### EAE1223: ECONOMETRIA III

#### Aula 8 - Modelos vetoriais autorregressivos estruturais

Luis A. F. Alvarez

16 de maio de 2024

## Um modelo para a descrição de uma economia

- Seja  $\{Y_t\}_{t\in\mathbb{Z}}$  um processo vetorial de interesse, onde  $Y_t$  consiste de d variáveis econômicas, sobre as quais a teoria econômica têm algo a nos dizer sobre o comportamento conjunto.
- Um modelo estrutural (causal) linear para estas variáveis consiste em um sistema de *d* equações da forma:

$$\mathbf{A}_0 \mathbf{Y}_t = \mathbf{a} + \sum_{j=1}^{p} \mathbf{A}_j \mathbf{Y}_{t-j} + \epsilon_t, \qquad (1)$$

onde  ${\bf A}_0$  é uma matriz  $d \times d$  que explicita as relações contemporâneas (causais) entre as variáveis, e  $\epsilon_t$  é um ruído branco contemporaneamente não correlacionado, isto é

$$\mathbb{V}[\epsilon_t] = egin{bmatrix} \sigma_1^2 & 0 & \dots & 0 \ 0 & \sigma_2^2 & \dots & 0 \ dots & \dots & \ddots & dots \ 0 & 0 & \dots & \sigma_d^2 \ \end{bmatrix} = \Omega_\epsilon$$

## CHOQUES ECONÔMICOS FUNDAMENTAIS

- A hipótese de que os erros de cada uma das equações são contemporaneamente não correlacionados supõe que o modelo que descreve a economia esteja bem especificada, de modo que o choque da j-ésima equação reflete a incerteza econômica fundamental associada a  $Y_{jt}$ .
  - $\epsilon_{jt}$  reflete choques (surpresas ou inovações) nos determinantes essenciais de  $Y_{jt}$ , e não nos determinantes indiretos (via outras variáveis do sistema) de  $Y_{jt}$ .
- Esse tipo de hipótese é presumida em uma das perguntas clássicas da macroeconomia: quanto da flutuação econômica pode ser atribuída à política monetária vs fatores reais?
  - Pergunta presume que existem inovações fundamentais, contemporaneamente ortogonais (não correlacionadas), em fatores monetários e reais, que permitem pensar nesta decomposição, visto que ela não faz sentido se os fatores fundamentais não fossem fundamentais (i.e. correlacionados).
  - Veremos como nossa metodologia permite fazer explicitamente esta decomposição.

#### EXEMPLO

- Considere o comportamento conjunto de inflação  $(\pi_t)$ , desemprego  $(u_t)$ , expectativas de inflação  $(\pi_t^e)$  e taxa de juros nominal  $(i_t)$ :

$$\pi_{t} = \sum_{j=1}^{p} \theta_{j} \pi_{t-j} + \sum_{j=0}^{p} \beta_{j} (u_{t-j} - \bar{u}_{neutro}) + \sum_{j=0}^{p} \gamma_{j} \pi_{t-j}^{e} + \epsilon_{\pi,t} \quad (CP)$$

$$u_{t} - \bar{u} = \sum_{j=1}^{p} \omega_{j} (u_{t-j} - \bar{u}) + \sum_{j=0}^{p} \alpha_{j} (i_{t-j} - \pi_{t-j}^{e}) + \epsilon_{u,t} \quad (IS)$$

$$i_{t} = \bar{i} + \sum_{j=1}^{p} \psi_{j} i_{t-j} + \sum_{j=0}^{p} \kappa_{j} (\pi_{t-j} - \pi_{M}) + \sum_{j=0}^{p} \phi_{j} (\pi_{t-j}^{e} - \pi_{M}) + \epsilon_{i,t} \quad (RM)$$

$$\pi_{t}^{e} = \mu \pi_{M} + \sum_{j=1}^{p} \iota_{j} \pi_{t-j}^{e} + \theta_{3} \sum_{j=0}^{p} (\nu_{1j} \pi_{t-j} + \nu_{2j} u_{t-j} + \nu_{3j} i_{t-j}) + \epsilon_{e,t} \quad (FE)$$

onde  $\epsilon_{\pi,t}$  são choques de oferta (CP),  $\epsilon_{u,t}$  choques de demanda (IS),  $\epsilon_{i_t}$  são surpresas de política monetária (RM), e  $\pi_t^e$  são ruídos na formação de expectativas.

# Representação autorregressiva do modelo linear estrutural

- Se o sistema (1) oferece uma descrição completa da evolução de  $\boldsymbol{Y}_t$ , então, para uma dada trajetória pretérita  $\{\boldsymbol{Y}_s:s\leq t-1\}$ , e valores dos choques fundamentais  $\epsilon_t$ , existe um único valor de  $\boldsymbol{Y}_t$  que satisfaz (1).
- Nesse caso, a matriz  $\mathbf{A}_0$  admite inversa  $\mathbf{B} = \mathbf{A}_0^{-1}$ , e o sistema admite representação autorregressiva:

$$\mathbf{Y}_t = \underbrace{\mathbf{c}}_{=\mathbf{B}\mathbf{a}} + \sum_{j=1}^{p} \underbrace{\mathbf{C}_j}_{=\mathbf{B}\mathbf{A}_j} \mathbf{Y}_{t-j} + \mathbf{B}\mathbf{\epsilon}_t.$$

- Modelo VAR em que o ruído branco  ${\pmb B} \epsilon_t$  é uma combinação linear de choques fundamentais.
- Matriz  $\boldsymbol{B}$  incorpora o efeito contemporâneo de inovações fundamentais sobre as variáveis em  $\boldsymbol{Y}_t$ .

## Modelo SVAR(P)

conteúdo... (2)

#### Referências I



Sims, Christopher A., James H. Stock e Mark W. Watson (1990). "Inference in Linear Time Series Models with some Unit Roots". Em: *Econometrica* 58.1, pp. 113–144. ISSN: 00129682, 14680262. URL: http://www.jstor.org/stable/2938337 (acesso em 15/05/2024).