Luis Eduardo Jiménez del Muro - 16/02/2025

HW4: Stochastic processes of financial variables

Pregunta 1

$\mu = 51\%$ anual
$\sigma = 32\%$ anual

a) $dS = S(0.51)\,dt + S(0.32)\,dW$

b) dado que $S_0 = 13.44$, entonces:

$dS = 18 - 13.44 = 4.56$, $dt = 1/4$, calcular $P(dS > 4.56)$

$E[dS] = 13.44(0.51)(1/4) = 1.7136$, $Var[dS] = 13.44(0.32)\sqrt{1/4} = 2.1504$

$$P(dS > 4.56) = P\left(z > \frac{4.56 - 1.7136}{2.1504}\right) = P(z > 1.32) = 1 - 0.9066 = 0.0934$$

c) Calcular $P(dS < 0)$ para $dt = 10/252$

$E[dS] = 13.44(0.51)(10/252) = 0.272$, $Var[dS] = 13.44(0.32)\sqrt{10/252} = 0.8567$

$$P(dS < 0) = P\left(z < \frac{0 - 0.272}{0.8567}\right) = P(z < -0.32) = 0.3745$$ Es mayor que $P(x \geq 5)$

Ahora con el dado: $P(x \geq 5) = 2/6 = 0.333\bar{3}$

Dado que $P(dS < 0) > P(x \geq 5)$ entonces es más probable que el precio del activo disminuya en los próximos 10 días.

d) Precio esperado en 10 días: $S + E[dS] = 13.44 + 0.272 = 13.712$

Sea $\alpha = 10\%$ y $\alpha/2 = 5\%$, entonces $z_{1-\alpha/2} = 1.645$

Intérvalo para ds: $\left[E[dS] - z_{1-\alpha/2} Var[dS] < dS < E[dS] + z_{1-\alpha/2} Var[dS]\right]$

$[-1.1373 < dS < 1.6813]$

Intérvalo para el precio S: $[-1.1373 + 13.44 < S < 1.6813 + 13.44]$

$[12.3027 < S < 15.1213]$

Pregunta 2

Sea $\varepsilon \sim N(0,1)$:

a) $Y = 3 + \varepsilon$, $E[Y] = 3 + \cancel{E[\varepsilon]} = 3$, $Var[Y] = 0 + Var[\varepsilon] = 1$

b) $Z = 4 + 2\varepsilon$, $E[Z] = 4 + 2(0) = 4$, $Var[Z] = 0 + 2^2(1) = 4$

c) $dX = 3dt + \varepsilon dt$, $E[dX] = 3dt + (0)dt = 3dt$, $Var[dX] = 0 + dt^2 Var[\varepsilon] = dt^2$

Pregunta 3

a) Falso. Los rendimientos de los activos siguen un proceso estocástico de ruido blanco.

b) Verdadero.

c) Falso. Los precios de los activos tienen un comportamiento Log-normal.

d) Falso. Los rendimientos de los activos tienen un comportamiento Normal.

e) Verdadero

f) Falso. Esta ecuacion modela los cambios en el precio del activo.

Pregunta 4

a) La ecuación modela los cambios en el precio de un activo con $\mu = 0.5$ y $\sigma = 0.25$ anuales para cualquier tiempo t.

b) $E[ds] = 0.5 S t\, dt + 0 = 0.5\, S(t) dt$

$Var[ds] = 0 + [0.25 \cdot S(t)]^2 dt = 0.0625\, s^2(t)\, dt$

c) Si $dt = 5/252$ y $S = S_0$

$ds = 0.5(5/252)\, S_0 + 0.25 \sqrt{5/252}\, S_0\, \varepsilon$

$ds = 0.0099\, S_0 + 0.0352\, S_0\, \varepsilon$

Entonces $P(ds > 0.01 S_0) = P\left(z > \dfrac{0.01 \cancel{S_0} - 0.0099 \cancel{S_0}}{0.0352 \cancel{S_0}}\right) = P(z > 0.0028) = 0.4989$

Pregunta 5

$\mu = 5\%$ mensual
$\sigma = 2\%$ mensual
$S_0 = 17$

a) $dt = 10/20 = 1/2$

$ds = 0.05\,(17)(1/2) + 0.02(17)\sqrt{1/2}\,\varepsilon$

$ds = 0.425 + 0.2404\,\varepsilon$

b) $E[ds] = 0.425$, $Var[ds] = (0.2404)^2 = 0.0578$

c) $P(ds > 0) = P\left(z > \dfrac{0 - 0.425}{0.2404}\right) = P(z > -1.77) = 0.9616$

$P(ds < 2) = P\left(z < \dfrac{2 - 0.425}{0.2404}\right) = P(z < 6.55) = 1$