Universidade Estadual de Maringá

Relatório de Resolução de de plano de voo usando programação dinâmica

Acadêmico:

Eduardo Sutil de Oliveira

R.A.: 58703

Maringá, 21 de Dezembro de 2017

Definição do problema

Calcular o custo mínimo de um voo envolve o cálculo da altitude ótima dependendo da força do vento presente em cada altitude. O custo mínimo não é encontrado somente considerando a velocidade do vento em cada altitude. Devido à massa da aeronave, o gasto de combustível é variável quando esta passa de uma altitude para outra. Além disso, algumas regulamentações de segurança são adotadas no voo quando a aeronave ultrapassa certa altitude. Para simplificar o problema, assume-se que a cada 100 milhas de voo, a aeronave pode tomar uma das três ações a seguir. Para cada uma delas, uma quantidade de combustível é gasta:

1) Subir uma unidade de altitude: 60 unidades de combustível;
2) Manter a altitude: 30 unidades de combustível;
3) Descer uma altitude: 20 unidades de combustível.

Para cada altitude e a cada 100 milhas a força do vento w pode ser identificada. A força w assume valores no conjunto [-10, 10]. Uma força negativa indica que o vento está contra a direção do voo. Assim, para cada unidade de força negativa, uma unidade extra de combustível é necessária. Uma força positiva indica que o vento está a favor da direção do voo. Assim, para cada unidade de força positiva, uma unidade de combustível é economizada. Por exemplo, para subir uma unidade de altitude com uma força do vento w = -5, é necessário 65 unidades de combustível em um trecho de 100 milhas.

Objetivo do problema: Dado a força do vento nas diferentes altitudes e a cada 100 milhas para um trecho de X a Y, calcular a quantidade mínima de combustível necessária para o voo, utilizando Programação Dinâmica. Para tanto, mostre os quatro passos deste paradigma de projeto de algoritmos.

A aeronave deve iniciar na altitude 0, não ultrapassar a altitude 9 e retornar à altitude 0 ao alcançar Y. A distância dist entre X e Y deve ser no máximo 1000.

Desta forma, cada altitude possui 1000/100 trechos e, consequentemente, 1000/100 forças de vento. Considerando todas as altitudes do trecho, têm-se 10x10 forças de vento.

Definição da estrutura do problema

O problema pode ser representado usando estrutura de matriz onde as linhas representar as altitudes e as colunas representam as distâncias.

Por exemplo, uma célula M[i,j] da matriz M, representa a força do vento na altitude **i**, e na distância **j**.

Caracterização de uma solução ótima

Um problema com solução ótima, contém subestruturas com soluções ótimas, também.

Então uma maneira simples de chegar até M[i,j]:

- vir de M[i,j-1] para M[i,j] (manter a mesma altitude);
- vir de M[i-1,j-1] para M[i,j] (subir uma altitude);
- vir de M[i+1,j-1] para M[i,j] (descer uma altitude);

Definição da solução Recursiva

Como queremos calcular os custos do voo e encontrar o menor custo, podemos montar uma matriz de custos, que representar o custo de chegar na altitude **i** e distância **j**. Podemos definir a matriz de custos **C**.

```
Temos como meta: C* = min(       C[i, j-1])+30,
                                 C[i-1, j-1]+60,
                                 C[i+1, j-1]+20   ) +  M[i,j]
```

```
for(i = 2 até max_distancia)
        for(j = 2 até max_altitude)
                C[i,j] = min(   C[i, j-1])+30,
                                C[i-1, j-1]+60,
                                C[i+1, j-1]+20   ) +  M[i,j]
```

Cálculo da solução ótima

```
C[1,1] = M[i,j];

for(i = 2 até max_distancia)
        for(j = 2 até max_altitude)
                C[i,j] = infinito;

for(i = 2 até max_distancia)
        for(j = 2 até max_altitude)
                C[i,j] = min(   C[i, j-1])+30,
                                C[i-1, j-1]+60,
                                C[i+1, j-1]+20   ) +  M[i,j]
```

Construção da solução ótima

A solução ótima estará em **C[max_distancia, 1]**, ou seja, estará na distância percorrida e na altitude mínima, ou seja, quando tiver que aterrissar.