Simulação de ondas e oceano

Antoniel Magalhães
Luis Felipe

computação UFBA

computação UFBA

Agenda

1. Introdução
2. Teoria Linear ou Teoria de Onda de Pequena Amplitude
3. Simulação do Empinamento
4. Computação Gráfica na Simulação de Ondas
5. Referências

Introdução

- A simulação de ondas e oceano é uma área de estudo que combina física, matemática e computação para modelar o comportamento das ondas no mar.
- Este campo é crucial para aplicações em engenharia costeira, previsão do tempo e estudos ambientais.

Teoria Linear ou Teoria de Onda de Pequena Amplitude

- A abordagem mais elementar da teoria de ondas superficiais de gravidade é conhecida como teoria linear ou teoria de pequena amplitude.
- Desenvolvida por Airy em 1845, esta teoria considera em seus cálculos o caso mais simples da propagação do campo de ondas na ausência de qualquer forçante.
- Apesar das simplificações impostas, esta teoria tem uma extensa gama de aplicações [1].

Pressupostos da Teoria Linear

- A teoria linear assume que: o fluido é homogêneo, incompressível (densidade constante) e irrotacional, permitindo a existência do potencial de velocidade.
- A tensão superficial é desprezada.
- A pressão na superfície livre é uniforme e constante.
- O fluido é invíscido.
- O fundo é um limite plano, horizontal, fixo e impermeável.
- A amplitude da onda é constante e pequena em relação ao comprimento e à profundidade.

Equação de Laplace

- A equação de Laplace para o potencial de velocidade $\phi(x, z, t)$ em duas dimensões é:
$$\nabla^2\phi = \frac{\partial^2\phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial z^2} = 0$$
- As condições de contorno são:
    - Cinemática da superfície livre: $\frac{\partial\eta}{\partial t} = \frac{\partial\phi}{\partial z}$ em $z = \eta(x, t)$
    - Dinâmica da superfície livre: $\frac{\partial\phi}{\partial t} + g\eta = 0$ em $z = \eta(x, t)$
    - Condição de fundo: $\frac{\partial\phi}{\partial z} = 0$ em $z = -h$

Solução da Equação de Laplace

- A solução para o potencial de velocidade é:

$$\phi(x, z, t) = \frac{gH}{2\omega} \frac{\cosh[k(h + z)]}{\cosh(kh)} \sin(kx - \omega t)$$

- Onde:
  - H é a altura da onda
  - ω é a frequência angular
  - k é o número de onda
  - h é a profundidade

Aspectos Computacionais

- Na computação gráfica, a superfície da água é frequentemente representada como uma malha de vértices
- A elevação da superfície $\eta(x, t)$ é dada por:

$$\eta(x, t) = \frac{H}{2} \cos(kx - \omega t)$$

- A relação de dispersão conecta frequência e número de onda:

$$\omega^2 = gk \tanh(kh)$$

Técnicas de Renderização

- Métodos de renderização em tempo real:
  - Normal mapping para detalhes da superfície
  - Fresnel effect para reflexão/refração
  - Caustics para efeitos de luz subaquática
- A velocidade das partículas é dada por:

$$\vec{v} = \nabla\phi = \begin{pmatrix} \frac{\partial\phi}{\partial x} \\ \frac{\partial\phi}{\partial z} \end{pmatrix}$$

Otimizações e Performance

- Técnicas de Level of Detail (LOD):
  - Tessellation adaptativa baseada na distância da câmera
  - Redução de vértices em áreas distantes
- Fast Fourier Transform (FFT) para síntese de ondas:

$$\eta(x, y, t) = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} A_{ij} \cos\left(\vec{k_{ij}} \cdot \vec{x} - \omega_{ij} t + \phi_{ij}\right)$$

Simulação do Empinamento

- O empinamento das ondas é um fenômeno importante na dinâmica oceânica.
- A simulação deste processo ajuda a entender como as ondas interagem com estruturas costeiras e como a energia das ondas é dissipada.

Computação Gráfica na Simulação de Ondas

- A computação gráfica desempenha um papel vital na visualização das simulações de ondas.
- Técnicas avançadas permitem a criação de modelos visuais realistas que ajudam na análise e interpretação dos dados simulados.

Referências

[1] S. Meirelles and N. Violante-Carvalho. Modelagem computacional da propagação de ondas superficiais no oceano: um subsídio para a compreensão dos fenômenos ópticos. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 29(4):555–563, 2007.