EAE1223: Econometria III

Aula 8 - Modelos vetoriais autorregressivos estruturais

Luis A. F. Alvarez

17 de maio de 2024

Um modelo para a descrição de uma economia

- Seja $\{\boldsymbol{Y}_t\}_{t\in\mathbb{Z}}$ um processo vetorial de interesse, onde $\boldsymbol{Y}_t$ consiste de d variáveis econômicas, sobre as quais a teoria econômica têm algo a nos dizer sobre o comportamento conjunto.
- Um modelo estrutural (causal) linear para estas variáveis consiste em um sistema de d equações da forma:

$$\boldsymbol{A}_0\boldsymbol{Y}_t = \boldsymbol{a} + \sum_{j=1}^{p} \boldsymbol{A}_j\boldsymbol{Y}_{t-j} + \boldsymbol{\epsilon}_t\,, \tag{1}$$

onde $\boldsymbol{A}_0$ é uma matriz $d \times d$ que explicita as relações contemporâneas (causais) entre as variáveis, e $\boldsymbol{\epsilon}_t$ é um ruído branco contemporaneamente não correlacionado, isto é

$$\mathbb{V}[\boldsymbol{\epsilon}_t] = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \dots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_d^2 \end{bmatrix} = \Omega_\epsilon$$

Choques econômicos fundamentais

- A hipótese de que os erros de cada uma das equações são contemporaneamente não correlacionados supõe que o modelo que descreve a economia esteja bem especificado, de modo que o choque da j-ésima equação reflete a incerteza econômica fundamental associada a Y_{jt}.
  - ϵ_{jt} reflete choques (surpresas ou inovações, não antecipadas com base no passado) nos determinantes essenciais de Y_{jt}, e não nos determinantes indiretos (via outras variáveis do sistema) de Y_{jt}.
- Esse tipo de hipótese é presumida em uma das perguntas clássicas da macroeconomia: quanto da flutuação econômica pode ser atribuída à política monetária vs fatores reais?
  - Pergunta presume que existem inovações fundamentais, contemporaneamente ortogonais (não correlacionadas), em fatores monetários e reais, que permitem pensar nesta decomposição, visto que ela não faz sentido se os fatores fundamentais não fossem fundamentais (i.e. correlacionados).
  - Veremos como nossa metodologia permite fazer explicitamente esta decomposição.

Exemplo

- Considere o comportamento conjunto de inflação (π_t), desemprego (u_t), expectativas de inflação (π_t^e) e taxa de juros nominal (i_t):

$$\pi_t = \sum_{j=1}^{p} \theta_j \pi_{t-j} + \sum_{j=0}^{p} \beta_j (u_{t-j} - \bar{u}_{\text{neutro}}) + \sum_{j=0}^{p} \gamma_j \pi_{t-j}^e + \epsilon_{\pi,t} \quad \text{(CP)}$$

$$u_t - \bar{u} = \sum_{j=1}^{p} \omega_j (u_{t-j} - \bar{u}) + \sum_{j=0}^{p} \alpha_j (i_{t-j} - \pi_{t-j}^e) + \epsilon_{u,t} \quad \text{(IS)}$$

$$i_t = \bar{i} + \sum_{j=1}^{p} \psi_j i_{t-j} + \sum_{j=0}^{p} \kappa_j (\pi_{t-j} - \pi_{\text{M}}) + \sum_{j=0}^{p} \phi_j (\pi_{t-j}^e - \pi_{\text{M}}) + \epsilon_{i,t} \quad \text{(RM)}$$

$$\pi_t^e = \mu \pi_M + \sum_{j=1}^{p} \iota_j \pi_{t-j}^e + \theta_3 \sum_{j=0}^{p} (\nu_{1j} \pi_{t-j} + \nu_{2j} u_{t-j} + \nu_{3j} i_{t-j}) + \epsilon_{e,t} \quad \text{(FE)}$$

onde $\epsilon_{\pi,t}$ são choques de oferta (CP), $\epsilon_{u,t}$ choques de demanda (IS), $\epsilon_{i,t}$ são surpresas de política monetária (RM), e $\epsilon_{e,t}$ são ruídos na formação de expectativas.

Representação autorregressiva do modelo linear estrutural

- Se o sistema (1) oferece uma descrição completa da evolução de $\boldsymbol{Y}_t$, então, para uma dada trajetória pretérita $\{\boldsymbol{Y}_s : s \leq t-1\}$, e valores dos choques fundamentais $\boldsymbol{\epsilon}_t$, existe um único valor de $\boldsymbol{Y}_t$ que satisfaz (1).
- Nesse caso, a matriz $\boldsymbol{A}_0$ admite inversa $\boldsymbol{B} = \boldsymbol{A}_0^{-1}$, e o sistema admite representação autorregressiva:

$$\boldsymbol{Y}_t = \underbrace{\boldsymbol{c}}_{=\boldsymbol{Ba}} + \sum_{j=1}^{p} \underbrace{\boldsymbol{C}_j}_{=\boldsymbol{BA}_j} \boldsymbol{Y}_{t-j} + \boldsymbol{B}\boldsymbol{\epsilon}_t \,. \tag{2}$$

- Modelo VAR em que o ruído branco $\boldsymbol{B}\boldsymbol{\epsilon}_t$ é uma combinação linear de choques fundamentais.
- Matriz $\boldsymbol{B}$ incorpora o efeito contemporâneo de inovações fundamentais sobre as variáveis em $\boldsymbol{Y}_t$.

Modelo SVAR(p)

- Em diversas situações, não necessariamente queremos partir de (1) para chegar a (2)
  - Não necessariamente temos uma descrição completa da economia.
  - De modo relacionado, a formulação (2) pode ser compatível com mais de uma formulação estrutural linear completa.
- Nesses casos, podemos definir diretamente um modelo vetorial autorregressivo (semi)estrutural de ordem p, SVAR(p), como o processo

$$\boldsymbol{Y}_t = \boldsymbol{c} + \sum_{j=1}^{p} \boldsymbol{C}_j \boldsymbol{Y}_{t-j} + \boldsymbol{B}\boldsymbol{\epsilon}_t \,, \tag{3}$$

onde $\boldsymbol{\epsilon}_t$ são inovações fundamentais, isto é ruídos brancos não contemporaneamente correlacionadas, e $\boldsymbol{B}$ é a matriz que captura os efeitos contemporâneos das inovações fundamentais sobre $\boldsymbol{Y}_t$.

Função de resposta ao impulso

- Os efeitos causais dinâmicos, na modelagem SVAR, são capturados pelos efeitos de surpresas nos choques fundamentais sobre o comportamento do sistema.
  - Note que, por construção, $\boldsymbol{\epsilon}_t$ captura fatores não antecipados com base no passado.
  - Como $\boldsymbol{\epsilon}_t$ é não contemporaneamente correlacionado, faz sentido pensar em surpresas em um de seus componentes, mantidos os outros constantes.
- Formalmente, o efeito causal de uma surpresa de uma unidade na j-ésima inovação do sistema em t, ϵ_{jt}, sobre a i-ésima variável do sistema em $t+h$, $h \geq 0$, é dada pela função de resposta ao impulso

$$F_h(i|j) = \frac{\partial Y_{i,t+h}}{\partial \epsilon_{j,t}}$$

- $F_0(i|j) = \boldsymbol{B}_{ij}$, $F_1(i|j) = \sum_{l=1}^{d} \boldsymbol{C}_{1,i,l} \boldsymbol{B}_{lj} = \sum_{l=1}^{d} \boldsymbol{C}_{1,i,l} F_0(l|j)$, $F_2(i|j) = \sum_{l=1}^{d} \boldsymbol{C}_{1,i,l} F_1(i|j) + \sum_{l=1}^{d} \boldsymbol{C}_{2,i,l} F_0(i|j)$, etc.

FRI normalizada, FRI acumulada

conteúdo...

Decomposição da variância do erro de predição

conteúdo...

SVAR(P) E VAR(P)

conteúdo...

O problema de identificação causal no SVAR(p)

conteúdo...