Ejercicio 2 Tarea riesgo de crédito

equipo.
Luis Felipe

Sea la matriz

$$W^{-1}B$$

y su polinomio característico

$$\chi_{W^{-1}B}(t) = \det(W^{-1}B - t\mathbb{1})$$

$$= \det\left(\frac{n_1 n_2}{n} W^{-1}(x_1-x_2)(x_1-x_2)^T - t\mathbb{1}\right)$$

Analizemos este determinante.

este polinomio tiene a lo más 2 eigenvalores distintos

(derivado de la simetría de $W^{-1}B - t1$)

este polinomio tiene una sola raíz múltiple

(un único eigenvalor)

por el argumento siguiente

$$0 = \det\begin{pmatrix} a & c \\ c & a \end{pmatrix} = a^2 - c^2$$
$$= (a+c)(a-c)$$

$\Longleftrightarrow$

$$\boxed{a = -c \lor a = c}$$

pero como W es definida positiva

solo vale la opción que haga $\boxed{a \text{ positivo}}$

entonces notamos que

$$\det\left(\frac{n_1 n_2}{n}(x_1-x_2)^t(x_1-x_2)W^{-1} - \frac{n_1 n_2}{n}(x_1-x_2)^T W^{-1}(x_1-x_2)\,\mathbb{1}\right)$$

$$\boxed{\mathbb{1}} = W W^{-1}$$

$$= \det\left(\left[\underbrace{(x_1-x_2)^t(x_1-x_2)}_{A} - (x_1-\underbrace{x_2)^t W^{-1}(x_1-x_2)W}_{B}\right]\frac{n_1 n_2}{n} W^{-1}\right)$$

como W es def positiva y simetrica

$A = B \therefore$

el determinante es 0
y este es el único
eigenvalor de

$$W^{-1}B$$

esto era lo
que se quería
demostrar

sustituyendo en la ecuación

$$W^{-1}Bx = \lambda x$$

sacamos

$$x = W^{-1}(x_1 - x_2)$$

para

$$\lambda = \frac{n_1 n_2}{n}(x_1 - x_2)^t W^{-1}(x_1 - x_2)$$