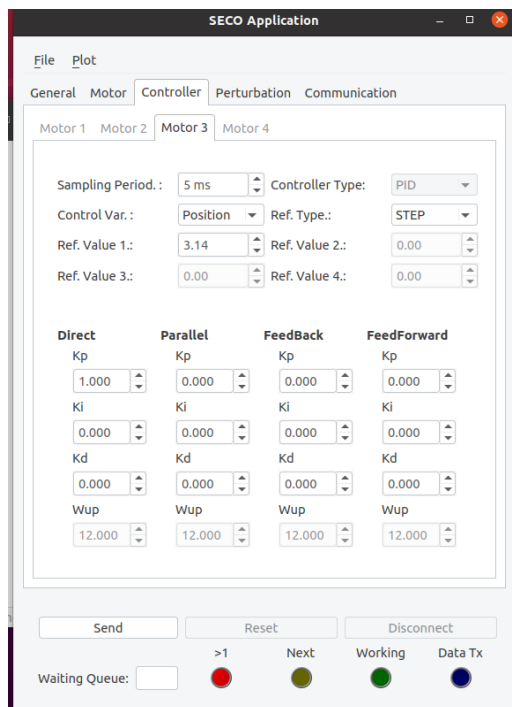
$$K_p = \frac{p^2(2\beta + \frac{1}{\zeta^2})}{\beta_2^2 K_m}, \tau_{D1} = \frac{\beta_2(\beta + 2)}{p(2\beta + \frac{1}{\zeta^2})}, \tau_{D2} = \frac{-p}{k_p K_m}, \tau_I = \frac{\beta_2 \zeta^2(2\beta + \frac{1}{\zeta^2})}{\beta p}, K_m = \frac{K}{\text{reductora}}$$

Obteniendo así:

- $K_p = 5,522$
- $\tau_{D1} = 0,1197$
- $\tau_{D2} = -0,1021$
- $\tau_I = 0,0956$

4. IMPLEMENTACIÓN EN EL TELELABORATORIO DE UN SISTEMA DE CONTROL DE LA POSICIÓN ANGULAR DE UN MOTOR DC UTILIZANDO UN PID-D

Por consiguiente, ya tenemos nuestro controlador diseñado ‘sobre papel’. Solo nos falta comprobar que efectivamente se comporte de forma similar a la estudiada en un caso real y analizar las diferencias si las hubiere (spoiler: las habrá). Para ello, como explicado en la introducción de este documento, se hará uso de la aplicación para Linux [SecoStudentsApp](#). Explicar el funcionamiento de dicha aplicación no es el objetivo de este documento, para ello existe un manual que adjuntamos en la bibliografía. No obstante debemos explicar los parámetros que introduciremos en la pestaña *Controller*:



Nuestro controlador es un PID-D, como ya se explicó anteriormente, este está formado por un controlador proporcional-integral-derivativo en el lazo directo y un controlador derivativo en el lazo paralelo.

El programa trabaja en discreto por lo que habrá que transformar algunos de nuestros parámetros a discreto mediante las fórmulas:

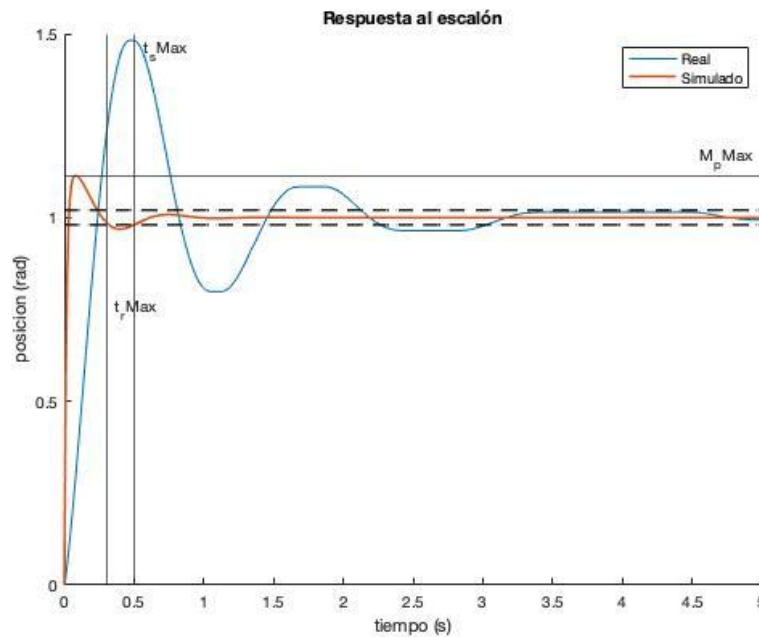
$$K_I = \frac{K_p \cdot T}{\tau_I}, \quad K_{Di} = \frac{K_p \cdot \tau_{Di}}{T}$$

Donde ‘T’ es el periodo de muestreo que utilizemos, que en nuestro caso será 5 ms. Nosotros hemos creado un script en Matlab llamado *telelabo.m*, el cual calcula estas constantes directamente a partir de ζ , K , p , β y β_2 . Introducimos pues los siguientes valores:

- LAZO DIRECTO: $K_p = 5,526$, $K_I = 0,289$, $K_{D1} = 131,928$.
- LAZO PARALELO: $K_{D2} = -112,708$.

Esta configuración queda almacenada en el fichero *controller1.xml*, el cual también se adjunta en la carpeta *code*. Las gráficas que mostramos a continuación se obtienen con *graficas.m*.

En la siguiente gráfica mostramos dos funciones que representan la posición del motor dada una referencia escalón: la que obtuvimos analíticamente y la que muestra el comportamiento real de nuestro controlador.

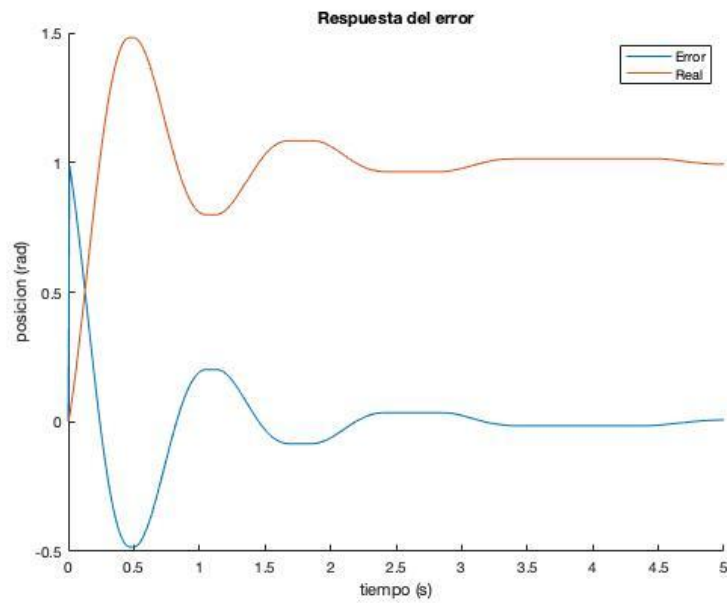


Existen diferencias claras entre una y otra:

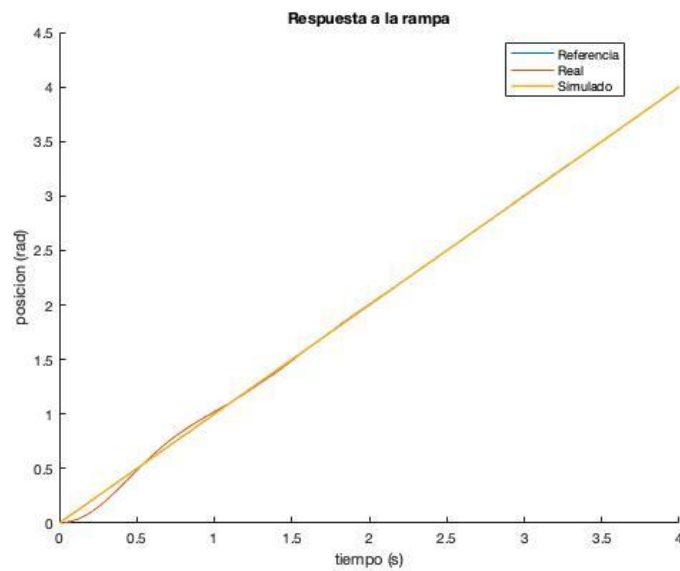
- La primera diferencia clara que observamos es una sobreelongación máxima mayor en el caso real. El primer requisito de nuestro diseño era que tuviera una sobreelongación máxima de entre un 8% y un 15%. Por eso nuestro modelo analítico se diseñó para que alcanzara una sobreelongación máxima del 11,5%. En cambio en el escenario real llegamos a tener una sobreelongación máxima del 46%. Lo cual no cumple con los requisitos del diseño.
- El tiempo de subida también es significativamente mayor en el caso real que en el analítico. No obstante sigue siendo menor que 0,3 segundos, lo cual cumple el requisito del diseño.
- El tiempo de establecimiento para una tolerancia del 2% también es significativamente mayor. Mientras que nuestro modelo analítico cumple un tiempo de establecimiento de 0,5 segundos, en el escenario real se sobrepasan los 3 segundos.

En pasos anteriores realizamos un estudio analítico del error en régimen permanente respecto al escalón, la rampa y la parábola. Conseguimos demostrar analíticamente que los tres eran nulos. Para el primer caso, el del escalón, como se ha podido apreciar en la anterior gráfica el error

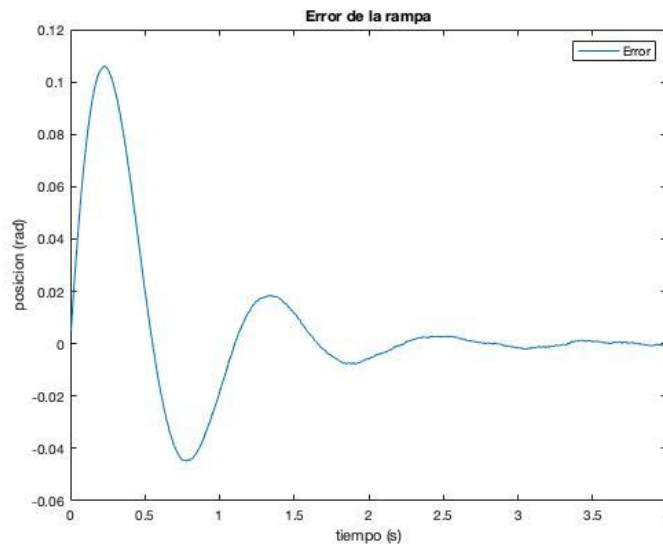
tendía a cero. Aún así mostramos a continuación una gráfica que representa el error en el escenario real:



Para analizar el caso de la rampa, introducimos una rampa en el sistema real y vemos cómo se comporta:



Podemos observar que efectivamente el error en régimen permanente también tiende a cero como en el caso analítico.



Desgraciadamente para el caso de la parábola la aplicación del telelabo no nos ha permitido almacenar datos para poder representar las gráficas correspondientes.

4.1 ¿A qué se deben estas diferencias?

Queda claro que el modelo analítico y el modelo real no se comportan de la misma forma, y esto provoca que los requisitos de diseño que impusimos no se cumplan, lo cual supone un problema. Desde el inicio de este estudio se han ido tomando una serie de simplificaciones del modelo real. Por ejemplo: no se han considerado algunos coeficientes de fricción, estamos suponiendo que todo el sistema es lineal, utilizamos una función de transferencia simplificada (existe un tercer polo), etc.

Sin estas simplificaciones el estudio que hemos realizado sería mucho más complejo y tedioso. La contrapartida de esto es que cada una de estas simplificaciones implica una diferencia, aunque sea mínima, respecto al caso real. La acumulación de estas simplificaciones conlleva a una diferencia considerable respecto al caso real, como se ha podido comprobar.

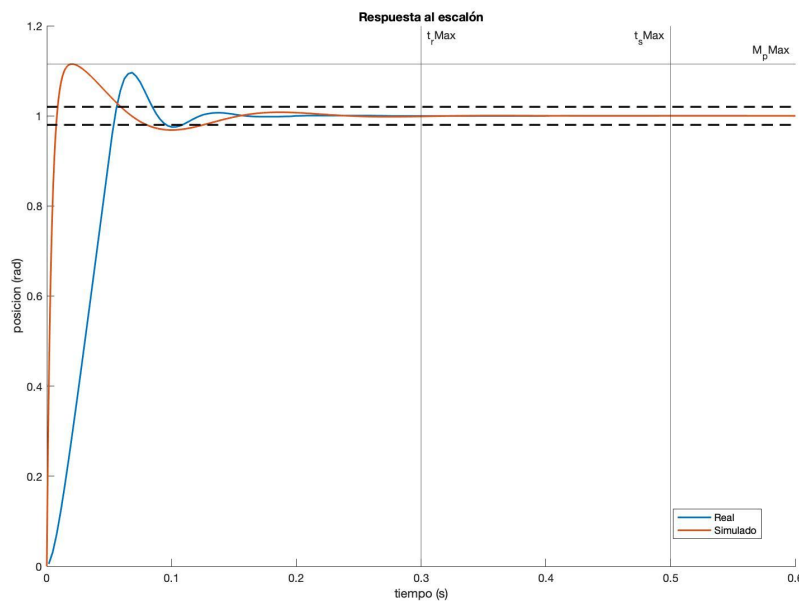
A nosotros se nos han dado unas especificaciones de diseño que cumplir. Impusimos que nuestra sobreelongación máxima fuera 11,5% porque tenía que estar entre un 8% y un 15%. Es decir escogimos el mejor de los posibles casos. No obstante a la hora de calcular los valores de β_2 que cumplieran un tiempo de establecimiento máximo de 0,5 segundos nos quedamos con el caso peor. Es decir, el valor límite de β_2 que hacía que el tiempo de establecimiento fuera justo 0,5 segundos.

Si hubiéramos conocido la existencia de tal diferencia de resultados entre el estudio analítico y el caso real no habríamos escogido el valor límite de β_2 pues sabríamos de antemano que en el escenario real estaríamos excediendo el tiempo de establecimiento requerido. Habríamos escogido un valor de β_2 más pequeño, más lejos del límite para asegurarnos que en el escenario real sigamos cumpliendo ese requisito. Y es lo que hicimos posteriormente.

Decidimos escoger un valor de β_2 menor al que escogimos previamente. Si antes nuestros parámetros eran $\zeta = 0,4$ $\beta = 17,22$ y $\beta_2 = 16,42$, ahora serán: $\zeta = 0,4$ $\beta = 17,22$ y $\beta_2 = 4,115$. Si los introducimos en *telelabo.m* obtenemos las constantes que introduciremos en la aplicación:

- LAZO DIRECTO: $K_p = 88,002$, $K_I = 18,379$, $K_{D1} = 526,431$.
- LAZO PARALELO: $K_{D2} = -112,708$.

Esta configuración queda almacenada en el fichero *controller2.xml*, el cual también se adjunta en la carpeta *code*. La simulación obtenida es la siguiente:



Como era de esperar, el tiempo de establecimiento se ha reducido considerablemente. Lo que no esperábamos es que se redujera también la sobreelongación máxima, ya que por teoría esta no depende de β_2 .

5. CONCLUSIONES

Por último existen algunos aspectos de la práctica que nos gustaría destacar y la forma en la que hemos afrontado todo el proceso.

La primera parte de esta práctica, llamada 'Diferencia entre los controladores', fue quizás la más tediosa. Había que estudiar, analizar y tratar de entender un gran número de sistemas. No obstante, una vez concluida entendimos que era útil y necesaria. Redactando esta sección nuestro cerebro acabó absorbiendo toda esa información. Sabíamos perfectamente comparar mentalmente todos los tipos de controladores y entender las ventajas y desventajas de cada uno. Fue un equivalente a estudiar para un examen.

En la siguiente sección de la práctica, la cual trata de analizar el sistema que se quiere implementar, fue la que nos llevó más tiempo. Gran parte de este tiempo se fue en la última parte de esta sección donde teníamos que sintonizar los parámetros de nuestro controlador. Si bien sabíamos y entendíamos lo que teníamos que hacer, llevarlo a la práctica fue algo más complicado. Escribir el código en Matlab *sintonizacion.m* (y conseguir que funcione) fue ardua tarea. A lo largo de la carrera nunca habíamos tenido que realizar scripts tan complejos en Matlab sin apenas ayuda o ejemplos que seguir. Desde luego fue todo un reto, pues durante ese proceso no podíamos del todo saber si los datos y gráficas que obteníamos eran coherentes. No obstante, al ver al final que las combinaciones de parámetros obtenidas efectivamente cumplían los requisitos del diseño fue todo un alivio. Pues demostraba que todo el proceso anterior era coherente.

La última sección de la práctica, la cual trataba de implementar en el telelaboratorio el controlador diseñado, fue la más llevadera. Fue interesante observar como las simplificaciones que se habían llevado a cabo harían que el estudio analítico difiriese del caso real. Tuvimos el único inconveniente de no poder almacenar los datos cuando la referencia era una parábola debido a que la aplicación decidía cerrarse de repente.

Finalmente quisiéramos finalizar diciendo que la estructura de la práctica nos ha parecido adecuada. Al igual que la estructura de la asignatura en sí. El hecho de que sea una asignatura práctica hace que el estudio y aprendizaje de ciertos conceptos sea mucho más llevadero. Además de que tienes la oportunidad de ver cómo se aplica en el mundo real todo lo que se estudia en el aula, lo cual motiva bastante al estudiante. Punto clave también ha sido el material que se nos ha proporcionado con especial mención a las clases grabadas, las cuales tienen una increíble utilidad para los alumnos. Finalizamos la asignatura satisfechos de haber adquirido un gran número de conceptos.



6. BIBLIOGRAFÍA

- [Motor DC](#) utilizado.
- [Reductora](#) utilizada.
- [Descarga](#) de la aplicación SecoStudentsApp.
- [Manual](#) de la aplicación SecoStudentsApp.
- [Apuntes](#) sobre diseño de controladores.