

1. Verifique se os seguintes processos vetoriais são estacionários ou cointegrados. No que segue, $\{u_{1,t}, u_{2,t}\}_t$ é um ruído branco vetorial.

(a)

$$\begin{aligned} y_t &= 0.4x_{t-1} + u_{1,t} \\ x_t &= 0.1y_{t-1} + 0.6x_{t-2} + u_{2,t} \end{aligned} \quad (1)$$

(b)

$$\begin{aligned} y_t &= 4x_{t-1} + u_{1,t} \\ x_t &= 0.1y_{t-1} + 0.6x_{t-2} + u_{2,t} \end{aligned} \quad (2)$$

2. Considere o seguinte modelo para uma série de tempo:

$$\begin{aligned} y_t &= \sigma_t \nu_t \\ \nu_t &\stackrel{iid}{\sim} N(0, 1) \\ \sigma_t^2 &= \omega_0 + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2, \quad \omega_0 > 0. \end{aligned}$$

- (a) Mostre que, se o processo $\{y_t\}$ é estacionário, então $|\alpha_1| < 1$.
 (b) Mostre que, se o processo exibe curtose constante no tempo e finita, então $|\alpha_1| < \sqrt{1/3}$.
 (c) Mostre que, na região $|\alpha_1| < \sqrt{1/3}$, y_t é leptocúrtico, isto é, sua curtose é maior que 3.