

UNIVERSIDAD TECNICA PARTICULAR DE LOJA

NOMBRE: Luis Córdova

TALLER

- **Dado:**

$$f(n) = n^3 + 9n^2 \log(n)$$

$$g(n) = n^3 \log(n)$$

- **Comprobar si $f(n) \in O(g(n))$**

Queremos ver si existe una constante $c > 0$ y n_0 tal que:

$$f(n) = n^3 + 9n^2 \log(n) \leq c \cdot g(n) = c \cdot n^3 \log(n) \text{ para todo } n \geq n_0$$

Dividimos ambos lados por $n^3 \log(n)$:

$$\begin{aligned} f(n) / (n^3 \log(n)) &= n^3 / (n^3 \log(n)) + 9n^2 \log(n) / (n^3 \log(n)) \\ &= 1/\log(n) + 9/n \end{aligned}$$

El límite cuando n tiende a infinito de esta expresión es 0.

Por lo tanto, $f(n) \in O(g(n))$.

- **Comprobar si $f(n) \in O(n^2)$**

Comparamos $f(n) = n^3 + 9n^2 \log(n)$ con $h(n) = n^2$:

Sabemos que $n^3 \gg n^2$ y $n^2 \log(n) \gg n^2$,

por lo tanto:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} f(n)/n^2 = \lim_{n \rightarrow \infty} (n + 9 \log(n)) = \infty$$

Entonces, $f(n)$ no está en $O(n^2)$.

- **Demostrar si existe relación de pertenencia entre:**

$$f(n) = 2^n$$

$$g(n) = 2^{\{2n\}}$$

1. ¿Está $f(n) \in O(g(n))$?

$$f(n)/g(n) = 2^n / 2^{2n} = 1 / 2^n$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} 1 / 2^n = 0$$

Entonces, $f(n) \in O(g(n))$

2. ¿Está $g(n) \in O(f(n))$?

$$g(n)/f(n) = 2^{2n} / 2^n = 2^n$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} 2^n = \infty$$

Entonces, $g(n)$ no está en $O(f(n))$