EAE1223: Econometria III

Exercícios de revisão para a P1

1 Dada uma série de tempo Y_t com 230 observações, considere a estimação da seguinte especificação

$$\Delta Y_t = \alpha + \gamma \cdot Y_{t-1} + \sum_{s=1}^{k} \beta_k \cdot \Delta Y_{t-s} + u_t \tag{1}$$

Na tabela abaixo, reportamos três quantidades: (1) o p-valor de $H_0 : \gamma = 0$ contra $H_1 : \gamma < 0$ baseado na estatística $\hat{t}$ e nos valores críticos tabulados por Dickey e Fuller; (2) a estatística F do teste da nula conjunta $(\alpha, \gamma) = (0, 0)$; (3) o p-valor de $H_0 : \gamma = 0$ contra $H_1 : \gamma < 0$ baseado na estatística $\hat{t}$ e em valores críticos normais.

$p_{t,DF}$	0.8998
$\hat{F}$	1.0292
$p_{t,\text{Normal}}$	0.5606

No que segue, indique as conclusões do procedimento sequencial visto em aula, para um nível de significância de 10%.

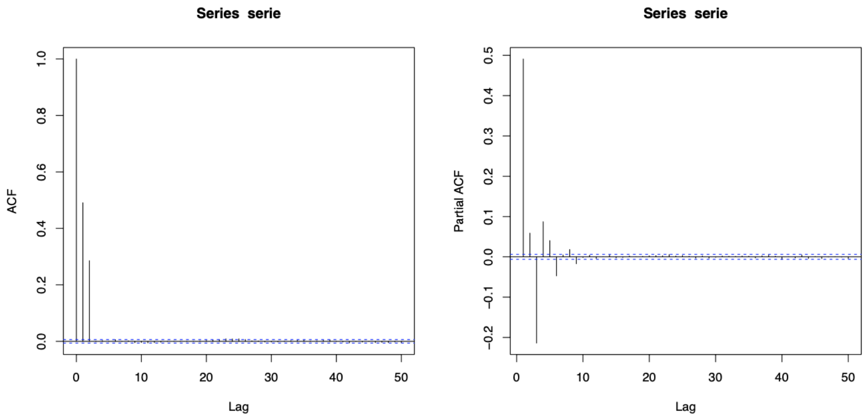
(A) Concluímos que a série **não** apresenta raiz unitária.

(B) Concluímos que a série **apresenta** raiz unitária.

(C) Concluímos que o modelo **não apresenta intercepto**. Nesse caso, devemos proceder à estimação do modelo sem intercepto, e realizar o teste t baseado em valores críticos tabulados por Dickey e Fuller nesse modelo.

(D) Nenhuma das alternativas anteriores.

2 Observando a FAC e FACP, assinale qual processo é mais provável de ter gerado os dados:



(A) ARMA(5,1)
(B) AR(3)
(C) MA(3)
(D) MA(2)

3 Considere o seguinte MA(1) Gaussiano.

$$y_t = \epsilon_t + \theta_1 \epsilon_{t-1} \, ,$$

onde $\epsilon_t \overset{\text{iid}}{\sim} N(0, \sigma^2)$.

a Mostre que, para todo $t > 0$:

$$y_t = \epsilon_t + \theta_1 \left(\sum_{j=1}^{t-1} (-\theta_1)^{t-1-j} Y_j + (-\theta_1)^{t-1} \epsilon_0 \right)$$

b Infira, do resultado acima, que:

$$y_t | \epsilon_0, y_1, \ldots, y_{t-1} \sim N \left(\theta_1 \left(\sum_{j=1}^{t-1} (-\theta_1)^{t-1-j} Y_j + (-\theta_1)^{t-1} \epsilon_0 \right), \sigma^2 \right) \, .$$

c Usando o resultado acima e que, para todo t e $k < t$, a densidade conjunta de $(y_{k+1}, \ldots, y_t)$ condicional a $(\epsilon_0, y_1, \ldots, y_k)$, $f_{y_{k+1},\ldots,y_t|\epsilon_0,y_1,\ldots,y_k}$, satisfaz:

$$f_{y_{k+1},\ldots,y_t|\epsilon_0,y_1,\ldots,y_k}(y_{k+1}, \ldots, y_t | \epsilon_0, y_1, \ldots, y_k) = f_{y_{k+1}|\epsilon_0,y_1,\ldots,y_k}(y_{k+1} | \epsilon_0, y_1, \ldots, y_k) f_{y_{k+2},\ldots,y_t|\epsilon_0,y_1,\ldots,y_{k+1}}(y_{k+2}, \ldots, y_t | \epsilon_0, y_1, \ldots, y_{k+1})$$

Mostre que a densidade de $y_1, \ldots y_T$, condicional a $\epsilon_0 = \tilde{\epsilon}_0$, satisfaz:

$$f_{y_1,\ldots,y_T|\epsilon_0}(y_1, \ldots, y_T | \tilde{\epsilon}_0) = \prod_{t=1}^{T} \frac{1}{\sigma} \phi \left(\frac{y_t - \theta_1 \left(\sum_{j=1}^{t-1} (-\theta_1)^{t-1-j} Y_j + (-\theta_1)^{t-1} \tilde{\epsilon}_0 \right)}{\sigma} \right) \, ,$$

onde ϕ é a densidade de uma normal padrão, $\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-x^2/2)$.

- Mostre que o estimador $\hat{\theta}_1^{\text{MLE}}$ que maximiza a log-verossimilhança condicional:

$$(\hat{\sigma}^{\text{MLE}}, \hat{\theta}_1^{\text{MLE}}) \in \text{argmin}_{s>0, c\in\mathbb{R}} \log \left(\prod_{t=1}^{T} \frac{1}{s} \phi \left(\frac{y_t - c\left(\sum_{j=1}^{t-1} (-c)^{t-1-j} Y_j + (-c)^{t-1} \tilde{\epsilon}_0\right)}{s} \right) \right)$$

É **idêntico** ao estimador condicional de mínimos quadrados não lineares visto em aula.