Introducción a los Fundamentos en Computación Cuántica

Luis E. Seijas

Escuela de Ingeniería Ciencia y tecnología

7 de diciembre de 2024

Contenido

Postulado 1: Estado y Espacio Vectorial

Un sistema cuántico se describe completamente mediante un vector de estado en el espacio de Hilbert:

$$|\Psi\rangle = \sum_i \alpha_i |e_i\rangle, \quad \sum_i |\alpha_i|^2 = 1$$

Este postulado establece que cualquier estado cuántico ψ está descrito por una superposición lineal de estados e_i, multiplicados por un coeficiente complejo α_i. Es importante que la suma de los cuadrados de los coeficientes complejos sea igual a 1.

En computación cuántica, todas las transformaciones deben ser unitarias (reversibles). Otro concepto clave es el **vector base**.

Para un único qubit, los vectores base son:

$$|0\rangle = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad |1\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Para un sistema de 2 qubits, hay $2^2 = 4$ vectores base:

$$|00\rangle = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad |01\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad |10\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad |11\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Finalmente, un sistema de n qubits tendrá 2^n vectores base, siendo linealmente independientes (solo

Postulado 2: Observables y Operadores

Cada observable de un sistema físico se describe mediante un operador que actúa sobre los estados que describen el sistema.

- **Observable:** Propiedad medible de una partícula como el espín, posición, polarización o carga.
- **Operador:** Es una matriz Hermitica, que es una matriz cuadrada compleja igual a su transpuesta conjugada.

Los operadores introducen los conceptos de **estado propio** y **valor propio**:

- **Estado propio:** Es un estado cuántico que solo cambia por un multiplicador escalar. Para un operador M actuando sobre un estado $|a\rangle$:

$$M|a\rangle = \lambda|a\rangle$$

- **Valor propio:** Es el escalar λ que corresponde al estado propio $|a\rangle$.

Postulado 4: Colapso de la Función de Onda

La función de onda para el estado $|\Psi\rangle$ "colapsa" al realizar una medición, y toda la información contenida en la superposición se pierde de manera permanente.

Nota: Nadie sabe por qué o cómo colapsa la función de onda. Este es uno de los grandes misterios de la física. Una teoría interesante, por ejemplo, propone que es el resultado de una transferencia de energía entre universos paralelos.

El colapso de la función de onda implica una verdad inquietante (al menos desde cierto punto de vista): no podemos .ªsomarnos"dentro de la caja sin destruir su estado cuántico. Esto es una mala noticia para depurar circuitos cuánticos, pero una buena noticia para los criptógrafos, ya que mantener la privacidad es crucial.

Álgebra Lineal y Mecánica Cuántica: Hoja de Referencia

- **Notación Bra-Ket:** $\langle 0| = [1\ 0]$, $|0\rangle = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$, $\langle 1| = [0\ 1]$, $|1\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$.
- **Bra:** Vector fila, representado como $\langle a|$.
- **Ket:** Vector columna, representado como $|a\rangle$.
- **Bra como adjunto:** El Bra es la transpuesta conjugada compleja de un Ket.
- **Vectores base:** Los vectores base estándar son linealmente independientes; no pueden ser combinaciones lineales de otros vectores.
- **Combinación lineal:** Cualquier vector puede escribirse como una combinación de vectores base:
$$|\Psi\rangle = c_1|00\rangle + c_2|01\rangle + c_3|10\rangle + c_4|11\rangle.$$
- **Producto interno:** El producto interno $\langle a|b\rangle$ da como resultado un escalar. Ejemplo: $\langle 0|0\rangle = 1$.
- **Vectores base de dos qubits:** $|00\rangle = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, $|01\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, $|10\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$, $|11\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$.

Álgebra Lineal y Mecánica Cuántica: Conceptos Clave

- **Producto Externo** $|a\rangle\langle b|$: Se puede interpretar como un operador que transforma $|b\rangle$ en $|a\rangle$. Ejemplos:

$$|0\rangle\langle 0| = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad |1\rangle\langle 1| = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad |1\rangle\langle 0| = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad |0\rangle\langle 1| = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

- **Matriz Unitaria:** Una matriz cuadrada compleja cuyo adjunto es igual a su inversa:

$$U = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}, \quad U^\dagger = \begin{bmatrix} a^* & c^* \\ b^* & d^* \end{bmatrix}, \quad UU^\dagger = U^\dagger U = I.$$

- **Hermitiana:** $U = U^\dagger$.
- **Vector de Estado (Función de Onda):**

$$|\Psi\rangle = \sum_i \alpha_i |e_i\rangle, \quad \sum_i |\alpha_i|^2 = 1.$$

Para dos estados:

$$|\Psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle, \quad \text{donde } |\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1.$$

Probabilidad de Medición, Valor Esperado y Transformaciones Unitarias

- **Probabilidad de medición para el estado $|a\rangle$:**

$$|\langle a|\Psi\rangle|^2$$

Nota: $\langle a|\Psi\rangle$ es la amplitud de probabilidad.

- **Valor esperado $\langle\Psi|A|\Psi\rangle$:** Después de mediciones repetidas, el valor esperado se calcula como:

$$\langle\Psi|A|\Psi\rangle = \sum_i \lambda_i \cdot \Pr(|a_i\rangle),$$

donde $\Pr(|a_i\rangle) = |\langle a_i|\Psi\rangle|^2$.

- **Transformación Unitaria:**
  - Preserva la norma: la suma de las probabilidades es 1.
  - Garantiza que el sistema es reversible (requisito de la mecánica cuántica).
  - Asegura un sistema cerrado (sin interacción con el entorno).

$$|\Psi_2\rangle = U|\Psi\rangle$$

Estados entrelazados y separables, Autovalores y Operadores de Pauli

- **Estados entrelazados vs separables:** Los estados entrelazados no pueden expresarse como un producto tensorial de estados de qubits independientes.

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|00\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|11\rangle \quad \text{(entrelazado)},$$

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|01\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|11\rangle \quad \text{(separable)}.$$

- **Autovalores y Autovectores:** Dados un operador M y un estado propio $|a\rangle$:

$$M|a\rangle = \lambda|a\rangle,$$

donde λ (lambda) es el autovalor correspondiente al estado propio $|a\rangle$.

- **Operadores de Pauli:**
  - $X|0\rangle = |1\rangle, \quad X|1\rangle = |0\rangle,$
  - $Y|0\rangle = i|1\rangle, \quad Y|1\rangle = -i|0\rangle,$
  - $Z|0\rangle = |0\rangle, \quad Z|1\rangle = -|1\rangle.$

Bucles Superconductores

Cuando una corriente eléctrica pasa a través de un conductor, parte de la energía se pierde en forma de calor y luz. Esto se denomina resistencia y depende del tipo de material. Algunos metales como el cobre o el oro son excelentes conductores de electricidad debido a su baja resistencia.

Los científicos descubrieron que, a menor temperatura, los materiales conducen mejor la electricidad (menor temperatura implica menor resistencia). Sin embargo, el problema era que, sin importar cuán frío estuviera el material, siempre mostraba algún nivel de resistencia.

Nota: En 1911, los científicos descubrieron que al enfriar mercurio a 4.2 Kelvin (cerca del cero absoluto), su resistencia se volvía cero. Este descubrimiento llevó al desarrollo de los superconductores, materiales que no tienen resistencia eléctrica a temperaturas muy bajas.

Desde entonces, se han encontrado muchos otros materiales superconductores como el aluminio, galio, niobio, entre otros, que muestran resistencia cero a una temperatura crítica. La gran ventaja de los superconductores es que la electricidad fluye sin pérdida alguna, por lo que una corriente en un circuito cerrado puede fluir teóricamente para siempre. De hecho, este principio se ha comprobado experimentalmente al mantener electricidad fluyendo en anillos superconductores durante años.

Bucles Superconductores y Materiales Comunes

Bucles Superconductores: En un bucle superconductor, una corriente oscila continuamente sin pérdidas, lo que permite mantener estados de superposición durante largos períodos. Este fenómeno se logra al inyectar microondas en el bucle, excitando la corriente hacia un estado de superposición.

Materiales Superconductores:

- Mercurio (4,2 K): Primer superconductor identificado.
- Plomo (7 K): Superconductor desde 1941.
- Niobio-nitruro (16 K): Usado en detectores de luz infrarroja.
- Niobio-titanio (16 K): Amplio uso en imanes superconductores industriales.
- Cerámicas (133 K): Superconductores de alta temperatura, enfriados con nitrógeno líquido.

Material	**Temp. (K)**	**Detalles**
Mercurio	4,2	Primer superconductor
Plomo	7	Descubierto en 1941
Niobio-nitruro	16	Usado en detectores
Niobio-titanio	16	Imán industrial
Cerámicas	133	Enfriadas con N_2 líquido

Tabla: Materiales superconductores y sus temperaturas críticas.

Diseño del Qubit IBM-Q: Fuera del Laboratorio

Amplificador de Señal del Qubit: Este es un amplificador mecánico cuántico utilizado para leer la señal del qubit. Los amplificadores ópticos son importantes en comunicaciones y física láser. Por ejemplo, se utilizan como repetidores en cables de fibra óptica de larga distancia para transmitir telecomunicaciones digitales.

Tip: Existen dos propiedades principales del amplificador cuántico:

- Su coeficiente de amplificación.
- Su incertidumbre (ruido).

Estas propiedades están estrechamente relacionadas: a mayor coeficiente de amplificación, mayor ruido. Los sistemas cuánticos son extremadamente sensibles al ruido ambiental.

Estructura de un Qubit Superconductor

Componentes del Qubit Superconductor: En el núcleo del qubit, tenemos:

- Un **capacitor**.
- Una **Unión Josephson**, que actúa como un oscilador anharmónico.

Esto es similar a un circuito de Inductancia-Capacitancia (LC), pero con la Unión Josephson, podemos diferenciar fácilmente los niveles de energía, que corresponden a los estados del qubit.

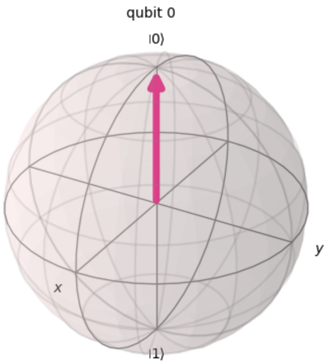


Diagrama esquemático de un qubit

Acoplamientos Externos:

- **Punto superior:** Resonador de lectura (read-out). Este permite realizar operaciones en el qubit y medir su resultado colapsado (0 o 1).
- **Punto inferior:** Acoplamiento a un qubit vecino para crear conectividad entre qubits.

La Unión Josephson es clave para la diferenciación de los niveles de energía y el mapeo de los estados cuánticos, haciendo posible la operación de los qubits en sistemas superconductores.

Estructura de un Qubit Superconductor

Componentes del Qubit Superconductor: En el núcleo del qubit, tenemos:

- Un **capacitor**.
- Una **Unión Josephson**, que actúa como un oscilador anharmónico.

Esto es similar a un circuito de Inductancia-Capacitancia (LC), pero con la Unión Josephson, podemos diferenciar fácilmente los niveles de energía, que corresponden a los estados del qubit.

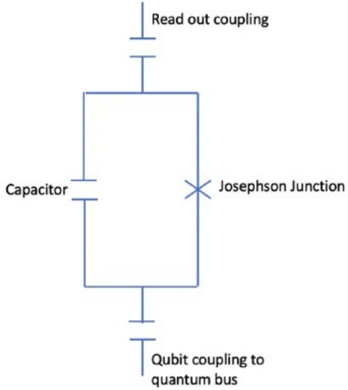


Diagrama esquemático de un qubit

Acoplamientos Externos:

- **Punto superior:** Resonador de lectura (read-out). Este permite realizar operaciones en el qubit y medir su resultado colapsado (0 o 1).
- **Punto inferior:** Acoplamiento a un qubit vecino para crear conectividad entre qubits.

La Unión Josephson es clave para la diferenciación de los niveles de energía y el mapeo de los estados cuánticos, haciendo posible la operación de los qubits en sistemas superconductores.

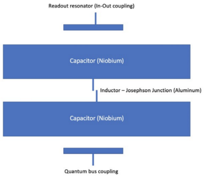
Componentes Físicos de un Qubit Superconductor

Componentes Clave:

- **Capacitores (Niobio):** Actúan como elementos de almacenamiento de energía.
- **Inductor (Unión Josephson - Aluminio):** Separa los capacitores y permite la creación de un oscilador anharmónico.
- **Resonador de Lectura (In-Out Coupling):** Facilita las operaciones y mediciones en el qubit.
- **Acoplamiento Quantum Bus:** Conecta los qubits entre sí mediante resonadores de microondas.

Fabricación:

- Construido sobre una **oblea de silicio**, donde cada qubit se conecta a otros mediante acoplamientos de microondas.
- Cada qubit tiene su propio resonador de lectura.



Componentes físicos de un qubit superconductor.

Configuración de los Qubits: Los qubits pueden configurarse de varias maneras dependiendo del dispositivo. Una disposición común en dispositivos de cinco qubits es la configuración "Bowtie"(corbatín), que maximiza la conectividad entre los qubits para realizar operaciones cuánticas complejas.

Diseño del Qubit IBM-Q: Fuera del Laboratorio

Para que un qubit funcione correctamente, es necesario poder leer su estado cuántico con alta fidelidad en tiempo real. Para este propósito, se utiliza un amplificador de señal de tipo especial: el amplificador cuántico limitado (QLA).
Los dispositivos QLA usan microondas de bajo ruido para sondear el estado cuántico del qubit mientras minimizan el ruido ambiental. Sin embargo, esto tiene un costo: las temperaturas deben ser extremadamente bajas, más frías que cualquier lugar en la Tierra o incluso en el espacio exterior. Los QLA se colocan en dos cámaras:

- Cámara superior: alrededor de 4 K.
- Cámara interna: 10 mK, donde se encuentran los bucles superconductores.

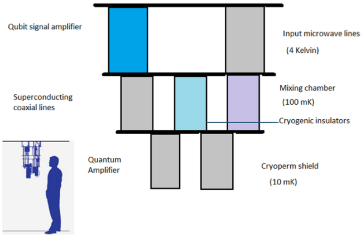


Diagrama de los componentes básicos del qubit en IBM-Q. [a]

[a] Tomado de: Vladimir Silva, "Quantum Computing by Practice Python Programming in the Cloud with Qiskit and IBM-Q"

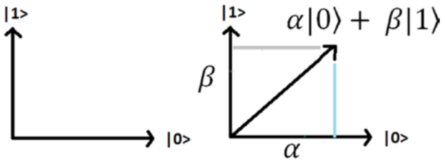
Representación Algebraica del Qubit y Espacio Vectorial

Representación Algebraica del Qubit: En el modelo cuántico, el qubit se representa como una combinación lineal compleja de estados base $|0\rangle$ y $|1\rangle$. Los estados base son:

$$|0\rangle = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad |1\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Un estado cuántico general se expresa como:

$$|\Psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle, \quad |\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1.$$



Estados base y estado cuántico general del qubit.

Espacio Vectorial: El qubit se representa en un espacio vectorial complejo bidimensional. Las amplitudes α y β son coeficientes complejos que determinan la probabilidad de encontrar al qubit en $|0\rangle$ o $|1\rangle$.
Esta representación algebraica es clave para entender cómo las puertas lógicas cuánticas actúan sobre los qubits, permitiendo la superposición y el entrelazamiento de estados.

Superposición y Representación de los Kets como Vectores Columna

Superposición: A menudo se malinterpreta como la capacidad de partículas atómicas (o qubits) de existir en múltiples estados al mismo tiempo. Esto no es cierto; nada puede estar en múltiples estados simultáneamente. Aquí es donde el álgebra lineal resulta útil.

Tip: La superposición es simplemente la combinación lineal de los estados $|0\rangle$ y $|1\rangle$:

$$|\Psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle,$$

donde la longitud del vector de estado es igual a 1.

Los Kets como Vectores Columna: Si la notación ket parece confusa, puedes usar la representación vectorial estándar. Así, la superposición se puede escribir como:

$$|\Psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle = \alpha \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \beta \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix}.$$

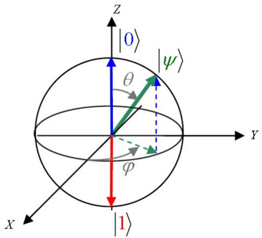
Propiedades de los Kets: Como los kets son vectores, obedecen las mismas reglas algebraicas. Por ejemplo, al multiplicar por un escalar:

$$2\left(\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle\right) = 2 \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\alpha \\ 2\beta \end{bmatrix}.$$

La Esfera de Bloch: Representación Geométrica del Qubit

La **Esfera de Bloch**,es una representación geométrica de un único estado puro de un qubit. Permite visualizar:

- Los estados base $|0\rangle$ y $|1\rangle$ (eje z).
- Los estados superpuestos en la superficie de la esfera.
- Las fases y amplitudes de los estados cuánticos.



Representación tridimensional del estado $|\Psi\rangle$ en la Esfera de Bloch.

Un estado general del qubit en la esfera está dado por:

$$|\Psi\rangle = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)|0\rangle + e^{i\phi}\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)|1\rangle.$$

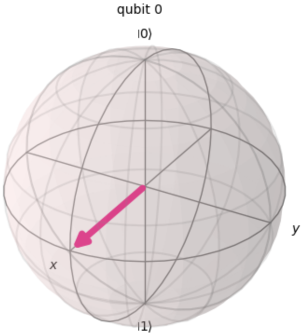
- θ: Ángulo que determina la amplitud de superposición.
- ϕ: Ángulo de fase relativa.

Estado de Superposición y Esfera de Bloch

Definimos el qubit con dos estados básicos de energía:

- Estado base: **0** (estado fundamental)
- Estado excitado: **1**

El estado de superposición **no** debe interpretarse como “estar en ambos estados al mismo tiempo”, sino como una combinación lineal compleja de estos estados (0 y 1).



La **Esfera de Bloch** representa gráficamente un qubit y sus dos estados básicos:

- Polo norte: estado base 0
- Polo sur: estado 1

$$|\psi_+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$$

Puerta NOT (Pauli-X) y su Representación

Puerta NOT (Pauli-X): Es la puerta más simple en un circuito cuántico. Su equivalente clásico es la puerta NOT, que invierte el estado del qubit:

$$|0\rangle \to |1\rangle, \quad |1\rangle \to |0\rangle$$

Para estados en superposición, actúa linealmente:

$$\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle \to \alpha|1\rangle + \beta|0\rangle$$

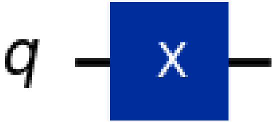
Representación Matricial: La puerta X se describe mediante la matriz de Pauli X:

$$X = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Su acción sobre los estados $|0\rangle$ y $|1\rangle$ es:

$$X|0\rangle = |1\rangle, \quad X|1\rangle = |0\rangle.$$

Circuito Cuántico Simple: El estado cuántico $|\psi\rangle$ fluye a través del circuito cuántico (un alambre cuántico) hasta que una manipulación modifica el estado. Aunque parece simple, este circuito es sensible a errores debido a la escala atómica de los qubits.



Representación gráfica de la Puerta NOT (Pauli-X).

Propiedad de la Puerta X (Pauli-X)

Propiedad clave: Aplicar dos puertas NOT (X) consecutivas resulta en la matriz identidad (I), una herramienta esencial en transformaciones lineales. Matemáticamente:

$$XX = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I.$$

Interpretación:

- La puerta X es la base de los circuitos lógicos cuánticos, ya que simula una inversión de estado.
- Dos aplicaciones consecutivas devuelven el estado original, representando la reversibilidad fundamental de las operaciones cuánticas.

Puerta X: Es el ejemplo más simple de una puerta lógica cuántica, circuito y computación. En secciones futuras, se explorará una puerta cuántica más avanzada: la puerta Hadamard, que puede inducir estados de superposición usando circuitos y álgebra.

La Puerta Hadamard y Estados de Superposición

Efectos de la Puerta Hadamard:

- En los estados base, la puerta Hadamard transforma:

$$|0\rangle \to \frac{|0\rangle + |1\rangle}{\sqrt{2}}, \quad |1\rangle \to \frac{|0\rangle - |1\rangle}{\sqrt{2}}.$$

- En un estado en superposición $\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$, la transformación es:

$$\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle \to \frac{\alpha + \beta}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{\alpha - \beta}{\sqrt{2}}|1\rangle.$$

Representación Matricial: La puerta Hadamard está definida como:

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Aplicada a los estados base:

$$H|0\rangle = \frac{|0\rangle + |1\rangle}{\sqrt{2}}, \quad H|1\rangle = \frac{|0\rangle - |1\rangle}{\sqrt{2}}.$$

La Puerta Hadamard y Estados de Superposición

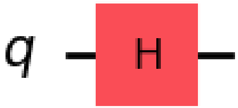
Representación Matricial: La puerta Hadamard está definida como:

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Aplicada a los estados base:

$$H|0\rangle = \frac{|0\rangle + |1\rangle}{\sqrt{2}}, \quad H|1\rangle = \frac{|0\rangle - |1\rangle}{\sqrt{2}}.$$

La puerta Hadamard es esencial para crear estados de superposición en circuitos cuánticos, combinando álgebra lineal y física cuántica para manipular qubits de manera eficiente.



Representación de la Puerta Hadamard en un circuito cuántico.

Medición de un Estado Cuántico

¿Qué es la medición cuántica?

- En un estado cuántico $|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$, medir α y β directamente no es posible debido a los principios de la mecánica cuántica.
- El proceso de medición solo proporciona información aproximada sobre α y β basada en probabilidades.

Resultado de la medición:

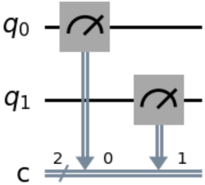
- $|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle \rightarrow 0$ con probabilidad $|\alpha|^2$.
- $|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle \rightarrow 1$ con probabilidad $|\beta|^2$.

Implicaciones de la medición:

- El proceso de medición destruye el estado cuántico inicial; no es posible medir nuevamente α y β tras la medición.
- Esto limita la cantidad de información que se puede almacenar en un qubit. Si pudiéramos medir α y β exactamente, sería posible extraer cantidades infinitas de información, algo prohibido por las leyes cuánticas.

Medición de un Estado Cuántico

La medición cuántica es un proceso que traduce el estado cuántico a información clásica (bits 0 o 1), pero altera irreversiblemente el estado del sistema cuántico.



Representación del proceso de medición cuántica.

Puertas Cuánticas vs Puertas Booleanas

Equivalencias clave entre puertas booleanas y cuánticas:

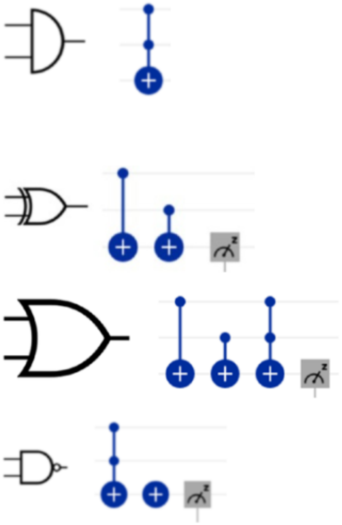
- **AND (Booleano):** Equivalente a la puerta Toffoli (CCX).

$$CCX = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

- **XOR (Booleano):** Se construye con 3 qubits y 2 puertas CX.
- **OR (Booleano):** Compuesto por una XOR y una puerta Toffoli (AND).
- **NAND (Booleano):** Puede implementar cualquier función booleana combinando puertas NAND, lo que se denomina completitud funcional. La puerta NAND se construye con 3 qubits, usando Toffoli y CX en el último qubit.

Puertas Cuánticas vs Puertas Booleanas

Estas equivalencias son fundamentales para traducir operaciones clásicas a sistemas cuánticos, permitiendo aprovechar la lógica clásica dentro de circuitos cuánticos complejos.



Ejemplo de puertas cuánticas y su correspondencia con puertas booleanas.